Roteamento ótimo das linhas de ônibus internas do campus UFRJ-Fundão

Beatriz Malajovich[1]
UNIRIO - Depto de Matemática e Estatística
Rio de Janeiro, RJ
E-mail: [1]malajovich@gmail.com

Claudio Santos de Souza[2]
UERJ - Depto de Matemática
Rio de Janeiro, RJ
E-mail: [2]clsantossouza@gmail.com

Uéverton dos Santos Souza[3]
UFRJ/IM - Programa de Pós-Graduação em Infomática
Rio de Janeiro, RJ
E-mail: [3]uevertonssouza@yahoo.com.br

Paulo Oswaldo Boaventura-Netto[4]**, Samuel Jurkiewicz**[5]
UFRJ/COPPE - Programa de Engenharia de Produção
Rio de Janeiro, RJ
E-mail: [4]boaventu@pep.ufrj.br, [5]jurki@pep.ufrj.br

RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo do sistema viário do campus UFRJ/Fundão através de grafos. Os arcos do digrafo obtido são ponderados por uma função discreta, cujos valores estão associados aos intervalos de tempo entre duas paradas de ônibus. A pesquisa teve como objetivo encontrar um par de linhas de ônibus satisfazendo algumas propriedades, tal que o tempo dos percursos fechados associados fossem minimizados. Uma análise do custo-benefício foi feito, onde os valores obtidos foram comparados com os da solução atual.

Palavras-chave: Grafo orientado. Percursos fechados. Transporte urbano. Teoria e Algoritmos em Grafos.

ABSTRACT

This work presents a graph-theoretical model of the roadway system in the UFRJ/Fundão campus. The arcs of the obtained digraph are valued by a discrete function whose values are associated to the time intervals between two bus stops. The research aimed to find a pair of bus lines satisfying some properties such that the time of the closed path were minimum. A cost-benefit analysis was done, where the obtained costs were compared with those of the current solution.

Keywords: Digraph. Closed paths. Urban transportation. Theory and Algorithms on Graphs.

1 Introdução

A cidade universitária da UFRJ localiza-se na Ilha do Fundão, uma ilha de aproximadamente $5,24$ km^2, onde estão instalados diversos centros e departamentos da Universidade, além dos centros de pesquisa da Petrobras, da Eletrobras, da Companhia de Pesquisas em Recursos Minerais, um alojamento estudantil e uma vila residencial. Neste campus circulam cerca de 60 mil pessoas por dia, entre moradores, trabalhadores e estudantes. Dadas as distâncias envolvidas e a necessidade de locomoção dos estudantes e funcionários em geral, a Prefeitura Universitária disponibiliza ônibus gratuitos para circulação na ilha.

Atualmente o funcionamento deste transporte apresenta os seguintes problemas:

i. Percursos desnecessariamente demorados, visto que os itinerários envolvem toda a ilha;
ii. Percursos inutilmente longos, dependendo do horário os ônibus circulam por áreas sem movimento, de modo que percorrem muitos trechos sem passageiros;
iii. O tempo de espera é longo, pois no dia-a-dia os ônibus podem demorar mais de dez minutos;
iv. Risco de passageiros pegarem ônibus com destino incorreto. Isso acontece pois as duas linhas internas que circulam atualmente compartilham alguns pontos, porém com destinos distintos. Por exemplo, no ponto CCMN, o passageiro tanto pode pegar um ônibus vindo do CENPES com destino à Reitoria, quanto pegar outro vindo do Instituto de Letras com destino ao Hospital Universitário, oposto ao primeiro.

Observa-se que o pagamento efetuado pela Prefeitura Universitária à empresa de transporte contratada depende da quilometragem percorrida pelos ônibus no mês, sendo pago um valor de c vezes a quilometragem total.

Desta forma, este trabalho propõe encontrar um roteiro para os ônibus internos que solucione os problemas existentes, minimize a quilometragem percorrida pelos ônibus e, se possível, que atenda um número maior de regiões na ilha.

