

CONSTRUÇÃO DE POLÍTICAS ÓTIMAS DE MANUTENÇÃO PREVENTIVA BASEADA NA CONDIÇÃO

Maxstaley L. Neves¹, Leonardo P. Santiago¹, Carlos A. Maia²

¹Lab. de Apoio à Decisão e Confiabilidade – Dep. de Engenharia de Produção

²Lab. de Computação e Robótica – Dep. de Engenharia Elétrica

Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Pres. Antônio Carlos, 6627 – Belo Horizonte, MG

{maxneves, lsantiago}@ufmg.br, maia@cpdee.ufmg.br

Resumo. O foco deste trabalho é a definição de políticas ótimas de manutenção preventiva em função da condição dos equipamentos. Por política ótima, entendemos um conjunto de regras de apoio à decisão de intervir em um determinado equipamento. O objetivo é minimizar o custo total de operação do equipamento em um determinado horizonte de tempo. Assim, para cada período de manutenção é estimado o estado do equipamento para que se possa decidir se cabe mantê-lo em funcionamento ou efetuar sua manutenção preventiva. Utilizaremos a programação dinâmica estocástica, uma vez que esta nos permite captar as incertezas inerentes ao problema e fornecer um conjunto de decisões contingenciadas na observação do equipamento. Uma das características de nosso modelo é que captamos o fato da observação do equipamento poder não refletir o estado real do mesmo. Em outras palavras, ilustramos o fato de os decisores poderem estar agindo em função de uma informação imprecisa. Ilustramos nosso modelo com dados numéricos e discutimos os resultados.

Palavras-chave: programação dinâmica estocástica, controle ótimo, política de manutenção preventiva.

Abstract. This paper focuses on the definition of optimal policies for preventive maintenance of equipments, based on their condition. Optimal policy is considered to be a set of decision supporting rules, which assists managers in deciding to intervene (or not) in an equipment, so that the average operational cost is minimized over a certain time horizon. Thus, at each period, we estimate the state of the equipment and make the decision of whether to continue to operate it, or to stop its operation and carry out the maintenance. We use stochastic dynamic programming to support our study, since this technique captures the problem's inherent uncertainties and provides a set of contingent decisions. One feature of our approach is that we take into account the fact that decision makers might be acting based on imperfect information. We illustrate our approach with numerical data and discuss some implications of it.

Keywords: stochastic dynamic programming, optimal control, preventive maintenance's policy.

Área: EST - Estatística

1. Introdução

As atividades ligadas à manutenção de equipamentos fabris são fortemente responsáveis, senão essenciais, ao bom funcionamento de uma indústria. Dentre essas atividades destacam-se os programas de manutenção preventiva que visam otimizar o uso e a operação dos equipamentos através da realização de intervenções planejadas. O objetivo destas intervenções é reparar os equipamentos antes que os mesmos falhem, garantindo, portanto, o funcionamento regular e permanente da produção. Se por um lado a necessidade da manutenção preventiva é clara, por outro a programação de tais intervenções não é tão evidente. Uma grande dificuldade reside na elaboração de um planejamento que determine quando realizar a manutenção preventiva.

Por sua importância prática, este problema vem motivando estudos tanto por parte do setor produtivo, em função da demanda existente, quanto da academia, interessada na construção de ferramentas para lidar com estes problemas (ver, por exemplo, [Freitas and Colosimo, 1997, Smith, 1993, Puterman, 1994, Bertsekas, 1995]). De maneira geral, o planejamento da manutenção preventiva é feito com base¹:

- No tempo (manutenção preventiva programada), sendo realizada em intervalos de tempos pré-estabelecidos, embora não necessariamente iguais; ou
- Na condição do equipamento (manutenção preventiva preditiva), onde procura-se acompanhar o desgaste dos equipamentos, através da análise de sintomas e/ou de uma estimativa do estado de degradação, visando determinar o momento adequado de realizar a intervenção.

É importante salientar que estes enfoques são complementares e não concorrentes. Como veremos na próxima seção, cada enfoque apresenta certas vantagens e desvantagens para lidar com peculiaridades de algumas situações reais.

Neste trabalho, propomos uma metodologia para formular políticas de manutenção preventiva em equipamentos cuja condição pode ser estimada. Esta estimação pode ser ruidosa (não perfeita), já que a hipótese de conhecimento da condição real do equipamento quase sempre não é factível. Uma política dita a forma com que as ações devem ser escolhidas ao longo do tempo em função das informações coletadas. Estas políticas são ótimas sob o ponto de vista do custo de operação do equipamento (em geral inversamente proporcional à degradação) e ao risco de não operação (lucro cessante) decorrente da interrupção do mesmo, em caso de falha². Em sistemas onde pode-se observar a situação do equipamento antes decidir sobre a ação a ser tomada, acreditamos que o uso desta informação pode propiciar uma abordagem mais robusta e eficiente para a decisão de intervir ou não no mesmo.

