



42º SIMPÓSIO BRASILEIRO DE
PESQUISA OPERACIONAL
SAÚDE HUMANA, SAÚDE ANIMAL E ECOSISTEMA

Minicurso:

A Pesquisa Operacional e o Planejamento de Sistemas Energéticos

Autores:¹

Prof. Reinaldo Castro Souza – PUC-Rio

André Luís Marques Marcato - UFJF

Bruno Henriques Dias – UFJF / PUC-Rio

Ivo Chaves da Silva Junior - UFJF

¹ O texto do capítulo 2 é referente à dissertação de Fernando Cyrino, M.Sc.

Resumo:

Este curso visa mostrar as aplicações de Pesquisa Operacional no Planejamento de Sistemas Energéticos. Será feita uma introdução a respeito do problema do planejamento energético, sendo apresentado em seguida, um breve histórico do planejamento do setor elétrico brasileiro. Serão mostradas as principais técnicas utilizadas nos diversos horizontes do problema, com especial ênfase para o planejamento da operação de médio prazo. A seguir serão levantados alguns problemas atuais do planejamento de médio e longo prazo, juntamente com alguns questionamentos sobre o impacto da incorporação de novas fontes de energia ao problema.

Tópicos:

- 1- Introdução ao problema do planejamento energético
 - 1.1 – Visão geral do planejamento energético
 - 1.2 – Breve histórico do planejamento energético no SEB

- 2 – Modelo de geração de séries para o planejamento energético
 - 2.1 - Introdução
 - 2.2 – A metodologia Box & Jenkins
 - 2.3 – O modelo Par(p)
 - 2.4 – Identificação das ordens “p”
 - 2.5 – Geração de cenários hidrológicos sintéticos

- 3- Técnicas de otimização aplicadas ao planejamento energético
 - 3.1 – Programação Inteira
 - 3.2 - Programação Dinâmica
 - 3.2.1 – Modelagem das funções de custo futuro

- 4- Exemplo de desenvolvimento e desafios do planejamento energético
 - 4.1 – A incorporação de restrições de gás

- 5- Conclusão

- 6- Referências

1

Introdução ao Problema do Planejamento Energético

1.1

Visão geral do Planejamento Energético

O planejamento e operação adequados de um sistema de energia elétrica representam um compromisso entre a minimização dos custos de investimentos e operação e o atendimento a padrões de qualidade da energia final entregue ao consumidor, previamente estabelecidos. A qualidade da energia está relacionada com a continuidade no fornecimento e ao cumprimento de requisitos de tensão e frequência (FORTUNATO et al., 1990).

Desta forma, planejar sistemas hidrotérmicos significa suprir de forma eficiente e mais econômica possível a demanda de energia elétrica, levando em consideração, os custos de produção de cada unidade geradora, além de considerar o custo de déficit de energia, que representa o não atendimento à demanda. Este custo é um valor estimado que representa o impacto do não suprimento do mercado de energia. Este custo é estimado pela Empresa de Pesquisa Energética – EPE. O valor atual considerado para patamar único de déficit é de R\$ 2.900,00 (EPE, 2009). Os modelos computacionais atualmente utilizados contemplam a utilização de custos de déficit diferenciados de acordo com a profundidade do valor esperado do corte de carga (CEPEL, 2001), (CEPEL, 2009), (MARCATO, 2002).

As usinas hidrelétricas utilizam a energia potencial da água estocada em reservatório para gerar energia. Sua capacidade de produção depende de diversos fatores, tais como a altura da queda e eficiência do gerador. Sua localização depende de afluências e desníveis adequados, fazendo com que seja instalada, muitas vezes, distante do centro de consumo da energia.

De acordo com sua capacidade de regularização, as usinas hidrelétricas podem ser classificadas como usinas a fio d'água ou usinas com reservatório. As usinas a fio d'água são aquelas que apresentam regularização de vazões diárias ou semanais. Por outro lado, as usinas com reservatórios podem apresentar regularização de descargas de um mês, um ano ou mesmo vários anos (MORAES, 2007).

Observa-se que o custo de geração das usinas hidrelétricas é considerado como sendo nulo, já que não existe, à priori, um custo para o uso da água (SOUZA, 2008).

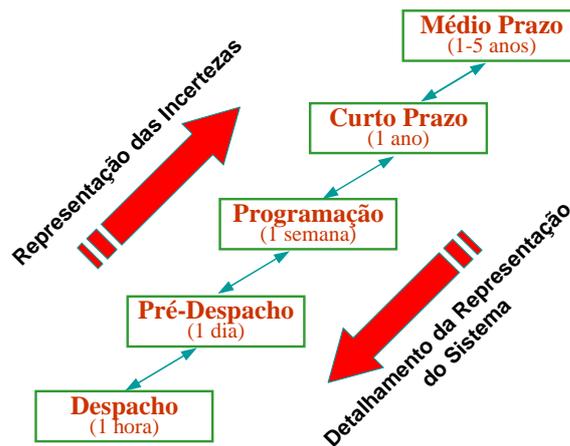
As usinas termelétricas são divididas em convencionais e nucleares. As convencionais são aquelas que utilizam combustíveis fósseis, tais como gás natural, óleo, carvão. Por outro lado, as nucleares utilizam a fissão nuclear do urânio para a produção de energia (REIS, 2003). Atualmente as Fontes de Energia Alternativa têm se despontado principalmente como fonte complementar à geração hidráulica.

Adicionalmente, o planejamento contribui na regularização de aflúncias, além de controle das cheias nos períodos úmidos. Por fim, ressalta-se sua importância na otimização da água em seus múltiplos usos: navegação, abastecimento, irrigação, regularização de vazão mínima para controle da poluição, dentre outros. Porém estes usos concorrem com a geração de energia, pois reduz a capacidade de produção dos empreendimentos hídricos.

Uma característica significativa de sistemas elétricos é o fato de que a energia é gerada no momento do consumo, não sendo possível a estocagem para um consumo em momentos de maior demanda. Além disso, o tempo de construção de uma usina hidrelétrica leva em média 5 anos, enquanto a de uma termelétrica leva em torno de 3 anos (SOARES, 2008), de forma que não é possível um aumento instantâneo da capacidade instalada. Associa-se também o problema da incerteza quanto a aflúncia disponível em um momento futuro, não sendo possível precisar o volume de água disponível para geração de eletricidade disponível em um horizonte futuro. Estas características fazem com que o sistema seja de alta complexidade, e portanto, de difícil solução.

Para tratar a complexidade, o problema do planejamento da operação é subdividido em diversas etapas, representando diferentes horizontes, cada qual com determinado nível de simplificações.

Inicialmente, divide-se o problema em planejamento da expansão e planejamento da operação. Na expansão, são considerados horizontes mais longos, como por exemplo, 10, 20 ou até 30 anos. Já no planejamento da operação são representados horizontes mais curtos, indo desde a programação diária até o planejamento de médio prazo, com um horizonte de 5 anos. As diversas etapas do planejamento da operação são representadas na Figura 1 (MARCATO, 2002).



Fonte: CEPEL

Figura 1: Modelagem dos sistemas hidrotérmicos no planejamento da operação

Cada uma das etapas é descrita a seguir (MARCATO, 2002):

- I. Planejamento da operação de médio prazo: nesta fase o horizonte de estudo é de cinco anos, discretizado em etapas mensais. Faz-se uma representação detalhada do processo estocástico de vazões afluentes aos reservatórios e as usinas hidrelétricas que compõem cada sistema são representadas de forma agregada (sistemas equivalentes). Além disto, os sistemas podem trocar energia entre si até um limite máximo de intercâmbio. Desta etapa resulta uma função multivariada que define o valor econômico da energia armazenada em função dos níveis de armazenamento e afluências aos meses passados, chamada Função de Custo Futuro (FCF).
- II. Planejamento da operação de curto prazo: o horizonte, neste caso, é de alguns meses e a incerteza relacionada às afluências aos reservatórios é representada através de uma árvore de vazões. Nesta etapa, as usinas são representadas de forma individualizada. O objetivo é, a partir da função de custo futuro gerada pelo modelo de médio prazo em um estágio que coincide com o final do horizonte do modelo de curto prazo, gerar uma função que retrate o valor econômico da água armazenada nos reservatórios em função dos níveis de armazenamento dos reservatórios;
- III. Programação diária da operação: nesta etapa, o horizonte é de apenas alguns dias, discretizados em etapas horárias ou de meia em meia hora. Não

é representada a incerteza das vazões. Em contrapartida, o parque hidrotérmico é representado de forma detalhada, levando-se em conta as restrições relativas às máquinas e turbinas, tais como: tomada e alívio de carga, faixas operativas das turbinas, entre outras. A rede de transmissão é representada com precisão. A FCF gerada pelo modelo de curto prazo no estágio que coincide com o último estágio do modelo de programação diária é utilizada para se definir as metas de geração de cada unidade geradora.

Neste minicurso será dada ênfase ao horizonte de médio prazo, ou seja, de até 5 anos.

O objetivo do planejamento da operação de médio prazo é a determinação de uma estratégia de produção de energia por cada unidade geradora que minimize o valor esperado dos custos operativos no horizonte de planejamento considerado. Nestes custos estão incluídos os gastos com combustíveis das usinas termelétricas, eventuais compras de energia de sistemas vizinhos e os custos de déficit, quando não é possível o atendimento pleno da demanda. Observa-se que a água, à priori, não possui custo para a geração elétrica (FORTUNATO et al., 1990).

Em sistemas exclusivamente térmicos, pode-se considerar que, de forma simplificada, a operação ótima é obtida através do despacho ordenado por lista de custo das usinas, ou seja, despachando as termelétricas a partir da mais barata até a última que atenda à demanda completamente. Neste caso, o custo da última usina despachada representaria o Custo Marginal do Sistema, ou seja, o custo de se despachar um acréscimo de 1 MW na demanda.

Os sistemas térmicos, vistos desta forma, possuem as seguintes características (TERRY et al., 1986; SOARES, 2008):

- Independência Temporal: as decisões tomadas em um estágio não afetam os estágios seguintes;
- Independência entre as usinas: a operação de uma determinada usina não afeta na capacidade de geração nem nos custos de outra usina do sistema;
- Independência da estratégia de operação: a confiabilidade do sistema independe da estratégia de operação adotada, tendo em vista que o suprimento da demanda depende apenas de se ter capacidade instalada suficiente.

Em uma análise mais detalhada observa-se a necessidade levar em consideração as restrições contratuais relacionadas à disponibilidade e comercialização de combustível (ex: contratos take or pay de gás). Sendo assim, as características mencionada anteriormente não garantem a independência temporal. Trabalhos recentes levam em conta estas características, propondo uma otimização integrada entre as geração de energia e as disponibilidades dos combustíveis (MORAES,2007), (BARROSO, 2005).

Os sistemas que possuem como base a geração hidráulica, sendo eles exclusivamente hidráulicos ou mesmo possuindo complementaridade térmica (como é o caso do Brasil), diferem significativamente dos sistemas puramente térmicos, tendo em vista, principalmente o fato de que a água utilizada na geração, apesar de ser considerada 'gratuita', depender do volume de chuvas. Adicionalmente, prefere-se o desligamento das usinas térmicas tendo em vista a gratuidade da água.

Os sistemas hídricos com complementaridade térmica possuem características bem distintas dos sistemas puramente térmicos, dentre as quais se destacam (FORTUNATO et al., 1990), (MORAES, 2007):

- Estocasticidade: relacionada com a incerteza em relação as aflúncias futuras, que se tornam mais significativas quanto maior for o horizonte do planejamento;
- Acoplamento espacial da operação: a construção de usinas em cascata, ou seja, no leito de um mesmo rio, faz com que a operação de uma usina a montante interfira na operação das usinas a jusante;
- Acoplamento temporal da operação: a decisão da utilização dos recursos hídricos em um mês pode ocasionar efeitos indesejados nos meses subsequentes, tais como o não suprimento da carga (déficit) ou mesmo o vertimento de água dos reservatórios, que representa um desperdício de energia.

Assim sendo, chega-se ao problema da decisão operativa ótima do sistema, onde o uso da água estocada garante uma operação menos onerosa no presente, porém impactando o custo da energia no futuro, caso haja uma baixa aflúncia, já que a energia deverá ser gerada por fonte térmica, com custos elevados, podendo inclusive ocorrer o não suprimento da demanda. Do contrário, caso se decida operar o sistema com a utilização de geração térmica no estágio atual e ocorra uma aflúncia significativamente acima da esperada, as usinas hidrelétricas poderão ser obrigadas a verter água, o que representa uma perda de energia. A situação da

tomada de decisão pelo operador é mostrada na Figura 2, adaptada de MARCATO (2002), com seus respectivos resultados.

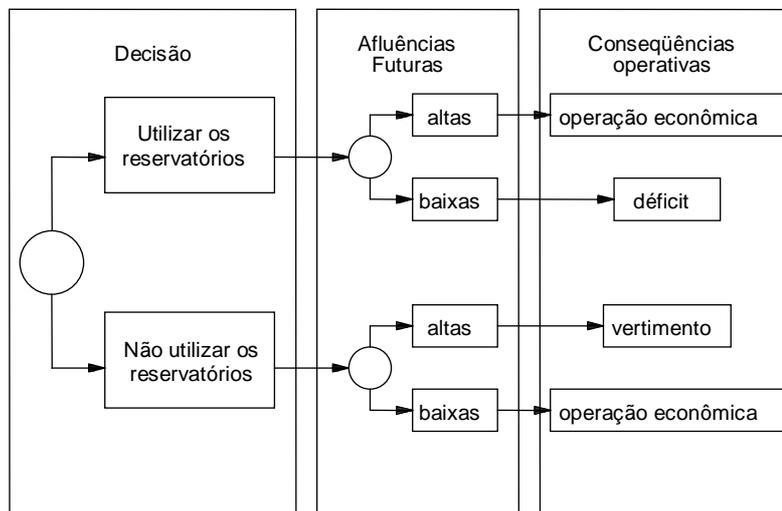


Figura 2: Representação da decisão operativa de um sistema hidrotérmico

Esta dualidade no processo decisório faz com que o custo de operação seja composto pelo custo presente mais o custo futuro. Na Figura 3 (ONS, 2008) podem ser observadas as curvas que representam os custos atual, futuro e total, em função do nível de armazenamento final de um determinado estágio. Este fato explica que apesar do custo da água ser considerado igual a zero, a sua utilização ou não em um determinado mês, resulta em custo futuro associado à esta decisão, conhecido como valor da água. Por isto, através desta metodologia, a utilização da água tem um custo indireto incorporado na função de custo futuro.

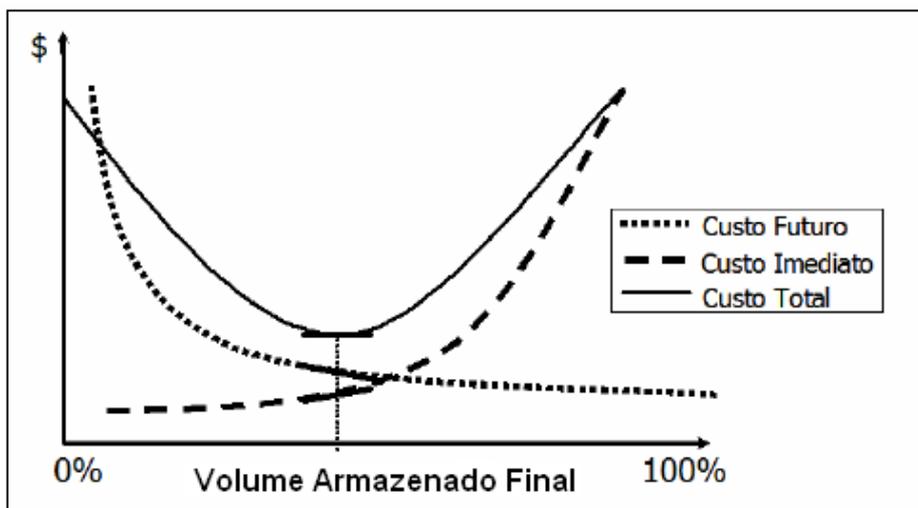


Figura 3: Função de custo imediato, custo futuro e custo total (SILVA, 2001)

Observa-se que o dilema do operador pode ser visto em função das curvas propostas, onde a diminuição do custo atual, através do deplecionamento dos reservatórios e economia de combustíveis das térmicas, implica em um aumento do custo futuro. Por outro lado, uma economia de água no estágio atual através da geração térmica, com um conseqüente aumento no custo do estágio atual, reflete na diminuição dos custos relacionados a estágios futuros.

