

Estimação de uma fronteira eficiente para avaliar o desempenho de ISP's, através da Análise Envoltória de Dados (DEA)

Francisco Daladier Marques Júnior¹, Jorge Luiz de Castro e Silva², Antônio Clécio Fontelles Thomaz²

¹Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB)

²Laboratório de Avaliação de Desempenho de Sistemas Computacionais (LADESC) – Universidade Estadual do Ceará (UECE)

daladierjr@ifpb.edu.br, {jlc,clecio}@larc.es.uece.br

Abstract. *This work uses a non-parametric estimation method of efficient Pareto-Koopman frontier, which uses the linear programming, named Data Envelopment Analysis, to assess the performance of broad band services provided by ISPs in the northeastern of Brazil. This work proposes estimate an efficient frontier between Data Making Units (DMUs) or evaluated firms, aiming increase the satisfaction of the clients that uses services and companies, doing with that DMU's, case inefficient, move towards an efficient piecewise efficient frontier, in order to follow the firms that serve as benchmark.*

Resumo. *Este trabalho usa um método de estimação não-paramétrico de fronteira Pareto-Koopman eficiente, que usa a programação linear, denominada Análise Envoltória de Dados (DEA) para avaliar o desempenho dos serviços de banda larga providos por ISP's no interior do Nordeste brasileiro. Tal trabalho se propõe a estimar uma fronteira eficiente entre as Unidades de Tomada de Decisão (DMU's) ou firmas avaliadas, voltadas para aumentar a satisfação dos clientes que usufruem do serviço e das empresas, fazendo que estas DMU's, caso ineficientes, movam-se em direção de uma fronteira eficiente dividida em partes, com o intuito de acompanharem as firmas que servirão como ponto de referência.*

Palavras-chave:

Análise Envoltória de Dados (DEA), Avaliação de Desempenho, Programação Linear e ISP's.

1. Introdução

A Internet vem ganhando novos adeptos a cada dia estimulando o surgimento de novos serviços e de seus prestadores de serviços, denominados ISP's (*Internet Service Providers*) ou Provedores de Internet. Os ISP's estão interligados à Internet, através de outros Provedores de Serviço de Interconexão, chamados *backbones*, geralmente empresas de telecomunicações.

Este vertiginoso crescimento no número de usuários conectados à “grande rede” é reflexo de uma forte queda no preço do hardware e de alguns incentivos fiscais do governo federal que fizeram com que o Brasil atingisse na metade do ano de 2009 uma marca de cerca de 60 milhões de computadores no país, apresentando uma estimativa de um computador para cada três habitantes.

Tal crescimento tem um grande viés, que é o do preço pago para conexões em banda larga no país, principalmente, quando o usuário encontra-se nos lugares mais remotos do país, como no Interior do Nordeste, Centro-Oeste e Norte. Pesquisas apontam que no fim do ano de 2007 a população da Itália pagava em média R\$ 4,32 ao mês por uma conexão de 1 Mbps (Mega bit por segundo), na França cerca de R\$ 5,02, nos Estados Unidos usuários pagam cerca de U\$ 3,33 por 1Mbps, o Japão aparece com o melhor custo/benefício com 1 Mbps a U\$ 0,27 com 64 % dos lares cobertos por serviços de banda larga.

No Brasil, o preço da banda larga varia muito, pois em grandes centros como São Paulo já se pagava cerca de R\$ 39,95 pela mesma velocidade de conexão nesta mesma época. O Banco Mundial apontou que cada vez que as conexões de banda larga aumentam em 10%, o PIB de um país cresce 1,3%, outrossim em nosso país somente 5,8% da população é beneficiada pelo acesso em banda larga.

Contudo, a realidade de preço no interior do país é diferente, principalmente, devido à falta de concorrência, além das empresas de telecomunicações oferecerem seus pacotes de interconexão a preços muito mais altos do que os praticados nas capitais e nas principais cidades do país, as quais estão situadas em sua grande maioria no eixo Sul-Sudeste do país. Portanto, os ISP's destas regiões menos favorecidas digitalmente tendem a oferecer sub-serviços aos seus clientes. Todavia, grande parte dos ISP's ao garantirem uma margem de rentabilidade abandonam políticas de qualidade, porque ao angariar novos clientes estas empresas não buscam aumentar a vazão do *link* com um *backbone*, devido ao custo, caracterizando, assim, o termo sub-serviço.

Este trabalho visa a aumentar o nível de satisfação dos clientes e das empresas, empregando uma técnica de estimação de uma fronteira Pareto-Koopman [KOOPMANS 1951] de pontos de referências (*benchmarks*) eficientes, baseados na Análise Envoltória de Dados (DEA – *Data Envelopment Analysis*), proposta originalmente por Charnes, Cooper e Rhodes em 1978 [COOPER e ZHU 2004]. Entretanto, esta mesma metodologia foi usada para estimar a eficiência dos ISP's, localizados no interior do estado do Ceará e Paraíba, tanto no ponto de vista da satisfação do cliente, quanto da maximização dos lucros das empresas.

O restante deste trabalho está organizado da seguinte maneira. A seção 2 é remetida aos trabalhos relacionados. A seção 3 aborda a essência da Análise Envoltória de Dados (DEA) mostrando os principais modelos, formas e orientações. A seção 4 apresenta, em detalhes, a arquitetura proposta por este trabalho, além do fluxograma algorítmico usado. A seção 5 mostra os resultados obtidos e uma análise destes. A seção 6 é voltada para as conclusões e os trabalhos futuros.

2. Trabalhos Relacionados

A Análise Envoltória de Dados (DEA) tem sido largamente utilizada, mais especificamente na dissertação de PhD. de G. Tavares, onde desenvolveu um apanhado bibliográfico da DEA, de 1978 a 2001 quando, até aquela data, existiam 3600 artigos escritos, além de diversos livros. Assim, mais de 1600 autores, em cerca de 42 países incluíam a avaliação de forças policiais, as

junções econômicas e performances ambientais de empresas públicas na Europa, bem como o progresso social das sociedades árabes do Oriente Médio e Norte da África [FERREIRA e GOMES 2009].