Na próxima seção (2) explicitamos as diferenças entre a manutenção preventiva programada e a preditiva e delimitaremos o nosso problema. Em seguida apresentamos a modelagem do problema (seção 3), cujo principal método de análise será a programação dinâmica estocástica. Elaboramos um algoritmo para a construção das políticas e, ao final (seção 4), apresentamos alguns resultados experimentais obtidos aplicando nossa metodologia, bem como nossas perspectivas de trabalhos futuros.

¹Conforme propõe [Ulysséa, 2002] *apud* XENOS, H. G. (1998) *Gerenciando a Manutenção Produtiva*. Editora de Desenvolvimento Gerencial: Belo Horizonte.

²Entendemos como falha a incapacidade do equipamento de executar as operações as quais lhe foram designadas. Alguns trabalhos referenciam esta falha como “falha operacional”, elucidando a existência de outros tipos de falha (ver, por exemplo, [Ulysséa, 2002]).

2. Descrição e delimitação do problema

Políticas em manutenção preventiva podem ser classificadas em duas classes [Chen et al., 2003]: a 1^o classe lida com sistemas onde não é feita uma inspeção dos equipamentos. Assim, esta classe diz respeito a equipamentos onde são possíveis apenas dois estados: “falhado”/“não-falhado”. Como exemplo desta política, destaca-se a determinação da periodicidade de manutenção preventiva baseada na confiabilidade dos equipamentos. Na 2^o classe, uma inspeção sobre o estado do equipamento é possível, de forma não intrusiva, pondendo esta informação ser utilizada na formulação da decisão de intervir ou não no equipamento. Vários autores entendem esta 2^o classe como manutenção preditiva (ver, e.g., [Smith, 1993, Pinto and Xavier, 2001]). A seguir detalharemos melhor estas duas classes.

2.1. Políticas de manutenção preventiva baseadas no tempo (programada)

Neste enfoque busca-se definir, para um dado equipamento, a frequência na qual se deve realizar a manutenção preventiva no mesmo, visando geralmente atingir um nível mínimo de confiabilidade desejado. Em outros casos, visa-se minimizar o custo total de operação ao longo tempo. Neste caso, este custo diz respeito ao lucro cessante decorrente da não operação do equipamento, em caso de falha. Note que os intervalos entre as intervenções não precisam necessariamente iguais. Como exemplo desta abordagem, podemos citar os trabalhos de [Sellitto, 2005, Motta, 1999, Ulysséa, 2002].

Esta abordagem geralmente é baseada em modelos de confiabilidade, partindo da análise do tempo de operação até a falha (também conhecido como tempo de vida), modelando-os segundo uma distribuição de probabilidade apropriada, caracterizando desta forma a confiabilidade do equipamento. Portanto, a teoria da confiabilidade classifica um dado equipamento como “bom”/“ruim” (i.e. “não-falhado”/“falhado”), não admitindo estados intermediários. De posse do modelo, parte-se então para a definição da periodicidade das intervenções segundo um nível mínimo de confiabilidade requerido, que é a entrada da análise, de forma iterativa:

1. Fixa-se uma periodicidade arbitrária;
2. Avalia-se a probabilidade de falha do equipamento;
3. Caso o nível de confiabilidade encontrado seja diferente daquele desejado, retorna-se a (2) diminuindo ou aumentando o intervalo entre as intervenções.

Em muitas situações práticas é impossível, ou economicamente inviável, estimar o estado de degradação do equipamento. Neste caso, classificamos-o apenas como “não-falhado”/“falhado”. Em tais situações, esta abordagem apresenta-se como a mais adequada, pois ela possui como parâmetros apenas os tempos de operação até a falha, dados que são normalmente coletados e armazenados nas empresas.

Entretanto, em alguns contextos, pode-se observar o estado de degradação dos equipamentos de maneira não intrusiva (i.e. sem interferir na sua condição). Neste caso, esta informação, mesmo incerta, pode ser utilizada na tomada de decisão sobre a ação que deve ser escolhida. Este uso de informação adicional é chamado por alguns autores como o valor da informação para a tomada de decisão [Bertsekas, 1995, Puterman, 1994].

2.2. Políticas de manutenção preventiva baseadas na condição (preditiva)

Esta classe de políticas busca explorar o fato de que a maior parte das falhas desenvolve-se ao longo do tempo, não ocorrendo instantaneamente, mas sim decorrente de um pro-

cesso de envelhecimento que evolui lentamente, em estágios, no qual o equipamento vai se deteriorando e, conseqüentemente, alterando suas características até alcançar o estado de falha. Assim, a inclusão de estados intermediários de degradação é mais facilmente implementável através desta técnica.

[Smith, 1993] salienta que a manutenção preventiva-preditiva permite um aproveitamento melhor do período de vida útil dos equipamentos, tendo em vista que procura-se realizar as ações mais próximo da ocorrência da falha funcional dos mesmos. De fato, uma diferença entre a abordagem baseada na condição e daquela baseada no tempo é que na segunda realiza-se a intervenção independentemente das condições do equipamento.

A partir da estimação da condição do equipamento, busca-se portanto determinar se deve-se ou não realizar a manutenção no mesmo. Tem-se portanto a situação apresentada abaixo (figura 1). Note que esta figura enfatiza a idéia que a condição percebida de um equipamento *pode* ser diferente da real.

