EXPERIÊNCIA NUMÉRICA NA MAXIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO E RECEITA AGRÍCOLA DO MELOEIRO E DA ALFACE AMERICANA

Sérgio Drumond Ventura & Angel Ramon Sanchez Delgado

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, BR 465, Km 7, Seropédica, RJ, 23890-000

Daniel Fonseca de Carvalho

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Instituto de Tecnologia, Departamento de Engenharia, BR 465, Km 7, Seropédica, RJ, 23890-000. Bolsista CNPq

Resumo: Neste trabalho apresentamos um procedimento computacional baseado na metodologia iterativa barreira logarítmica (MBL) para determinar a solução ótima da combinação insumo-produto que maximiza a produção e a receita agrícola separadamente, sujeita às restrições dos insumos e a uma estrutura de custos e preços dada. Com sua utilização é possível visualizar a convergência à solução ótima da produtividade ou receita. Mais ainda, a cada iteração é dada ciência do progresso das soluções aproximadas geradas, e da região onde se encontram valores ótimos dos problemas de produção e receita líquida. Procurando-se avaliar a proposta metodológica aqui desenvolvida, realizamos uma experiência numérica com base nos dados apresentados na literatura para as culturas: alface americana e meloeiro. Pode-se concluir que o procedimento implantado é numericamente confiável.

Palavras-chave: função resposta, programação não linear, trajetória central.

Numerical experience in agricultural optimization of the production and net income of the crisped lettuce and melon cultures

Abstract. In this work we introduce a computational procedure that determines the optimal solution of the combination of income-product that maximizes the production and the farm income separately, subject to income restrictions and structures of given costs and prices, using the method of logarithmic barrier (MLB) from nonlinear programming. With this procedure we were able to visualize the convergence to the optimal solution for productivity or net-income. At each iteration, besides the progress of the approximate solutions, we were able to realize the regions where these solutions were located. In order to check our proposal, we developed numerical experiments based on data from the literature for the cultures of crisped lettuce and melon. From the obtained results, we may conclude that the implemented procedure is numerically reliable.

Key works: response function, nonlinear programming, and central path.

INTRODUÇÃO

Entendemos por função de produção agrícola ou resposta, como aquela que expressa à relação física entre as quantidades utilizadas de certo conjunto de insumos e as quantidades físicas máximas que se podem obter do produto, para uma dada tecnologia usada. Segundo FRIZZONE et al., 2005 existem duas maneiras ou formas internacionais de calcular o beneficio de uma produção agrícola: pelo aumento bruto de produção, ou seja, a soma dos aumentos de produção por produto, multiplicada pelos respectivos preços ao produtor; e pelo aumento do beneficio líquido parcelar, ou seja, o incremento do valor bruto da produção menos o aumento dos custos dessa produção. Vamos supor que o beneficio é proporcional ao preço da cultura vezes a produção em função da lâmina de água e do nitrogênio. Nesse caso, a receita líquida é o beneficio menos custo de água vezes a lâmina de água, menos custo do nitrogênio vezes a correspondente dose e o problema a ser tratado é a maximização da receita líquida com insumos (água-nitrogênio) limitados.

A avaliação econômica da produção envolve a quantificação da produtividade em resposta ao total de insumos aplicados. A água e o nitrogênio são fundamentais ao desenvolvimento das culturas, e quando são correlacionadas com a produção obtida, tem-se a função de produção água-nitrogênio-cultura. O manejo adequado da água é fundamental, considerando que o setor agrícola é o maior consumidor de água e que os recursos hídricos são essenciais e estratégicos no desenvolvimento da agricultura. Segundo FIGUEIREDO GARCIA M. et.al 2008, uma mudança fundamental deverá ocorrer nas práticas da irrigação nos próximos anos, em decorrência das pressões econômicas sobre os agricultores, da crescente competição pelo uso dos recursos e dos impactos ambientais da irrigação. Eles acham que tais fatores deverão motivar uma mudança de paradigma da irrigação, enfocando-se mais a eficiência econômica do que a demanda de água da cultura.