O objetivo do problema passa a ser a determinação dos montantes de geração hidráulica e térmica que apresentem o menor custo total de operação.

A função do custo total de operação (FCT) é composta pela soma da função de custo imediato (FCI) com a função de custo futuro (FCF), conforme representado na equação 2.1 (SILVA, 2001).

1.2

Breve histórico do Planejamento Energético no SEB

O Sistema Elétrico Brasileiro (SEB) se destaca pela predominância da geração hidráulica, o que representa uma alta dependência das aflúncias para garantir uma operação eficiente e acima de tudo, segura. Nos últimos anos vem ocorrendo um aumento significativo do percentual de participação térmica na matriz energética brasileira, visando, principalmente, garantir a segurança do abastecimento em momentos de hidrologia desfavorável. Além disso, devido a sua vasta extensão, observa-se a existência de complementaridade hidrológica entre as regiões. Observa-se que a região Sul apresenta um período com maiores precipitações entre os meses de maio a novembro, período considerado seco para as outras regiões do país, considerando a Média de Longo Termo - MLT.

Entre os anos de 1974 e 1978 era utilizado um modelo de curva-guia baseada na pior série de todo o histórico de vazões (pior seca) para o planejamento energético do sistema elétrico brasileiro. Em 1977, a Eletrobrás e o CEPEL concluíram o desenvolvimento de um modelo baseado em Programação Dinâmica Estocástica - PDE. Este modelo foi adotado a partir de 1979. Ressalta-se que este modelo não considerava o intercâmbio entre as regiões do sistema hidrotérmico por ser o sistema elétrico brasileiro composto por sistemas isolados (TERRY *et al.*, 1986).

A ampliação do sistema de transmissão brasileiro, ocorrida ao longo dos anos, resultou no aumento do número de combinações de estados operativos. Este aspecto tornou a metodologia disponível inviável para realizar o planejamento da operação do sistema brasileiro (KLIGERMAN, 1992).

A partir daí, vários estudos foram realizados com o objetivo de considerar os intercâmbios como variáveis de decisão no problema de otimização. Em 1985, foi proposta a Programação Dinâmica Dual Estocástica – PDDE, (PEREIRA e PINTO, 1985), (PEREIRA, 1989). Esta metodologia utiliza a técnica de Decomposição de Benders (BENDERS, 1962) e as aflúncias são tratadas a partir de um modelo auto-

regressivo periódico (HIPEL e McLEOD, 1994), (MACEIRA e DAMÁZIO, 2004), (MONDAL e WASIMI, 2006). Adicionalmente, os reservatórios do Sistema Interligado Nacional (SIN) são agregados em 4 reservatórios equivalentes de energia a fim de evitar o “mal da dimensionalidade” (ARVANITIDIS e ROSING, 1970), (ZAMBELLI *et al.*, 2006).

Esta modelagem é utilizada até hoje, e está implementada nos modelos DECOMP e NEWAVE (MACEIRA, 2002), desenvolvidos pelo CEPEL, os quais são os modelos oficiais do Setor Elétrico Brasileiro (SEB) para o planejamento da operação de curto e médio prazo respectivamente. O modelo NEWAVE considera o horizonte de médio prazo para o planejamento da operação, o qual contempla 5 anos de estudo com discretização mensal. Neste horizonte, a tendência hidrológica e o armazenamento final dos sistemas equivalentes de cada estágio são considerados como variáveis de estado do problema. A geração de cenários de energias afluentes é realizada pelo modelo auto-regressivo periódico - Par(p) - implementado no modelo GEVAZP, também desenvolvido pelo CEPEL.

Adicionalmente, observa-se que o SEB possui atualmente 133 empreendimentos hidrelétricos em operação, sendo que destas usinas 65 apresentam reservatórios (ONS, 2010), o que representa um problema inviável do ponto de vista computacional considerando o problema em sua forma estocástica, com reservatórios individualizados. Para diminuir a quantidade de variáveis de estado, diminuindo o esforço computacional de forma que o problema seja solucionável em tempo hábil, adota-se a agregação de reservatórios, através do modelo de reservatórios equivalentes (MARCATO, 2002).

A partir da função de custo futuro calculada pelo modelo NEWAVE, o modelo DECOMP utiliza um horizonte de estudo reduzido (12 meses). Este horizonte de estudo é denominado de curto prazo e as características físicas das usinas e do sistema elétrico são mais detalhadas (MACEIRA *et al.*, 2002).

2

Modelo de Geração de Séries para o Planejamento Energético

2.1

Introdução

O gerenciamento integrado dos recursos hídricos tem sido amplamente discutido em todas as esferas políticas, sociais e econômicas. No que tange à geração de energia, o Brasil possui cerca de 90% de seu potencial composto por usinas hidrelétricas, o que justifica os altos níveis de investimentos e pesquisas a fim de garantir e melhorar todo o sistema de produção energética. Sabe-se que uma das principais características dos sistemas de geração com predominância hidráulica é a forte dependência dos regimes hidrológicos. Assim, percebe-se a importância dos modelos de geração de cenários de vazões com vista na otimização do desempenho das operações do sistema, com consequente aumento de benefícios e confiabilidade e, sobretudo, redução de custos. Dadas as incertezas associadas aos fenômenos naturais e ainda sob a influência de fenômenos influentes de longo prazo, como o El Niño, La Niña e as Manchas Solares, a atividade de planejamento e operação energética do sistema hidrelétrico brasileiro torna-se um problema complexo, estocástico e de solução não trivial. Faz-se necessário, portanto, dividir e equacionar a modelagem do problema em etapas, horizontes e níveis diversos de detalhamento temporal e matemático. Assim, a fim de garantir a operação energética no país, diversas abordagens têm sido empregadas com vista na simulação de cenários, principalmente para médio e longo prazo. Em geral, são utilizados modelos determinísticos, ou hidrológicos de chuva-vazão, (consideram características geográficas da região de interesse), estocásticos (BARTOLINI, 1988) – extração de informações com base em modelagem matemática e estatística dos dados disponíveis ao longo do tempo – e, por fim, os modelos baseados em inteligência artificial, sobretudo pela utilização de Redes Neurais e Lógica Nebulosa.

Neste minicurso o foco são os modelos probabilísticos baseados na metodologia proposta por Box & Jenkins (1976), baseados na Teoria Geral de Sistemas Lineares e fundamentada em duas ideias básicas: o princípio da parcimônia – escolha de um modelo com o menor número de parâmetros possíveis - e a construção dos modelos por meio de um ciclo iterativo, isto é, abrangendo várias etapas, desde identificação da estrutura da modelagem, passando pela estimação dos parâmetros até os vários testes de validação dos modelos. Mais especificamente, algumas séries com intervalo de tempo menor que o ano – séries mensais, por exemplo – têm como característica o comportamento periódico das suas propriedades probabilísticas, como, por exemplo, média, variância e a estrutura de

autocorrelação. Isto posto, a modelagem deste tipo de séries pode ser feita por meio de formulações autorregressivas cujos parâmetros apresentam um comportamento periódico em função das secas e chuvas. Costuma-se denominar esta classe por modelos autorregressivos periódicos, PAR (p), utilizados na geração de séries sintéticas no planejamento da operação do sistema elétrico nacional. Neste contexto, o modelo utilizado no planejamento da operação de médio prazo do sistema elétrico brasileiro é o Modelo Newave, que considera de diversos cenários de energias afluentes, obtidos por meio de modelos autorregressivos periódicos. A utilização do PAR (p) para modelar de séries de vazões hidrológicas e de energias naturais afluentes (ENAs) vem sendo aplicada no planejamento da operação energética no Brasil há muitos anos e recentemente alguns aspectos da modelagem começaram a ser questionados e investigações vêm surgindo à luz de projetos de pesquisa realizados em alguns dos centros de referência no país.

Este capítulo apresenta ao leitor os principais modelos estocásticos empregados neste minicurso. No intuito de introduzir e contextualizar matematicamente o problema, são mostrados, brevemente, os principais conceitos e abordagens da metodologia proposta por Box & Jenkins, a formulação básica dos principais modelos e os estágios fundamentais da modelagem. Conceitos matemáticos e estatísticos mais detalhados podem ser encontrados nas referências bibliográficas utilizadas.

2.2

A metodologia Box & Jenkins

Suponha, *a priori*, que exista um sistema que atue como um filtro, estimulado por uma série de ruídos brancos (sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, em geral seguindo uma distribuição gaussiana de probabilidades com média nula e variância constante), resultantes de um processo de geração de números aleatórios, e que com esse estímulo seja gerada pelo sistema uma sequência de valores observados seguindo um padrão, que corresponde à série temporal Z_t .

Evidentemente, em situações reais tem-se o caminho contrário, isto é, conhece-se o conjunto de observações sequenciais Z_t geradas pelo sistema em questão, ao qual se busca associar um modelo que corresponda aos processos internos ao sistema que as gerou. Uma vez que se estabeleça um modelo operacional para essa representação, a série aleatória a_t de valores em torno de zero corresponde à sequência de valores (resíduos) que resulta ao extrair de Z_t os valores obtidos com o modelo ajustado a essa mesma série de valores observados Z_t .

De acordo com HAMILTON (1984), a metodologia Box & Jenkins para a previsão se baseia no ajuste de modelos sequenciais denominados ARIMA

(autorregressivos integrados e de médias móveis) a séries temporais de valores observados de forma que a diferença entre os valores gerados pelos modelos e os valores observados resulte numa sequência de ruídos brancos.

Os modelos ARIMA são matematicamente muito robustos e capazes de descrever os processos de geração de uma variedade de séries temporais para os previsores (que correspondem aos filtros) sem a necessidade, *a priori*, de outras séries explicativas do fenômeno em questão.

Pode-se associar o conceito inicial de um filtro estimulado por uma série aleatória do tipo ruído branco à metodologia de Box & Jenkins conforme Figura 4, em que é representado um conjunto de sucessivos filtros aos quais se associam os parâmetros dos modelos ARIMA (p,d,q) que representam os sistemas estimulados pela série a_t que geraram a série temporal Z_t : o filtro de médias móveis (parâmetro q), o filtro autorregressivo estacionário (parâmetro p) e o filtro de integração não-estacionário (parâmetro d).

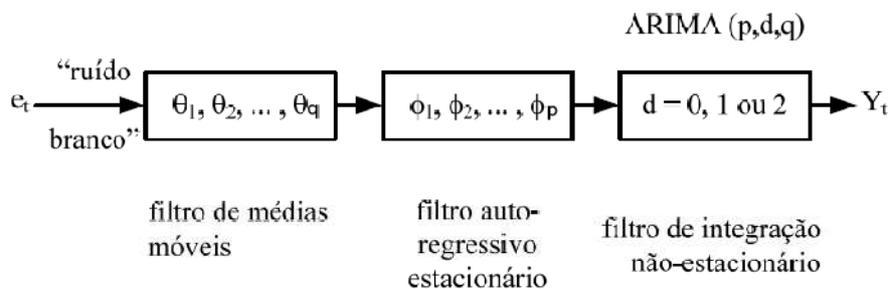


Figura 4: Os filtros do modelo ARIMA (p,d,q)

A diferença básica entre a regressão clássica e os modelos de séries temporais é que nos ARMA (p,q) ou ARIMA (p,d,q) não se pode assumir independência entre observações. Ao contrário, os modelos autorregressivos e de médias móveis se propõem a modelar o grau de autocorrelação entre desvios e observações defasadas.

De forma geral, quando se faz referência a modelos ARMA (p,q), esses modelos estão sendo ajustados à série original. Já ao fazer-se referência a modelos ARIMA (p,d,q), considera-se que a série foi diferenciada. Supondo Z_t a série já diferenciada, os modelos ARMA (p,q) são representados em sua forma geral da seguinte maneira:

$$Z_t = \alpha + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (2.1)$$

O melhor modelo deve ser parcimonioso, utilizando o menor conjunto de parâmetros possível para ajuste à série de dados observados. Os parâmetros p e q representam o número de parâmetros relativos aos comprimentos de defasagem em que se observam valores significativos das autocorrelações e que correspondem a

particularidades do sistema de geração das séries que devem ser explicadas pelo modelo (pois correspondem a um padrão de geração). O processo gerador dos dados da série é dito aleatório linear se o modelo ajustado Z_t pode ser descrito como uma combinação linear de valores defasados de Z_t e a_t .

Esses modelos podem, para facilitar a compreensão, ser separados em dois modelos complementares: os modelos de médias móveis e os modelos autorregressivos. Os primeiros, MA (q), correspondem aos processos de médias móveis de ordem q em que cada observação Z_t é gerada por uma média ponderada dos erros aleatórios q períodos passados. O modelo autorregressivo genérico AR (p) modela uma autorregressão da variável Z_t com ela mesma defasada ($Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-p}$), para os p períodos de defasagem em que a autocorrelação parcial entre as variáveis é significativa.

Existe um princípio de dualidade entre os modelos do tipo MA e AR de forma que haja a seguinte correspondência entre eles: um MA (q) de ordem finita corresponde a um AR (p) de ordem infinita e um AR (p) de ordem finita a MA (q) de ordem infinita. Para detalhes, ver BOX, JENKINS & REINSEL (1994).

A metodologia de Box & Jenkins segue três estágios principais, conforme mostrado na Figura 5:

- Identificação de possíveis modelos e de seus parâmetros (p, d, q);
- Estimação dos parâmetros (p, q) e testes de diagnóstico;
- Previsão, simulação ou controle do sistema de geração dos valores observados Z_t .

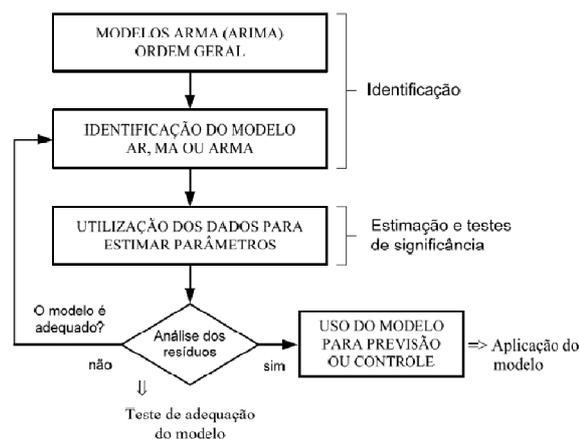


Figura 5: Estágios da metodologia Box & Jenkins

Portanto, como tarefa inicial é preciso determinar p e q para a identificação de possíveis modelos. Para isso procede-se ao exame dos coeficientes das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial, que permitem medir a força relativa de interação entre as variáveis Z_t defasadas.

A combinação dos termos ponderados por esses dois coeficientes, na ausência de aleatoriedade, poderiam revelar o modelo exato ARMA (p,q). Contudo, a aleatoriedade está presente na amostra do processo, o que leva a desvios dos verdadeiros valores observados. Logo, pode haver enganos na identificação dos coeficientes de autocorrelação com base na análise de dados amostrais. Esses enganos são revelados no teste de adequação do modelo ou análise dos resíduos.

2.3

O modelo Par(p)

Conforme mostrado em HIPEL & McLEOD (1994), algumas séries históricas, dentre estas as hidrológicas sazonais, exibem uma estrutura de autocorrelação que depende não somente do intervalo de tempo entre as observações, mas também do período observado. Ainda, segundo SALAS (1982), os processos estocásticos naturais são, em geral, estacionários em sentido lato, isto é, os momentos de primeira e segunda ordem da distribuição de probabilidades não são afetados por variações devido à escolha da origem dos tempos, HARVEY (1981), um dos pressupostos para a aplicação da metodologia Box & Jenkins).