2 Levantamento de dados

Em um período de aproximadamente um mês, em diversos horários, durante os turnos matutino e vespertino, foi feita uma coleta de dados sobre os trechos percorridos pelos ônibus internos. O tempo gasto entre pontos consecutivos foi cronometrado; o volume de pessoas, a lotação dos ônibus e a qualidade das vias também foram analisados. O dado relevante utilizado para ponderar as arestas do digrafo que modela a circulação rodoviária pelo campus foi o tempo médio gasto entre dois pontos consecutivos, sendo observado o tempo médio gasto entre o instante em que um ônibus chegava em um ponto e o momento em que ele chegava ao ponto seguinte. Dessa forma são levados em consideração na variação:

i. A quantidade média de passageiros a embarcar e desembarcar no ponto de origem.
ii. O estado físico da via.
iii. A distância efetiva entre dois pontos.
iv. E o fluxo médio de veículos.

A coleta dos dados indicou a conveniência de uma proposta com duas rotas, uma para o norte da ilha e outra para o sul, a partir de um ponto central, de modo a evitar a confusão dos usuários quanto aos trajetos dos ônibus. Essa proposta foi modelada utilizando digrafos ponderados.

3 Modelagem do problema através de grafos

Neste trabalho, foi estabelecido um digrafo D, a partir do mapa da cidade universitária e linhas de ônibus circulantes. Os vértices de D correspondem a pontos de ônibus regulares do campus, ou a localidades onde a grande circulação de pessoas torna necessária a criação de pontos.

Os arcos, por sua vez, estão associados a caminhos diretos existentes entre esses pontos ou localidades. A orientação destes arcos segue o sentido usual das vias.

A Tabela 1 relaciona valores a determinados intervalos de tempo, sendo o peso de cada arco a=(u, v) do digrafo D, o valor do intervalo associado ao tempo médio gasto entre u e v. A escolha de 10 segundos para cada intervalo de tempo pode ser justificada: como o contexto no qual o modelo é aplicado – o campus da UFRJ – é pequeno em comparação, por exemplo, à área de uma cidade, e a quantidade de pontos dispersos sobre a região é grande, decorre que o tempo médio de deslocamento entre pontos vizinhos é curto. É importante assim que consideremos um intervalo de tempo capaz de distinguir o tempo de deslocamento gasto entre pares distintos de pontos vizinhos. É necessário ainda que se possa captar variações de tempo gasto em um mesmo par de pontos vizinhos ao longo do dia, de modo que a média de tempo para esse par seja representativa.

A modelagem determina o digrafo D assim ponderado, com 31 vértices e 46 arestas, representado na Figura 1.