Considerando que na atualidade os custos de adubação nitrogenada, especificamente, nitrogênio (N), são cada vez mais variáveis e que a demanda no Brasil cresce a cada dia, é necessário que sejam respeitas as questões ambientais e de preservação dos solos como peça fundamental para uma agricultura sustentável.

O emprego das funções resposta à produção e receita líquida na análise dos resultados de experiências agrícolas é bastante difundido (FRIZZONE et al., 1995; BERTONHA et al., 1999; PEREIRA et al, 2003; SANCHEZ et al. 2004, FRIZZONE et al., 2005, MONTEIRO et.al. 2006, MONTEIRO et.al. 2007, PEIXOTO C. et.al. 2007, SANCHEZ et al. 2007, MARQUES SILVA et.al., 2008, CARVALHO et al. 2009). Em geral, o problema é encontrar a solução ótima para a combinação insumo-produto, que possa maximizar a produção e a receita líquida separadamente, sujeita às restrições de recursos pré-fixadas e a uma estrutura de custos e preços dada.

Neste artigo apresentamos um procedimento computacional que maximiza a produção e a receita líquida separadamente em função da água e do nitrogênio de uma cultura agrícola numa caixa bidimensional de restrições, baseado na metodologia barreira logarítmica (MBL). A MBL é o mais antigo método de pontos interiores, com prestígio radicalmente incrementado após a revolução que se seguiu ao

trabalho de KARMARKAR (1984). Ela é um processo de penalização. Nela, a não satisfação (ou o "risco de não satisfação") de uma restrição é sancionada com um acréscimo na função objetivo, de maneira que a função que define a restrição é eliminada como tal e substituída por um termo introduzido no objetivo, que tende a menos infinito quando o ponto se aproxima da fronteira do conjunto factível. As estratégias de penalização estão vivas na otimização contemporânea por sua simplicidade e capacidade de se enriquecer automaticamente com os progressos realizados na resolução de problemas mais simples (MARTINEZ J.M. & SANTOS S.A.1995).

A fim de avaliar o desempenho metodológico, é apresentada uma experiência numérica realizada com base nos dados apresentados por MARQUES SILVA et.al., 2008, para alface americana e por MONTEIRO et.al. 2007, para a cultura do meloeiro.

MATERIAL E MÉTODOS

Seja $y(w,n)$ a função resposta de uma determinada cultura (kg ha^{-1}) em relação à lâmina de água w (mm) e dose de nitrogênio n (kg ha^{-1}), em geral uma função não-linear, e w_l, w_u, n_l, n_u limitantes inferiores e superiores de w e n, respectivamente, sendo $w_l \geq 0$, $n_l \geq 0$, $w_u > w_l$, $n_u > n_l$. Neste trabalho, o primeiro problema a considerar é: Maximizar $y(w,n)$; sujeito a $w_l \leq w \leq w_u$, $n_l \leq n \leq n_u$. O problema se caracteriza como sendo um problema de programação não-linear (PPNL) na caixa bidimensional de limitações $[w_l, w_u]x[n_l, n_u]$ (BERTSEKAS, D.P., 2004, MARTINEZ J.M. & SANTOS S.A.1995). Outro problema interessante de estudar na otimização agrícola com limitações hídricas e de adubação nitrogenada é a maximização da receita agrícola líquida obtida do plantio de uma determinada cultura. Considerando que o beneficio é proporcional ao preço vezes a produtividade, procura-se então: Maximizar $RLQ(w,n) = p_c y(w,n) - c_w w - c_n n$; sujeito a $w_l \leq w \leq w_u$, $n_l \leq n \leq n_u$; em que p_c representa o preço da cultura (R\$ kg^{-1}), c_w o custo de água (R\$ mm^{-1} ha^{-1}), c_n o custo do nitrogênio (R\$ kg^{-1}) e $RL(w,n)$ a receita líquida obtida do plantio (R\$ ha^{-1}). Em adiante, $y(w,n) = aw^2 + bwn + cn^2 + dw + en + f$, sendo $a, b, c, d, e, f \in R$ e $a, c < 0$.