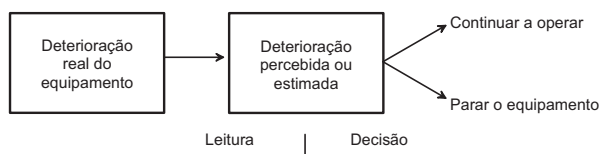


Figura 1. O processo de decisão sobre a intervenção.

A leitura sobre a condição do equipamento pode ser feita periodicamente, por exemplo, no momento da tomada de decisão de intervir ou não. Observe ambas abordagens (programada e preditiva) não contemplam a descoberta de falhas ocultas, que segundo [Smith, 1993], faz parte de outro objeto de estudo: a manutenção detectiva (e.g. testes nos equipamentos).

2.3. O problema estudado

Nosso problema consiste em definir políticas de manutenção preventiva baseadas na condição dos equipamentos que minimizem o seu custo total de operação no horizonte de tempo considerado. Este custo é composto por:

- Custo de operação: representa estritamente o custo de operação do equipamento. Geralmente este custo é função do estado de degradação real do equipamento: assim, quanto mais degradado estiver o equipamento, maior será seu custo de operação.
- Custo de pane: este custo quantifica o lucro cessante incorrido pela não operação do equipamento.

Estas políticas levam portanto em consideração o estado de deterioração do equipamento, seja ele conhecido ou estimado. Portanto, entende-se que o equipamento pode atingir diversos níveis de degradação. Assume-se que, para realizar a manutenção preventiva, o equipamento deva ser paralisado. Uma política é composta por diversas regras, onde cada regra dita a forma com que as ações devem ser escolhidas ao longo do tempo, estabelecendo portanto uma política de controle que define quando intervir em um dado equipamento [Rodrigues and Carvalho, 2001, Bertsekas, 1995].

Assim, visamos contribuir com a análise de sistemas que estão sujeitos a um controle dinâmico onde, de alguma forma, pode-se observar (ou estimar) o estado dos equipamentos para, em seguida, decidir sobre qual ação tomar. Periodicamente ou a cada tomada de decisão, uma nova ação deve ser escolhida: continuar a operar o equipamento ou pará-lo e efetuar a manutenção preventiva. Estas duas ações refletem as duas possíveis decisões que devem ser tomadas pelos decisores.

3. Modelo matemático

Considere um equipamento que possui múltiplos estágios de deterioração $1, 2, \dots, L$, ordenados do estado perfeito (1) até o estado completamente deteriorado (L). A evolução ao longo do tempo da condição do equipamento segue um processo estocástico. Sob a hipótese de que o estado futuro depende apenas do estado presente (i.e., o passado encontra-se “embutido” no presente), esta evolução caracteriza um processo estocástico markoviano. Assim, assume-se que o próximo estado de deterioração do equipamento ($k+1$) depende apenas do seu estado presente (k).

Seja $\{x_k\}$ uma cadeia de Markov³, onde $k = 0, 1, 2, \dots$. Utiliza-se aqui x_k para denotar o estado do equipamento no período k , e $\{x_k\}$ para modelar o deterioramento do equipamento ao longo do tempo. Assim, o espaço de estado de x_k é $S_k = 1, 2, \dots, L$, com a probabilidade associada de transição p_{ij} definida como: $p_{ij} = P[x_{k+1} = j | x_k = i] = P[x_1 = j | x_0 = i]$, pois consideramos que a cadeia é estacionária.

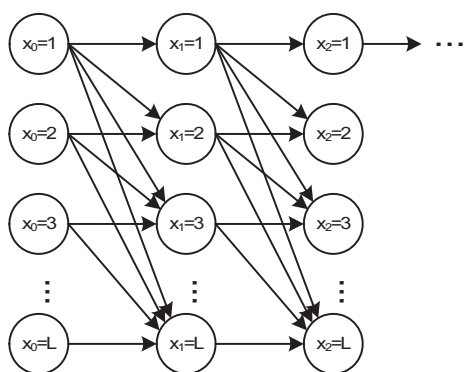


Figura 2. O processo de evolução da condição do equipamento. As probabilidades de transição foram omitidas por simplificação.

Admitindo que o equipamento só pode ter sua condição melhorada mediante uma intervenção, podemos escrever as probabilidades de transição como:

$$p_{ij} = \begin{cases} P[x_{k+1} = j | x_k = i] & \text{se } j \geq i \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases} \quad (1)$$

Esta transição (equação 1) reflete o fato de que, uma vez degradado, o equipamento *não* pode ter sua condição melhorada ao longo do tempo (envelhecimento). Naturalmente, $\sum_{j=i}^L P[x_{k+1} = j | x_k = i]$ deve ser igual a 1, para todo i . Além disso é, necessário o conhecimento da distribuição

de probabilidade dos estados no estágio inicial, ou seja x_0 . De posse destas informações, podemos estruturar a evolução da condição do equipamento, como ilustrado na figura 2.