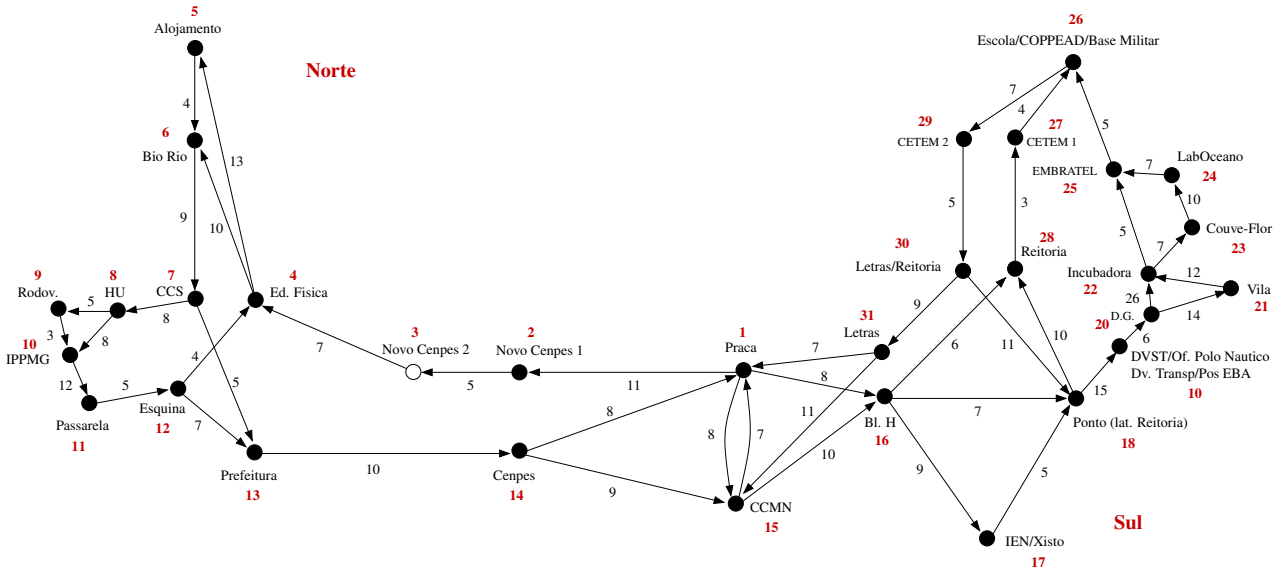

Figura 1. Digrafo ponderado.

4 Geração de percursos fechados com restrições

Estabelecido o digrafo D, foi selecionado um vértice estrategicamente posicionado próximo ao centro da ilha, o qual foi considerado como ponto central. A partir desse ponto, D foi dividido em dois subdigrafos, D_1 e D_2, em correspondência a duas regiões do campus (Norte e Sul), onde cada subdigrafo contém o ponto central e um número similar de vértices (15 vértices em D_1, 18 em D_2, sendo dois deles comuns a ambos). A divisão proposta encontra-se nas Figuras 2 e 3.

Peso	Intervalo (min:seg)			Peso	Intervalo (min:seg)		
3	00:20	↔	00:29	**11**	01:40	↔	01:49
4	00:30	↔	00:39	**12**	01:50	↔	01:59
5	00:40	↔	00:49	**13**	02:00	↔	02:09
6	00:50	↔	00:59	**14**	02:10	↔	02:19
7	01:00	↔	01:09	**15**	02:20	↔	02:29
8	01:10	↔	01:19	**16**	02:30	↔	02:39
9	01:20	↔	01:29	**17**	02:40	↔	02:49
10	01:30	↔	01:39	**18**	02:50	↔	02:59

Tabela 1. Escala utilizada para ponderar as arestas de D.

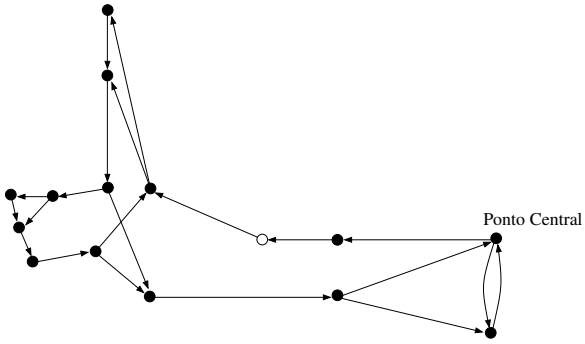

Figura 2. D_1, região Norte.

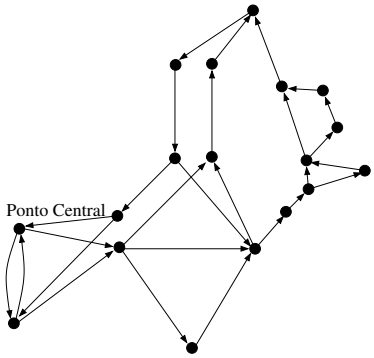

Figura 3. D_2, região Sul.

4.1 Formalização do problema

Dado o digrafo D, de vértice central v, tal que D é união de dois subdigrafos D_1 e D_2, onde $v \in D_1 \cap D_2$. Considerando $V(G)$ o conjunto dos vértices de G, Q_1 e Q_2 respectivamente a família dos percursos fechados de D_1 e D_2 e $\tau(P_k)$ o peso do percurso P_k, deseja-se encontrar um percurso $P_i \in Q_1$ e um percurso $P_j \in Q_2$ satisfazendo as seguintes propriedades:

1. $V(P_i) = V(D_1)$ e $V(P_j) = V(D_2)$,
2. $|\tau(P_i) - \tau(P_j)| \leq x$,
3. $\tau(P_i) + \tau(P_j)$ deve ser o menor possível,

A propriedade 1 estabelece que todos os vértices de D_1 e de D_2 devem ser visitados, respectivamente por P_i e P_j. A propriedade 2, por sua vez, garante que o tempo de baldeação de um passageiro no Ponto Central seja menor que um valor fixado pela variável x.