Na classe de modelos periódicos, dois modelos se destacam: PAR (*periodic autoregressive*) e PARMA (*periodic ARMA*). O modelo PAR (p) ajusta para cada período da série um modelo AR (p). Em hidrologia, a modelagem PAR (p) surgiu a partir das pesquisas de THOMAS & FIERING (1962), de acordo com HIPEL & McLEOD (1994).

De maneira similar, um PARMA (p,q) consiste num modelo ARMA (p,q) para cada período em estudo. De acordo com RASMUSSEN (1996), a extrapolação dos modelos PAR (p) para os modelos PARMA (p,q) não é uma tarefa trivial e pode não ser justificável dado o bom desempenho dos modelos autorregressivos. Ainda, conforme mostrado em HOSKING (1984), estão descritos na literatura procedimentos para modelagem de séries hidrológicas que apresentam longa dependência e possuem o parâmetro d do modelo ARIMA (grau de diferenciação) assumindo valores fracionários. Estes modelos são conhecidos como ARFIMA, TREVISAN (2000). A estimação de d em geral é baseada na função periodograma e periodograma suavizado. Esses modelos não serão abordados neste trabalho.

De acordo com MACEIRA (1989), séries hidrológicas de intervalo de tempo menor que o ano, tais como séries mensais, têm como característica o comportamento periódico das suas propriedades probabilísticas, como, por exemplo, a média, a variância, a assimetria e a estrutura de autocorrelação. A análise deste tipo de séries pode ser feita pelo uso de formulações autorregressivas cujos parâmetros apresentam um comportamento periódico. A esta classe, denomina-se modelos autorregressivos periódicos, que são referenciados por PAR(p), onde p é a ordem do modelo, ou seja, o número de termos autorregressivos do modelo. Em geral, p é um vetor, $p = [p_1, p_2, \dots,$

$p_{12}]$, onde cada elemento fornece a ordem de cada período (mês, no caso de séries mensais).

O modelo PAR (p) é descrito matematicamente por:

$$\left(\frac{Z_t - \mu_m}{\sigma_m} \right) = \varphi_1^m \left(\frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}} \right) + \dots + \varphi_{p_m}^m \left(\frac{Z_{t-p_m} - \mu_{m-p_m}}{\sigma_{m-p_m}} \right) + a_t \quad (2.2)$$

Z_t	Série sazonal de período s .
S	Número de períodos ($s = 12$ para séries mensais).
T	Índice do tempo, $t = 1, 2, \dots, sN$, função do ano T ($T = 1, 2, \dots, N$) e do período m ($m = 1, 2, \dots, s$).
N	Número de anos.
μ_m	Média sazonal do período m .
σ_m	Desvio-padrão sazonal do período m .
φ_m^i	i -ésimo coeficiente autorregressivo do período m .
p_m	Ordem do operador autorregressivo do período m .
a_t	Série de ruídos independentes com média zero e variância $\sigma_a^{2(m)}$. A fim de não sobrecarregar a notação, os ruídos $a_t^{(m)}$ serão tratados apenas como a_t .

A metodologia ajusta, portanto, um modelo autorregressivo de ordem p para cada um dos períodos (meses) das séries hidrológicas históricas de vazões e/ou ENAs (Energia Natural Afluente) de cada um dos subsistemas brasileiros (Sudeste/Centro-Oeste, Sul, Nordeste e Norte). Além dos vínculos hidráulicos, os subsistemas são conectados eletricamente por meio de grandes troncos de interligação, constituindo desta forma um sistema interligado.

2.4

Identificação das ordens “p”

Segundo MACEIRA (1989), a identificação tradicional das ordens p dos modelos PAR (p) é feita por meio da análise das funções de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP).

Seja ρ_k^m $\rho^m(k)$ a correlação entre Z_t e Z_{t-k} , de tal forma que t corresponda ao período m :

$$\rho_k^m = E \left[\left(\frac{Z_t - \mu_m}{\sigma_m} \right) \left(\frac{Z_{t-k} - \mu_{m-k}}{\sigma_{m-k}} \right) \right] \quad (2.3)$$

O conjunto de funções de autocorrelação $\rho^m(k)$ dos períodos $m = 1, \dots, s$, descrevem a estrutura de dependência temporal da série. Estas funções são dadas por:

$$\begin{aligned} \rho_k^m &= E \left[\left(\frac{Z_t - \mu_m}{\sigma_m} \right) \left(\frac{Z_{t-k} - \mu_{m-k}}{\sigma_{m-k}} \right) \right] = \\ &\varphi_1^m E \left[\left(\frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}} \right) \left(\frac{Z_{t-k} - \mu_{m-k}}{\sigma_{m-k}} \right) \right] + \dots \\ &\dots + \varphi_{p_m}^m E \left[\left(\frac{Z_{t-p_m} - \mu_{m-p_m}}{\sigma_{m-p_m}} \right) \left(\frac{Z_{t-k} - \mu_{m-k}}{\sigma_{m-k}} \right) \right] + E \left[a_t \left(\frac{Z_{t-k} - \mu_{m-k}}{\sigma_{m-k}} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.4)$$

Conhecidos os parâmetros de um modelo PAR(p), as funções $\rho^m(k)$ são dadas pela solução da equação 2.4 e podem ser expressas por uma combinação de decaimentos exponenciais e/ou ondas senoidais (para detalhes, ver BOX, JENKINS & REINSEL (1994)), o que faz com que cada $\rho^m(k)$ tenda a zero à medida que k cresce.

Fixando-se m e variando k de 1 a p_m em 2.4, obtemos para cada período um conjunto de equações comumente denominado de equações de Yule-Walker. Para um período m qualquer:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1^{m-1} & \rho_2^{m-1} & \dots & \rho_{p_m-1}^{m-1} \\ \rho_1^{m-1} & 1 & \rho_1^{m-2} & \dots & \rho_{p_m-2}^{m-2} \\ \rho_2^{m-1} & \rho_1^{m-2} & 1 & \dots & \rho_{p_m-3}^{m-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \rho_{p_m-1}^{m-1} & \rho_{p_m-2}^{m-2} & \rho_{p_m-3}^{m-3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1^m \\ \varphi_2^m \\ \varphi_3^m \\ \vdots \\ \varphi_{p_m}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1^m \\ \rho_2^m \\ \rho_3^m \\ \vdots \\ \rho_{p_m}^m \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Chamando φ_{kj} o j -ésimo parâmetro autorregressivo de um processo de ordem k , φ_{kk} é o último parâmetro deste processo. As equações de Yule-Walker para cada período m podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1^{m-1} & \rho_2^{m-1} & \dots & \rho_{k-1}^{m-1} \\ \rho_1^{m-1} & 1 & \rho_1^{m-2} & \dots & \rho_{k-2}^{m-2} \\ \rho_2^{m-1} & \rho_1^{m-2} & 1 & \dots & \rho_{k-3}^{m-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \rho_{k-1}^{m-1} & \rho_{k-2}^{m-2} & \rho_{k-3}^{m-3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{k1}^m \\ \varphi_{k2}^m \\ \varphi_{k3}^m \\ \vdots \\ \varphi_{kk}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1^m \\ \rho_{k2}^m \\ \rho_{k3}^m \\ \vdots \\ \rho_{kk}^m \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Omitindo a notação do período m no intuito de facilitar as notações, ao conjunto de valores $\varphi_{kk} \varphi_{kk}^m, k = 1, 2, \dots$, chamamos de função autocorrelação parcial do período m . Este conjunto é outra forma de representar a estrutura de dependência do processo estocástico ao longo do tempo. Em um processo autorregressivo de ordem p_m , a função de autocorrelação parcial φ_{kk}^m será diferente de zero para k menor ou igual a p_m e zero para k maior que p_m .

Portanto, a identificação clássica do modelo consiste em determinar as ordens mais apropriadas dos operadores autorregressivos de cada período $p_m, m = 1, \dots, s$. Isto pode ser feito obtendo-se estimativas $\varphi_{kk}^m, k = 1, \dots, N/4$ e substituindo em 2.6 as autocorrelações pelos respectivos valores amostrais. Se a ordem do operador autorregressivo de um período qualquer m é p_m , então φ_{kk}^m para $k > p_m$ tem distribuição aproximadamente Gaussiana com média zero e variância $1/N$ (aproximação de Quenouille). Para cada período m procura-se a maior ordem i tal que todas as estimativas φ_{kk}^m para $k > i$ não sejam mais significativas. Esta forma de identificação é a utilizada no Newave, CEPEL (2000), e a ordem máxima admitida é seis, haja vista que estudos mostram que ordens elevadas apresentam maiores chances de conter coeficientes autorregressivos negativos que, eventualmente, poderão produzir coeficientes positivos indesejáveis nos cortes de *Benders* (fase de otimização), MACEIRA (2004).

Após a etapa de identificação é necessário obter estimativas para os diversos parâmetros do modelo. Segundo HIPEL & McLEOD (1994), para os modelos autorregressivos, os estimadores de momento são em geral tão eficientes quanto os obtidos pelo método da máxima verossimilhança. Os parâmetros $\varphi_i^m \varphi_i^m, i = 1, \dots, p_m$, são estimados substituindo-se na equação 2.5 $\rho_k^{m-k} \rho^{m-j}(k), j = 0, \dots, (p_m - 1), k = 1, \dots, p_m$, por suas estimativas amostrais (para detalhes, ver MACEIRA, 1989).

Observa-se que os parâmetros do modelo para o m -ésimo período podem ser estimados de maneira independente dos parâmetros de qualquer outro período. Cada um dos m sistemas resultantes pode ser resolvido por Decomposição de Cholesky. Finalmente, as estimativas de $\sigma_a^{2(m)}$ podem ser obtidas usando-se a expressão a seguir, PENNA (2009):

$$\sigma_a^{2(m)} = 1 - \varphi_1^m \rho_1^m - \varphi_2^m \rho_2^m - \dots - \varphi_{p_m}^m \rho_{p_m}^m \tag{2.7}$$

A etapa final, antes da geração dos cenários sintéticos, consiste em testar a adequação dos modelos, verificando se as hipóteses assumidas foram satisfeitas. Uma série de estatísticas e critérios pode ser empregada nessa fase a fim de escolher-se o modelo mais adequado; a grande maioria baseia-se na verificação da hipótese de os resíduos ajustados a_t serem *ruídos brancos*, isto é, sequências de variáveis aleatórias independentes, identicamente distribuídas e, não necessariamente, mas usualmente,

com distribuição Gaussiana de média zero, variância constante e que não apresenta qualquer estrutura de dependência serial (MORETTIN, 1987).

2.5

Geração de Cenários Hidrológicos sintéticos

O histórico de vazões e/ou ENAs disponível para o ajuste dos modelos é uma série temporal que, na verdade, consiste em apenas uma das possíveis realizações do processo estocástico gerador. O objetivo é, portanto, dado um modelo autorregressivo ajustado à série original, aproximar o comportamento estocástico e, sinteticamente, gerar tantas novas séries temporais quanto se queira, diferentes do histórico original, mas igualmente possíveis do ponto de vista estatístico.

Nesta sessão são apresentados todos os conceitos e detalhes matemáticos e estatísticos utilizados para geração de cenários hidrológicos sintéticos via métodos tradicionais, da forma como estão implementados no Newave. Conforme já comentado, os modelos utilizados para modelagem e geração cenários de aflúncias são referenciados como PAR(p), onde p é a ordem do modelo, ou seja, o número de termos autorregressivos. Em geral, p é um vetor, $p = [p_1, p_2, \dots, p_{12}]$, onde cada elemento fornece a ordem do respectivo período. Matematicamente tem-se:

$$\left(\frac{Z_t - \mu_m}{\sigma_m} \right) = \phi_1^m \left(\frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}} \right) + \dots + \phi_{p_m}^m \left(\frac{Z_{t-p_m} - \mu_{m-p_m}}{\sigma_{m-p_m}} \right) + a_t \quad (2.13)$$

Manipulando a equação do modelo para isolar o valor das vazões e/ou ENAs, têm-se as seguintes expressões:

$$\frac{Z_t}{\sigma_m} = \frac{\mu_m}{\sigma_m} + \phi_1^m \left(\frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}} \right) + \dots + \phi_{p_m}^m \left(\frac{Z_{t-p_m} - \mu_{m-p_m}}{\sigma_{m-p_m}} \right) + a_t \quad (2.14)$$

$$Z_t = \frac{\mu_m}{\sigma_m} \sigma_m + \phi_1^m \sigma_m \left(\frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}} \right) + \dots + \phi_{p_m}^m \sigma_m \left(\frac{Z_{t-p_m} - \mu_{m-p_m}}{\sigma_{m-p_m}} \right) + \sigma_m a_t \quad (2.15)$$

$$Z_t = \mu_m + \phi_1^m \sigma_m \left(\frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}} \right) + \dots + \phi_{p_m}^m \sigma_m \left(\frac{Z_{t-p_m} - \mu_{m-p_m}}{\sigma_{m-p_m}} \right) + \sigma_m a_t \quad (2.16)$$

Um dos problemas frequentes em sistemas com reservatórios em cascata, onde as vazões incrementais podem ser muito pequenas, é a geração de vazões mensais negativas. Para obter Z_t positivo é necessário que ele seja maior que zero:

$$Z_t = \mu_m + \varphi_1^m \sigma_m \left(\frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}} \right) + \dots + \varphi_{p_m}^m \sigma_m \left(\frac{Z_{t-p_m} - \mu_{m-p_m}}{\sigma_{m-p_m}} \right) + \sigma_m a_t > 0 \quad (2.17)$$

Colocando a inequação 2.17 em função de a_t :

$$a_t > - \left(\frac{\mu_m}{\sigma_m} \right) - \varphi_1^m \left(\frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}} \right) - \dots - \varphi_{p_m}^m \left(\frac{Z_{t-p_m} - \mu_{m-p_m}}{\sigma_{m-p_m}} \right) \quad (2.18)$$

Chamando o lado direito da inequação 2.18 de Δ , tem-se:

$$a_t > \Delta \quad (2.19)$$

Portanto, a variável Δ é função apenas dos momentos (média e variância) do período m e dos coeficientes autorregressivos e é dada por:

$$\Delta = - \left(\frac{\mu_m}{\sigma_m} \right) - \varphi_1^m \left(\frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}} \right) - \dots - \varphi_{p_m}^m \left(\frac{Z_{t-p_m} - \mu_{m-p_m}}{\sigma_{m-p_m}} \right) \quad (2.20)$$

Muitos pesquisadores consideram que os resíduos a_t apresentam distribuição Normal e uma possível não-normalidade pode ser corrigida por transformações não-lineares, BOX & COX (1964) apud SHAHJAJAN MONDAL (1996). Entretanto, como as séries sintéticas produzidas serão utilizadas em modelos que calculam as estratégias ótimas de operação de um sistema multireservatórios, baseados em programação dinâmica dual estocástica, o modelo de geração de séries sintéticas deve ser aplicado diretamente à série temporal original e deve ser capaz de lidar com resíduos que apresentam um forte coeficiente de assimetria.

A solução adotada, segundo a literatura, foi ajustar uma distribuição Lognormal com três parâmetros aos resíduos mensais a_t , MACEIRA & MERCIO (1997). Consequentemente, a variável ξ_t segue assume: $\xi_t \sim N(\mu_\xi, \sigma_\xi^2)$.