A fim de construir um procedimento sistemático para determinar a melhor combinação de decisões, utilizaremos a programação dinâmica estocástica como ferramenta de análise, uma vez que esta nos permite captar as incertezas e riscos inerentes ao problema e fornecer um conjunto de decisões contingenciadas na observação da condição do equipamento.

3.1. Programação dinâmica estocástica

A programação dinâmica é uma ferramenta da Pesquisa Operacional aplicável a problemas nos quais as decisões são tomadas em estágios que evoluem dinamicamente com o tempo [Bertsekas, 1995, Puterman, 1994]. Neste trabalho, chamamos de programação dinâmica estocástica pois lidaremos com a incerteza. A programação dinâmica permite abordar problemas aparentemente diferentes com a mesma técnica, desde que corretamente formulados. Podem-se citar as seguintes características desses problemas:

- evolução sequencial durante um número finito (ou mesmo infinito) de estágios;

³Por conveniência usaremos $\{x_k\}$ minúsculo no lugar do maiúsculo, como comumente utilizado.

- as decisões são tomadas a cada etapa;
- propriedade de Markov: o estado atual depende apenas do estado predecessor;
- as medidas de desempenho do sistema são obtidas somando as medidas de cada etapa.

O objetivo de um problema de programação dinâmica é otimizar as ações sobre o sistema em estudo. Procura-se determinar uma regra de decisão que dirija o sistema para um comportamento desejado (i.e., minimizar o custo total). Estas ações derivam de um conjunto de regras que visam auxiliar a tomada de decisão. Como regra, entende-se uma associação entre o estado do sistema e a ação a ser tomada. Por sua vez, estas regras provêm de uma política (ou controle) que ditará como o sistema deve evoluir. Pode-se fazer uma analogia à teoria de controle, como ilustrado na figura 3.

O modelo básico para a programação dinâmica tem dois elementos principais: um modelo dinâmico a tempo discreto para o sistema e uma função de custo que é aditiva ao longo do tempo. O modelo dinâmico expressa a evolução da informação (estado) ao longo do tempo, em função das ações tomadas em cada estágio. No caso geral o modelo do sistema tem a forma dada pela equação 2 (ver, e.g., [Bertsekas, 1995, Puterman, 1994, Stern, 2006] para maiores detalhes).

$$x_{k+1} = f_k(x_k, u_k, w_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, N - 1, \text{ onde:} \quad (2)$$

- k o indexador para o instante de tempo (discreto);
- x_k o estado do sistema no estágio k ;
- u_k a ação de controle exercida sobre o sistema no estágio k ;
- w_k perturbação (incerteza), em geral aleatória, incorrida no sistema no estágio k ;
- N é horizonte de tempo considerado, definido como o número de estágios;
- f_k é uma função de transição de estados que define a maneira o sistema evolui.

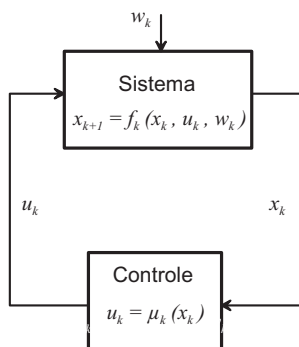


Figura 3. Controle em malha fechada.

Para o modelo apresentado na equação 2, considera-se a classe de políticas (ou leis de controle), que consiste na seqüência de funções:

$$\pi = \{\mu_0, \dots, \mu_{N-1}\}, \quad (3)$$

sendo $\mu_k : x_k \mapsto u_k$, ou seja, as ações de controle admitidas são expressas por $u_k = \mu_k(x_k)$. O conjunto dos controles u_k é denotado por U_k .

A função de custo considerada é aditiva, sendo o custo incorrido a cada estágio k ,

perante a uma política π , representado por $g_k(x_k, \mu_k(x_k), w_k)$, acumulado ao longo do tempo. O custo total é o resultado da soma (ou acumulação) dos custos dos estágios mais o custo do estágio terminal N , ou seja: $g_N(x_N) + \sum_{k=0}^{N-1} g_k(x_k, \mu_k(x_k), w_k)$.

Considerando que há uma perturbação aleatória w_k interferindo na dinâmica do sistema, este custo é também aleatório. Dessa forma, para resolver um problema de programação dinâmica é preciso determinar qual a ação u_k que minimiza o custo do estágio k . Este é um processo retroativo, indo de $N - 1$ até o estágio 0. Assim, temos:

$$J_k(x_k) = \min_{u_k} \left\{ \mathbf{E} [g_k(x_k, \mu_k(x_k), w_k) + J_{k+1}(f_k(x_k, u_k, w_k))] \right\}. \quad (4)$$

Logo, podemos escrever $J_\pi(x_0) = \mathbb{E} \left[g_N(x_N) + \sum_{k=0}^{N-1} g_k(x_k, \mu_k(x_k), w_k) \right]$ como o custo esperado da política π partido do estado inicial, x_0 . A lei de controle ótima (ou a política ótima), π^* , é aquela que minimiza o custo esperado, ou seja, $J_{\pi^*}(x_0) = \min_{\pi \in \Pi} J_\pi(x_0)$, sendo Π o conjunto de todas as política ou leis de controle possíveis para o problema.