É importante ressaltar que o uso de percursos fechados torna-se necessário, pois ciclos hamiltonianos não estão contidos em qualquer grafo [Bondy (1976)], além de nem sempre serem os percursos que apresentam o menor peso [Boaventura-Netto (2006)]. A estratégia adotada está descrita nos passos a seguir.

Passo 1: Encontrar todos os pares $(Pi, P_j) \in (Q_1 \times Q_2)$, tal que $V(P_i) = V(D_1), V(P_j) = V(D_2)$ e P_i e P_j não possuam repetições de ciclos desnecessárias.

Passo 2: Encontrar os pares (P_i, P_j) obtidos no Passo 1, tal que $|\tau(P_i) - \tau(P_j)| \leq x$.

Passo 3: Dentre os pares (P_i, P_j) obtidos no Passo 2, encontrar a dupla de percursos que minimize $\tau(P_i) + \tau(P_j)$.

5 Aplicação do método ao digrafo D

Neste ponto, será aplicado o método de geração de percursos fechados com restrição no digrafo D.

Passo 1. Esse passo se divide nas seguintes etapas:

a. Obtenção dos percursos fechados no subdigrafo D_1:

P_i	Percurso	Peso
1	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,1	115
2	1,2,3,4,6,7,8,9,10,11,12,4,5,6,7,13,14,15,1	136
3	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,4,5,6,7,13,14,15,1	143

Tabela 2. Percursos de D_1.

b. Obtenção dos percursos fechados no subdigrafo D_2:

P_j	Percurso	Peso
4	1,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,29,30,31,15,1	137
5	1,16,27,26,25,28,29,18,19,20,21,22,23,24,25,26,29,30,31,15,1	158
6	1,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,29,30,31,15,1	145

Tabela 3. Percursos de D_2.

Observação: Para simplificação, foram citados apenas alguns dos percursos existentes.

Passo 2. Encontrar os pares (P_i, P_j), tais que a diferença entre os pesos desses percursos seja menor ou igual a x. Façamos $x = 18$, valor correspondente a 3 minutos na tabela 1.

Pelo Passo 1, as seguintes rotas candidatas foram obtidas:

Subdigrafo D_1		Subdigrafo D_2	
Percurso 1	Peso 115	Percurso 4	Peso 137
Percurso 2	Peso 136	Percurso 5	Peso 158
Percurso 3	Peso 143	Percurso 6	Peso 145

Tabela 4. Percursos obtidos no Passo 1.

Combinações possíveis (P_i, P_j) para todo $P_i \in D_1$ e para todo $P_j \in D_2$:

$$
\begin{array}{lcrcrcr}
(P_1, P_4) & = & |\tau(P_1) - \tau(P_4)| & = & |115 - 137| & = & 22, \\
(P_1, P_5) & = & |\tau(P_1) - \tau(P_5)| & = & |115 - 158| & = & 43, \\
(P_1, P_6) & = & |\tau(P_1) - \tau(P_6)| & = & |115 - 145| & = & 30, \\
(P_2, P_4) & = & |\tau(P_2) - \tau(P_4)| & = & |136 - 137| & = & 1, \\
(P_2, P_5) & = & |\tau(P_2) - \tau(P_5)| & = & |136 - 158| & = & 22, \\
(P_2, P_6) & = & |\tau(P_2) - \tau(P_6)| & = & |136 - 145| & = & 9, \\
(P_3, P_4) & = & |\tau(P_3) - \tau(P_4)| & = & |143 - 137| & = & 6, \\
(P_3, P_5) & = & |\tau(P_3) - \tau(P_5)| & = & |143 - 158| & = & 15 \\
(P_3, P_6) & = & |\tau(P_3) - \tau(P_6)| & = & |143 - 145| & = & 2.
\end{array}
$$

k	Itinerários	Peso P_i, Peso P_j	$a_k = \tau(P_i) + \tau(P_j)$
1	(P_2, P_4)	$136, 137$	273
2	(P_2, P_6)	$136, 145$	281
3	(P_3, P_4)	$143, 137$	280
4	(P_3, P_5)	$143, 158$	301
5	(P_3, P_6)	$143, 145$	288

Tabela 5. Percursos selecionados no Passo 2.