Conforme citado, a DEA teve sua concepção no trabalho de dissertação de PhD. de Ewardo Lao Rhodes em 1978 [CHARNES, COOPER e RHODES 1978]. Em seu estudo, Rhodes avaliou o desempenho de um programa educacional denominado “*Follow Through*” (em português: Siga totalmente) e, neste mesmo trabalho, foram criados os termos DMU’s (*Data Making Units* – Unidades de Tomada de Decisão), além das entradas ou insumos (*inputs*) e produtos ou saídas (*outputs*), sem esquecer, também, de toda uma base formal.

No Brasil a DEA vem recebendo, também, uma atenção crescente, destarte o trabalho de Villarroel et. al. (1999) que mostrou uma proposta para modelar indicadores de saúde das Microrregiões do Estado de Santa Catarina usando DEA. O trabalho de MACEDO et. al. (2005) avaliou a eficiência dos investimentos em TI (Tecnologia da Informação) de empresas de tecnologia usando a DEA; Resende Neto (2006) trouxe uma análise de performance de fundos de investimento no país através da DEA.

Existe uma gama de softwares que consegue resolver os cálculos das DMU’s através da DEA, usando a programação matemática (linear), dos quais podem ser citados: o MATLAB, que trabalha com programação matemática, centrado em operações, envolvendo vetores e matrizes; o LINDO, que resolve problemas de programação linear através do algoritmo Simplex; o LINGO, que resolve problemas, usando a programação linear, não-linear e inteira. Dentre estes podemos, ainda, citar o projeto nacional, desenvolvido por professores e alunos da Universidade Federal de Viçosa-MG, denominado PROLIN, que resolve sistemas através da programação linear na Web.

Por outro lado existe, também, uma série de softwares especialistas na DEA, sendo vários destes livres, aos quais podem ser citados: o DEAP, os nacionais SIAD, IDEAL que é o único dos softwares a mostrar uma fronteira tridimensional e o SAED. Explorando a DEA comercialmente existem vários softwares, tais como: o DEA Excel Solver, o PIMSoft, o Frontier Analyst, dentre muitos outros. Como um dos principais softwares gratuitos pode ser citado o DEA-Excel que consegue trabalhar com até duzentas DMU’s e vinte entradas e saídas.

Várias ferramentas foram propostas a fim de se checar a vazão fim a fim entre hosts que compõem uma rede, em especial a Internet, estas ferramentas foram desenvolvidas baseadas em técnicas de medições passiva e ativa [BARFORD e SOMMERS 2004], assim a monitoração de tráfego é dada através do registro passivo de pacotes em um enlace, enquanto as medições ativas de desempenho usam o envio de pacotes, denominadas de sondas, de medição [ZIVIANI e DUARTE 2005].

O clássico trabalho de Jain (1991) relaciona as três principais técnicas, aplicadas à análise de desempenho em redes de computadores. São elas: a simulação, a modelagem analítica e a experimentação.

3. Análise Envoltória de Dados ou DEA (*Data Envelopment Analysis*)

A Análise Envoltória de Dados (DEA) é uma técnica de comparação entre entes produtivos, com o intuito de apontar os *benchmarks* (parceiros de excelência) entre as organizações, através da comparação entre múltiplos insumos e produtos. Este processo torna-se mais oneroso pela relação natural entre os insumos e os produtos, pois pode haver uma série de balanceamento entre os dados.

DEA é um método matemático não paramétrico, pois não se utiliza de inferências estatísticas, nem se apega a medidas de tendência central, testes de coeficientes ou formalizações de análise de regressões [FERREIRA e GOMES 2009]. A ideia central da DEA, segundo COOPER et. al. (2007) é a avaliação de performance de atividades ou organizações, através da análise de eficiência de unidades, centrados em conceitos como produtividade e eficiência técnica. DEA usa técnicas como a programação matemática, que trata um grande número de variáveis e restrições. Isso relaxa os requisitos que são, frequentemente, encontrados, quando se

está limitado à escolha de poucas entradas e saídas, porque as técnicas empregadas encontram dificuldades. Outra vantagem da DEA é que esta é uma técnica em que as unidades são invariantes, ou seja, pode-se trabalhar com diversas unidades, como preços, Mbps, entre outros, sem problemas.

O trabalho de Farrel (1957) foi determinante para a criação da DEA, tal trabalho formulou um modelo de programação linear para medir a eficiência técnica de uma empresa.

Subhash (2004) diz que a produtividade é o ato de transformar entradas em saídas, pois o objetivo da produção é criar valores através da transformação de entradas, que são recursos valiosos com usos alternativos em produtos, que são resultados desejáveis. Assim, os objetivos de uma firma, são: i) produzir tanta(s) saída(s) quanto possível de quantidade(s) específica(s) de entrada(s) ao mesmo tempo, e; ii) produzir uma quantidade específica de saída usando poucas entradas, quando possível. Portanto, dois conceitos distintos são usados para caracterizar a performance de utilização de recursos de uma firma, que são a produtividade e a eficiência.

De acordo com Ferreira e Gomes (2009) existe um conceito chave denominado eficiência técnica, que está relacionada a produção de um bem ou serviço com a menor utilização possível de recursos. Outro termo empregado é o de eficiência alocativa, que reflete a habilidade de uma firma utilizar os insumos em ótimas proporções, dados os seus preços, minimizando os custos. A eficiência técnica e alocativa são combinadas para criar a eficiência econômica total. Deste modo as medidas de eficiência podem ser: a) orientadas a insumos: onde pretende-se diminuir a quantidade de insumos, e; b) orientadas a produtos: que é fundamentada no aumento da produção.

A fronteira de eficiência é baseada no trabalho de Koopmans (1951), que foi fortemente influenciado pelo trabalho do economista, sociólogo e engenheiro ítalo-suíço Vilfredo Pareto, por isso a menção a fronteira de otimalidade de Pareto-Koopmans.