Conceitualmente o procedimento implantado funciona da seguinte maneira: fixado um parâmetro $\mu > 0$ e incorporando as restrições que definem a caixa bidimensional na função objetivo através de uma função "barreira logarítmica", resolve-se o PPNL irrestrito:

$$\text{Maximizar } \phi_\mu(w,n) \ (\psi_\mu(w,n)) \tag{1}$$

Em que: $\phi_\mu(w,n) = y(w,n) + \mu B(w,n)$ para o problema de maximização da produção e $\psi_\mu(w,n) = RLQ(w,n) + \mu B(w,n)$, quando procuramos determinar a máxima receita líquida. Em ambos os casos, $B(w,n) = \log(w_u - w) + \log(w - w_l) + \log(n_u - n) + \log(n - n_l)$. Em seguida faz-se um decréscimo de μ e o processo é repetido até que um critério de parada seja satisfeito.

Para cada $\mu > 0$, o máximo de $\phi_\mu(w,n)$ (ou $\psi_\mu(w,n)$) é alcançado em um ponto interior e quando μ tende a zero este se move até um ponto próximo da solução ótima do problema (1). Mais ainda, o conjunto $T_c = \{(w,n) = (w(\mu), n(\mu): (w,n) resolve\ (1)\}$ define uma curva suave denominada trajetória central associada à produção da cultura para o caso de $\phi_\mu(w,n)$ e trajetória central associada à receita líquida para $\psi_\mu(w,n)$ (Ver CARVALHO et al.2009).

Para pesquisar o desempenho do procedimento implantado, foram selecionadas as culturas alface americana (MARQUES SILVA et.al. 2008) (equação 2) e meloeiro (MONTEIRO et.al. 2007) (equação 3).

$$y(w,n) = -12.490 + 388{,}1w - 6{,}02n - 1{,}042w^2 - 0{,}04563n^2 + 0{,}1564wn \quad (2)$$

Na qual $y(w,n)$ = produtividade da alface em kg.ha^{-1}; $r^2 = 0,8311$

w = Lâmina de água, em mm;

n = Dose de nitrogênio, em kg.ha^{-1}

Caixa: [0, 250]X[100, 240].

$$y(w,n) = 34{,}16737n + 70{,}77509w - 0{,}05781w^2 - 0{,}07612n^2 \quad (3)$$

Em que $y(w,n)$ = produtividade de melão em kg.ha^{-1}; $r^2 = 0,9962$.

w = Lâmina de água, em mm;

n = Dose de nitrogênio, em; kg.ha^{-1}

Caixa: [0, 700]X[0, 350].

O preço adotado para alface americana foi de R$ 0,80 kg^{-1}. O custo para água de R$ 0,44 $mm.ha^{-1}$ e para nitrogênio R$2,09 kg^{-1}. Já para o melão foi calculado um preço de R$ 0,40 kg^{-1} e de R$ 0, 134 $mm.ha^{-1}$ para água. Na época o preço do nitrogênio foi de R$ 2,33 kg^{-1}.

O coeficiente de determinação (r^2) constitui uma unidade descritiva da qualidade do ajustamento obtido, indicando a proporção de variação de $y(w,n)$ (variável dependente) que é explicada pela regressão. No caso da alface americana, indica que 83,11% da variação do rendimento em função dos níveis de água e nitrogênio podem ser explicadas pela equação (4). Analogamente para a cultura do melão (eq. 5) foi obtido 99,62%.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para a cultura alface americana o valor da produtividade máxima após a implantação do procedimento, foi de 26.939,07 $kg.ha^{-1}$, com 204,99 mm/ha de água e 249,99 $kg.ha^{-1}$ de nitrogênio (ver Figura 1). O mesmo procedimento para a maximização da receita líquida permitiu obter um ganho bruto de R$ 20.893,56 por hectare com 204,72 $mm.ha^{-1}$ de água e 249,99 $kg.ha^{-1}$ de nitrogênio (ver Figura 2). Estes resultados são compatíveis com os obtidos em MARQUES SILVA et.al. 2008, onde foi registrada uma produtividade de 26.959,93 $kg.ha^{-1}$ com 205,26 mm de água e 257,14 $kg.ha^{-1}$ de nitrogênio. Já em relação ao menor valor médio da produção comercial foram obtidos 16.407,03 $kg.ha^{-1}$, com 99,99 $mm.ha^{-1}$ de água e 105,41 $kg.ha^{-1}$ de nitrogênio. Em MARQUES SILVA et.al. 2008, obteve-se uma resposta de 13.814,25 $kg.ha^{-1}$ com a menor lâmina de água (91,99 $mm.ha^{-}1$).