A seguir são mostrados em detalhes os passos para modelagem da estrutura dos ruídos que serão gerados com base em simulações Monte Carlo – geração pseudoaleatória de observações de alguma distribuição de probabilidades e uso da amostra obtida para aproximar a função de interesse.

$$a_t \sim LN(\mu_\xi, \sigma_\xi^2, \Delta) \quad (2.21)$$

$$\xi_t = \ln(a_t - \Delta) \quad (2.22)$$

Exponenciando ξ_t e isolando a_t tem-se:

$$e^{\xi_t} = a_t - \Delta \quad (2.23)$$

$$a_t = e^{\xi_t} + \Delta \quad (2.24)$$

$$\xi_t \sim N(\mu_\xi, \sigma_\xi^2) \quad (2.25)$$

Definindo $b_t \sim N(0,1)$, segue que:

$$\frac{\xi_t - \mu_\xi}{\sigma_\xi} = b \quad (2.26)$$

$$\xi_t = b\sigma_\xi + \mu_\xi \quad (2.27)$$

$$a_t = e^{\xi_t} + \Delta \quad (2.28)$$

Logo, é possível reescrever da seguinte forma a_t com a seguinte estrutura:

$$a_t = e^{b_t\sigma_\xi + \mu_\xi} + \Delta \quad (2.29)$$

O vetor b_t tem dimensão (4×1) e é gerado aleatoriamente com base em uma distribuição gaussiana padrão $(N(0,1))$. Os parâmetros Δ e $\sigma_\xi^{2(m)}$ são estimados de tal forma a preservar os momentos dos resíduos, conforme CHARBENEAU (1978) e reproduzido em PEREIRA (1984).

$$\sigma_{\xi_t} = \sqrt{\ln(\theta)} \tag{2.30}$$

$$\theta = 1 + \frac{\sigma_{a(m)}^2}{\Delta^2} \tag{2.31}$$

$$\mu_{\xi_t} = 0,5 * \ln\left(\frac{\sigma_{a(m)}}{\theta * (\theta - 1)}\right) \tag{2.32}$$

A fim de se gerar vazões mensais multivariadas, assume-se que os resíduos espacialmente não correlacionados, b_t , podem ser transformados em resíduos espacialmente correlacionados, W_t , da seguinte forma:

$$W_t = D b_t \tag{2.33}$$

D é uma matriz quadrada de dimensão igual ao número de subsistemas (4x4). A matriz D pode ser estimada por:

$$D D^T = U \tag{2.34}$$

Segundo PENNA (2009), no intuito de preservarem-se as dependências espaciais entre os subsistemas, faz-se U sendo a estimativa da matriz correlação espacial mensal entre as ENAs dos pares de subsistemas. A matriz D pode ser estimada pelo método da Decomposição Espectral, CASELLA (2001).

De acordo com MENDES (1990), para estimar D , adotam-se os seguintes procedimentos matemáticos:

A equação matricial $D D^T = U$ é resolvida por meio da obtenção dos autovalores e autovetores da matriz U , assim:

$$P L^{1/2} L^{1/2} P^T = U \tag{2.35}$$

$$D D^T = U \tag{2.36}$$

Portanto, $D = P L^{1/2}$. Em que P e L são as matrizes ($k \times k$) de autovetores e autovalores de U , respectivamente. Assim, U é decomposta em P e L , obtendo-se

posteriormente a matriz de carga, D . Tem-se, portando m matrizes D , $m = 12$ no caso de séries mensais.

A partir dos cenários gerados, o Sistema Newave busca calcular estratégias ótimas de operação para diversos cenários hidrológicos. A dimensão do espaço de estados é dada pelo número de reservatórios somado à ordem máxima do modelo PAR(p).

Na fase de otimização, o modelo estocástico “linear” PAR (p) será utilizado na estrutura de derivadas durante a fase de recursões do algoritmo de PDDE, responsável pela construção iterativa da função de custo futuro.

Contudo, dada a necessidade de garantir vazões e/ou ENAs não-negativas e a partir de algumas manipulações matemáticas, é possível observar uma alteração na equação linear autorregressiva do modelo, assumido uma estrutura não-linear, o que se torna um agravante na PDDE.

3

Técnicas de Otimização aplicadas ao Planejamento Energético

Neste capítulo serão abordados dois exemplos de aplicações de técnicas de otimização em planejamento energético: Programação Inteira na solução de despacho térmico e Programação Dinâmica no Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos.

3.1

Programação Inteira

Nos estudos da programação da operação, as unidades termoelétricas são representadas através de características físicas, econômicas e operativas, como: potência máxima, combustível utilizado, nível mínimo operativo, consumo de tomada e retomada de carga, entre outros. A seguir serão apresentados alguns aspectos relevantes do problema como: (i) definição; (ii) modelagem; (iii) formulação; (iv) dificuldades.

Como já mencionado, à medida que nos aproximamos da operação em tempo real, maior deve ser a representação do sistema elétrico em estudo. A representação da programação da operação de sistemas termoelétricos deve ser a mais realista possível, para tanto, as restrições designadas como “Thermal Unit Commitment” devem ser consideradas na modelagem do problema.

A programação da operação pode ser definida como sendo a determinação de uma estratégia de operação, cujo objetivo é indicar dentre todas as unidades geradoras existentes no sistema quais devem ser colocadas em operação e suas respectivas potências horárias de saída, de modo a atender a demanda de energia, satisfazendo as restrições operacionais e funcionais do sistema.

Como se pode perceber, o problema pode ser dividido em dois subproblemas: (i) referente à determinação das unidades que devem estar em operação mediante a demanda solicitada, “Thermal Unit Commitment”; (ii) referente à determinação da potência gerada por cada uma das unidades colocadas em serviço pelo subproblema (i), o despacho econômico. A diferença entre ambos os problemas é a questão relacionada à variação da demanda ao longo do tempo. O problema do despacho visa determinar unicamente a potência de saída de cada unidade termoelétrica, portanto, não decide sobre quais unidades devem estar em operação e quando isso deve ocorrer. A variação da curva de carga ao longo do tempo enseja o acionamento e/ou desligamento de determinadas unidades geradoras, o que envolve novos custos e restrições aumentando a complexidade do problema. Quanto às escalas de tempo

envolvidas, a programação diária cobre o escopo das decisões de operação do sistema de potência a cada hora, dentro do horizonte de um dia a duas semanas.

Existem inúmeras variantes para a modelagem do problema, cujo estudo pode ser encontrado na literatura especializada (DINIZ, 2007). A modelagem do problema depende de algumas considerações, mostradas na Figura 6 e descritas a seguir.

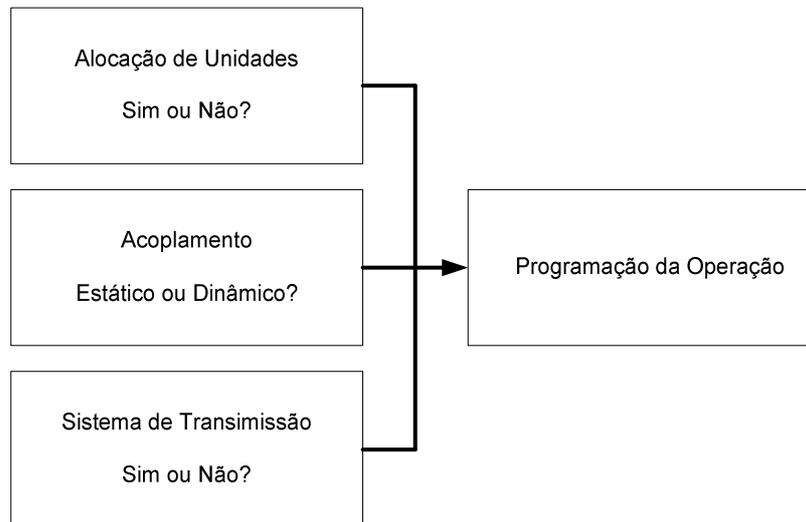


Figura 6: Considerações na modelagem do problema

Alocação de unidades geradoras: visa à determinação de quais unidades devem estar em operação (“Thermal Unit Commitment”) durante um determinado período de operação ou parte-se de uma programação de operação previamente conhecida

Acoplamento estático ou dinâmico: o problema é dito estático quando a programação é pontual (horária), ou seja, não são considerados os acoplamentos temporais entre as decisões a serem tomadas durante todo o período de análise. Por outro lado, o planejamento dinâmico considera todo o acoplamento temporal existente.

Representação do sistema de transmissão: a consideração da rede de transmissão, limites de fluxo e perdas ôhmicas, é incipiente na literatura, sendo o sistema elétrico de potência geralmente modelado como barra única.

De acordo com as considerações apresentadas anteriormente é possível definir a modelagem e a formulação a serem consideradas no estudo.

De maneira geral, existem dois tipos de restrições na formulação: (i) restrições sistêmicas, tais como atendimento à demanda, reserva girante e limites de transmissão. Estes tipos de restrições impõem alguma dificuldade ao problema, visto que acoplam as diversas termoelétricas existentes no sistema; (ii) restrições locais, tais como limites operacionais, tomadas e retomadas de carga e tempos mínimos de parada e partida. Estas restrições interferem apenas na operação das termoelétricas individualmente, ou seja, são restrições inerentes a cada unidade geradora. Entretanto, algumas destas restrições impõem uma maior dificuldade na resolução do problema devido ao acoplamento temporal existente, uma vez que as decisões atuais de parada e partida têm efeito sobre as disponibilidades futuras de operação das unidades geradoras, por exemplo.

Além das restrições citadas anteriormente, a formulação do problema pode tornar-se bastante complexa de acordo com o grau de exigência, pois restrições referentes à mistura de combustíveis, restrições ambientais e a própria consideração da rede de transmissão na modelagem são fatores complicadores e ainda, menos explorados na literatura. A seguir, será apresentada a formulação geral para o problema referente à programação da operação de sistemas termoelétricos de geração.

Função Objetivo

A função objetivo (FOB) consiste na minimização da soma do custo de operação (A_1) de cada unidade térmica em serviço, bem como os custos de partida (A_2) e parada (A_3) de cada UTE durante o período em estudo. O custo de desligamento (CD) é dado como um valor constante para cada unidade, sendo o valor nulo geralmente adotado.

$$\text{Minimizar FOB} = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A_1 = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{NG} [a_{i,k} + b_{i,h} \cdot Pg_{i,k}(t) + c_{i,k} \cdot Pg_{i,k}^2(t)] \cdot U_{i,k}(t) \quad (3.1)$$

$$A_2 = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{NG} CP_{i,k}(t) \cdot U_{i,k}(t) \cdot [1 - U_{i,k}(t-1)] \quad (3.2)$$

$$A_3 = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{NG} CD_{i,k}(t) \cdot U_{i,k}(t-1) \cdot [1 - U_{i,k}(t)] \quad (3.3)$$

onde:

T	Número total de períodos de planejamento (horas);
NG	Número total de unidades geradoras;
$a_{i,k}$	Componente constante do custo da unidade geradora i (\$/h) localizada na barra k ;
$b_{i,k}$	Componente linear do custo da unidade geradora- i (\$/MWh) localizada na barra k ;
$c_{i,k}$	Componente quadrático do custo da unidade geradora- i (\$/MW ² h) localizada na barra k ;
$Pg_{i,k}(t)$	Potência ativa gerada pela unidade- i (MW) no instante t localizada na barra k ;
$CP_{i,k}(t)$	Custo (\$) de Partida da unidade geradora- i no instante t localizada na barra k ;
$CD_{i,k}(t)$	Custo (\$) de Desligamento da unidade geradora- i no instante t localizada na barra k ;
$U_{i,k}(t)$	Representa a decisão de colocar a unidade geradora- i em serviço (1) ou não (0), no instante t (variável discreta) localizada na barra k .

É importante mencionar que o custo de partida das unidades geradoras depende do tempo que a unidade esteve parada anteriormente (T_i^{OFF}) e do fato de se manter ou não as caldeiras quentes durante o período de parada. O custo de partida é dado pelas seguintes condições:

- se $T_{i,k}^{OFF} \leq TMD_{i,k} \leq T_{i,k}^{OFF} + csh_{i,k}$, tem-se $CP_{i,k}(t) = CP_{i,k}^q$
- se $TMD_{i,k} > T_{i,k}^{OFF} + csh_{i,k}$, tem-se $CP_{i,k}(t) = CP_{i,k}^f$

onde:

$T_{i,k}^{OFF}$	Número de horas que a unidade geradora- i está fora de serviço na barra k ;
$TMD_{i,k}$	Tempo mínimo de desligamento da unidade térmica i localizada na barra k ;

$cs h_{i,k}$	Tempo de partida (horas) fria da unidade térmica- i localizada na barra k ;
$CP_{i,k}^f$	Custo (\$) de Partida a frio da unidade geradora- i localizada na barra k ;
$CP_{i,k}^q$	Custo (\$) de Partida a quente da unidade geradora- i localizada na barra k .

Restrição de Balanço de Potência Ativa do Sistema

A formulação tradicional utiliza o modelo de fluxo de carga CC, o qual possibilita o desenvolvimento de um modelo aproximado, com baixo esforço computacional e precisão aceitável para a distribuição dos fluxos de potência ativa em uma rede de transmissão. Este tipo de modelagem tem encontrado muitas aplicações na análise de sistemas de potência, tanto em planejamento como na operação. A restrição de balanço de potência, utilizando o modelo CC, é dada por:

$$U_{i,k}(t) \cdot Pg_{i,k}(t) - Pl_k(t) - \sum_{m \in \Omega_k} f_{km}(t) = 0 \quad (3.4)$$

onde:

$Pl_k(t)$	Valor da demanda (MW) na barra k no instante t ;
$f_{km}(t)$	Fluxo de potência ativa (MW) no ramo entre as barras k - m no instante t ;
Ω_k	Vizinhança da barra k .

A restrição de balanço de potência ativa analisa diretamente o estado da rede, sendo que as duas leis de Kirchhoff devem ser obedecidas a todo o momento. As vantagens da formulação CC são a robustez e os baixos requisitos computacionais para solução.

Restrições do Sistema de Transmissão

Tradicionalmente, o problema é simplificado usando-se o modelo de fluxo de carga CC, onde restrições de tensão e estabilidade são incorporadas através de limites preestabelecidos para o fluxo de potência ativa, equação (3.5). No modelo CC, o fluxo de potência ativa através da linha entre as barras k - m é dada pela equação (3.6).

$$f_{km}^{\min} \leq f_{km}(t) \leq f_{km}^{\max} \quad (3.5)$$

$$f_{km}(t) = \gamma_{km} \cdot \theta_{km} \quad (3.6)$$

onde:

f_{km}^{\max} Limite superior do fluxo de potência ativa (MW) entre as barras $k-m$;

f_{km}^{\min} Limite inferior do fluxo de potência ativa (MW) entre as barras $k-m$;

f_{km} Fluxo de potência ativa (MW) entre as barras $k-m$;

θ_{km} Diferença angular entre as barras $k-m$;

γ_{km} Susceptância da linha de transmissão localizada entre as barras $k-m$.

A inclusão das perdas ativas no modelo CC requer a adição de um termo não linear em (3.6), ou seja:

$$f_{km}(t) = \gamma_{km} \cdot \theta_{km} + \frac{1}{2} g_{km} \cdot \theta_{km}^2 \quad (3.7)$$

onde:

g_{km} Condutância da linha de transmissão localizada entre as barras $k-m$.

Como já mencionado, o modelo CC é bastante utilizado como ferramenta rápida para o cálculo aproximado dos fluxos de potência ativa no sistema de transmissão. Estudos com o sistema brasileiro (PARKER et al, 1980) mostram que os erros na aproximação são relativamente pequenos, entre 2% e 5% em circuitos mais sobrecarregados.

A consideração da rede de transmissão na modelagem do problema é incipiente na literatura, sendo o sistema elétrico de potência geralmente modelado como barra única. As restrições dos fluxos de potência ativa da rede de transmissão trazem fatores complicadores à análise do problema, já que os limites de transmissão passam a ter influência direta nas decisões de operação.

Restrição de Reserva Girante do Sistema

É necessário prever uma folga, designada de reserva girante, entre a carga prevista e a potência total disponível entre as unidades geradoras em serviço, seja para suprir aumentos inesperados de carga ou desvios de previsão, seja para manter

o serviço em caso da perda da unidade geradora de maior capacidade. Esta folga é representada analiticamente pela restrição de desigualdade.

$$\sum_{i=1}^{NG} U_i(t) \cdot Pg_i^{\max} \geq \sum_{k=1}^{NB} Pl_k(t) + rg(t) \quad (3.8)$$

onde:

NB Número de barras;

$rg(t)$ Reserva girante prevista (MW) para o instante t (percentual da demanda solicitada no instante t).