Depois que uma fronteira linear de eficiência, dividida por partes (*linear piecewise frontier*), com características convexas, for gerada, serão visualizadas DMU's que estão nesta fronteira e outras que estão abaixo da fronteira e que têm de alcançar seus parceiros de referência (*benchmarks*); ou através da minimização das entradas, sem a diminuição das saídas, ou a maximização dos lucros (saídas), sem aumentar as entradas, caracterizando o chamado movimento radial.

Outro conceito importante, segundo Coelli (1996), é o de folgas, que são causadas pela estimação de fronteiras não paramétricas divididas por partes. Considere a figura abaixo, onde o ponto A provoca uma projeção A'', situada à esquerda da unidade de referência B [LORENZETT et. al. 2004]. Assim, o ponto A'' apesar de estar situado na fronteira de eficiência pode aumentar o produto 2, mantendo constante o insumo 1, o que fará que o ponto A avance radialmente para o ponto B, mostrando que o ponto A'' não é eficiente. Esse possível aumento de produção é chamado de folga (*slack*). Portanto, DMU's situadas na fronteira de eficiência, mas que possuem folga diferente de zero são chamados de fracamente eficientes.

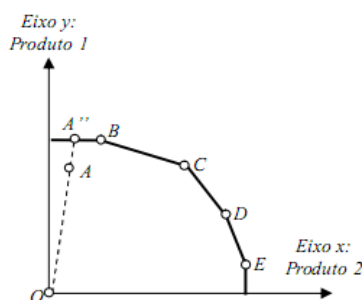


Figura 1. Representação de folga da unidade produtiva A [LORENZETT et. al. 2004].

3.1. Modelos da DEA

A DEA por ser um método matemático usa em sua forma básica uma formulação fracionária, que através do modelo Primal foi transformada num problema de programação linear, pois a programação fracionária pode denotar infinitas soluções, diferentemente da programação linear, que através de uma busca de soluções nos vértices encontrará em poucas iterações uma única solução, tal algoritmo, chamado de Simplex, foi proposto por Dantzig (1963) em 1947.

Uma das formas, a Primal é chamada na DEA de forma dos multiplicadores. Outro conceito econômico a ser citado é o da dualidade, que propõe que todo problema de programação linear associa-se a um outro problema de programação linear chamado de dual, cujo resultado da função objetivo, em ambas as orientações, são os mesmos [THANASSOULIS 2001]. Uma característica do ponto de vista computacional é que na forma Primal o número de equações/inequações a serem resolvidas no mesmo número das DMU's e, na Dual o número de equações/inequações é a quantidade de entradas e saídas do modelo, ou seja, uma quantidade inferior de computações necessitam ser calculadas. A forma Dual é denominada de Envoltório, ou de Envelope, que originaram o nome DEA.

Os principais modelos da DEA são: i) CCR (Charnes, Cooper e Rhodes), ou modelo original proposto em 1978, e usa Retornos Constantes de Escala, criando uma fronteira linear que formam ângulos de 45°; ii) o BCC (Banker, Charnes e Cooper), proposto em 1984, trabalhando com Retorno Variável de Escala, i.e., pressupõe competições imperfeitas, restrições de capital, regulamentações governamentais, etc., gerando uma fronteira linear convexa por partes; iii) Modelo Aditivo de Folgas. Entretanto, existem outros modelos da DEA, tais como: Modelo de Medidas Específicas, Modelo de Supereficiência, Modelo FDH (*Free Disposal Hull*), Modelo *Cone Ratio*, entre outros.

Tais modelos, salvo algumas exceções, são orientados ou a entrada, ou a saída, i.e., quando são orientados a entradas pressupõe-se a diminuição das entradas sem acarretar mudanças nas saídas e, quando orientados a saídas, pressupõe-se o aumento das saídas sem mudanças nas entradas. Os modelos tradicionais (CCR e BCC) possuem as formas dos Multiplicadores (Primal) e de Envelopes (Dual) em ambas as orientações, sendo que os resultados das eficiências técnicas são idênticos, diferindo os resultados gerados com os cálculos das folgas das entradas, faltas das saídas, movimentos radiais e alvos eficientes.

4. Arquitetura proposta

A arquitetura proposta por este trabalho visa, primeiramente, a coleta das informações julgadas primordiais para a solução dos problemas de programação linear sobre os vários modelos, formas e orientações da DEA em seus vários estágios

Assim o levantamento dos dados, junto às empresas de provimento de serviços de conexão para com a Internet, faz parte da área externa da arquitetura, sendo uma das camadas mais importantes da mesma. Vale ser externado que muitas empresas, das localidades citadas, se negaram a responder o questionário, pois, ou desconhecem o caráter acadêmico, ou esperavam que os autores deste fossem mais um concorrente atrás de informações estratégicas, para alavancar o seu negócio. A arquitetura pode ser vista na figura 3.

Antes dos dados serem inseridos nas camadas internas da arquitetura, foram filtrados por um especialista em redes de computadores para avaliar, primariamente, os dados recebidos dos ISP's, para a geração dos dados que farão parte da segunda camada da arquitetura, que são os dados das companhias a serem avaliadas, estes dados serão mostrados adiante nas tabelas 1 e 2; além do mais, vários ISP's não possuíam os planos ou velocidades que outros concorrentes ofereciam, daí outra razão para se efetuar tal normalização dos dados.

O segundo filtro aplicado é a **matriz de correlação** que analisa o grau de relacionamento que uma variável tem, comparado com outra no modelo, quer seja, entrada com entrada, entrada com saída ou vice-versa. Neste caso, a tabela 3 mostrou uma matriz de correlação, onde as variáveis com fator de correlação acima de 0,85, que deveriam ser excluídas para aumentar a

precisão da análise obtida com a DEA. Tal matriz de correlação será apresentada em seguida.