Na Figura 1 pode-se observar um pequeno esboço da trajetória central gerada pelos pontos do plano próximos dos pontos $(w(\mu), n(\mu))$ que resolvem aproximadamente (1) para cada $\mu > 0$ fixo no caso das

curvas de isoprodutos de $y(w, n)$; como também os pontos do espaço próximos dos pontos da trajetória central $(w(\mu), n(\mu), p(w(\mu), n(\mu))$(para cada $\mu > 0$ fixo), no caso do gráfico da função $y(w, n)$.

Note que a seqüência de pontos gerada pelo MBL para determinar a máxima produtividade da alface americana, converge à solução ótima $(w^*, n^* \cdot, y(w^*, n^*)) = (204{,}99;\ 249{,}99;\ 26.939{,}07)$ (Figura 1). No caso da maximização da receita líquida, a seqüência converge ao ponto $(w^*; n^*;\ RLQ(w^*, n^*) = (204{,}72; 249{,}99; 20.893{,}56)$ (Figura 2).

Figura 1. Curvas de contorno da função $y(w, n)$, pontos do espaço no gráfico da função objetivo $y(w, n)$ e trajetória central associada à produtividade da alface americana com restrições de água e nitrogênio.

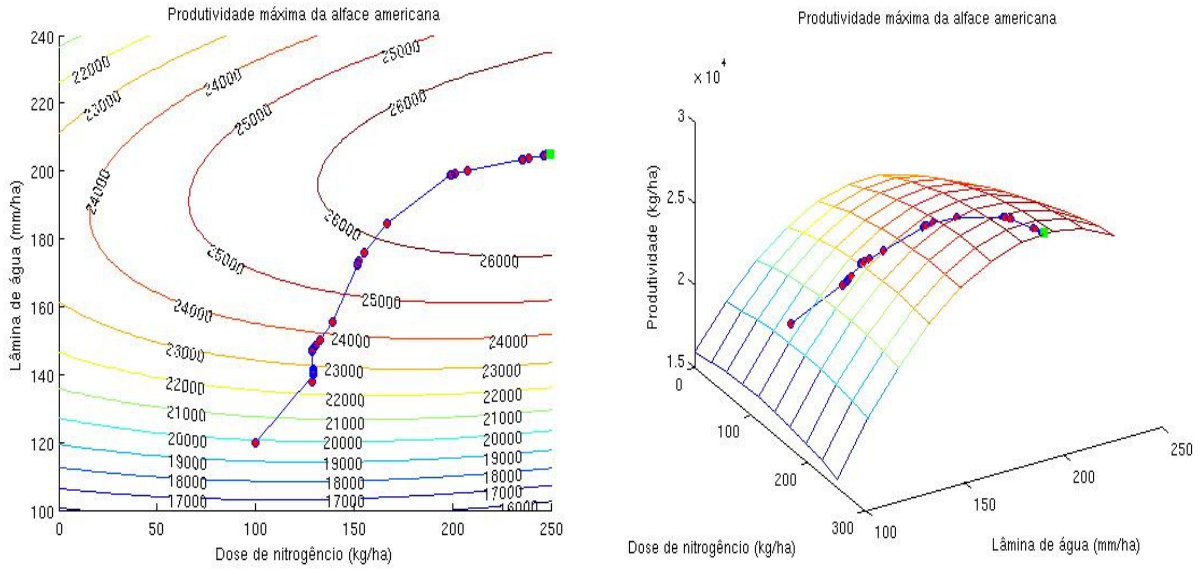