Restrição dos Tempos de Partida e Parada das Unidades Geradoras

Estas restrições, equação (III.9), são essencialmente por razões de ordem técnica, fadiga do material e gradientes térmicos inerentes às unidades geradoras. Valores típicos para as unidades a vapor são de duas a doze horas para o tempo de parada e de uma a oito horas para o tempo de partida. Os demais tipos de unidades apresentam intervalos inferiores a estes.

$$\begin{aligned} T_{ij}^{ON} &\geq TMP_{i,k} \\ T_{ij}^{OFF} &\geq TMD_{i,k} \end{aligned} \quad (3.9)$$

onde:

T_{ij}^{ON} Número de horas que a unidade geradora- i está em serviço até a hora j ;

T_{ij}^{OFF} Número de horas que a unidade geradora- i está fora de serviço até a hora j ;

$TMP_{i,k}$ Tempo mínimo de partida (horas) da unidade geradora- i localizada na barra k ;

$TMD_{i,k}$ Tempo mínimo de desligamento (horas) da unidade geradora- i localizada na barra k .

Restrições de Operação das Unidades Geradoras

Estas restrições representam os valores máximos e mínimos de potência ativa gerada por cada unidade térmica por razões técnicas e/ou econômicas. Por exemplo, nas unidades a diesel, a produção de baixas potências é economicamente inviável, embora possível tecnicamente. Valores típicos da potência mínima para unidades a vapor são da ordem de 45% a 65% da potência máxima. Estes limites também são utilizados no problema referente ao despacho econômico.

$$Pg_{i,k}^{\min} \leq Pg_{i,k}(t) \leq Pg_{i,k}^{\max} \quad (3.10)$$

onde:

$Pg_{i,k}^{\min}$ Limite mínimo de geração de potência ativa (MW) da unidade geradora-*i* localizada na barra *k*;

$Pg_{i,k}^{\max}$ Limite máximo de geração de potência ativa (MW) da unidade geradora-*i* localizada na barra *k*.

Restrição de Tomada e Retomada de Carga ou Restrição de Rampa

Como não é possível a variação rápida de potência gerada pelas UTEs, taxas de tomada e retomada de carga são definidas para as unidades, as quais condicionam as alterações de produção de energia em intervalos de tempo sucessivos. A restrição de tomada e retomada de carga tem como objetivo restringir a variação de potência gerada por cada UTE, uma vez que esta não deve ser abrupta.

$$\left| Pg_{i,k}(t) - Pg_{i,k}(t-1) \right| \leq Rp_{i,k} \quad (3.11)$$

onde:

$Rp_{i,k}$ Variação máxima permitida de geração de potência ativa (MW/h) da unidade geradora-*i* localizada na barra *k*.

A restrição de tomada e retomada de carga não foi considerada na formulação empregada no presente trabalho, sendo sua modelagem proposta como desenvolvimento futuro.

Dificuldades do Problema

Classificado matematicamente como um problema de programação não linear inteira mista, o problema apresenta as seguintes dificuldades: (i) Região de solução não convexa, o que permite a existência de várias soluções e conduz grande parte dos algoritmos a convergirem em direção de mínimos locais, veja a Figura 7;

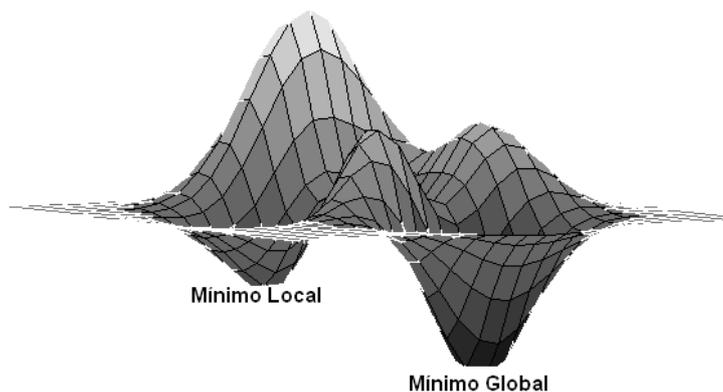


Figura 7: Região de Solução Não Convexa

(ii) Natureza combinatória do processo de decisão, que leva ao fenômeno da explosão combinatória referente às alternativas de operação, acarretando elevado tempo computacional. A Tabela 1 apresenta o número total de combinações de operação em relação a um determinado número de unidades geradoras para um período de vinte e quatro horas de operação;

(iii) Natureza dinâmica do processo de decisão, que se por um lado limita as opções de decisão, por outro ocasiona antagonismo em relação ao despacho econômico.

Tabela 1: Natureza combinatória do problema

Número de Geradores	Número de Combinações
7	3,0995e+050
10	1,7259e+072
40	9,7453e+288
100	∞

Branch-and-Bound

A estratégia de “Branch and Bound-B&B” é uma das principais técnicas para a resolução de problemas de programação inteira mista. Esta técnica consiste em resolver inicialmente um problema relaxado, onde se permitem quaisquer valores para as variáveis inteiras, e valores no intervalo $[0,1]$ para as variáveis binárias. Com isto, obtém-se um limite inferior (LINF) para o problema. Verificam-se quais variáveis violaram a condição de integralidade na solução encontrada e, em seguida, inicia-se a criação de uma árvore de subproblemas, onde em cada um fixam-se valores inteiros adequados para um subconjunto destas variáveis. Cada novo subproblema criado é denominado nó da árvore.

A eficiência de algoritmos de B&B depende essencialmente da forma como o particionamento dos nós é realizado, da velocidade na resolução dos subproblemas relaxados em cada nó, e das heurísticas realizadas para obter pontos viáveis (e, conseqüentemente, obter limites superiores da solução ótima para se podar os nós da árvore).

Como vantagens do algoritmo de B&B pode-se mencionar: (i) obtenção do ponto ótimo global; (ii) medida da otimalidade do melhor ponto encontrado; (iii) facilidade em se adicionar restrições e variáveis. Como desvantagens têm-se: (i) as expressões para as restrições e funções de custo devem ser lineares; (ii) o método demanda elevado tempo computacional e memória para aplicações de grande porte. Entretanto, avanços tecnológicos relevantes, nas últimas décadas, reduziram de forma significativa o tempo de resolução, mas não o bastante para tornar a metodologia computacionalmente atraente.

Aplicação do Algoritmo de Branch-and-Bound ao Problema de Unit Commitment Térmico.

Os dados referentes ao sistema exemplo podem ser observados nas Tabela 2 e Tabela 3. Este sistema é composto por três unidades térmicas e um período de quatro horas de operação. Para este sistema em particular, de modo a facilitar a análise, não serão consideradas as restrições de tomada e retomada de carga, as restrições de transmissão e os tempos de partida e parada das unidades termoeletricas serão consideradas unitárias.

Tabela 2: Demanda e reserva girante

Hora	PL(T) (MW)	RG(T) (MW)
1	170	17
2	520	52
3	1100	110
4	330	33

Tabela 3: Características das unidades geradoras

Hora	GER_1	GER_2	GER_3
$Pg_{i,k}^{\max}$	600	400	250
$Pg_{i,k}^{\min}$	75	60	25
a_i	500	300	100
b_i	10	08	06
c_i	0,002	0,0025	0,005

O problema descrito acima pode ser formulado como:

$$\text{Min} \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^3 U_{j,i} \times (a_i + b_i \cdot Pg_{j,i} + c_i \cdot Pg_{j,i}^2)$$

sa

$$\sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^3 U_{j,i} \times (Pg_{j,i}) = Pl_{j,i}$$

$$\sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^3 U_{j,i} \times (Pg_{j,i}^{\max}) \geq Pl_{j,i} + rg_{j,i}$$

$$Pg_{j,i}^{\min} \leq Pg_{j,i} \leq Pg_{j,i}^{\max}$$

$$U_{j,i} \in \{0,1\}$$

Observando a formulação acima, percebe-se que o problema é classificado matematicamente como um problema de programação não linear inteira mista. Desta forma, aplicaremos a técnica de branch and bound via software LINGO para a resolução do problema de otimização formulado acima. As figuras abaixo ilustram a formulação desenvolvida em LINGO.

```

DATA:
  NGER=3; ! NÚMERO DE UNIDADES GERADORAS;
  HORAS=4; ! NÚMERO DE HORAS DO PERÍODO DE PLANEJAMENTO;
ENDDATA

SETS:
  PERIODO / 1.. HORAS/ : DEMANDA, RESERVA; !PARÂMETROS ASSOCIADOS AO PERÍODO DE PLANEJAMENTO;
ENDSETS

SETS:
  TERMICAS / 1.. NGER / : A,B,C,PGMIN,PGMAX; !PARÂMETROS ASSOCIADOS AOS GERADORES;
  VAR_DEC_TER(TERMICAS,PERIODO): PGEN, STATUS; ! VARIÁVEIS DE DECISÃO;
ENDSETS

```

Figura 8: Formulação via LINGO – declaração de variáveis e parâmetros

```

DATA:
  A = 500 300 100; !CUSTO FIXO DE GERAÇÃO;
  B = 10 08 06; !CUSTO LINEAR DE GERAÇÃO;
  C = 0.002 0.025 0.005; !CUSTO QUADRÁTICO DE GERAÇÃO;
  PGMIN= 75 60 25; !LIMITE MÍNIMO DE GERAÇÃO;
  PGMAX= 600 400 250; !LIMITE MÁXIMO DE GERAÇÃO;
ENDDATA

DATA:
  DEMANDA = 170 520 1100 330; !DEMANDAS HORÁRIAS;
  RESERVA = 17 52 110 33 ; !RESERVAS HORÁRIAS;
ENDDATA

```

Figura 9: Formulação via LINGO – declaração dos dados.

```

! FUNÇÃO OBJETIVO;
MIN =
@SUM( VAR_DEC_TER(UTE,H) :
(A(UTE) + PGEN(UTE,H) *B(UTE) +(PGEN(UTE,H) *PGEN(UTE,H) *C(UTE) ) *STATUS(UTE,H) );

! EQUAÇÃO DE ATENDIMENTO A DEMANDA;
@FOR (PERIODO(H) :
@SUM(VAR_DEC_TER(UTE,H) :
STATUS(UTE,H) *PGEN(UTE,H) ) = DEMANDA(H) );

! EQUAÇÃO DE ATENDIMENTO A RESERVA GIRANTE;
@FOR (PERIODO(H) :
@SUM(VAR_DEC_TER(UTE,H) :
STATUS(UTE,H) *PGMAX(UTE) ) >= DEMANDA(H) + RESERVA(H) );

! LIMITES DE GERAÇÃO;
@FOR ( VAR_DEC_TER(TER,H) :
@BND( PGMIN(TER), PGEN(TER,H), PGMAX(TER) ) );

! LIMITES DA VARIÁVEL INTEIRA DE DECISÃO;
@FOR ( VAR_DEC_TER(TER,H) :
@BIN( STATUS(TER,H) );

```

Figura 10 – Formulação via LINGO - Otimização

A resolução deste problema foi obtida em 0,1 segundos sendo necessárias 157 iterações do algoritmo de branch and bound. O custo total, para o planejamento

obtido, foi de \$22.530,30. A janela de convergência, assim como, os resultados finais de todo o processo de otimização pode ser observado nas figuras xx e xx.

Solver Status Model Class: INLP State: Local Opt Objective: 22530.3 Infeasibility: 0 Iterations: 157		Variables Total: 24 Nonlinear: 24 Integers: 12	
Extended Solver Status Solver Type: B-and-B Best Obj: 22530.3 Obj Bound: 22530.3 Steps: 2 Active: 0		Constraints Total: 9 Nonlinear: 5	
		Nonzeros Total: 60 Nonlinear: 48	
		Generator Memory Used (K) 27	
		Elapsed Runtime (hh:mm:ss) 00:00:01	
Update Interval: 2		Interrupt Solver Close	

Figura 11 – Janela de convergência – LINGO.

Variable	Value
STATUS (1, 1)	0.000000
STATUS (1, 2)	1.000000
STATUS (1, 3)	1.000000
STATUS (1, 4)	0.000000
STATUS (2, 1)	0.000000
STATUS (2, 2)	0.000000
STATUS (2, 3)	1.000000
STATUS (2, 4)	1.000000
STATUS (3, 1)	1.000000
STATUS (3, 2)	1.000000
STATUS (3, 3)	1.000000
STATUS (3, 4)	1.000000

Figura 12 – Valores das variáveis inteiras de decisão.

Variable	Value
PGEN(1, 1)	75.00000
PGEN(1, 2)	270.0000
PGEN(1, 3)	600.0000
PGEN(1, 4)	75.00000
PGEN(2, 1)	60.00000
PGEN(2, 2)	60.00000
PGEN(2, 3)	250.0000
PGEN(2, 4)	80.00000
PGEN(3, 1)	170.0000
PGEN(3, 2)	250.0000
PGEN(3, 3)	250.0000
PGEN(3, 4)	250.0000

Figura 13 – Valores das variáveis contínuas de decisão

3.2

Programação Dinâmica

A Programação Dinâmica representa um método de solução para problemas que envolvem decisões seqüenciais, sendo baseado no princípio de otimalidade de Bellman, que afirma que a decisão ótima de cada estágio pode ser atingida a partir do conhecimento prévio de todas as possibilidades de ocorrência em estágios futuros e seus possíveis desdobramentos (BELLMAN, 1957). Desta forma, o processo de localização do ótimo se dá iniciando no último estágio, analisando recursivamente até o estágio em estudo, ou seja, do futuro para o presente.

Adicionalmente, o problema do planejamento dependente das afluências futuras, o que o torna um problema estocástico, podendo ser resolvido através da PDE. Desta forma, o problema pode ser formulado como se segue:

Função Objetivo

A função de minimização dos custos operativos, ou seja, a função objetivo, pode ser modelada conforme mostrado na equação seguinte (MARCATO, 2002):

$$\alpha_t(X_t) = E_{AFL_t|X_t} \left(\text{Min } C_t(U_t) + \frac{1}{\beta} \alpha_{t+1}(X_{t+1}) \right) \tag{3.12}$$

Onde:

$\alpha_t(X_t)$ - representa o valor esperado do custo total de operação do estágio atual até o último estágio do horizonte de planejamento;

AFL_t – afluência incremental no estágio t;

$E_{AFL_t|X_t}$ – valor esperado do custo total considerando o conjunto de afluências no estágio t.

X_t – espaço de estados no estágio t ;

$C_t(U_t)$ – custos operativos relacionados com a decisão U_t ;

U_t – decisão operativa que representa os valores de geração hídrica e térmica, além do déficit;

β – taxa de desconto;

$\alpha_{t+1}(X_{t+1})$ – custo futuro.

Neste trabalho a taxa de desconto é considerada como 10%, valor adotado em estudos do SEB. Além disso o vertimento é penalizado com um custo pequeno (0,001) para evitar vertimentos desnecessários.

Restrições

A primeira equação de restrição representa a Equação de Atendimento à Demanda (EAD), que relaciona a decisão operativa com a demanda líquida, modelada de forma simplificada da seguinte forma:

$$\sum_{i=1}^{N_t} g_{term} + \sum_{j=1}^{N_g} g_{hid} + def - \sum_{l=1}^{NSIS} int_{k,l;k \neq l} + \sum_{k=1}^{NSIS} int_{l,k;k \neq l} = D \quad (3.13)$$

Onde:

g_{term} - representa a decisão de geração térmica;

N_t - número total de usinas térmicas do sistema;

g_{hid} - representa a decisão de geração hidráulica;

N_g - número total de usinas hidrelétricas do sistema;

def - representa o déficit incorrido na decisão;

D - representa a demanda de energia do sistema;

$Int_{k,l;k \neq l}$ - representa o intercâmbio do sistema k para o sistema l , sendo k sempre diferente de l .