A terceira camada são os **dados normalizados**, obtidos através da(s) matriz(es) de correlação, estes dados foram os usados para obtenção da fronteira de eficiência calculada pela DEA, e serão apresentados adiante.

A quarta camada é a camada da inteligência, i.e., onde são calculadas as fronteiras de eficiência, segundo os modelos, suas formas e orientações, no primeiro, segundo e múltiplos estágios. Tal camada é referida aos **algoritmos da DEA**, desenvolvidos na linguagem matemática baseada em matrizes MATLAB, que conta com uma série de funções matemáticas prontas; dentre elas, a linprog que resolve problemas de programação linear, através do algoritmo Simplex e que são obrigatórios, ao se usar a metodologia DEA para a obtenção da fronteira de eficiência.

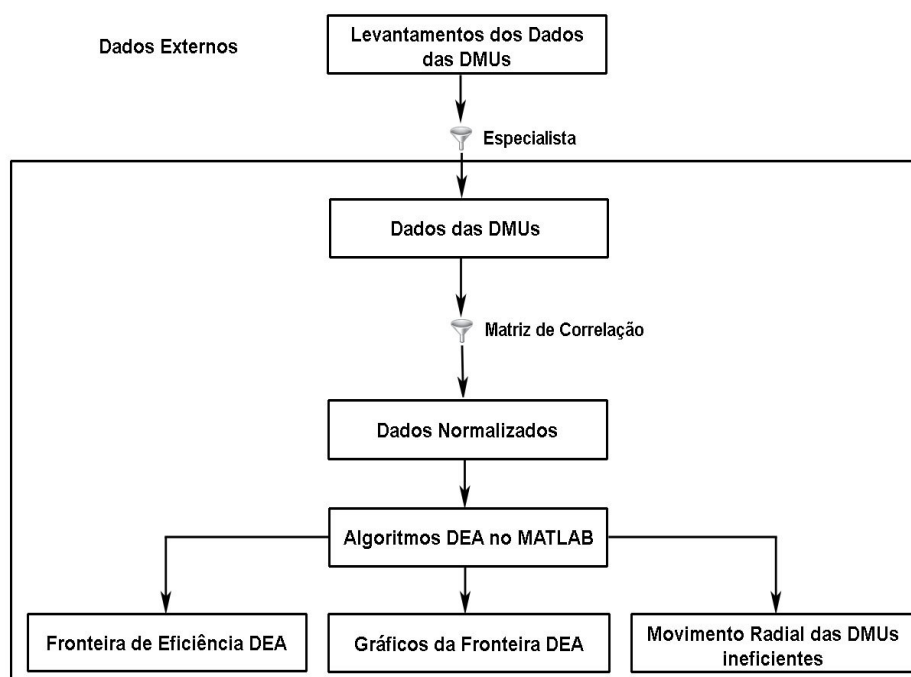


Figura 2. Arquitetura proposta.

As últimas camadas são geradas pela quarta camada, como forma de apresentação ou saída dos dados obtidos, através da quarta camada, pois nestas camadas inferiores estão: a **fronteira de eficiência** junto com as DMU's que são consideradas como benchmarks; as ineficientes e as falso eficientes e suas respectivas folgas; os **gráficos de ranqueamento da fronteira DEA** e os **movimentos radiais**, para tornarem as DMU's ineficientes e falso eficientes em eficientes, seguindo seus respectivos parceiros de referência.

Da mesma forma que uma arquitetura foi proposta para embasar o trabalho foi sugerido um fluxograma algorítmico, a fim de mostrar a organização dos dados usados neste trabalho, que pode ser visto na figura 3. Onde, os dados recolhidos são introduzidos no *Solver* DEA desenvolvido, em forma de matrizes, que em seguida são analisados pela(s) matriz(es) de correlação, que serão empregadas até que os dados estejam em conformidade para aumentar a acurácia da DEA. Logo após, o algoritmo calculará a fronteira de eficiência em múltiplos estágios, o qual produzirá, como resultado final, sumários de eficiências técnicas, movimentos radiais, folgas, faltas e gráficos de eficiências técnicas do CCR e do BCC.

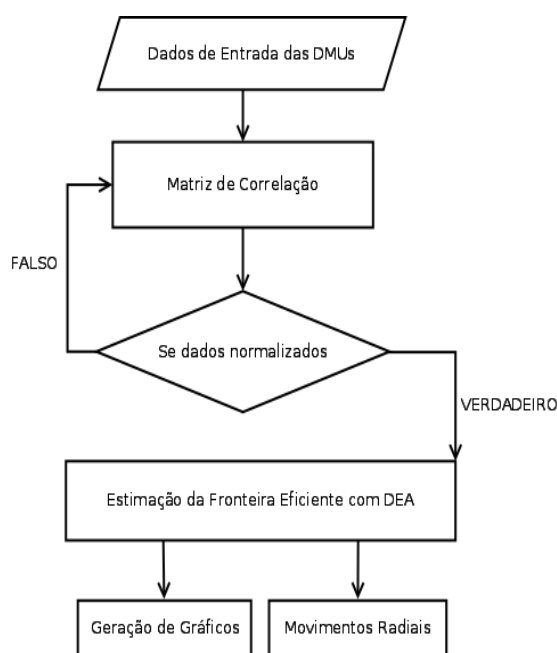


Figura 3. Fluxograma algorítmico para estimação de uma fronteira eficiente DEA.

5. Resultados obtidos

Ao serem aplicados os questionários, observou-se que alguns dos ISP’s não ofereciam um número de planos que outros concorrentes ofereciam. Ainda surgiu a possibilidade de se lidar com ISP’s que não trabalhavam com tal vazão ou velocidade final para com o cliente. Logo, foi aplicada uma normalização para adequação dos dados das firmas em questão. Cabe, como observação, o fato de que alguns ISP’s solicitaram que seus nomes reais não fossem divulgados.