Como $x = 18$, aplicando a restrição $|\tau(P_i) - \tau(P_j)| \leq x$, foi obtido as seguintes rotas candidatas:

Passo 3. A partir do quadro obtido no Passo 2, é feita uma busca pelo par (P_i, P_j) de peso mínimo, obtendo assim os percursos ideais de D_1 e D_2:

$$\min_{1 \leq k \leq 5} (a_k) = \tau(P_2) + \tau(P_4) = 273.$$

Logo, concluimos que os percursos fechados 2 e 4 são os itinerários ideais para a solução do problema, atendendo a todos os vértices de D e estabelecendo a melhor relação custo-benefício possível.

6 Algoritmo

O algoritmo utilizado para o processamento do modelo foi o seguinte:

Passo 1

```
Entre com o valor de x;
Para cada subdigrafo i faça
  Enumere todos os ciclos de D_i
  Combine os ciclos formando percursos fechados
  Armazene em P_i[] os percursos que cobrem todo D_i
Fim-para
```

Passo 2

```
n := tamanho(P_1[]), m := tamanho(P_2[])
i := 1
 Para k := 1 até n faça
   Para j := 1 até m faça
     Se |P_1[k].peso − P_2[j].peso| <= x, então
       α[i].norte := P_1[k]
       α[i].sul := P_2[j]
       α[i].peso := P_1[k].peso + P_2[j].peso
       i := i + 1
     Fim-se
   Fim-para
 Fim-para
```

Passo 3

```
menor:= indice do elemento em α[] de menor peso.
Saída:α[menor]
```

A utilização deste algoritmo foi possível dadas as dimensões dos digrafos D_1 e D_2. Para aplicação deste algoritmo em um grafo qualquer, métodos mais elaborados, exatos ou heurísticos poderão ser necessários em função da ordem e do tamanho do grafo.

Mais informações sobre o método de enumeração de ciclos e busca em grafos podem ser encontradas em [Méxas (1982)] e [Szwarcfiter (1986)].

7 Resultados econômicos

Atualmente os ônibus internos percorrem aproximadamente 79.300 km mensais, sendo que a linha mais longa tem uma quilometragem total de $19,1$ km. Conforme pode ser analisado pela Tabela 7, os percursos Norte e Sul que foram obtidos, possuem juntos quilometragem inferior ao do percurso atual mais longo.

Um estudo econômico foi feito, considerando que a prefeitura universitária possui dez carros para a utilização no transporte interno do campus. Em face a essa restrição, para cada percurso foram disponibilizados três ônibus circulando das 6:00 às 18:00 hs, organizados conforme o quadro de horários da Tabela 6, possibilitando um tempo máximo de espera de 10 minutos. Cada um desses ônibus aguarda de 8 a 9 minutos no ponto central antes da sua saída. Nos horários de maior fluxo, foram incluídos mais dois ônibus circulando em cada percurso. No período de 18:00 às 0:30, devido a diminuição do fluxo, foi estipulado apenas um ônibus para cada percurso, saindo do ponto central a cada 30 minutos. Durante a madrugada, foi adotado um roteiro especial que circula somente nas regiões residenciais a cada hora. Os dados e valores relativos aos percursos, nos dias úteis, estão discriminados na Tabela 7.