A seguir, têm-se as Equações de Balanço Hídrico (EBH), que representam a variação do volume do reservatório entre dois estágios, sendo que o volume armazenado no início de um estágio é representado pelo volume armazenado no início do estágio anterior, adicionando-se a afluência total ao reservatório e

subtraindo-se o desestoque e as perdas. Obtêm-se uma equação para cada aproveitamento hidráulico, modeladas da seguinte forma:

$$x_{t+1} = y_t + x_t - u_t - s_t + \sum_{m \in M} (u_m + s_m) \tag{3.14}$$

Onde:

- x_{t+1} representa o volume do reservatório no final do estágio.
- y_t representa a afluência incremental ao reservatório.
- x_t volume inicial do reservatório.
- u_t volume turbinado no estágio t.
- s_t volume vertido durante o estágio t.
- $\sum_{j \in M} (u_m + s_m)$ representa o somatório dos volumes turbinados e vertidos nas usinas a montante.
- M Conjunto de usinas a montante.

As restrições operativas representam os limites de cada uma das variáveis, tais como: volume turbinável máximo, volume armazenável máximo e mínimo, geração térmica por usina, restrições operativas das usinas, limites de intercâmbio, etc.

Para exemplificar o uso da PDE e a obtenção das Funções de Custo Futuro, será utilizado o caso mostrado em MARCATO (2002), representado na Figura 14 (SILVA, 2001), onde se utiliza a usina de São Simão, localizada na bacia do Paraná, como o reservatório a ser discretizado, além de duas usinas térmicas, sem restrição de geração mínima.

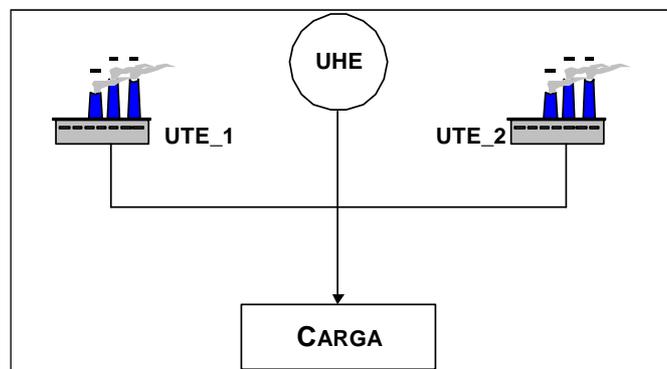


Figura 14: Representação do sistema utilizado no exemplo didático

Na Tabela 4 observa-se as características da usina hidrelétrica de São Simão.

Tabela 4: Dados da usina hidrelétrica São Simão (ONS)

Usina	Volume Mínimo (hm ³)	Volume Máximo (hm ³)	Produtibili- dade (ρ)	Vazão Mínima (m ³ /s)	Vazão Máxima (m ³ /s)	Potência Instalada (MW)
São Simão	7000	12540	0,6093	408	2394,33	1710

As características de capacidade e custos operacionais das usinas térmicas utilizadas neste exemplo são mostrados na Tabela 5.

Tabela 5: Dados das usinas termelétricas

Nome	Custo (R\$/MWh)	Capacidade (MW)	Geração Mínima (MW)
Térmica 1	35,91	300	100
Térmica 2	58,55	514	244

O custo de déficit, ou seja, do corte de carga, apresenta um custo de 684 R\$/MWh e o mercado a ser atendido apresenta uma demanda de 1200 MW médios ao longo dos três estágios. Os cenários de afluência ao reservatório de São Simão são mostrados na Tabela 6, com duas possibilidades equiprováveis: alta afluência e baixa afluência.

Tabela 6: Cenário de afluições ao reservatório São Simão

Estágio	Afluência Alta (m ³ /s)	Afluência Baixa (m ³ /s)
1	1300	650
2	1000	580
3	1500	600

Para fins de simplificação serão considerados apenas 3 estados para cada estágio do problema, sendo os volumes considerados de 100%, 50% e 0% do volume útil do reservatório, conforme mostrado na Tabela 7.

Tabela 7: Volume do reservatório em relação às discretizações

Discretização	Volume do Reservatório (hm ³)
0%	7000
50%	9770
100%	12540

A modelagem do problema de programação linear a ser resolvido é mostrado a seguir:

Função Objetivo

$$\text{Min } 35,91 \cdot g_{term1,t} + 58,55 \cdot g_{term2,t} + 684 \cdot def_t + \frac{1}{1+0,1} \cdot \alpha_{t+1}$$

Onde a taxa de desconto utilizada para transporte dos custos ao valor presente é de 10%, valor adotado em diversos estudos do SEB.

Restrições

$$ghid_t + g_{term1,t} + g_{term2,t} + def_t = 1.200 \quad (\text{Atendimento à Demanda})$$

$$x_{t+1} + u_t + s_t = FATOR_t \cdot y_t + x_t \quad (\text{Balanço Hídrico})$$

$$-\frac{0,6093}{FATOR_t} u_t + ghid_t = 0 \quad (\text{Produção de Energia})$$

Limites das Variáveis

$$7000 \leq x_{t+1} \leq 12540 \quad (\text{Armazenamento})$$

$$0 \leq u_t \leq 2394,33 \cdot FATOR_t \quad (\text{Engolimento})$$

$$0 \leq s_t \leq \infty \quad (\text{Vertimento})$$

$$0 \leq ghid_t \leq 2394,33 \times 0,6093 \quad (\text{Geração Hidráulica})$$

$$0 \leq g_{term1,t} \leq 300 \quad (\text{Geração Térmica 1})$$

$$0 \leq g_{term2,t} \leq 514 \quad (\text{Geração Térmica 2})$$

Considerando que os três estágios correspondem aos meses de outubro, novembro e dezembro, a constante $FATOR_t$ assume respectivamente os valores de 2,6784; 2,592 e 2,6784, dependendo do número de dias do mês. A constante $FATOR_t$ é responsável pela transformação de m^3/s em $hm^3/mês$.

Outra simplificação deste modelo é em relação à decisão térmica, onde as usinas só podem estar ligadas a plena carga ou desligadas, conforme mostrado na Tabela 8.

Tabela 8: Decisões térmicas possíveis do caso exemplo

Decisão Térmica	Térmica 1 (MWmédio)	Térmica 2 (MWmédio)	Custo Imediato Associado à Decisão (R\$)
1	0	0	0
2	300	0	$300 * 35,91 = 10773$
3	300	514	$300 * 35,91 + 514 * 58,55 = 40867,70$

Inicialmente, supõe-se que os custos futuros associados ao final do último estágio (início do quarto estágio) sejam nulos. Em cada nível de armazenamento resolve-se dois problemas de despacho de operação, um para cada cenário de afluições.

Como existem duas possibilidades de afluições para cada estado de armazenamento discretizado, o custo a ser atribuído ao estado é o valor esperado, ou seja, a esperança matemática dos custos relacionados a cada uma das afluições equiprováveis.

Para iniciar, deve-se considerar que o problema esteja com o nível de armazenamento igual a 100% de seu volume útil, ou seja, $x = 12.540hm^3$, resolve-se o problema para as duas possibilidades de afluições relacionadas com o estágio 3, da seguinte maneira:

Passo 1: $x_t = 12.540 hm^3$ e $y_t = 4.017,60 hm^3$ (cenário da afluição otimista). Como a função de custo futuro associada ao estágio quatro é nula para qualquer decisão tomada no estágio três, o custo ótimo associado é dado apenas pelo valor ótimo do custo imediato de operação. Dessa forma, a decisão térmica 2 ou a 3 só será acionada quando não houver disponibilidade de água. Então, resolve-se o problema obtendo-se os resultados mostrados na Tabela 9. A carga própria é atendida exclusivamente pela usina de São Simão que fica com armazenamento no final do estágio três (ou início do quarto estágio) de $11.282,87 hm^3$, não havendo necessidade de despachar nenhuma térmica e sem a ocorrência de déficit.

Passo 2: $x_t = 12.540 \text{ hm}^3$ e $y_t = 1.607,05 \text{ hm}^3$ (cenário da afluência pessimista). Novamente a carga própria é atendida exclusivamente pela usina de São Simão que fica com armazenamento no final do estágio (ou início do quarto estágio) de $8.872,31 \text{ hm}^3$, não havendo necessidade de despachar nenhuma térmica e sem a ocorrência de déficit.

O custo ótimo associado ao estado é igual à média (valor esperado) dos custos calculados anteriormente, ou seja, R\$ 0,00. O mesmo processo deve ser repetido para os demais níveis de armazenamento discretizados no problema (50% e 0%), referente ao estágio 3. Os resultados estão expostos na Tabela 9.

Realizados os cálculos para o estágio 3, todo o problema deve ser repetido para o estágio 2. Para cada problema resolvido deve ser observado o armazenamento final do estágio 2 e verificado o custo futuro correspondente. Se o armazenamento final for baixo, o custo futuro associado será mais alto. Portanto, a partir do estágio 2, para cada combinação de armazenamento no início do estágio e afluência no estágio t , as três decisões térmicas devem ser testadas com o objetivo de verificar qual delas leva ao custo ótimo. A Figura 15 mostra a função de custo futuro correspondente ao estágio 3, que será utilizada na resolução do problema do estágio 2.

Tabela 9: Resultado dos cálculos da PDE no terceiro estágio

Armazenamento (hm^3)	7.000		9.770		12.540	
Afluência (hm^3)	4.017,60	1.607,04	4.017,60	1.607,04	4.017,60	1.607,04
	x(7.061,56)	x(7000,00)	x(8.512,87)	x(7.421,00)	x(11.282,87)	x(8.872,31)
	u(3.956,04)	u(1607,04)	u(5.274,72)	u(3.956,04)	u(5.274,72)	u(5.274,72)
	s (0,00)	s (0,00)	s (0,00)	s (0,00)	s (0,00)	s (0,00)
Decisão Ótima	gh(900,00)	gh(365,60)	gh(1.200,00)	gh(900,00)	gh(1.200,00)	gh(1.200,00)
	gt_1(300,00)	gt_1(300,00)	gt_1(0,00)	gt_1(300,00)	gt_1 (0,00)	gt_1 (0,00)
	gt_2 (0,00)	gt_2(514,00)	gt_2(0,00)	gt_2(0,00)	gt_2 (0,00)	gt_2 (0,00)
	def (0,00)	def (20,40)	def (0,0)	def (0,0)	def (0,0)	def (0,0)
Custo Imediato (R\$)	10.773,00	54.820,21	0,00	10.773,00	0,00	0,00
Custo Ótimo (R\$)	32.796,60		5.386,60		0,00	

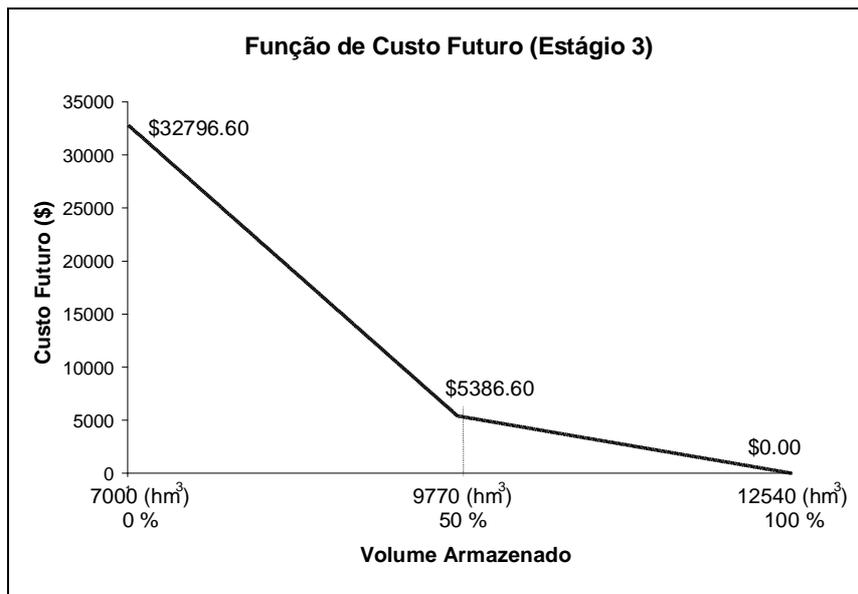


Figura 15: Aproximação da FCF construída no estágio 3

Uma decisão com um menor custo imediato pode não ser a de custo mínimo. Como é mostrado na Tabela 10, onde é feita a análise do custo ótimo para o estágio dois, armazenamento inicial de 50% ($x_t = 9.770 \text{ hm}^3$) e cenário de afluências otimista ($y_t = 2592 \text{ hm}^3$). Apesar da decisão térmica 1 ter um custo imediato nulo, ela leva a usina de São Simão a um armazenamento baixo no final do estágio dois, acarretando um custo futuro alto. A decisão térmica 2 tem um custo imediato de R\$ 10.773,00, mas em contrapartida a usina de São Simão chega no final do estágio com um armazenamento maior e um custo futuro mais baixo. O valor da função de custo futuro do estágio três deve ser corrigido pela taxa de desconto para ser utilizado no estágio dois.

Tabela 10: Decisões térmicas no estágio 2 ($x_t = 50\%$, $y_t = alta$)

Decisão Térmica	Custo da		$\alpha_t(X_t)$
	Decisão Térmica	Custo Futuro	
1	0,00	30.245,75	27.523,63
2	10.773,00	17.618,78	26.805,38
3	40.867,70	3.539,15	44.088,33

Os resultados para o mesmo procedimento, aplicado ao estágio dois é mostrado na Tabela 11. Os resultados mostrados correspondem à decisão térmica ótima.

Tabela 11: Resultado dos cálculos da PDE no segundo estágio

Armazenamento (hm ³)	7.000		9.770		12.540	
Afluência (hm³)	2.592,00	1.503,36	2.592,00	1.503,36	2.592,00	1.503,36
	x(7.950,14)	x(7.000,00)	x(8.533.84)	x(7.445.20)	x(10.027,79)	x(8.939,15)
	u(1.641,85)	u(1.503,36)	u(3.828.16)	u(3.828.16)	u(5.104,21)	u(5.104,21)
	s (0,00)	s (0,00)	s (0.00)	s(0.00)	s (0,00)	s (0,00)
Decisão Ótima	gh(386,00)	gh(353,44)	gh(900.00)	gh(900.00)	gh(1200,00)	gh(1.200,00)
	gt_1(300,00)	gt_1(300,00)	gt_1(300.00)	gt_1(300.00)	gt_1(0,00)	gt_1(0,00)
	gt_2(514,00)	gt_2(514,00)	gt_2(0.00)	gt_2(0.00)	gt_2(0,00)	gt_2(0,00)
	def (0,00)	def(32,56)	def (0.00)	def (0.00)	def (0,00)	def (0,00)
Custo Imediato (R\$)	40.867,70	63.138,78	10.773,00	10.773,00	0,00	0,00
Custo Futuro Atualizado (R\$)	21.899,15	29.844,91	16.032,18	25.836,00	4.445,62	12.383,39
Custo Ótimo (R\$)	77.875,27		31.707,09		8.414,50	

A aproximação da Função de Custo Futuro do estágio 2 pode ser vista na Figura 16.

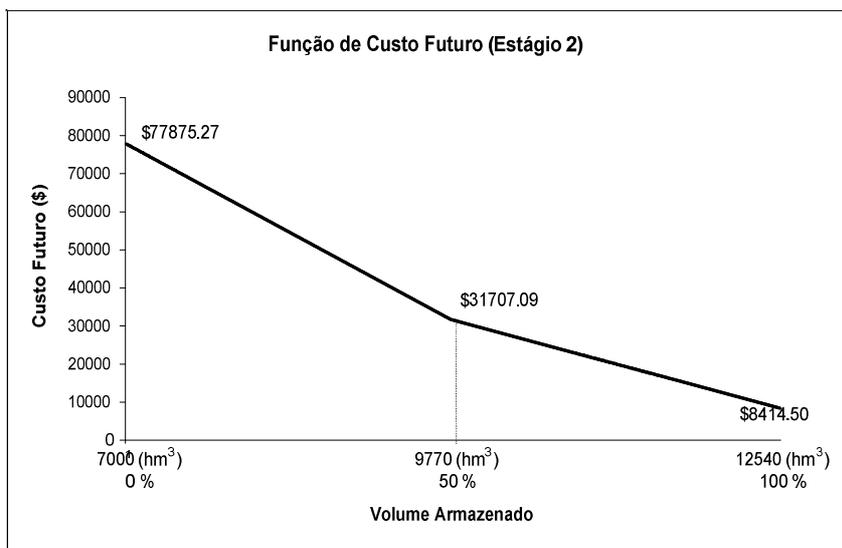


Figura 16: Aproximação da FCF construída no estágio 2

A mesma seqüência de operações deve ser repetida para o estágio 1, e os resultados são mostrados na Tabela 12.