Antes de serem avaliadas as DMU’s, as entradas e as saídas passaram por uma matriz de correlação que, segundo Reinaldo et. al.. (2002), serve para medir e avaliar o grau de relação existente entre duas variáveis (x,y), através da disposição destes pontos em torno de uma reta. Este coeficiente de correlação varia de -1 a 1. Assim, a eliminação de variáveis se dá através de uma forte correlação, ou seja, que a relação entre os pontos seja menor que 0,85. Com o emprego da matriz de correlação, nas entradas e saídas originais, foi vislumbrado que algumas variáveis de entrada deveriam ser excluídas, com o intuito de dar mais veracidade na avaliação das empresas. Portanto, na tabela 3 pode-se observar a matriz de correlação entre as entradas e as saídas, com seus respectivos índices de correlação.

Os dados originais recolhidos pelos questionários estão dispostos na tabela 1 com as entradas; e na tabela 2, com as saídas. A matriz de correlação dos dados originais será mostrada na tabela 3.

Tabela 1. Entrada com os dados originais dos ISP’s analisados.

| DMU | Entradas | | | |
|------------|-----------------|------|-----------------------|-----|
| | Planos/Usuários | | Planos/Média de Vazão | |
| | 128 | 256 | 128 | 256 |
| M. Net | 30 | 148 | 120 | 205 |
| Baydenet | 1000 | 1000 | 110 | 200 |
| ADL Link | 150 | 300 | 90 | 154 |
| NetLine | 420 | 1000 | 120 | 250 |
| CePlug | 60 | 200 | 115 | 200 |
| HotLink | 80 | 180 | 120 | 220 |
| Cz.Net | 50 | 150 | 100 | 190 |
| PervUbiq | 100 | 250 | 125 | 225 |
| Throughput | 50 | 180 | 120 | 220 |

Tabela 2. Saída com os dados originais dos ISP's analisados.

| DMU | Saídas | | |
|------------|------------|------------------------|---------------|
| | Servidores | Link Contratado (Mbps) | Lucro Mensal |
| M. Net | 2 | 2 | R\$ 1.400,00 |
| Baydenet | 5 | 50 | R\$ 50.000,00 |
| ADL Link | 5 | 30 | R\$ 10.000,00 |
| NetLine | 2 | 125 | R\$ 40.000,00 |
| CePlug | 4 | 20 | R\$ 15.000,00 |
| HotLink | 2 | 30 | R\$ 20.000,00 |
| Cz.Net | 2 | 15 | R\$ 10.000,00 |
| PervÚbiq | 3 | 50 | R\$ 35.000,00 |
| Throughput | 2 | 30 | R\$ 20.000,00 |

Houve uma outra normalização (adequação) dos dados, pois nem todos os ISP's tinham os mesmos planos oferecidos pelos concorrentes, onde através da matriz de correlação ficou estabelecida que a única vazão (velocidade) que seria utilizada era a de 256 kbps (kilo bits por segundo), e.g., assim provedores de Internet que possuíam 20 planos de velocidade 128 kbps, seriam transformados em 10 planos de 256 kbps, 30 planos de 512 kbps seriam transformados em 60 planos de 256 kbps, e assim por diante.

Tabela 3. Matriz de Correlação das Entradas (X) por Saídas (Y).

| | X1 | X2 | X3 | X4 | Y1 | Y2 | Y3 |
|----|-------|------|-------|-------|-------|------|----|
| X1 | 1 | - | - | - | - | - | - |
| X2 | 0,89 | 1 | - | - | - | - | - |
| X3 | -0,08 | 0,03 | 1 | - | - | - | - |
| X4 | 0,07 | 0,32 | 0,87 | 1 | - | - | - |
| Y1 | 0,51 | 0,3 | -0,54 | -0,63 | 1 | - | - |
| Y2 | 0,46 | 0,79 | 0,24 | 0,61 | -0,06 | 1 | - |
| Y3 | 0,8 | 0,82 | 0,3 | 0,49 | 0,26 | 0,73 | 1 |

A seguir, será mostrada a matriz de correlação definitiva dos dados normalizados, tanto pela matriz de correlação, quanto pelas restrições impostas entre os planos cobertos por tais empresas. Além de uma tabela com os dados normalizados.

Tabela 4. Matriz de Correlação definitiva das DMU's analisadas.

| | X1 | X2 | Y1 | Y2 | Y3 |
|----|------|-------|-------|------|----|
| X1 | 1 | - | - | - | - |
| X2 | 0,35 | 1 | - | - | - |
| Y1 | 0,45 | -0,45 | 1 | - | - |
| Y2 | 0,59 | 0,65 | -0,01 | 1 | - |
| Y3 | 0,82 | 0,49 | 0,35 | 0,72 | 1 |

Tabela 5. Dados de Entradas (X) e Saídas (Y) das DMU's normalizados.

| DMU | X1 | X2 | Y1 | Y2 | Y3 |
|------------|------|-----|----|-----|---------------|
| M. Net | 163 | 215 | 2 | 2 | R\$ 1.400,00 |
| Baydenet | 2000 | 233 | 5 | 50 | R\$ 50.000,00 |
| ADLLink | 375 | 220 | 5 | 30 | R\$ 10.000,00 |
| NetLine | 1210 | 245 | 2 | 125 | R\$ 40.000,00 |
| CePlug | 230 | 223 | 4 | 20 | R\$ 15.000,00 |
| HotLink | 220 | 235 | 2 | 30 | R\$ 20.000,00 |
| Cz.Net | 190 | 240 | 1 | 18 | R\$ 4.000,00 |
| WINET | 300 | 230 | 3 | 50 | R\$ 35.000,00 |
| Throughput | 205 | 235 | 2 | 30 | R\$ 20.000,00 |

Onde as entradas são: X1, que é o número de usuários que usam 256 kbps; X2 é a velocidade média registrada pelos clientes. E as saídas são: Y1, que é o número de servidores de rede utilizados pelo provedor de Internet, na localidade pesquisada; Y2 é o *link* contratado pelo ISP e Y3 é a estimativa de lucro mensal.