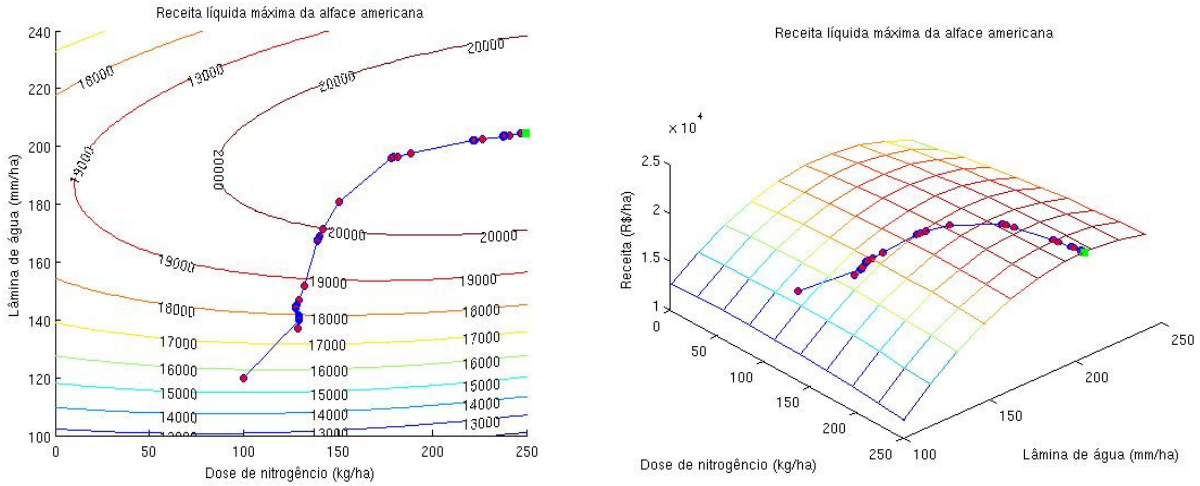


Figura 2. Curvas de contorno da função $RLQ(w, n)$, pontos do espaço no gráfico da função objetivo $RLQ(w, n)$ e trajetória central associada à receita líquida da alface americana com restrições de água e nitrogênio.



Em relação à cultura do meloeiro e usando-se o MBL, obteve se uma produção máxima de 25.496 kg.ha^{-1} com 612,3 mm.ha^{-1} de água e 224,3 kg.ha^{-1} de nitrogênio respectivamente (Figura 3). O mesmo procedimento para a maximização da receita líquida permitiu obter um ganho bruto de R$ 9.638 ha^{-1} com 609,23 mm.ha^{-1} de água e 186, 1690 kg.ha^{-1} de nitrogênio (Figura 4). Pode-se observar através das

Figuras 3 e 4, que as trajetórias centrais associadas à produtividade e a receita líquida dirigem-se aos pontos $(612; 224{,}3; 25.496)$ e $(609{,}23;\ 186{,}1690;\ 9.638)$ respectivamente.

Figura 3. Curvas de contorno da função $y(w,n)$, pontos do espaço no gráfico da função objetivo $y(w,n)$ e trajetória central associada à produtividade do meloeiro com restrições de água e nitrogênio.