Tabela 12: Resultado dos cálculos da PDE no primeiro estágio

Armazenamento (hm ³)	7000		9770		12540	
Afluência (hm³)	3.481,92	1.740,96	3.481,92	1.740,96	3.481,92	1.740,96
	x(8.785,22)	x(7.044,26)	x(9.295,88)	x(9.814,25)	x(10.747,19)	x(10.324,92)
	u(1.696,70)	u(1.696,70)	u(3.956,04)	u(1.696,70)	u(5.274,73)	u(3.956,04)
	s (0,00)	s(0,00)	s (0,00)	s (0,00)	s (0,00)	s(0,00)
Decisão Ótima	gh(386,00)	gh(386,00)	gh(900,00)	gh(386,00)	gh(1.200,00)	gh(900,00)
	gt_1(300,00)	gt_1(300,00)	gt_1(300,00)	gt_1(300,00)	gt_1(0,00)	gt_1(300,00)
	gt_2(514,00)	gt_2(514,00)	gt_2(0,00)	gt_2(514,00)	gt_2(0,00)	gt_2(0,00)
	def (0,00)					
Custo Imediato (R\$)	40.867,70	40.867,70	10.773,00	40.867,70	0,00	10.773,00
Custo Futuro Atualizado (R\$)	43.789,77	70.195,20	36.044,51	28.514,85	21.375,92	24.607,16
Custo Ótimo (R\$)	97.860,19		58.100,03		28.378,04	

Por fim, a Figura 17 ilustra a Função de Custo Futuro do primeiro estágio. Sendo assim, se o reservatório de São Simão estiver com 100% de sua capacidade máxima no início do período de planejamento, o custo total esperado ao longo dos três estágios é R\$ 28.378.04.

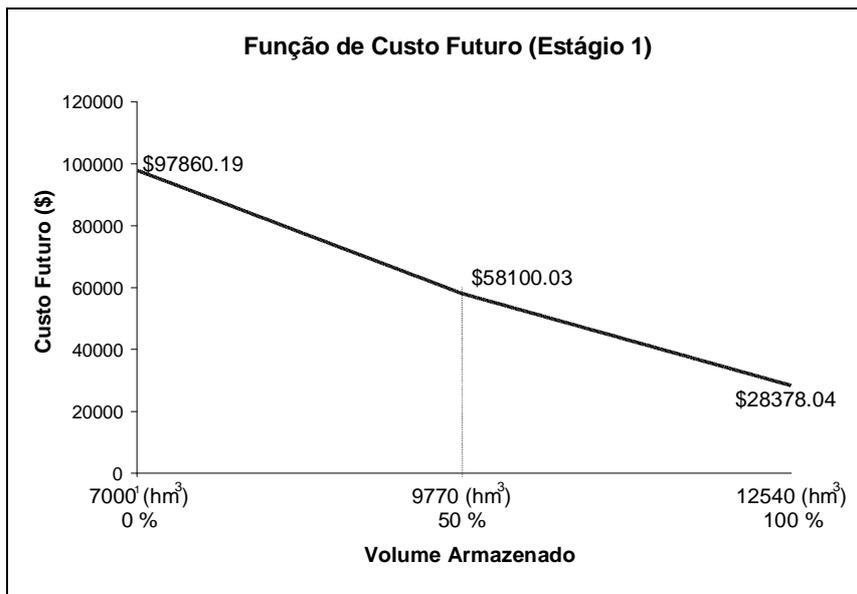


Figura 17: Aproximação da FCF construída no estágio 1

3.2.1

Modelagem das funções de custo futuro

Neste minicurso será mostrada a utilização de algoritmos de conjuntos convexos, ou da classe Convex Hull (CORMEN, 2001), para obtenção do conjunto convexo que formam as retas de corte da PDE, sendo os pontos fornecidos ao algoritmo equivalente aos custos de operação do sistema, em discretizações pré-definidas dos volumes dos reservatórios (DIAS, 2010).

Inicialmente, define-se um conjunto C como sendo convexo se para quaisquer pontos $x, y \in C$, qualquer combinação convexa de $x, y \in C$, ou seja,

$$(1 - \lambda)x + \lambda y \in C \mid x, y \in C \text{ e } \lambda \in [0,1] \tag{3.15}$$

Exemplos de conjuntos convexos e não convexos podem ser vistos na Figura 18 (BAJUELOS, 2008).

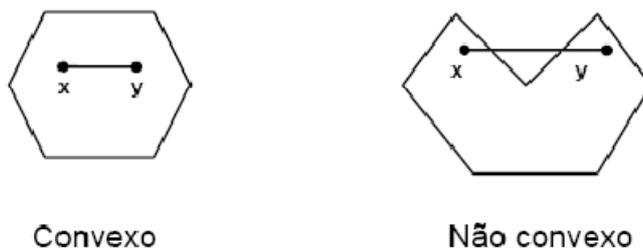


Figura 18: Exemplo de Conjuntos Convexo e Não-convexo

Existem diversos algoritmos para a obtenção dos conjuntos convexos, dentre eles o algoritmo de Graham, o algoritmo de Jarvis e o algoritmo QuickHull, que será descrito a seguir (BARBER, 1996).

Dado um conjunto de pontos qualquer, como mostrado na Figura 19, o algoritmo QuickHull segue os seguintes passos (LAMBERT, 2008):

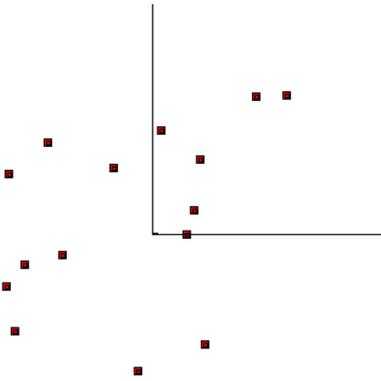


Figura 19: Pontos aleatórios no plano bidimensional

Passo 1: inicia-se pela busca dos pontos extremos em uma das direções, por exemplo, ao longo do eixo das abscissas. Traça-se um segmento de reta (R_0) ligando os pontos encontrados, conforme Figura 20.

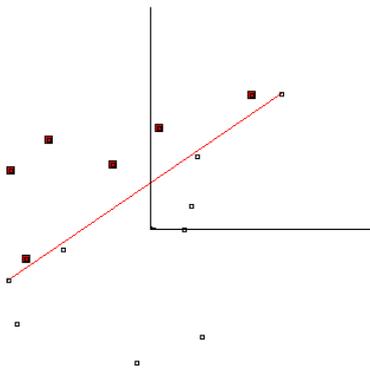


Figura 20: Algoritmo QuickHull – passo 1

Passo 2: toma-se o ponto de maior distância em relação ao segmento de reta R_0 obtido no passo anterior, em um dos sentidos da direção perpendicular a este segmento. A partir do ponto extremo encontrado gera-se um triângulo com os pontos extremos de R_0 . Este passo é demonstrado na Figura 21.

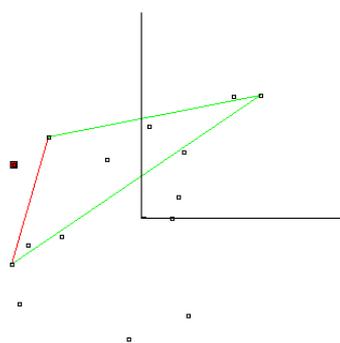


Figura 21: Algoritmo QuickHull – passo 2

Passo 3: encontra-se o ponto perpendicularmente mais distante à R_0 , no sentido contrário ao analisado no Passo 2, conforme mostrado na Figura 22.

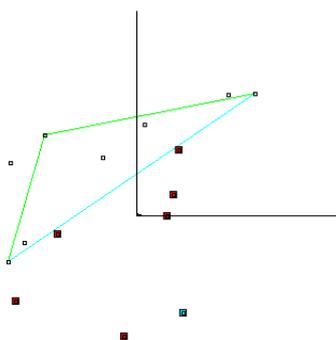


Figura 22: Algoritmo QuickHull – passo 3

Passo 4: a partir do ponto obtido no passo 3, traça-se um segundo triângulo ligando-o aos pontos extremos de R_0 . A união dos 2 triângulos forma um quadrilátero, conforme mostrado na Figura 23. Adicionalmente, os pontos internos deste quadrilátero não precisam mais ser analisados, restando para o algoritmo os pontos externos ao polígono.

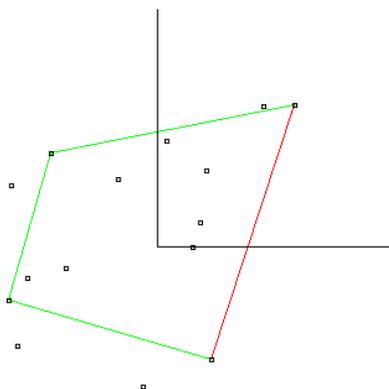


Figura 23: Algoritmo QuickHull – passo 4

Passo 5: para cada lado do quadrilátero, representado por um segmento de reta R_i , toma-se o ponto de maior distância em relação à perpendicular do segmento de reta em consideração, ligando-o aos pontos extremos deste segmento de reta. Desta forma o quadrilátero é ampliado em cada um de seus lados que possuem pontos exteriores, formando um polígono.

Passo 6: o passo anterior é repetido para cada lado do polígono, até que não existam mais pontos externos. Desta forma está formado um conjunto convexo com os pontos dados, conforme mostrado na Figura 24.

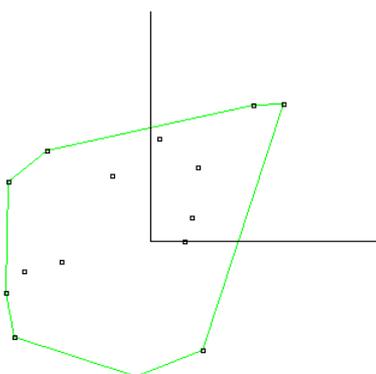


Figura 24: Conjunto convexo obtido pelo algoritmo QuickHull

O algoritmo proposto consegue resolver o problema de conjuntos convexos para várias dimensões. Na Figura 25 (a) é mostrado um conjunto de pontos no espaço tridimensional, enquanto no item (b) observa-se o conjunto convexo obtido.

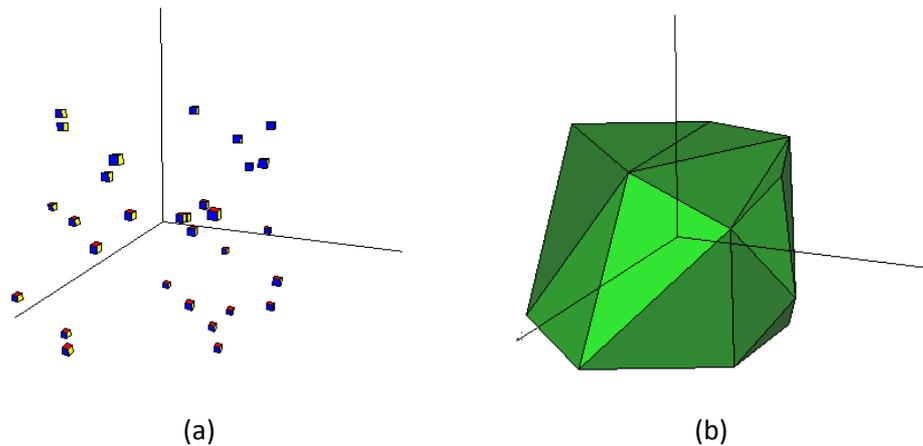


Figura 25: Conjunto convexo no plano tridimensional: (a) conjunto aleatório de pontos e (b) Conjunto convexo obtido

Um fluxograma do problema de planejamento energético, utilizando a metodologia de fechos convexos, pode ser visto na Figura 26 onde observa-se que seguindo a técnica de programação dinâmica:

- 1) Inicia-se pelo último estágio ($t = T$).
- 2) No Bloco 1 são obtidos os custos operacionais médios para cada estado operativo, através de programação linear.
- 3) No Bloco 2 o conjunto de pontos que relacionam armazenamento do reservatório e custo ótimo obtido anteriormente é fornecido ao algoritmo *QuickHull*, obtendo o conjunto reduzido de planos que compõem o fecho convexo. Estes planos são utilizados para a modelagem da FCF.
- 4) No Bloco 3 há um decremento no número do estágio.
- 5) As FCFs obtidas entram como restrição na análise do próximo estágio, sendo este procedimento repetido até que se atinja o primeiro estágio.
- 6) O critério de parada está representado através do Bloco 4.

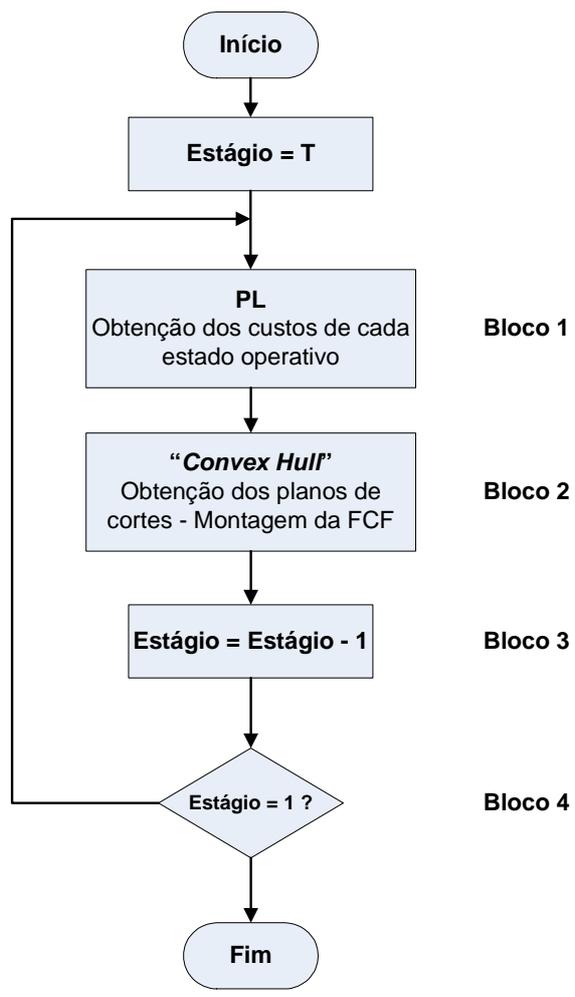


Figura 26: Algoritmo da obtenção das funções de custo futuro utilizando fechos convexos.

4

Exemplo de desenvolvimento e desafios do planejamento energético

Diversos desafios surgem com a ampliação do sistema energético e principalmente com a incorporação de novas fontes de energia, tais como eólica, solar, biomassa, no sistema interligado. Esta evolução representa uma nova gama de desafios para o setor, trazendo diversas discussões e necessitando novos desenvolvimentos.

Como exemplo de desenvolvimento mais recente, apresentamos a seguir a proposta de incorporação das restrições de gás ao problema do planejamento energético.

4.1

A incorporação de restrições de gás

No Brasil, o fornecimento de gás natural, Figura 27 (Gasbol), ocorre por meio de uma rede de gasodutos onde o principal é o Gasbol com mais de 3000 km de extensão e capacidade para pouco mais de 30 milhões de m³/dia. A rede de gasodutos brasileira se completa com os gasodutos da Petrobras, formando uma rede interligada de mais de 4000 km no Sudeste e Sul do país. Há também a rede de gasodutos do Nordeste, porém essa ainda não está interligada à rede do Sudeste nem ao Gasbol, embora já existam estudos para tal.