Devido a incidência de folgas, que podem gerar falsos eficientes, o trabalho calculou a eficiência das empresas, através de uma abordagem de múltiplos estágios que conduzem uma sequência de problemas de programação linear radiais, para identificar a projeção dos pontos eficientes nos modelos CCR e MBF. Sendo que no BCC só foram calculadas as eficiências técnicas, além dos tipos de rendimentos (não-crescente e não-decrescente).

Com a execução de todos os modelos foram gerados como produtos finais a tabela 6, a figura 4 e a figura 6 contêm sumários comparativos entre as diversas DMU's em questão.

Como deve-se minimizar as entradas, o movimento radial é calculado através da subtração da unidade pela eficiência técnica da firma analisada, de posse deste valor calculado subtrai-se o valor original da entrada pelo valor do cálculo, caracterizando o movimento das entradas/saídas em busca da fronteira eficiente. Mesmo com o movimento radial, algumas firmas podem apresentar folgas e, conseqüentemente, tais firmas são consideradas falso eficientes, assim o valor do movimento radial é subtraído do referido valor da folga, com o objetivo de atingir o alvo de eficiência.

Tabela 6. Sumário de Eficiências e Rendimentos, segundo CCR/E/I.

| DMU's | Eficiências | | | RNC | RND | Tipo Rendimento |
|------------|-------------|--------|-----------------|--------|--------|-----------------|
| | CCR | BCC | Efic. de Escala | ≤0 | ≥0 | |
| M. Net | 0,7055 | 1,0000 | 0,7055 | 0,7055 | 1,0000 | CRESCENTE |
| Baydenet | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | CONSTANTE |
| ADLLink | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | CONSTANTE |
| NetLine | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | CONSTANTE |
| CePlug | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | CONSTANTE |
| HotLink | 0,8539 | 0,9852 | 0,8667 | 0,8539 | 0,9852 | DECRESCENTE |
| Cz.Net | 0,5684 | 0,9842 | 0,5775 | 0,5684 | 1,0000 | DECRESCENTE |
| WiNET | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | CONSTANTE |
| Throughput | 0,9164 | 1,0000 | 0,9164 | 0,9164 | 1,0000 | CRESCENTE |

Abaixo, será apresentada uma imagem gerada como forma de relatório pelo Solver DEA proposto, sendo mostrado as eficiências técnicas, segundo CCR/E/I, o movimento radial, as folgas das entradas, as faltas das saídas e os alvos eficientes.

```

===== DEA  MATLAB Solver =====
===== Eficiência =          RADIAL          = FOLGAS (SLACKS) == FALTAS ==          ALVOS (TARGETS)          ==
== DMU == Theta = I1 == I2 == O1 == O2 == O3 = I1 == I2 == O1 == O2 == O3 == I1 == I2 == O1 == O2 == O3 ==
=====
== M.Net == 0.7055 == 115.00 == 151.69 == 1.41 == 1.41 == 987.73 == 0 == 40.19 == -0 == 8 == 6100 == 115 == 111.5 == 2 == 10 == 7500 ==
== Baydenet == 1.0000 == 2000.00 == 233.00 == 5.00 == 50 == 50000 == 0 == 0 == -0 == -0 == -0 == 2000 == 233 == 5 == 50 == 50000 ==
== ADLLink == 1.0000 == 375.00 == 220.00 == 5.00 == 30 == 10000 == 0 == 0 == -0 == -0 == -0 == 375 == 220 == 5 == 30 == 10000 ==
== NetLine == 1.0000 == 1210.00 == 245.00 == 2.00 == 125 == 40000 == 0 == 0 == -0 == -0 == -0 == 1210 == 245 == 2 == 125 == 40000 ==
== CEPlug == 1.0000 == 230.00 == 223.00 == 4.00 == 20 == 15000 == 0 == 0 == -0 == -0 == -0 == 230 == 223 == 4 == 20 == 15000 ==
== HotLink == 0.8539 == 187.86 == 200.67 == 1.71 == 25.62 == 17077.92 == 0 == 53.31 == -0 == -0 == 1071.43 == 187.86 == 147.36 == 2 == 30 == 21071.43 ==
== Cz.Net == 0.5684 == 108.00 == 136.42 == 0.57 == 10.23 == 2273.68 == 0 == 53.62 == 0.08 == -0 == 8600 == 108 == 82.80 == 1.08 == 18 == 12600 ==
== WiNet == 1.0000 == 300.00 == 230.00 == 3.00 == 50 == 35000 == 0 == 0 == -0 == -0 == -0 == 300 == 230 == 3 == 50 == 35000 ==
= Throughput = 0.9164 == 187.86 == 215.35 == 1.83 == 27.49 == 18327.53 == 0 == 67.99 == -0 == 0 == 1071.43 == 187.86 == 147.36 == 2 == 30 == 21071 ==
=====
    
```

Figura 4. Saída do software proposto para o CCR/E/I.

Pode ser observado que as DMU's M.Net, HotLink, Cz.Net e Throughput não são eficientes, sendo que estas necessitam diminuir proporcionalmente em 29,45%, 14,61%, 43,16% e 8,36% respectivamente suas entradas com o intuito de tornarem-se eficientes através do movimento radial. Mesmo assim, estas diminuições proporcionais sobre estas DMU's podem acarretar que estas ainda continuem ineficientes, pois ainda possuem ora folgas de entrada, ora escassez de

saídas, fazendo com que o software proposto tenha de calcular estes valores com a finalidade de alcançar os alvos considerados ótimos.