	Norte–Ônibus 1		Norte–Ônibus 2		Norte–Ônibus 3		Sul–Ônibus 1		Sul–Ônibus 2		Sul–Ônibus 3	
	Saída	**Chegada**	**Saída**	**Chegada**	**Saída**	**Chegada**	**Saída**	**Chegada**	**Saída**	**Chegada**	**Saída**	**Chegada**
1	6:05	6:26	6:15	6:36	6:25	6:46	6:00	6:22	6:10	6:32	6:20	6:42
2	6:35	6:56	6:45	7:06	6:55	7:16	6:30	6:52	6:40	7:02	6:50	7:12
3	7:05	7:26	7:15	7:36	7:25	7:46	7:00	7:22	7:10	7:32	7:20	7:42
4	7:35	7:56	7:45	8:06	7:55	8:16	7:30	7:52	7:40	8:02	7:50	8:12
5	8:05	8:26	8:15	8:36	8:25	8:46	8:00	8:22	8:10	8:32	8:20	8:42
6	8:35	8:56	8:45	9:06	8:55	9:16	8:30	8:52	8:40	9:02	8:50	9:12
7	9:05	9:26	9:15	9:36	9:25	9:46	9:00	9:22	9:10	9:32	9:20	9:42
8	9:35	9:56	9:45	10:06	9:55	10:16	9:30	9:52	9:40	10:02	9:50	10:12
9	10:05	10:26	10:15	10:36	10:25	10:46	10:00	10:22	10:10	10:32	10:20	10:42
10	10:35	10:56	10:45	11:06	10:55	11:16	10:30	10:52	10:40	11:02	10:50	11:12
11	11:05	11:26	11:15	11:36	11:25	11:46	11:00	11:22	11:10	11:32	11:20	11:42
12	11:35	11:56	11:45	12:06	11:55	12:16	11:30	11:52	11:40	12:02	11:50	12:12
13	12:05	12:26	12:15	12:36	12:25	12:46	12:00	12:22	12:10	12:32	12:20	12:42
14	12:35	12:56	12:45	13:06	12:55	13:16	12:30	12:52	12:40	13:02	12:50	13:12
15	13:05	13:26	13:15	13:36	13:25	13:46	13:00	13:22	13:10	13:32	13:20	13:42
16	13:35	13:56	13:45	14:06	13:55	14:16	13:30	13:52	13:40	14:02	13:50	14:12
17	14:05	14:26	14:15	14:36	14:25	14:46	14:00	14:22	14:10	14:32	14:20	14:42
18	14:35	14:56	14:45	15:06	14:55	15:16	14:30	14:52	14:40	15:02	14:50	15:12
19	15:05	15:26	15:15	15:36	15:25	15:46	15:00	15:22	15:10	15:32	15:20	15:42
20	15:35	15:56	15:45	16:06	15:55	16:16	15:30	15:52	15:40	16:02	15:50	16:12
21	16:05	16:26	16:15	16:36	16:25	16:46	16:00	16:22	16:10	16:32	16:20	16:42
22	16:35	16:56	16:45	17:06	16:55	17:16	16:30	16:52	16:40	17:02	16:50	17:12
23	17:05	17:26	17:15	17:36	17:25	17:46	17:00	17:22	17:10	17:32	17:20	17:42
24	17:35	17:56	17:45	18:06	17:55	18:16	17:30	17:52	17:40	18:02	17:50	18:12

Tabela 6. Quadro de horários proposto de segunda a sexta (6:00 às 18:00).

	Percurso Norte	Percurso Sul	Madrugada	Total
Quilometragem	9,2	9,2	12,8	
Número de percursos por dia	100	100	5	
Quilometragem por dia	920	920	64	1.904

Tabela 7. Quilometragem dos percursos por dia.

Aos sábados foi considerado apenas um percurso. Como o fluxo de pessoas é reduzido durante quase todo o dia, é suficiente um ônibus circulando de hora em hora. Nos horários de entrada e saída do curso de idiomas (oferecido à população em geral e funcionando na Faculdade de Letras) é necessário diminuir os intervalos para 15 minutos. Para isso, é necessário adicionar mais um ônibus em circulação. Os dados e valores associados aos sábados estão detalhados na Tabela 8.

	Percurso Sábado	Percurso idiomas	Madrugada	Total
Quilometragem	12,8	13,1	12,8	
Número de percursos por dia	39	13	5	
Quilometragem por dia	499,2	170,3	64	733,5

Tabela 8. Quilometragem dos percursos aos sábados.