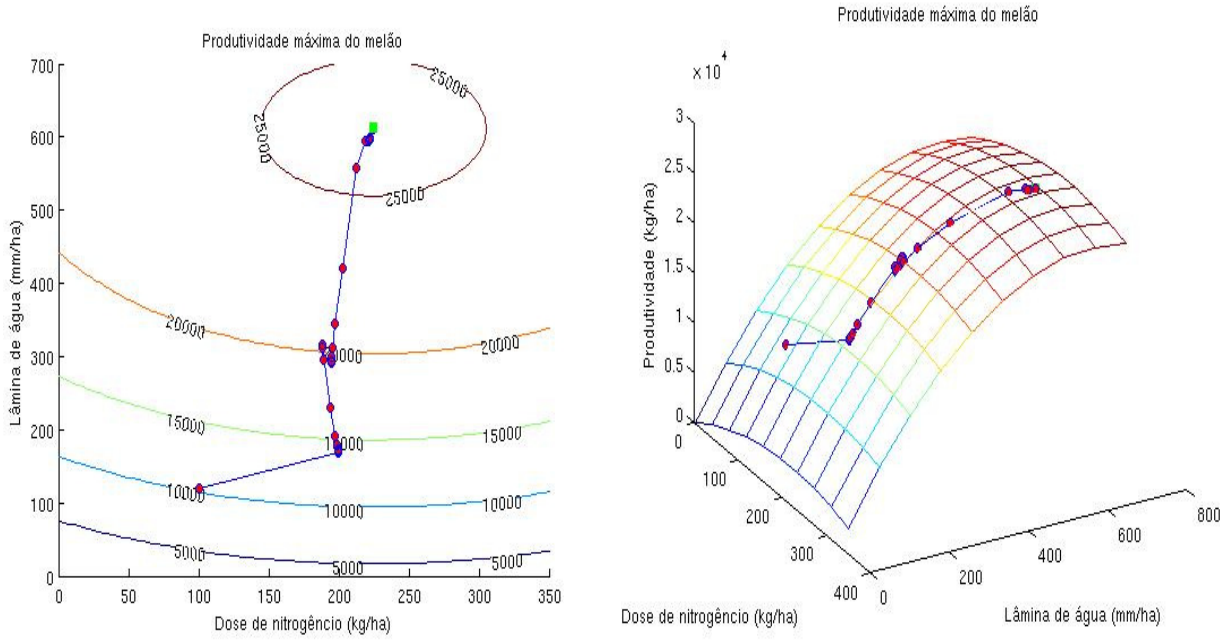
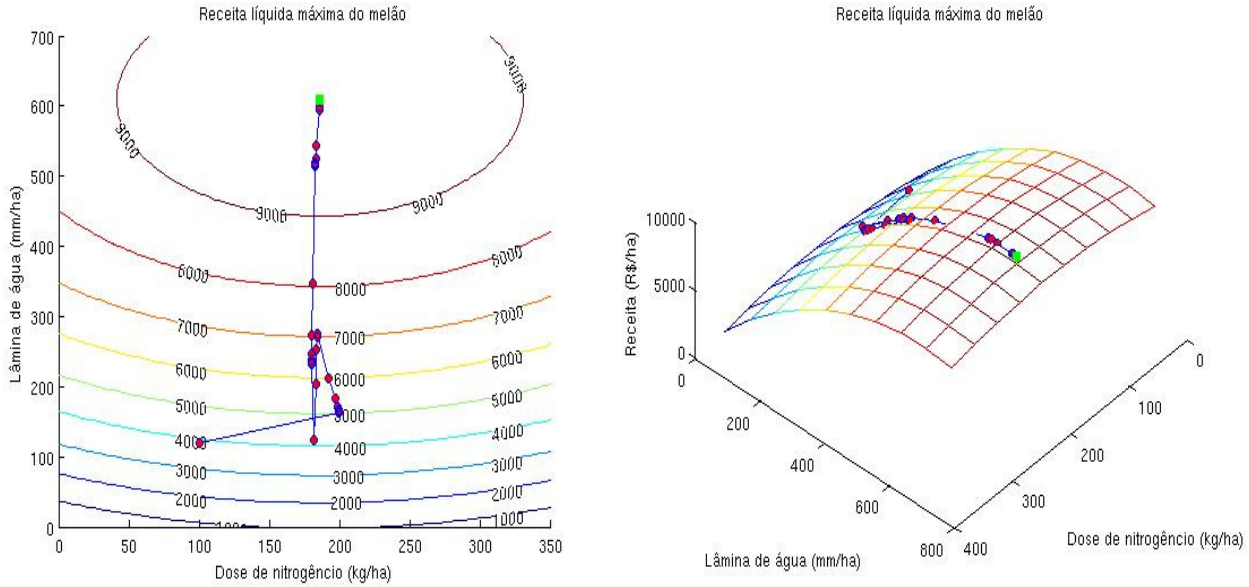


Figura 4. Curvas de contorno da função $RLQ(w,n)$, pontos do espaço no gráfico da função objetivo $RLQ(w,n)$ e trajetória central associada à receita líquida do meloeiro com restrições de água e nitrogênio.