3.1.1. Problemas com informação imperfeita sobre o estado do sistema

Em problemas com informação perfeita, assume-se que o estado real (x_k) do sistema é sempre conhecido em qualquer estágio. Em muitas situações, sabe-se esta condição não é válida, ou seja, não se tem acesso ao valor do estado, mas sim a uma estimativa deste valor. Além disso, esta informação pode ser ruidosa estando, portanto, associada à uma distribuição de probabilidade. [Bertsekas, 1995] expõe que a abordagens mais simples para problemas com informação imperfeita seria a sua transformação (ou redução) em um problema de informação perfeita. Assim, em vez de se ter acesso ao valor real do estado, x_k , no instante de tempo k , tem-se acesso a uma estimativa z_k , sendo essa estimativa representada pela equação 5.

$$\begin{cases} z_0 = h_0(x_0, v_0) & k = 0 \\ z_k = h_k(x_k, u_{k-1}, v_0) & k = 1, 2, \dots, N-1 \end{cases} \quad (5)$$

O conjunto das observações z_k é denotado por Z_k . Considerando também a influência aleatória v_k , que pode ser caracterizada por uma distribuição de probabilidade dependente do presente (estado corrente) e do passado (estados, controles e perturbações passados). O estado inicial, antes conhecido em problemas com informação perfeita, torna-se aleatório e deve ser estimado por uma distribuição de probabilidade adequada.

Finalmente, caracteriza-se um vetor de informações I_k para cada estágio k da evolução do sistema. Este vetor é definido recursivamente pela equação 6.

$$\begin{cases} I_0 = z_0 & k = 0 \\ I_k = (I_{k-1}, z_k, u_{k-1}) & k = 1, 2, \dots, N-1 \end{cases} \quad (6)$$

Esse vetor representa todas as informações inferidas sobre os estados passados e sobre o estado atual mais todas as decisões tomadas nos estados passados. Observe que a propriedade markoviana é válida pois $\mathbb{P}[\cdot | I_k, I_{k-1}, \dots, I_0] = \mathbb{P}[\cdot | I_k]$. Pode-se ilustrar esta abordagem através do diagrama apresentado na figura 4. Dessa forma, a ação de controle μ_k passa a ser exercida sobre as informações disponíveis do sistema (e não em função do estado real do sistema, que é desconhecido). Assim, temos $u_k = \mu_k(I_k)$. Novamente, devemos resolver este problema de forma retroativa, indo do estágio $N-1$ até 0, ver equação 7.

$$J_k(x_k) = \min_{u_k} \left\{ \mathbb{E}_{x_k, w_k, z_{k+1}} [g_k(x_k, u_k, w_k) + J_{k+1}(I_k, z_{k+1}, u_k) | I_k, u_k] \right\} \quad (7)$$

O custo esperado de uma política π é a soma dos custos nos estágios, ou seja: $J_\pi(x_0) = \mathbb{E} \left[g_N(x_N) + \sum_{k=0}^{N-1} g_k(x_k, \mu_k(I_k), w_k) \right]$. A lei de controle ótima (ou a política ótima), π^* , é aquela que minimiza o custo esperado, ou seja, $J_{\pi^*}(x_0) = \min_{\pi \in \Pi} J_\pi(x_0)$, sendo Π o conjunto de todas as política ou leis de controle possíveis para o problema.

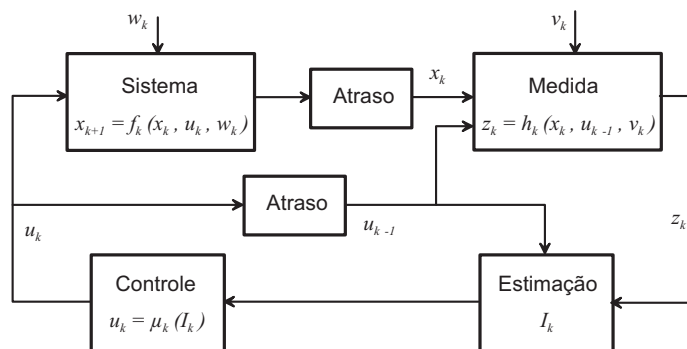


Figura 4. Problemas de informação imperfeita. Adaptado de [Bertsekas, 1995].

3.2. Construção de políticas de manutenção preventiva baseada na condição

Pode-se escrever a equação de evolução do sistema (ver equação 2) como $x_{k+1} = w_k$ [Bertsekas, 1995], onde w_k denota a mudança de estado ao longo dos estágios ou, equivalentemente, a probabilidade de transição p_{ij} na cadeia de Markov $\{x_k\}$. Note que é disponível apenas a distribuição de probabilidades de w_k condicionada a x_k (estado atual) e u_k (controle aplicado). Assim, temos: $P[w_k = x_{k+1} = j | x_k = i, u_k]$

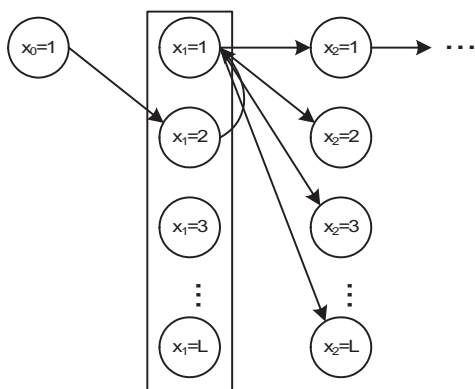


Figura 5. Exemplo de reparação.