Ainda, pode ser citado que as empresas CEPlug e WiNET são exemplos de excelência, ou seja, um *benchmark* das empresas M.Net, HotLink, CzNet e Throughput. É notório afirmar que, quanto maior o valor positivo de λ (WiNET), mais importante é a DMU eficiente como parceiro de referência; além disso, quanto mais vezes uma DMU eficiente é identificada como parceiro de excelência para DMU's ineficientes, maior é sua importância entre as DMU's eficientes [FERREIRA E GOMES 2009]. Esta afirmativa faz com que a DMU WiNet seja identificada como a mais eficiente, seguida da CEPlug, podendo ser visualizada na figura abaixo.

```

=====
==      DMU          ==      Parceiro(s) de Excelência  ==      Lambdas      ==
=====
==  1 - M.Net       ==      5.00                                ==      0.50           ==
==  2 - Baydenet   ==      2.00                                ==      1.00           ==
==  3 - ADLLink    ==      3.00                                ==      1.00           ==
==  4 - NetLine    ==      4.00                                ==      1.00           ==
==  5 - CEPlug     ==      5.00                                ==      1.00           ==
==  6 - HotLink    ==      5.00      8.00                       ==      0.07      0.57   ==
==  7 - CzNet      ==      8.00                                ==      0.36           ==
==  8 - WiNet      ==      8.00                                ==      1.00           ==
==  9 - Throughput ==      5.00      8.00                       ==      0.07      0.57   ==
=====
    
```

Figura 5. Parceiros de Referência (*benchmarks*) das DMU's.

O Modelo Aditivo de Folgas foi proposto por Charnes et. al. (1985) e, também, é conhecido como Medida de Ajuste de Escala ou RAM (Range-Adjusted Measure) ou Modelo Baseado nas Folgas (MBF). Este modelo é importante, pois segundo Ferreira e Gomes (2009) ele considera ao mesmo tempo, tanto a possibilidade de redução dos insumos, quanto o aumento da produção, mas baseado nas folgas dos insumos e produtos. Assim, o *Solver* DEA proposto analisou as DMU's segundo o MBF e os resultados são mostrados na figura a seguir.

```

=====
===== DEA MATLAB Solver - MBF =====
=====
===== SOMA (FOLGAS + FALTAS) ==      FOLGAS (INPUT)      ==      FALTAS (OUTPUT)      ==
=====
==      DMU          ==      I1      ==      I2      ==      O1      ==      O2      ==      O3      ==
=====
== M.Net           == 15142.23 ==      0.00 ==      79.88 ==      0.00 ==      21.18 == 15041.18 ==
== Baydenet       == 0.00     ==      0.00 ==      0.00 ==      0.00 ==      0.00 == 0.00     ==
== ADLLink        == 0.00     ==      0.00 ==      0.00 ==      0.00 ==      0.00 == 0.00     ==
== NetLine        == 0.00     ==      0.00 ==      0.00 ==      0.00 ==      0.00 == 0.00     ==
== CEPlug         == 0.00     ==      0.00 ==      0.00 ==      0.00 ==      0.00 == 0.00     ==
== HotLink        == 5739.87  ==      0.00 ==      66.33 ==      0.20 ==      6.67 == 5666.67  ==
== Cz.Net         == 18275.57 ==      0.00 ==      94.33 ==      0.90 ==      13.67 == 18166.67 ==
== WiNet          == 0.00     ==      0.00 ==      0.00 ==      0.00 ==      0.00 == 0.00     ==
== Throughput     == 3998.72  ==      0.00 ==      77.83 ==      0.05 ==      4.17 == 3916.67  ==
=====
    
```

Figura 6. Resultados do MBF calculados com o *Solver* DEA proposto.

O *Solver* DEA mostra, ainda, ao final da execução gráficos com as fronteiras de eficiência, segundo o modelo CCR e BCC apresentados na figura abaixo.

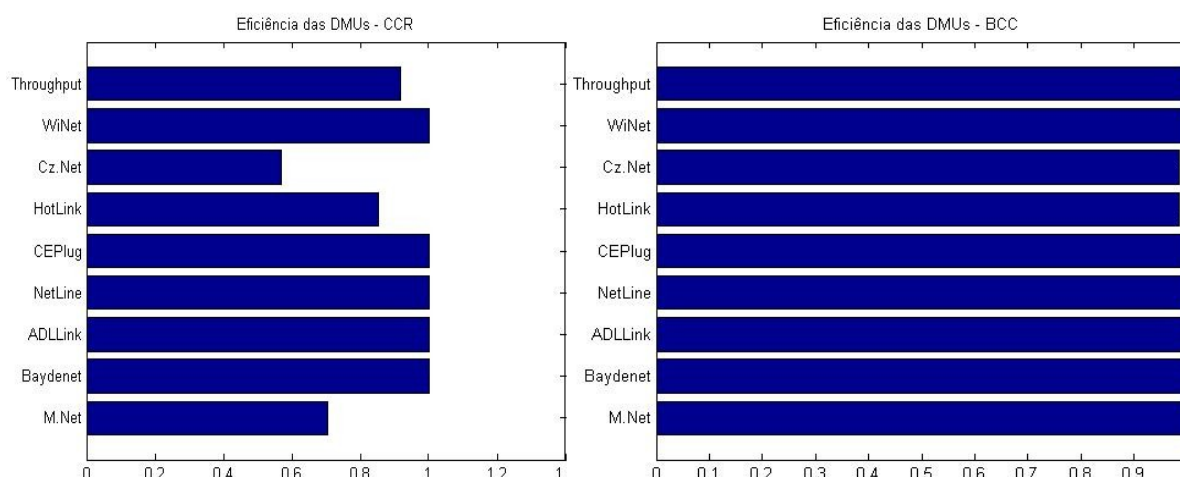


Figura 7. Eficiências técnicas: (a) Modelo CCR e (b) Modelo BCC.

5.1. Análise dos resultados obtidos

A DEA serviu para comprovar que alguns ISP's oferecem sub-serviços aos usuários finais, em detrimento de seus lucros, quando, principalmente as DMU's M.Net, HotLink, Cz.Net e Throughput mostraram os piores resultados, comparados com as outras; sendo que as DMU's CEPlug e WiNet são consideradas as mais eficientes, pois possuem referências para as DMU's. Assim, estas terão de adaptar seus insumos como os destes benchmarks para se tornarem eficientes.