A vantagem de utilizar uma metodologia que segue iterativamente a trajetória central é que ela permite visualizar a convergência à solução ótima da produtividade ou receita, quando μ decresce até uma tolerância predeterminada. Mais ainda, a cada iteração é dada ciência do progresso das soluções aproximadas geradas, e da região onde se encontram valores ótimos dos problemas de produção e receita

líquida. Além disso, o parâmetro de penalidade μ permite conhecer (para um número pequeno de iterações) a partir de que valor não é possível melhorar o valor da função objetivo. Isso faz com que se possa aplicar o procedimento implantado parcialmente, alcançando assim um bom desempenho computacional.

Em MONTEIRO et.al. 2007, foi registrada uma produtividade de 25.384,3 kg.ha^{-1} com 609,2 mm.ha^{-1} de água e 186,2 3 kg.ha^{-1} de nitrogênio. Tendo em vista o custo de produção da cultura (R$ 5.400), os custos fixos (R$ 885) e os custos com água e nitrogênio, que para a maximização da receita líquida seriam de R$ 515,48, a receita líquida máxima seria de R$ 3.353,24 por hectare.

CONCLUSÕES

Com base nos resultados obtidos na maximização separada da produtividade e da receita líquida com limitações de insumos (água e nitrogênio), conclui-se que:

1. Com a aplicação de 204,99 mm.ha^{-1} de água e de 249,99 kg.ha^{-1} de nitrogênio, alcançamos uma produtividade de 26.939,07 kg.ha^{-1} para a cultura alface americana. Em MARQUES SILVA et al. 2008 foi registrada uma produtividade de 26.959,93 kg.ha^{-1} com 205,26 mm de água e 257,14 kg.ha^{-1} de nitrogênio.

2. Para o meloeiro; usando 612,3 mm.ha^{-1} de água e 224,3 kg.ha^{-1} de nitrogênio obtivemos uma produtividade de 25.496 kg.ha$^{-1.}$ Em MONTEIRO et.al. 2007, foi registrada uma produtividade de 25.384,3 kg.ha^{-1} com 609,2 mm.ha^{-1} de água e 186,2 3 kg.ha^{-1} de nitrogênio.

3. A maximização da receita líquida permitiu obter um ganho bruto de R$ 20.893,56 ha^{-1} com 204,72 mm.ha^{-1} de água e 249,99 kg.ha^{-1} de nitrogênio para alface americana e de R$ 9.638 ha^{-1} com 609,23 mm.ha^{-1} de água e 186, 1690 kg.ha^{-1} de nitrogênio para o meloeiro. Nesse caso não consideramos custos de produção e custos fixos como foi considerado em MONTEIRO et.al. 2007.

4. Em relação ao menor valor médio da produção comercial da alface americana foram obtidos 16.407,03 kg.ha^{-1}, com 99,99 mm.ha^{-1}de água e 105,41 kg.ha^{-1} de nitrogênio. Em MARQUES SILVA et.al. 2008, obteve-se uma resposta de 13.814,25 kg.ha^{-1} com a menor lâmina de água (91,99 mm.ha^{-1}).

5. Finalmente, achamos que o procedimento apresentado representa uma alternativa numericamente confiável para a resolução dos problemas tratados.

REFERÊRENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BERTONHA, A.; FRIZZONE J.A.; MARTINS, E.N. Irrigação e adubação nitrogenada na produção de laranja-pêra. Acta Scientiarun, Maringá, v.1,n.3,p. 537-542, 1999.

BERTSEKAS, D.P. Nonlinear programming. Ed. Athena Scientific, 780 p., 2004.