Na seção 2.3 consideramos uma função de custo composta pelo custo de operação e de pane. Ela é calculada em função da condição do equipamento (x_k) e da ação tomada (u_k):

$$\begin{cases} g_N(x_N) = 0 & \text{custo terminal nulo} \\ g_k(x_k, u_k) & k=0, \dots, N-1 \end{cases} \quad (8)$$

Consideramos que a ação u_k é tomada no início do estágio k e que o equipamento estará reparado ao final deste estágio. Os valores que u_k pode assumir são: P: Prosseguir operando e I: Interromper a

operação. Note que $g_k(x_k, u_k = I)$ representa o custo de manutenção preventiva, que pode ser escrito em função da condição do equipamento.

Como assumimos que não possuímos informação completa sobre a condição do equipamento, a cada estágio, devemos fazer a estimação da mesma. Assim, construímos a medida do sistema (5) como: $z_k = v_k$, onde v_k possui sua distribuição de probabilidades condicionada a x_k (estado atual). Exemplificando, suponha que x_k pode assumir dois valores: bom(B) ou ruim(R). Assim, z_k também assumirá dois valores: Aparentemente bom(AB) e aparentemente ruim(AR). Assim, a distribuição de z_k pode ser caracterizada com as probabilidades: $P[z_k = AB | x_k = B]$, $P[z_k = AB | x_k = R]$ (“falso positivo”), $P[z_k = AR | x_k = B]$ (“falso negativo”) e $P[z_k = AR | x_k = R]$.

Assim, baseado na equação 7 montamos a equação de programação dinâmica do problema:

$$J_k(I_k) = \min\{E[g_k(x_k, P) | I_k, P] + E_{z_{k+1}} [J_{k+1}(I_k, z_{k+1}, P) | I_k, P], \quad (9)$$

$$E[g_k(x_k, I) | I_k, I] + E_{z_{k+1}} [J_{k+1}(I_k, z_{k+1}, I) | I_k, I]\}$$

Com esta equação construímos um algoritmo para resolução do problema. Nota-se que ele é não-polinomial, pois o número de iterações cresce exponencialmente com o número de estágios – o número de *loops* da linha 6 (cardinalidade de I_k) é igual a: $|Z_k| * (|Z_k| * |U_k|)^k$.

Algoritmo 1 Algoritmo de programação dinâmica

- 1: $\pi^* \leftarrow \emptyset$
- 2: **leia** N ▷ horizonte de planejamento considerado
- 3: **para todo** I_N **faça** ▷ avaliando o estágio terminal (no nosso caso, nulo)
- 4: $J_N^*(I_N) \leftarrow 0$
- 5: **para** $k \leftarrow (N-1)$ até 0 **faça**
- 6: **para todo** I_k **faça**
- 7: **para todo** $u_k \in U_k$ **faça**
- 8: $c_p \leftarrow 0$ ▷ custo presente esperado
- 9: $c_f \leftarrow 0$ ▷ custo futuro esperado
- 10: **para todo** $x'_k \in S_k$ **faça** ▷ avaliando o presente
- 11: $c_p \leftarrow c_p + g_k(x'_k, u_k) * P[x_k = x'_k | I_k]$
- 12: **para todo** $z'_{k+1} \in Z_{k+1}$ **faça** ▷ avaliando o futuro
- 13: $c_f \leftarrow c_f + \underbrace{J_{k+1}^*(I_k, z'_{k+1}, u_k)}_{I_{k+1}} * P[z_{k+1} = z'_{k+1} | I_k]$
- 14: $J_{k,u_k}(I_k) \leftarrow c_p + c_f$
- 15: $J_k^*(I_k) \leftarrow \min_{u_k} \{J_{k,u_k}(I_k)\}$ ▷ coletando o custo ótimo no estágio
- 16: $\mu_k^*(I_k) \leftarrow \arg \min_{u_k} \{J_{k,u_k}(I_k)\}$ ▷ identificando a regra de decisão ótima
- 17: $\pi^* \leftarrow \pi^* \cup \{\mu_k^*\}$ ▷ construindo a política ótima

4. Validação do modelo e resultados experimentais

Visando validar nossa metodologia, realizamos três experimentos que consistiram na aplicação da técnica proposta em um problema de um equipamento com três estados de deterioração. Para o primeiro experimento, considerou-se a seguinte configuração:

Estágio k	Estágio $k+1$		
	A	B	C
A	$p_{AA} = 0,8$	$p_{AB} = 0,15$	$p_{AC} = 0,05$
B	$p_{BA} = 0$	$p_{BB} = 0,9$	$p_{BC} = 0,1$
C	$p_{CA} = 0$	$p_{CB} = 0$	$p_{CC} = 1$

- Onde:
- A: Deterioração real mínima;
 - B: Deterioração real razoável;
 - C: Grande deterioração real.