A ineficiência, ou falsa eficiência, ou provimento de sub-serviços, deve-se ao fato de que estas têm mais usuários do que, realmente, poderiam ter para oferecer serviços com a velocidade contratada, ou seja, a quantidade de insumos é superior a quantidade necessária para que estas.

Outros ISP's tornam-se cada vez mais produtivos, pois estão conectados a seus *backbones* através de links de fibra ótica, aumentando a qualidade dos serviços oferecidos, onde as velocidades acordadas em contrato são quase sempre seguidas ao longo do dia.

6. Conclusões

Com este trabalho descobriu-se que alguns ISP's, ainda, trabalham oferecendo sub-serviços aos clientes, tendo que diminuir consideravelmente a quantidade de usuários, com o objetivo de atingir os anseios dos consumidores em relação ao contrato firmado entre as partes. Também, foi observado que o preço dos *links* vem caindo substancialmente no interior do Nordeste do país, pois as empresas de telecomunicações começam a oferecer serviços de interconexão, para provedores de serviços da última milha com fibra ótica. Tal benefício, junto com ferramentas de software que dividem a banda, tal como o classificador de pacotes CBQ no Linux, fazem com que estes provedores possam chegar próximos das velocidades acordadas com os seus clientes. Notou-se, também, que algumas corporações não contratam serviços diretamente de *backbones*, porém contratam vários serviços ADSL, tal como Velox, de 1Mbps para proverem seus serviços de forma mais barata.

6.1. Trabalhos Futuros

Como trabalhos futuros são propostos: (i) implementação dos cálculos, em múltiplos estágios da DEA, no CCR/E/O, BCC/E/I e BCC/E/O; (ii) parametrização do *Solver* DEA proposto para que usuários possam usá-lo mais facilmente; (iii) criação de gráficos de fronteira eficiente no CCR e BCC; (iv) implementação de um Web DEA livre e gratuito, para calcular os principais modelos da DEA em múltiplos estágios, com os respectivos gráficos, provendo uma maneira ubíqua de se

estimar fronteiras de eficiência entre empresas, setores de empresas, órgãos governamentais, entre outros; (v) utilização do modelo de supereficiência da DEA, no escalonamento de processos de Sistemas Operacionais e/ou em grades computacionais, além de testar a DEA em algoritmos de roteamento em redes *ad-hoc* sem fio.

Referências

- BARFORD, P., SOMMERS, J. (2004). Comparing probe-based and router-based packet-loss measurement. *IEEE Internet Computing*, 8(5):50–56.
- CHARNES, A.; COOPER, W.W. AND RHODES, E. (1978). Measuring efficiency of decision making units, *European Journal of Operational Research*, 3, pp. 429-444.
- CHARNES, A.; COOPER W.W.; GOLANY, B.; SEIFORD, L.M.; AND STUTZ, J. (1985). “Foundations of Data Envelopment Analysis for Pareto-Koopmans Efficient Empirical Production Functions.” *Journal of Econometrics* 30, 91-107.
- COELLI, T. (1996). A guide to DEAP version 2.1: a data envelopment analysis (computer) program. Center for Efficiency and Productivity Analysis. Department of Econometrics, New England University.
- COOPER, W.W.; SEIFORD, L.M. AND ZHU, J. (2004). *Data Envelopment Analysis: Models and interpretations*. In *Handbook on Data Envelopment Analysis*, Boston: Kluwer Academic Publisher.
- COOPER, W.W.; SEIFORD, L.M. & TONE, K. (2007). *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*. Kluwer Academic Publishers, USA.
- DANTZIG, G. (1963). *Linear Programming and Extensions*, Princeton University Press, Princeton.
- FERREIRA, CARLOS MAURÍCIO DE CARVALHO ; GOMES, ADRIANO PROVEZANO. (2009). *Introdução à análise envoltória de dados: teoria, modelos e aplicações*. 1. ed. Viçosa: Editora UFV, 2009. v. 1. 389 p.
- FARRELL, M. J. (1957). “The Measurement of Technical Efficiency,” *Journal of the Royal Statistical Society Series A, General*, 120, Part 3, 253–81.
- KOOPMANS, TJALLING CHARLES. (1951). *Activity analysis of production and allocation : proceedings of a conference*, John Wiley and Sons, New York :
- LORENZETT, J.R.; LOPES, A. L. M.; LIMA, M.V.A. (2004). *Aplicação do método de pesquisa operacional DEA na avaliação de desempenho de unidades produtivas para área de educação profissional*. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção), Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC.
- RAJ JAIN. (1991). “The Art of Computer Systems. Performance Analysis”, Wiley & Sons.
- REINALDO, R. R. P.; POSSAMAI, O.; THOMAZ, A. C. F. (2002). Avaliando a eficiência em unidades de ensino fundamental de Fortaleza usando técnicas de análise envoltória de dados (DEA). *Revista Científica da Faculdade Lourenço Filho*, [S.l.], v. 2, n. 1. Disponível em: <<http://www.flf.edu.br/midias/FLF.EDU/21.pdf>>. Acesso em 30 mar. 2010.
- RESENDE NETO, ANTONIO DE LARA. (2006). *Uma Proposta de Construção de Indicador de Performance de Fundos de Investimento*, UnB, 86 p.
- THANASSOULIS, E. (2001). *Introduction to the theory and application of data envelopment analysis: a foundation text with integrated software*, Kluwer Academic Publishers.
- VILLARROEL DÁVALOS, R. D. ; MORALES, A. T. ; MAGAJEWSKI, F. ; SCHLICKMANN, T. (1999). Uma proposta para modelar os indicadores da saúde através de uma análise envoltória de dados. In: XXXI SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 1999, Juíz de Fora. XXXI SBPO.
- ZIVIANI, ARTUR; DUARTE, O. C. M. B. (2005). *Mini-curso do XXIII Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores SBRC'2005*. Sociedade Brasileira de Computação.