CARVALHO, D.F.; SANCHEZ DELGADO, A.R.; OLIVEIRA, R.F.; SILVA, W.A.; FORTE, V.L. Maximização da produção e da receita agrícola com limitações de água e nitrogênio utilizando método de pontos interiores. Engenharia Agrícola, Jaboticabal, v.29, n.2,p.321-327,2009.

De FIGUEIREDO GARCIA, M.; FRIZZONE, J.A.; PITELLI, M.M.; REZENDE R. Lâmina ótima de irrigação do feijoeiro, com restrição de água, em função do nível de aversão ao risco do produtor. Acta Sci. Agron.; Maringá, v.30,n.1,p. 81-87, 2008.

FRIZZONE, J.A.; ANDRADE JUNIOR, A.S. de; SOUZA, J.L.M. de ZOCOLER, J.L. Planejamento da irrigação. Análise de decisão de investimento. 1. Ed. Brasília: Embrapa Informação Tecnológica, 627 p., 2005.

FRIZZONE, J.A.; TEODORO, R.E.F.; PEREIRA A.S.; BOTREL, T.A. Lâmina de água e doses de nitrogênio na produção de aveia (*Avena sativa L*) para forragem. Sci.Agric. Piracicaba, v. 52, n.3, p. 578-586, 1995.

KARMARKAR, N. A new polynomial-time algorithm for linear programming. Combinatorica, Berlin, v.4, n.2, p.373-395, 1984.

MARQUES SILVA, P.A.; PEREIRA MAGELA, G.; REIS, R.; LIMA, L.A.; TAVEIRA J.H. Função de resposta da alface americana aos níveis de água e adubação nitrogenada. Ciênc. Agrotec. , Lavras, v. 32, n.4, p.1266-1271, 2008.

MARTINEZ, J.M.; SANTOS S.A. Métodos computacionais de otimização. 20^0 Colóquio Brasileiro de Matemática. Ed. IMPA, p. 256, 1995.

MONTEIRO, R.O.C.; COLARES, D.S.; COSTA T. R.N.; LEÃO, M.C.S.; de AGUIAR, J.V. Função de resposta do meloeiro a diferentes lâminas de irrigação e doses de nitrogênio. Hortic. Bras. V. 24, n. 4. p.455-459, 2006.

MONTEIRO, R.O.C.; NONATO TÁVORA R.; LEÃO SARAIVA C.; de AGUIAR VANGLÉSIO J. Aspectos econômicos da produção de melão submetido a diferentes lâminas de irrigação e doses de nitrogênio. Irriga, Botucatu, v.12, n.3, p.364-376, 2007.

PEIXOTO de CASTRO R.; NONATO TÁVORA, R.; DA SILVA CLEMENTE A.L.; GOMES FILHO, R. Modelos de decisão para otimização econômica do uso da água em áreas irrigadas da fazenda experimental Vale do Curu, Pentecoste-CE, Irriga, Botucatu, v.12, n.3, p.377-392, 2007.

PEREIRA, O.C.N.; BERTONHA, A.; FREITAS, P.S.L. de; GONÇALVES, A.C.A.; REZENDE, R.; SILVA, F.A. da. Produção de alface em função de água e nitrogênio. Acta Scientiarum Agronomy, Maringá, v. 25,n.2,p. 381-387, 2003.

SANCHEZ DELGADO, A.R.; SANTOS, R.N.F. Calibração de objetivos na otimização do uso da água. Rev. Univ. Rural, Sér. Ci. Exatas e da Terra. Seropédica, RJ, EDUR, V.23, n.1-2, Jan-Dez, 2004, p. 44-53.

SANCHEZ DELGADO, A.R.; PARGA, P.C.R.; CARVALHO D.F.; DO FORTE; V. O problema inverso de otimização na produção agrícola com restrições hídricas. Rev. Univ. Rural, Sér. Ci. Exatas e da Terra. Seropédica, RJ, EDUR, V.26, n.1-2, p. 01-11, 2007.