Tabela 1. Probabilidades de transição ao longo dos estágios, experimento 1.

Além disso consideramos as probabilidades/ruído de leitura:

Estado real	Leitura ou estado observado		
	L	M	N
A	$p_{L A} = 0,9$	$p_{M A} = 0,1$	$p_{N A} = 0$
B	$p_{L B} = 0,3$	$p_{M B} = 0,6$	$p_{N B} = 0,1$
C	$p_{L C} = 0$	$p_{M C} = 0,3$	$p_{N C} = 0,7$

- Onde:
- L: Deter. mínima percebida;
 - M: Deter. razoável percebida;
 - N: Grande deter. percebida.

Tabela 2. Probabilidades de inspeção (ou deterioração percebida).

Estado real	Custos de operação e pane	
	P	I
A	$g_k = 100$	$g_k = 500$
B	$g_k = 250$	$g_k = 500$
C	$g_k = 1000$	$g_k = 500$

Onde:

- P: Prosseguir operando;
- I: Interromper a operação.

Tabela 3. Custos de operação e de manutenção do equipamento.

Finalmente consideramos os seguintes custos de operação e de manutenção da tabela 3.

Para os experimentos 2 e 3, alterou-se apenas as probabilidades de transição ao longo dos estágios (ver tabela 4), conservando os demais parâmetros. Pôde-se verificar que os tempos computacionais⁴ não tiveram grande alteração entre os três experimentos (ver tabela 5).

Experimento 2 (envelhecimento lento)			Experimento 3 (envelhecimento rápido)		
$p_{AA} = 0,95$	$p_{AB} = 0,05$	$p_{AC} = 0$	$p_{AA} = 0,6$	$p_{AB} = 0,3$	$p_{AC} = 0,1$
$p_{BA} = 0$	$p_{BB} = 0,95$	$p_{BC} = 0,05$	$p_{BA} = 0$	$p_{BB} = 0,65$	$p_{BC} = 0,35$
$p_{CA} = 0$	$p_{CB} = 0$	$p_{CC} = 1$	$p_{CA} = 0$	$p_{CB} = 0$	$p_{CC} = 1$

Tabela 4. Probabilidades de transição ao longo dos estágios, experimentos 2 e 3.

A tabela 6 apresenta alguns exemplos de aplicação da política ótima construída para o experimento 1. Considerou-se um horizonte de planejamento de 4 estágios (logo, estágio terminal $N = 4$) e que o estágio corrente é $k = 3$.

Pode-se observar as seguintes características da política:

- Como desejado, ela reflete a condição percebida do equipamento (contextos 1-3). Quando a deterioração percebida é alta, é mais interessante interromper a operação;
- A política também reflete uma intuição comum na prática, de que a informação mais recente é a mais relevante. Nos contextos 4-7 observa-se que as leituras passadas indicam que a deterioração do equipamento é razoável/grande, mas a leitura atual diz que a degradação é mínima. Isto retrata situações onde inicialmente a degradação pôde ter sido superestimada.
- Entretanto, caso observa-se uma sequência de leituras que indicam uma degradação razoável/alta (contexto 8), é mais interessante interromper a operação.
- Nos contextos 9-10 observa-se que, caso tenha sido realizado a manutenção em um estágio anterior e caso leia-se que a deterioração do equipamento é mínima, o custo esperado é menor que aquele do contexto 1. Isto é explicado pelo fato de que quanto mais recente tiver sido a interrupção, mais se espera que o custo seja próximo ao menor possível, i.e. $100 (g_k(A, P))$.

N	Experimento		
	1	2	3
2	0,531	0,532	0,594
3	7,907	8,297	8,0
4	139,953	141,422	141,547
5	2662,109	2662,391	2623,437
6	49764,437	50814,257	50146,109
7	Sem solução em 24hs		

Tabela 5. Tempos computacionais (em segundos).

⁴Os experimentos foram feitos em um computador com processador Intel® Pentium® 4 3.06GHz e 2 GB de memória RAM, utilizando Windows® XP SP2. O algoritmo foi implementado em MatLab®.

Contexto	Informação disponível (I_3)							Ação ótima	Custo esperado
	z_0	z_1	u_0	z_2	u_1	z_3	u_2	u_3	J_3^*
1	L	L	P	L	P	L	P	P	113,3908
2	L	L	P	L	P	M	P	P	255,7798
3	L	L	P	L	P	N	P	I	500
4	L	L	P	M	P	L	P	P	161,8634
5	L	L	P	N	P	L	P	P	250
6	L	N	P	L	P	L	P	P	250
7	N	N	P	L	P	L	P	P	250
8	L	M	P	N	P	N	P	I	500
9	N	N	P	L	I	L	P	P	111,8705
10	M	M	P	N	P	L	I	P	108,8235
11	N	N	P	N	I	M	P	I	500

Tabela 6. Resultados para o experimento 1, com $N=4$, no estágio $k=3$.