Figura 27: Rede de transporte do gasoduto brasileiro

A operação dos gasodutos é descentralizada, sendo cada empresa responsável pela sua rede. A Transpetro responde pelo transporte de cerca de 35 milhões de metros cúbicos diários de gás natural através da operação de 2.968 km de gasodutos, 14 pontos de recebimento e 75 pontos de entrega. A operação do Gasbol é feita pela TBG através de uma central de operação no Rio de Janeiro, de onde se monitora todo o gasoduto através do sistema de monitoramento Sistema de Supervisão, Controle e Aquisição de Dados (SCADA). O Gasbol transporta cerca de 30 milhões de metros cúbicos por dia para 36 estações de entrega.

A programação da operação eletroenergética feita pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) apresenta horizonte diário e tem o propósito de otimizar a operação do Sistema Interligado Nacional nas melhores condições técnicas (elétricas e energéticas), econômicas e com maior segurança operacional possível para atendimento às demandas previstas, considerando a integridade de equipamentos e as restrições existentes. A Programação Diária da Operação Eletroenergética estabelece os programas diários de geração hidráulica, térmica, intercâmbios de energia entre subsistemas e entre Agentes, bem como as transferências de energia pelas Interligações Internacionais, para atendimento às previsões de carga integralizada do sistema elétrico, em intervalos de 30 minutos, com base na Política de Operação Energética definida pelo Programa Mensal da Operação (PMO), suas revisões e pelos ajustes diários desta Política de Operação. São consideradas diariamente as previsões de afluências e meteorológicas, as restrições para controle de cheias, os requisitos de uso múltiplo da água, as restrições ambientais, os cronogramas de manutenção, as restrições operativas das unidades geradoras, as inflexibilidades das usinas, as restrições operativas do sistema de transmissão, bem como as diretrizes para a operação elétrica do sistema elétrico.

Observa-se na Figura 2 (ONS, CEPEL) a cadeia de modelos utilizada pelo ONS para otimização do planejamento eletroenergético do Sistema Elétrico Brasileiro (SEB).

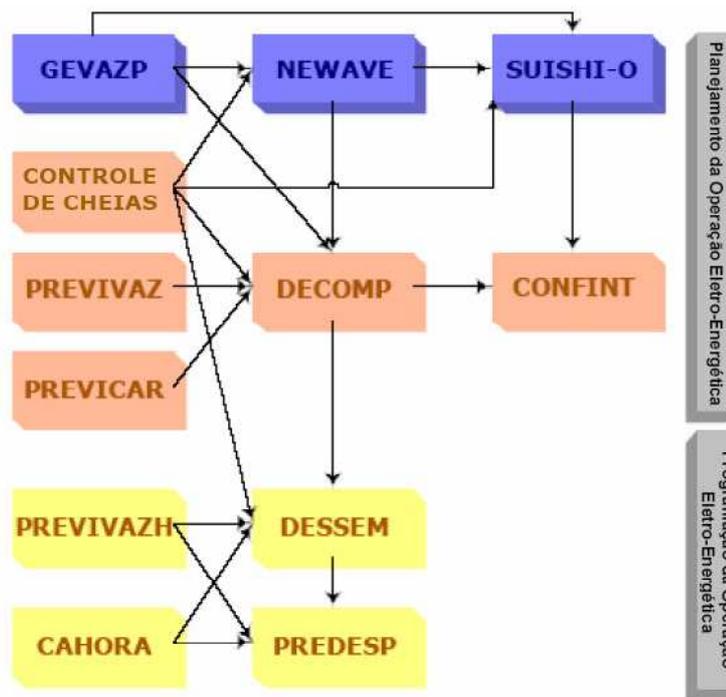


Figura 28: modelo utilizado pelo ONS e suas interligações

Através dos estudos realizados, tomando como base as resoluções da ANEEL e os dados encontrados no site da ONS e EPE foi possível constatar que existem poucos estudos considerando o aspecto energético nas usinas termelétricas. Conceber, no modelo, as usinas termelétricas como uma injeção de potência, como é feito atualmente, tem sua validade restrita a combustíveis de fácil manuseio como carvão e óleo, porém não representa a realidade quando se trata de gás natural, cujo sistema de produção e transmissão possui restrições que são dinâmicas e dependem da demanda industrial e comercial de gás natural, da forma da rede e características físicas de gasodutos, além dos limites operacionais do mesmo. Devido a este fato, torna-se importante a inclusão de restrições do sistema de produção e transporte de gás natural ao estudo e realização do despacho ótimo do SEB. A inclusão destas restrições será de suma importância e de fundamental contribuição para uma maior eficiência do sistema, podendo minimizar os custos de operação das unidades termelétricas a gás natural, proporcionando a redução do custo da energia ao consumidor final e uma maior confiabilidade do sistema, Figura 3 (ONS).

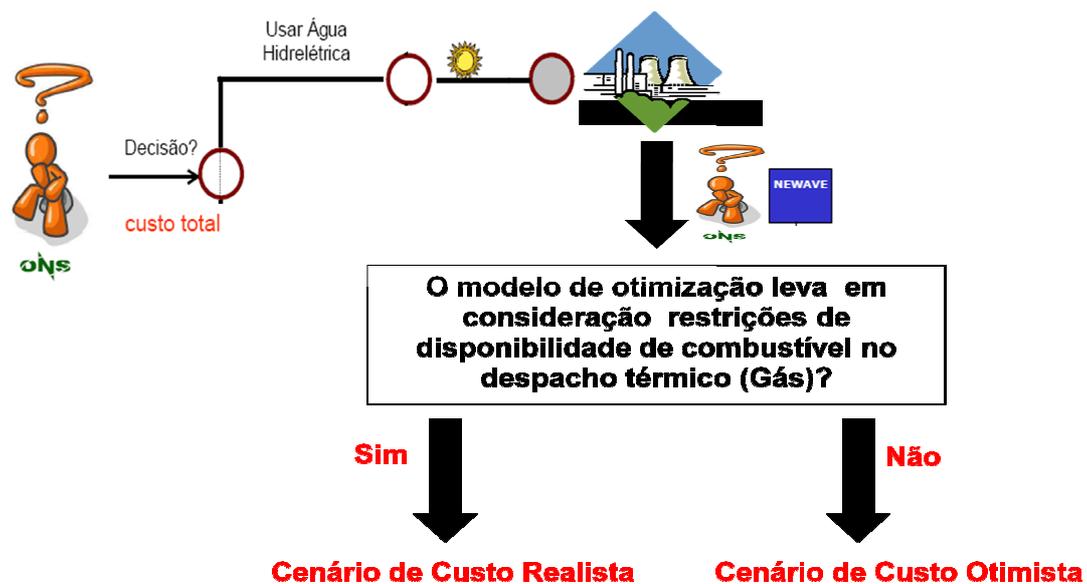


Figura 29: Cenários de custo

5

Conclusão

Este minicurso apresentou a importância da pesquisa operacional no planejamento e operação de sistemas energéticos. Inicialmente apresentou-se o desafio de modelar séries temporais de vazões afluentes às usinas do sistema elétrico. A seguir apresentou-se dois estudos de casos de aplicações de otimização em sistemas energéticos. No capítulo 4, ressaltou-se aspectos importantes no futuro do planejamento de sistemas energéticos, mostrando um desenvolvimento recente de incorporação de restrições de gás ao planejamento hidrotérmico.

6

Referências

ARVANITIDIS, N. V. e ROSING, J., “Composite representation of a multireservoir hydroelectric power system”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems PAS-89, pp. 319-326, 1970.

BAJUELOS, A. L. “Invólucro Convexo no Plano”. Departamento de Matemática – Universidade de Aveiro. Disponível em <http://www2.mat.ua.pt/pessoais/leslie/geocom/sumarios_GC.htm>, consultado em 10 de novembro de 2008.

BARBER, C. B.; DOBKIN, D. P.; HUHDANPAA, H.; “The Quickhull Algorithm for Convex Hulls”. ACM Trans. Math. Software, 22, 4, 1996.

BARROSO, L. A.; FLACH, B.; KELMAN, R.; BEZERRA, B.; BINATO, S.; BRESSANE, J. M.; e PEREIRA, M. V.; *Integrated gas-electricity adequacy planning in Brazil: technical and economical aspects*, IEEE Power Engineering Society General Meeting, vol. 2, 2005.

BARTOLINI, P.; SALAS, J.; OBEYSEKERA, J. T. B. **Multivariate Periodic ARMA(1,1) Processes**. Water Resour. Res. 24(8), 1237-1246, 1988.

BELLMAN, R. **Dynamic Programming**. Princeton University Press, 1957.

BENDERS, J. F. “Partitioning procedures for solving mixed variables programming problems”. Numer. Math. 4, 238–252, 1962.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C. **Time Series Analysis: forecasting and control**. New Jersey, Prentice Hall, 1994.

CASELLA, G; BERGER, R.L. **Statistical Inference**. Duxbury, 2nd ed., 2001.

CHARBENEAU, R.J., 1978, **Comparison of the Two- and Three-Parameter Log Normal Distributions Used in Streamflow Synthesis**. Water Resources Research, v. 14, n. 1 (feb), pp. 149-150.

CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica. “**Manual de Referência – Modelo Newave**”, Relatório Técnico, CEPEL, Rio de Janeiro, RJ, 2001.

CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Elétrica. **Manual do Usuário do Programa NEWAVE, Versão 15**. Projeto NEWAVE - Modelo Estratégico de Geração Hidrotérmica a Subsistemas Equivalentes. Grupo Eletrobrás, 2009.

CORMEN, T. H. **Introductions to Algorithms**. 2nd Edition, Cambridge, The MIT Press, 2001.

DIAS, B. H. ; MARCATO, A. L. M. ; SOUZA, R. C. ; SOARES, M. P. ; SILVA JUNIOR, I. C. ; OLIVEIRA, E. J.; BRANDI, R. B. S. ; RAMOS, T. P. “*Stochastic Dynamic Programming Applied to Hydrothermal Power Systems Operation Planning Based on the Convex Hull Algorithm*”. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2010, p. 1-21, 2010.

DINIZ, A. L., **Uma Estratégia de Decomposição por Relaxação Lagrangeana para a Otimização da Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos com Modelagem Detalhada da Rede Elétrica Aplicação ao Sistema Brasileiro**. Tese de doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

EPE – Empresa de Pesquisa Energética, “**Atualização do Valor para Patamar Único de Custo de Déficit – 2009**”, Nota Técnica, EPE, junho de 2009.

FORTUNATO, L.A.M.; NETO, T.A.A.; ALBUQUERQUE, J.C.R.; PEREIRA, M.V.F. **Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica**. Niterói, Universidade Federal Fluminense, EDUFF, 1990.

HARVEY, A. C. **Time Series Models**. Philip Allan. London, 1981.

HIPEL, K. W. and McLEOD, A. I., **Time Series Modeling of Water Resources and Environmental Systems**. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier, 1994.

HOSKING, J. **Modelling persistence in hydrological time series using fractional differencing**. *Water Resources Research*, Vol. 20, No. 12, 1898-1908, 1984.

KLIGERMAN, A. S., **Operação Ótima de Subsistemas Hidrotérmicos Interligados Utilizando Programação Dinâmica Estocástica Dual**, Dissertação de Mestrado, Unicamp, Campinas, 1992.

LAMBERT, T. “*Convex Hull Algorithms*”. UNSW School of Computer Science and Engineering. Disponível em <<http://www.cse.unsw.edu.au/~lambert/Java/3d>> em 08 de novembro de 2008.

MACEIRA, M. E. P. **Operação Ótima de Reservatórios com Previsão de Afluências**. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil. 1989.

MACEIRA, M. E. P.; BEZERRA, C. V. **Stochastic Streamflow Model for Hydroelectric Systems** *Proceedings of 5th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems*, pp. 305-310, Vancouver, Canada, Sep. 1997.

MACEIRA, M. E. P. e DAMÁZIO, J. M., “*The use of PAR(p) model in the stochastic dual dynamic programming optimization scheme used in the operation planning of the Brazilian hydropower system*”, *International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems*, Iowa, September 2004.

MACEIRA, M. E. P.; TERRY, L. A.; COSTA, F. S.; DAMÁZIO, J. M. and MELO, A. C. G. “Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the brazilian system”. in 14th Power Systems Computation Conference (PSCC), Sevilla - Spain, June 2002.

MARCATO, A. L. M., **Representação Híbrida de Sistemas Equivalentes e Individualizados para o Planejamento da Operação de Médio Prazo de Sistemas de Potência de Grande Porte**, Tese de Doutorado, PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2002.

MENDES, A. G. S. **De la generation de debits synthetiques multivaries par le modele PARMA multiplicative $(1,0) \times (1,0)_{12}$** . Université Catholique de Louvain, Faulté des Sciences Appliquées. Grade d’Ingénieur en Hydrologie. Louvain-La-Neuve, Belgium. Nov. 1990.

MONDAL, M.S. e WASIMI, S. A., “Generating and forecasting monthly flows of the ganges river with par model”, Journal of Hydrology, 2006.

MORAES, L.A.M., **Considerações dos Contratos de Gás natural com Cláusulas Take-or-Pay no Planejamento Energético a Médio Prazo**, Dissertação de Mestrado, IMPA, Rio de Janeiro, 2007.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Previsão de Séries Temporais**. Atual Editora, São Paulo, 1987.

ONS - Operador Nacional do Sistema Elétrico <<http://www.ons.org.br>>, em junho de 2008.

PEREIRA, M. V. F. “Optimal stochastic operations scheduling of large hidroelectric systems”. Electrical Power & Energy Systems 11, 3, 161–169, 1989.

PEREIRA, M. V. F; OLIVEIRA, G. C.; COSTA, C. C. G.; KELMAN, J. **Stochastic Streamflow Models for Hydroelectric Systems**. Water Resource Research, v.20, no.3 (mar), pp. 379-390, 1984.

PEREIRA, M. V. F., and PINTO, L. M. V. G. “Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system - a decomposition approach”. Water Resources 21, 1985.

RASMUSSEN, R. F.; SALAS, J.D.; FAGHERAZZI, L.; RASSAM, J. C.; BOBEE, R. **Estimation and validation of contemporaneous PARMA models for streaflow simulation**. Water Resour. Res. 32(10), 3151-60, 1996.

REIS, L. B. **Geração de Energia Elétrica**. Editora Manole, Barueri - SP, 2003.

SALAS, J. D.; BOES, D. C.; SMITH, R. A. **Estimation of ARMA models with seasonal parameters**. Water Resour. Res. 18(4), 1006-10, 1982.

SILVA, Edson Luiz. **Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica**. Ed. Sagra Luzzatto, 2001.

SOARES, M. P., **Otimização Multicritério da Operação de Sistemas Hidrotérmicos Utilizando Algoritmos Genéticos**. Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2008.

SOUZA, B. B., **Avaliação do Impacto da Representação Explícita de Bacias Hidrográficas Através do Acoplamento Hidráulico no Planejamento da Operação Energética de Médio Prazo**, Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2008.

TERRY, L. A., PEREIRA, M. V. F., NETO, T. A. A., SILVA, L. F.C. A., and SALES, P. R. H. *"Brazilian national hydrothermal electrical generating system"*. Interfaces, 1986.

THOMAS, H. A.; FIERING, M. B. **Mathematical synthesis of streamflow sequences for the analysis of river basins by simulation**. Design of Water Resource Systems, edited by A. Mass et al., pp. 459-463, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1962.

WOOD, A.J and WOLLENBERG, B.F., **Power Generation, Operation & Control**. 1ª edição, editora John Wiley & Sons, 1996.

ZAMBELLI, M., SIQUEIRA, T. G., CICOONA, M. e SOARES, S., *"Deterministic versus stochastic models for long term hydrothermal scheduling"*. IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2006.