Aos domingos foi considerado o mesmo roteiro de sábado de hora em hora, sem o acréscimo da linha que reforça a circulação nos horários dos cursos de idiomas. Os dados e valores associados aos domingos estão detalhados na Tabela 9.

	Percurso Domingo	Madrugada	Total
Quilometragem	12,8	12,8	
Número de percursos por dia	19	5	
Quilometragem por dia	243,2	64	307,2

Tabela 9. Quilometragem dos percursos aos domingos.

A distância semanal percorrida, considerando-se dias úteis, sábados e domingos, é de $10.560,7$ km.

Os resultados obtidos foram confrontados com os dados atuais, fornecidos pela Divisão de Tráfego da UFRJ [Divisão_de_Tráfego (2009)]. A nossa proposta resulta numa redução de aproximadamente $9.264,3$ km semanais, cujos valores estão detalhados na Tabela 10.

	km atual média	km proposta	Redução
Segunda-Sexta	18.375	9.520	8.855
Sábados	1.000	733,5	266,5
Domingos	450	307,2	142,8
Total Semanal	19.825	10.560,7	9.264,3
Total Mensal	79.300	42.242,8	37.057,2

Tabela 10. Comparativo entre a quilometragem atual e a quilometragem proposta.

Desta forma, o novo roteamento das linhas de ônibus internas do campus da UFRJ no Fundão, oferece uma redução de $37.057,2$ km ao mês, o que equivale a uma economia de $46,73\%$ sobre os valores pagos atualmente à empresa contratada, o que gera hoje em torno de uma economia de R$ $74.000,00$ por mês.

8 Conclusões

Neste trabalho foi utilizado um digrafo ponderado D contextualizado no campus da UFRJ, cujos vértices representam os pontos de concentração de pessoas e os arcos, caminhos diretos entre esses pontos. A direção de cada arco de D é coerente com os sentidos das vias do campus. A determinação dos pesos dos arcos foi efetuada a partir do tempo médio que os ônibus levam entre os vértices adjacentes a eles. Esta escolha levou em consideração vários fatores relevantes como: comprimento do caminho, qualidade das ruas, trânsito e quantidade de passageiros nos pontos. O tempo médio entre dois pontos quaisquer é representado pelo somatório dos pesos das arestas do percurso entre eles. O digrafo D modela assim o mapa de itinerário do campus.

Sobre D foi aplicado um algoritmo para determinar percursos fechados, sujeitos a algumas restrições. Com os resultados obtidos, foram planejados dois itinerários com interseção em um ponto central, situado na Praça Giulio Massarani (Ponto Central), dos quais um deles contempla a região Norte do campus e o outro a região Sul. Os itinerários foram escolhidos de modo a tornar o mais breve possível o tempo de espera dos passageiros nos pontos, assim como o seu tempo gasto no deslocamento. Também foram propostos horários de saída dos ônibus seguindo esses itinerários, abrangendo cada período da semana: dias úteis, sábados e domingos.

O gasto associado à proposta foi comparado com o atual. Para isso foi somado ao gasto do projeto o gasto referente a linha extra que funciona aos sábados, determinando o custo total do nosso projeto. O valor obtido é significativamente inferior à quantia paga para o funcionamento das linhas atualmente em vigor, proporcionando uma economia de $46,73\%$, o que equivale atualmente a uma redução de R\$ $74.000,00$ por mês.

Referências

Boaventura-Netto, P. O. (2006). *Grafos: Teoria, Modelos, Algoritmos*. E. Blücher, São Paulo, Brasil, 4ª edition.

Bondy, J. A. and Murty, U. S. R. (1976). *Graph Theory with Applications*. North-Holland, New York, USA.

Divisão_de_Tráfego (2009). Disponivel em: http://www.prefeitura.ufrj.br/onibus.htm. Acesso em Julho 30, 2009.

Méxas, M. (1982). *Um estudo sobre técnicas de busca em grafos e suas aplicações*. Tese de doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

Szwarcfiter, J. L. (1986). *Grafos e Algoritmos Computacionais*. Campus, Rio de Janeiro, Brasil.