É importante ressaltar que a política inclui regras para as decisões em qualquer estágio, não apenas no último estágio antes do terminal como apresentado acima. Logo, pode-se analisar, por exemplo, quais as decisões ótimas a serem tomadas no estágio inicial (tabela 7).

Contexto	I_0	Ação ótima	Custo esperado
	z_0	u_0	J_0^*
1	L	P	440.6626
2	M	P	596.5735
3	N	I	833.1718

Tabela 7. Resultados para o experimento 1, com $N=4$, no estágio $k=0$.

5. Conclusões e futuros trabalhos

Neste trabalho discutimos a formulação de políticas ótimas de manutenção preventiva baseada na condição dos equipamentos. A idéia central foi construir um conjunto de regras de apoio à decisão de intervir (ou não) em um determinado equipamento com o objetivo de minimizar o custo total de operação do equipamento no horizonte de tempo considerado. A motivação para esta abordagem está relacionada a utilização da informação, mesmo que incompleta ou parcial, a respeito da condição do equipamento - o que reflete a realidade encontrada pelos gestores responsáveis pela tomada de decisão.

Para esta primeira abordagem, assumimos que os parâmetros que descrevem a evolução do sistema (i.e. as probabilidades de transição p_{ij} , conforme equação 1), bem como os erros associados às leituras são conhecidos. Embora em alguns casos estes parâmetros possam ser determinados via ensaios, o mais interessante é estimá-los com dados de campo, que geralmente são coletados pelas empresas. Esta premissa é forte e pretendemos dar continuidade a esta pesquisa no sentido de desenvolver técnicas suas estimações.

Apesar do ambiente utilizado na implementação (MatLab) deixar a desejar em termos de velocidade (por ser uma linguagem interpretada), entendemos que o mesmo não afetou nosso objetivo. Em outras palavras, nesta primeira parte da pesquisa temos com objetivo estudar a viabilidade analítica para abordar o problema e não a eficiência computacional.

Independente do ambiente utilizado, uma dificuldade frequentemente encontrada na avaliação das políticas ótimas por meio da programação dinâmica está relacionada ao

esforço computacional, a medida que o horizonte analisado cresce. Este fato foi chamado por Bellman de “maldição da dimensionalidade” [Puterman, 1994, Bertsekas, 1995]. Em nosso problema específico, para estágios mais avançados, o número de possíveis cenários é alto, o que reflete no tamanho do vetor I_k , aumentando a complexidade para se obter soluções ótimas. Migraremos a implementação para uma outra linguagem com boas qualidades para computação científica (e.g., C ou C++) para dar continuidade a pesquisa.

Continuaremos esta pesquisa em duas frentes. A primeira será o desenvolvimento de controle sub-ótimo, cuja idéia consiste em encontrar um balanço razoável entre implementação e performance. A outra frente está relacionada às propriedades de primeira e segunda ordem da função custo, que permitirão avaliar eficientemente o algoritmo. Esta técnica é conhecida como programação neuro-dinâmica [Bertsekas, 1995].

Agradecimentos

Este trabalho foi parcialmente apoiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais, FAPEMIG.

Referências

- Bertsekas, D. P. (1995). *Dynamic Programming and Optimal Control*, volume 1. Athena Scientific: Belmont (EUA).
- Chen, C. T., Chen, Y. W., and Yuan, J. (2003). On a dynamic preventive maintenance policy for a system under inspection. *Reliability Engineering and System Safety*, 80:41–47.
- Freitas, M. A. and Colosimo, E. A. (1997). *Confiabilidade: Análise de Tempo de Falha e Testes de Vida Acelerados*. Editora da FCO: Belo Horizonte.
- Motta, S. B. (1999). *Periodicidade de manutenções preventivas em dispositivos de proteção de sistemas elétricos de potência. Aplicação de técnicas quantitativas de confiabilidade à engenharia de manutenção*. Dissertação de mestrado em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Minas Gerais.
- Pinto, A. K. and Xavier, J. A. N. (2001). *Manutenção - Função Estratégica*. Qualitymark: Rio de Janeiro.
- Puterman, M. L. (1994). *Markov Decision Processes*. John Wiley & Sons: New York (EUA).
- Rodrigues, R. C. M. and Carvalho, S. V. (2001). Um modelo markoviano de decisão para a otimização de um sistema de manutenção com tempos de reparo coxianos e fases não observáveis. *Pesquisa Operacional*, 21:159–178.
- Sellitto, M. A. (2005). Formulação estratégica da manutenção industrial com base na confiabilidade dos equipamentos. *Revista Produção*, 15:44–59.
- Smith, A. M. (1993). *Reliability-Centered Maintenance*. Mac Graw-Hill: New York (EUA).
- Stern, J. M. et al. (2006). *Otimização e processos estocásticos aplicados à economia e finanças*. Disponível em: <http://www.ime.usp.br/~jstern/download/publicacoes/otifin.pdf>.
- Ulysséa, M. S. (2002). *Definição da periodicidade ótima da manutenção preventiva de relés de proteção*. Dissertação de mestrado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina.