

## UMA ABORDAGEM PARA SIMULAR AS INTERAÇÕES ENTRE AGENTES RACIONAIS: USO INTEGRADO ENTRE AUTÔMATOS CELULARES E TEORIA DOS JOGOS

**Cassiano Henrique de Albuquerque**

Universidade Federal de Pernambuco

Av. Prof. Moraes Rego, 1235 - Cidade Universitária, Recife - PE - CEP: 50670-901

cassianohenrique@gmail.com

**Rafaella Azevedo de Lucena Sarmento**

Universidade Federal de Pernambuco

Av. Prof. Moraes Rego, 1235 - Cidade Universitária, Recife - PE - CEP: 50670-901

rafaellasarmento@yahoo.com.br

**Francisco de Souza Ramos**

Universidade Federal de Pernambuco

Av. Prof. Moraes Rego, 1235 - Cidade Universitária, Recife - PE - CEP: 50670-901

ramosfs@gmail.com

**Fernando Menezes Campello de Souza**

Universidade Federal de Pernambuco

Av. Prof. Moraes Rego, 1235 - Cidade Universitária, Recife - PE - CEP: 50670-901

fmcs@hotmail.com.br

### RESUMO

A análise e o entendimento dos padrões comportamentais de agentes racionais têm motivado pesquisas em diversas áreas científicas, sendo ainda maior quando se trata de conflitos de interesses. Esse trabalho foca na modelagem e na descrição dos processos envolvidos nas interações sociais, bem como no desenvolvimento de um ambiente de simulação, em termo de protótipo, interligando a técnica de autômatos celulares com a teoria dos jogos. Neste contexto, o *Ambiente de Simulação para Agentes Racionais (ASAR)* é desenvolvido no Mathematica© e utiliza seu ambiente para realizar simulações do comportamento dos agentes racionais envolvidos e assim analisar a dinâmica de suas interações entre si e com o meio onde vivem. Embasado por um estudo de caso e análises estatísticas, este trabalho permite extrair previsões e formas de controle e/ou acompanhamento de problemas envolvendo diferentes agentes racionais, além de fomentar estudos posteriores a respeito do comportamento de agentes inteligentes numa determinada sociedade.

**PALAVRAS-CHAVE:** Simulação, Teoria dos Jogos, Autômatos Celulares. (SIM)

### ABSTRACT

The analysis and understanding of the rational agents behavioral patterns has motivated research in various scientific areas, and even more when it comes to conflicts of interest. This work focuses on modeling and describes the procedures involved in social interactions, as well as developing a simulation environment, in terms of prototype, linking the technique of cellular automata with game theory. In this context, the *Simulation Environment for Rational Agents (ASAR)* is developed in Mathematica© and uses its environment to perform simulations of the behavior of rational agents involved and thus to analyze the dynamics of their interactions with each other and with their environment. Grounded by a case study and statistical analysis, this paper can extract estimates and ways to control and / or tracking problems involving different rational agents, and encourage further studies regarding the behavior of intelligent agents in a society.

**KEYWORDS:** Simulation, Games Theory, Cellular Automata. (SIM)

## 1. Introdução

As dinâmicas das relações entre indivíduos são muitas vezes desconhecidas ou complexas. Os agentes são submetidos a diversas situações que exigem a adoção de estratégias diferentes. Uma das situações é aquela em que os agentes disputam determinado recurso e que um deles é o predador do outro. Como exemplo, podemos referenciar a disputa de empresas de telefonia pelo mercado local de clientes, onde as empresas de maior porte agem com um comportamento agressivo frente às empresas de porte menor em busca dos clientes. Utilizando a teoria dos jogos é possível fazer simulações que permitam identificar os resultados passíveis de serem obtidos (KOT, 2001).

A Teoria dos Jogos é uma teoria matemática utilizada para analisar situações em que dois ou mais agentes interagem entre si. Tal modo de observação da realidade, integrado e multidisciplinar, constituiu o atributo fundamental do que, usualmente, designa-se por investigação de conflitos de interesse. Em muitos casos, para suprir a necessidade de se utilizar representação, são empregados modelos de simulação.

Modelos de simulação tornaram-se um importante método de pesquisa, o que se deve à sua capacidade de retratar muitas situações e processos. Modelos de simulação não passam de uma exemplificação da realidade, uma vez que não consideram todas as relações existentes do problema; no entanto, ao considerar as relações mais importantes, possibilita-se um rigor de descrição perfeitamente compatível com muitas aplicações práticas. Com eles, por exemplo, é possível criar modelos para o estudo do comportamento, por exemplo, da prestação de um serviço numa área e assim prever seus cenários futuros, o que possibilita a tomada de ações estratégicas pelos órgãos competentes, otimizando a utilização dos recursos empresariais e garantindo à população uma melhor cobertura do serviço por parte das empresas atuantes no mercado.

Neste sentido, os Autômatos Celulares vem sendo uma ótima ferramenta, na modelagem de simulação, para estudar comportamentos que emergem de forma não explícita, também chamados de comportamentos emergentes coletivos (MELO; MIRANDA; ALBUQUERQUE, 2008). Pode-se dizer que os autômatos celulares são como vida para os modelos de simulação, sendo que artificiais.

Neste contexto, este trabalho analisa comportamentos do tipo Hawk-Dove; desenvolve um simulador que realiza simulações tais como: alterações no tamanho das populações e nos recursos disponíveis; e analisa os resultados a fim de prover significância estatística às informações extraídas.

## 2. Metodologia

Esse artigo tem seu foco na descrição dos processos envolvidos na mobilidade social, ligando-os a técnicas de autômatos celulares que oferecem condições de implementá-los. Com isso, a tarefa de formular um modelo de sociedade artificial que possa ser utilizado para investigar não somente uma presente sociedade, mas também as possíveis interações entre elas. E de posse deste modelo, desenvolve-se uma ferramenta, em termo de protótipo, que utiliza recursos de simulação de forma intensiva.

Por fim, este trabalho permite alcançar o resultado mencionado, e, por conseguinte, pode extrair previsões e formas de controle e/ou acompanhamento de determinado problema envolvendo diferentes agentes racionais através da simulação via teoria dos jogos, além de fomentar estudos posteriores a respeito do comportamento de agentes inteligentes numa determinada sociedade.

Durante a fase de pesquisa, foram feitas várias buscas de trabalhos correlatos. Com base na pesquisa, foi analisado, definido e implementado um modelo para a demonstração de uma simulação computacional entre dois tipos de indivíduos denominados agentes que ao demonstrarem comportamentos distintos, agressivo (Hawk) ou pacificador (Dove), na busca por

recursos interagem entre si e com o meio em que habitam. Utilizando o modelo, uma série de simulações é formulada e representada a fim de exemplificar uma população de indivíduos que buscam por bens em comum, ocasionando conflitos sociais. Por fim é realizada uma série de análises estatísticas para validar os resultados obtidos após as simulações.

### 3. Revisão da Literatura

#### 3.1 Teoria dos Jogos

Segundo Câmara (2007), a Teoria dos Jogos é uma teoria matemática criada para se modelar fenômenos que podem ser observados quando dois ou mais agentes interagem entre si. Também pode ser definida como a área que estuda as tomadas de decisões entre indivíduos onde o resultado de cada um depende das decisões dos outros, causando uma interdependência assim como num jogo.

A base da teoria é colocar-se na posição do outro e raciocinar o que se faria em cada situação, modelando todas as interações com benefícios/prejuízos de ambos e assim tomar a melhor ação estratégica. Apesar de ser limitada, por não considerar aspectos psicoemocionais, a teoria pode ajudar bastante na compreensão das possíveis interações estratégicas, pois auxilia a ter um modelo mental para situações do cotidiano, onde é necessário prever comportamentos alheios nos momentos de competição ou cooperação.

Os jogos estudados pela teoria dos jogos são objetos matemáticos bem definidos. Um jogo consiste de jogadores, um conjunto de movimentos (ou estratégias) disponíveis para estes jogadores, e uma definição payoff (lucro, ganho) para cada combinação de estratégia.

Os modelos oferecidos pela Teoria dos Jogos têm o objetivo de simplificar o "mundo real", pois se possuísse todos os detalhes deste, seria tão complicado quanto, e por isso, não seria útil. Apesar de sua simplicidade, eles são extremamente eficazes.

A Teoria dos Jogos não elimina a necessidade de conhecimento e intuição adquiridos pela experiência ao longo do tempo, porém oferece uma forma mais prática e rápida (atalho) para entender os princípios do processo de decisão. Assim, ela economiza e antecipa a experiência, ao tornar possível captar os princípios do pensamento estratégico. Enfim, é preciso entender que o objetivo desta área do conhecimento não é resolver as questões estratégicas, mas sim ajudar a ordenar o pensamento estratégico - provendo um conjunto de conceitos para a compreensão das manobras dinâmicas contra os concorrentes.

#### 3.2 Autômatos Celulares

Pode-se definir os autômatos celulares como sistemas dinâmicos discretos onde o comportamento é especificado em termos das relações locais. A idéia básica deste modelo consiste em considerar cada posição como sendo uma célula. Estas células possuem um estado que é alterado conforme o seu estado e o estado de suas vizinhas na etapa de tempo anterior, através de regras simples que tentam transcrever as leis físicas ou biológicas observadas na natureza. Tais sistemas conseguem gerar espaços de solução os mais variados possíveis configurando cenários de previsibilidade. Assim, é possível, com auxílio de especialistas filtrar tais cenários para garantir determinado grau de confiança nas respostas do modelo (SILVA, 2008).

Os autômatos celulares vêm sendo utilizados na literatura como modelos matemáticos computacionais para simulação de objetos em epidemiologia (SAITO; SILVA; ALVES, 2008). Originalmente introduzidos por John Von Neumann e Stanislaw Ulam, os autômatos celulares têm a característica de que a unidade básica a ser considerada é o indivíduo e não mais a população.

A utilização de Autômatos Celulares na simulação de processos dinâmicos tem se mostrado cada vez mais eficiente, sendo utilizado por diversos especialistas para entender o comportamento de agentes racionais, sejam eles nações, empresas ou microorganismos, e os impactos que estes podem causar à população de agentes em geral. A principal característica dos

Autômatos Celulares é a facilidade com que podem ser implementados, devido à simplicidade de sua formulação e o extraordinário retorno visual adequado para sugerir padrões complexos, equilíbrios, órbitas e estruturas organizadas (ALBUQUERQUE; MELO; MIRANDA, 2008).

## 4. Simulador

### 4.1 O Jogo Hawk-Dove

O jogo Hawk-Dove foi proposto por John M. Smith e George R. Price em 1973 (SMITH; PRICE, 1973). O jogo demonstra um conflito de interesses entre dois agentes, que ao descobrir um recurso disputam entre si esse recurso, assumindo o movimento Hawk ou Dove. Assim, o indivíduo que levar o recurso terá sua adaptabilidade aumentada por suas vitórias nesse conflito por recursos, e o perdedor normalmente irá sofrer uma perda em sua adaptabilidade. A necessidade por recursos motiva os indivíduos a buscá-los, mas como agentes inteligentes que são preferem consumir o recurso livremente a lutar por ele (devido à probabilidade de perder). Assim a Utilidade dos agentes é levada em consideração para determinar se haverá ou não conflito para obter um determinado recurso.

O movimento *Hawk* sempre luta para machucar ou matar seu oponente, porém, no andamento da disputa ele pode se ferir, caracterizando-se como agente não-cooperativo. O movimento *Dove* somente se exhibe, porém, quando encontra um *Hawk*, foge sem se ferir, caracterizando-se como agente cooperativo. Estes dois movimentos são escolhidos para representar os dois extremos possíveis que podem ser observados na natureza (MOTA, 2005).

Se os participantes optarem pelo movimento Hawk, acontece uma luta entre eles, possuindo uma probabilidade de 50% de obter o recurso. O vencedor leva o recurso, enquanto o perdedor sofre um custo (C). A melhora na adaptabilidade de um participante está relacionada com a escolha de seu comportamento (movimento) e o comportamento adotado pelo seu oponente. O indivíduo que adotar a melhor estratégia a ser utilizada em cada disputa, melhorará significativamente sua adaptabilidade.

A única informação disponibilizada aos participantes, antes da realização de uma disputa, é a identidade do seu adversário. Com isso, a estratégia utilizada pelo adversário pode ser deduzida indiretamente, analisando os comportamentos adotados nas jogadas anteriores. A adaptabilidade do adversário não é fornecida e nem pode ser deduzida. Nesse modelo de seleção natural, uma população mista de Hawk e Dove seria favorecida e o equilíbrio estável seria quando a média de ganhos para uma Hawk é igual para um Dove.

### 4.2 Estrutura Matemática

O problema do estudo do comportamento de agentes Hawk-Dove pode ser modelado com as equações de Lotka-Volterra e solucionado via formulação matemática pelos jogos diferenciais que modelam o problema em termos de equações diferenciais ordinárias.

As equações de Lotka-Volterra são equações diferenciais, não lineares e de primeira ordem. Elas são comumente utilizadas para descrever comportamentos dinâmicos nos sistemas biológicos, principalmente quando há uma singela interação entre duas espécies: sendo uma atuando como presa e outra atuando como predadora. Estas equações estão descritas a seguir:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = +ax_1 - bx_1x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = -cx_2 + dx_1x_2 \end{cases}$$

Onde a variável  $x_1$  representa o indivíduo de comportamento pacífico e  $x_2$  o indivíduo de comportamento agressivo. No caso da primeira equação, o termo  $a$  significa o crescimento exponencial dos Doves na ausência dos Hawks e o termo  $b$  está ligado à redução de Doves caso

existam Hawk. Na segunda equação, o termo  $c$  significa que na ausência de indivíduos com o comportamento Dove acontece redução de indivíduos também, por falta de alimentação, e o termo  $d$  indica que a eliminação dos Doves leva ao aumento da população de Hawks.

Os jogos diferenciais são assim denominados, porque os jogadores envolvidos têm objetivos diferentes, ou seja, enquanto um dos jogadores prefere buscar, o outro prefere evadir-se.

Um exemplo de jogo diferencial o qual é utilizado no trabalho em questão é o Hawk-Dove. Este consiste na competição entre jogadores da mesma espécie pelo mesmo bem. Os jogadores podem assumir um comportamento agressivo (Hawk) ou pacífico (Dove), e o resultado deste jogo dependerá da combinação de comportamentos entre os jogadores. Assim, se um jogador agir como Hawk e o outro como Dove, aquele vencerá o jogo, ganhando  $\rho$  pontos. Mas se ambos agirem como Hawk, aí haverá uma luta com probabilidades iguais de vencer o jogo, onde quem vencer ganhará  $\rho$  pontos e o perdedor perde  $C$  pontos. E se ambos forem Dove, ambos ganharão metade do bem disputado. Então a matriz referente aos ganhos para estratégia pura é:

$$\text{Jogador A} = \begin{pmatrix} 1/2(\rho - C) & \rho \\ 0 & 1/2\rho \end{pmatrix}$$

$$\text{Jogador B} = \begin{pmatrix} 1/2(\rho - C) & 0 \\ \rho & 1/2\rho \end{pmatrix}$$

Escrevendo em estratégias mistas tem-se:

$$E(x, y) = \left(-\frac{C}{2}y + \frac{\rho}{2}\right)x - \frac{\rho}{2}y + \frac{\rho}{2}$$

$$F(x, y) = \left(-\frac{C}{2}x + \frac{\rho}{2}\right)y - \frac{\rho}{2}x + \frac{\rho}{2}$$

Um jogo deste tipo pode-se chamar de jogo populacional, pois suas matrizes de pagamentos são simétricas, e por isso não é necessário diferenciar os jogadores. O que interessa é o pagamento de um deles, e por isso achar uma estratégia mista  $x^*$  que seja boa para toda a população. A idéia desta estratégia é que se a maioria faz uso dela, qualquer invasor que tente usar outra estratégia (estratégia  $y$ , por exemplo) ela nunca será maior que a estratégia  $x^*$ , no máximo será igual. Neste tipo de estratégia, o par  $(x^*, x^*)$  seria o equilíbrio de Nash, ou equilíbrio evolucionariamente estável, pois seria atingido de forma mais ou menos natural ao longo do tempo.

Em biologia, a evolução de uma estratégia é estudada através da variação relativa, ou seja, da quantidade  $\frac{\dot{x}}{x}$  que leva a equação do replicador dada por:

$$\dot{x} = \frac{x}{2}(Cx^2 - (\rho + C)x + \rho) = F(x)$$

É notório salientar que simulações realizadas através de autômatos celulares podem ser feitas de maneira matemática, no entanto o custo para se resolver estes tipos de problemas cresce exponencialmente quando se aumenta o número de variáveis iniciais. Além disso, esta técnica não leva em consideração os fatores espaciais, como a movimentação da população. Estes modelos assumem que as populações estão fechadas e bem misturadas (FU, 2002). Quando modelos mais realistas precisam ser desenvolvidos, equações diferenciais já não são tão eficientes.

Desta forma, os ambientes de simulação mostram ser muito válidos, pois o modelo de autômato celular probabilístico apresenta comportamento semelhante ao do modelo de equações diferenciais ordinárias, sendo considerado que as comparações entre os resultados obtidos pelo modelo de autômato celular e pelo modelo de equações diferenciais foram realizadas apenas em relação aos seus comportamentos (SAITO; SILVA; ALVES, 2008).

## 5. Desenvolvimento do Software

A idéia básica com a simulação realizada no modelo implementado é considerar cada posição como sendo uma célula. Estas células possuem um estado que é alterado conforme a disponibilidade de recursos no seu meio e o estado de suas vizinhas na etapa de tempo anterior, através de um conjunto de regras simples que tentam transcrever as leis físicas ou biológicas observadas na natureza.

A vizinhança para qualquer célula de uma rede é formada por um conjunto de células que podem ou não afetar seu estado e que pode ser definida a partir da dimensão do autômato e da estratégia de movimentos dos indivíduos que habitam o mundo criado.

Regras Básicas do Simulador:

- a) Um indivíduo só se moverá quando houver algum recurso maior ou igual a zero (da célula) disponível em algum de seus oito vizinhos;
- b) Caso a célula disponível seja preterida por mais de um indivíduo, haverá um conflito primeiro. Após isso o vencedor ficará na célula preterida e terá os benefícios inerentes a isso, enquanto que o perdedor ficará na mesma célula e sofrerá as penalidades inerentes a isso;
- c) Um indivíduo situado numa região sem recursos utiliza seu rendimento para a sua sobrevivência, sofrendo uma penalidade (custo  $Y$ ) de  $Y\%$  a cada geração. Quando o valor de seu recurso chega a 0,01 ou inferior, este indivíduo morre de inanição sendo assim excluído da simulação. Desta forma quando um indivíduo estiver estável numa célula ele atingirá o equilíbrio de Nash e, portanto envelhecerá até morrer por inanição.

## 5.1 Funcionamento

Para o desenvolvimento desta simulação foi utilizada a versão 6.0 do software Mathematica (Wolfram Research)©. O Mathematica é um programa computacional produzido principalmente para a área matemática, na resolução de cálculos numéricos, apresentações de funções, resolução de equações, esboço e desenho de gráficos.

O estudo das interações entre indivíduos seguindo modelo Hawk-Dove da Teoria dos Jogos levou à implementação via linguagem de programação de um software de simulação artificial de agentes Hawk-Dove. Partindo duma situação onde dois ou mais agentes distintos buscam se apoderar de um recurso em comum pode-se simular de forma artificial como seria o comportamento desses indivíduos com o passar do tempo (gerações) e quem iria “ganhar” a disputa.

Este jogo, assim como toda simulação pela abordagem da Teoria dos Jogos, é dinâmico, pois com o passar do tempo (gerações) o ambiente de simulação (células + agentes) e seus componentes são modificados de acordo com o movimento das iterações entre os indivíduos e com os indivíduos versus mundo.

O Ambiente / Mundo simulado é caracterizado pela representação da vida social de determinados indivíduos, que disputam por recursos escassos e limitados. O ambiente é composto por um conjunto de regiões, representado por uma grade de Autômato Celular com tamanho genérico, ou seja, a ser definido pelo usuário, seguindo o formato quadricular e contendo  $n \times n$  células. Esta área é composta por indivíduos que são inseridos de forma aleatória, apresentando comportamento Hawk ou Dove (SMITH, 1982). Cada célula da matriz representa um local do mundo que pode ou não conter recursos. Existem três tipos de locais disponíveis para os agentes no simulador: células com Recursos Altos (RA), células com Recursos Medianos (RM) e células Sem Recursos (SR). Os Recursos Altos representam os locais mais atrativos (cor vermelha no simulador). Já os Recursos Medianos (cor azul no simulador) representam locais menos atrativos frente, por exemplo, aos Recursos Altos. Além desses dois possíveis locais existem os locais Sem Recursos (cor marrom no simulador) que não atraem os agentes pelo fato de não representarem uma fonte de aumento de sua “riqueza”. Assim, os indivíduos se moverão de acordo com seu comportamento sempre buscando sua sobrevivência. No entanto os indivíduos agressivos (Hawks) estarão dispostos a lutar, se esta for a única opção, para consumir o recurso da sua vizinhança, enquanto os indivíduos pacíficos (Dove) preferem a fuga ao conflito com outro agente.

Assim como o tamanho do mundo, o usuário também define inicialmente a quantidade de células com recursos altos, a quantidade de células com recursos medianos, a quantidade de agentes Hawks e a quantidade de agentes Doves. Após os valores dos componentes serem definidos pelo usuário, o programa os distribuirá de forma aleatória no ambiente de simulação. A simulação tem início em seguida, onde cada célula e cada indivíduo terão seus estados alterados de acordo com as iterações (o passar das gerações) entre si e o mundo, baseado no jogo Hawk-Dove da Teoria dos Jogos (SMITH; PRICE, 1973).

É possível visualizar um exemplo de uma simulação segundo a abordagem Hawk-Dove na Figura 1.

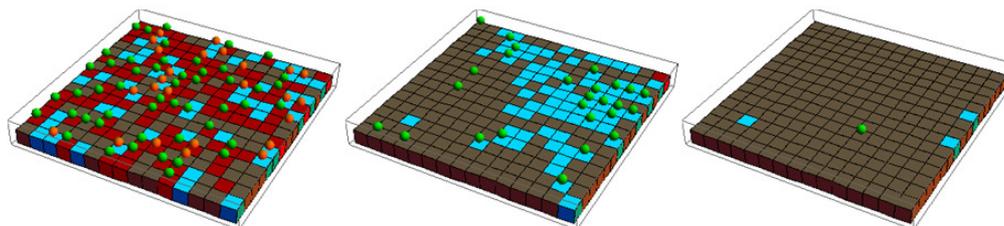


Figura 1 - Evolução da Simulação com 50 Agentes Hawks, 25 Agentes Doves, 100 células com recursos altos e 50 células com recursos medianos numa matriz 15x15

Com o início da simulação são aguardados os resultados de acordo com a aplicação das regras de transição estabelecidas, regras estas que serão re-aplicadas a cada nova geração produzida. A duração de cada geração pode variar de acordo com o problema a ser simulado.

A regra de transição é aplicada síncrona e paralelamente a todas as células em cada passo de tempo. Cada estado novo da grade gerado pela regra é chamado de geração. No caso das células que são organizadas em uma grade bidimensional, a função da regra de transição é definida como (CHAVEZ; LIANG, 2003):

$$a_{i,j}^{(t+1)} = f \left[ \sum_{m=-r1}^{r1} \sum_{n=-r2}^{r2} a_{m,n} a_{i+m,j+n}^{(t)} \right]$$

Onde  $a_{m,n}$  representa o peso de influência da célula  $(i+m, j+n)$  na célula  $(i,j)$ . A região da vizinhança da célula  $(i,j)$  é determinada por dois parâmetros  $r1$  (extensão horizontal) e  $r2$  (extensão vertical).

A simulação pode ser parada a qualquer momento, para se saber a situação do mundo, por exemplo, ou deixar o simulador parar sozinho, que é quando os agentes Hawk morrem, mostrando até quantas gerações o mundo terá sobreviventes.

Após  $N$  gerações, os recursos iniciais já terão sido consumidos e então se terá o início da busca por recursos para garantir a sobrevivência, dando início aos conflitos Hawk x Hawk. Passadas  $N+X$  gerações, quando todos (ou quase todos, em alguns casos) os recursos tiverem sido consumidos, não haverá mais necessidade de conflitos. Então a taxa de envelhecimento fará com que os agentes percam seus recursos gradativamente e morram por inanição, e então desaparecerão automaticamente da simulação. Neste ponto, pode-se dar como encerrada a simulação, pois o sistema, em si, gerou um espaço de solução de acordo com seu cenário de previsibilidade.

Segundo Martins, Dionísio e Deckmann (2006) o início da construção de uma árvore de decisão se dá a partir da descrição de um problema de onde devem ser mencionadas as variáveis, ações e a seqüência lógica para a tomada de decisão. Na figura 2 a árvore de decisão que segue ajuda na compreensão da dinâmica do jogo.

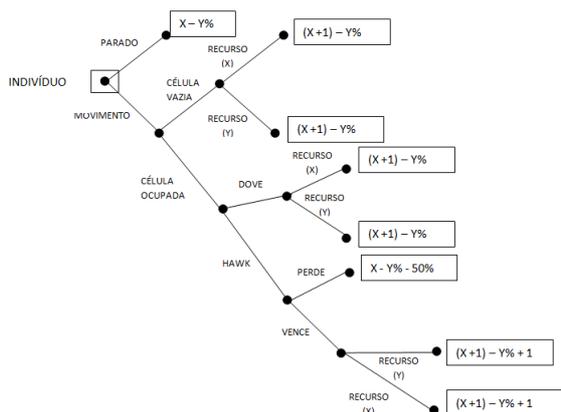


Figura 2 - Árvore de decisão que modela o início da simulação

### 5.2 Considerações a serem feitas sobre o simulador

- a) Com o auxílio de especialistas pode-se filtrar os resultados obtidos, garantindo determinado grau de confiança ao modelo. Sua aplicação prática é dada no sentido em que se pode obter planejamento estratégico a partir do resultado final-parcial das respostas do modelo.
- b) Quando há muitas variáveis envolvidas, além da dinâmica Hawk-Dove, a simulação pode se tornar pouco confiável no que se diz respeito à "real" dinâmica da natureza.
- c) O tempo computacional previsto para a simulação de tal modelo aumenta em tempo exponencial de acordo com o tamanho da matriz e o número de indivíduos, se tornando um aspecto restritivo nesse sentido.

## 6. Resultados

O simulador - denominado Ambiente de Simulação para Agentes Racionais (ASAR) - foi implementado no Mathematica© e utiliza seu ambiente para realizar a simulação das gerações.

O programa recebe os dados iniciais de tamanho do mundo (Exemplo na Figura 3), número de indivíduos, recursos disponíveis como entrada, aplica as regras de distribuição e movimentação dos agentes (jogo Hawk-Dove) e finalmente apresenta um relatório contendo os resultados da simulação.

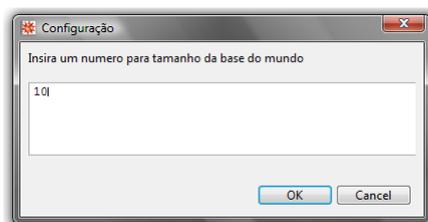


Figura 3 - Interação do usuário com o simulador

O apego visual obtido na simulação é bastante intuitivo. Podemos tomar como exemplo uma simulação com nove Empresas de telefonia fixa de grande porte (Agentes de comportamento Hawk) e a distribuição dos clientes de maior poder aquisitivo (células com recursos altos - vermelhas), os clientes de menor poder aquisitivo (células com recursos medianos - azuis) e os locais sem clientes em potencial (células sem recurso - marrons). Como o decorrer da simulação é possível entender como se extrai os resultados. A Figura 4 retrata o início da simulação.

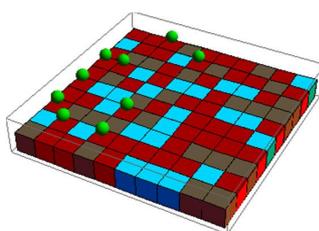


Figura 4 – Geração 1 - Início da simulação

A Figura 5 mostra a geração na qual não restaram mais clientes de maior poder aquisitivo (células com recursos altos - os mais atrativos).

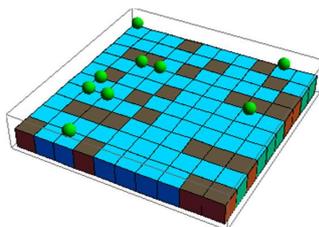


Figura 5 - Geração 48 - Não há mais clientes com recursos altos (células vermelhas)

A Figura 6 retrata a última geração em que o mercado se estabilizou, não apresentando clientes em potencial, estando todos satisfeitos com suas operadoras de telefonia fixa, por exemplo. Através desta figura também é possível compreender porque existem simulações em que os indivíduos Hawk acabam mesmo ainda existindo células a serem “consumidas”. Isto acontece porque os Hawks se encontram numa localização em que não há para onde se mover, pois já não há recursos ao seu redor, logo morrem à medida que as gerações passam e a taxa de desconto diminui seus recursos próprios.

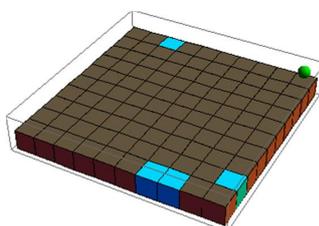


Figura 6 - Geração 90 - Último indivíduo Hawk ativo

É possível gerar um relatório com alguns aspectos relevantes para a simulação, tais como quantidade de mortes, quantidade de gerações, como podemos ver na tabela 1.

Simulação	Agentes Hawks	Agentes Doves	Células com Recursos Altos	Células com Recursos Medianos	Quantidade de Gerações
Geração Inicial	H	D	RA	RM	QG
Geração Final	H	D	RA	RM	QG
Quantidade Final (Mortes)	H	D	RA	RM	QG

Tabela 1 – Informações finais fornecidas pelo software

### 6.1 Análise Estatística

Com finalidade de teste do simulador são realizadas algumas análises preliminares no total de 30 simulações com um ambiente formado por uma matriz 10x10 e elementos unicamente agressivos (Hawks), contendo inicialmente 50 células com recursos altos, 25 células com recursos medianos e as 25 restantes sem recurso do total das 100 células disponíveis. O número de agentes Hawks introduzidos em cada simulação variou de 1 a 50. A tabela 2 mostra o resultado deste experimento.

Estatística Descritiva (Simulação)							
	Valid N	Mean	Median	Sum	Min.	Max.	Std.Dev.
Nº. Hawks	30	25,833	26,000	775,000	1,000	50,000	14,744
Geração sem Recursos Altos	30	69,633	33,500	2089,000	18,000	588,000	111,759
Geração sem Hawks	30	131,700	77,500	3951,000	54,000	950,000	184,659
Sobra recursos	30	4,900	2,000	147,000	0,000	35,000	8,138

Tabela 2 - Estatística Descritiva do Experimento de Teste

A análise estatística dos resultados das simulações foi realizada no software *Statistica*®. A figura 8 mostra que a convergência (estado final – geração sem agentes) é inversamente proporcional à quantidade de agentes iniciais inseridos no ambiente de simulação. O coeficiente de determinação mostrado na figura 7 ( $r^2 = 0,75$ ) indica que há uma forte associação entre essas duas variáveis. Isto leva a crer que existe um número ótimo de agentes a ser determinado que, dependendo da quantidade de recursos disponíveis, maximiza a velocidade de consumação de recursos.

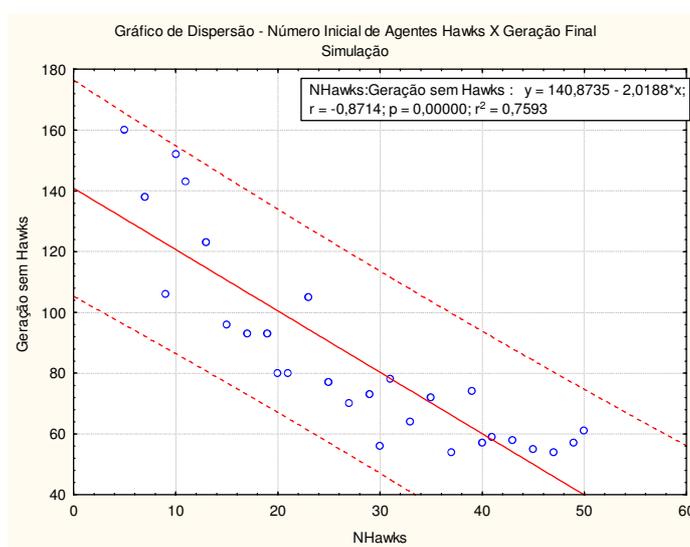


Figura 7 – Gráfico de Dispersão e Testes de Correlação – Número Inicial de Agentes Hawks X Geração Final

A significância estatística de um resultado é uma medida estimada do grau em que este resultado é "verdadeiro". Ou seja, o valor do nível-p representa um índice decrescente da confiabilidade de um resultado, representando a probabilidade de erro envolvida em aceitar o resultado observado como válido, isto é, como representativo da população. A tabela 3 mostra que o valor – p mostra que a probabilidade dos resultados terem sido obtidos ao acaso é quase nula.

	No. Hawks	Geração sem Recursos Altos	Geração sem Hawks	Sobra recursos
No. Hawks	1,0000	-,5637	-,5546	-,6358
	p= ---	p=,001	p=,001	p=,000
Geração sem Recursos Altos	-,5637	1,0000	,9860	,8414
	p=,001	p= ---	p=0,00	p=,000
Geração sem Hawks	-,5546	,9860	1,0000	,8373
	p=,001	p=0,00	p= ---	p=,000
Sobra recursos	-,6358	,8414	,8373	1,0000
	p=,000	p=,000	p=,000	p= ---

Tabela 3 – Valor - p e Correlações entre as variáveis

Com o resultado de algumas simulações, pôde-se identificar que populações compostas por indivíduos sem iniciativa (Comportamento Dove) tendem a não permanecer em comunidade, o que acarreta a sobrevivência de poucos, e, quando se deparam com indivíduos que lutam por seus objetivos (Comportamento Hawk), são excluídos do ambiente. Indivíduos que lutam pelo

objetivo, embora sobrevivam poucas gerações, tendem a viver em comunidade e sua exclusão do ambiente só se ocorre na ausência de recursos.

Comportamentos agressivos fazem com que os recursos da simulação sejam rapidamente consumidos; comportamentos dóceis permitem com que os recursos sejam consumidos vagarosamente. Uma mistura dos dois comportamentos não balanceia a população e, mesmo conseguindo viver por mais tempo em grupo, os recursos são rapidamente consumidos, prevalecendo o comportamento agressivo (Hawk).

## 7. Conclusões

O simulador foi desenvolvido em termos de protótipo de acordo com o modelo Hawk-Dove proposto por John M. Smith e George R. Price em 1973 e 1982 (SMITH; PRICE, 1973; SMITH, 1982). Foram realizadas trinta simulações variando o número inicial de agentes e em todas elas o comportamento que se obteve foi de acordo com o esperado para o jogo Hawk-Dove. Neste trabalho foi apresentada uma situação a título de exemplificação em que se tem um certo número de agentes Hawks (comportamento agressivo), e um número específico de recursos, que foram simulados via o software ASAR.

A análise estatística comprova a correlação entre algumas variáveis e a significância dos resultados, mostrando que os mesmos não foram obtidos ao acaso. Por intermédio dos resultados obtidos via simulador, nota-se que os parâmetros definidos inicialmente podem causar diferenças significativas no resultado final. As abordagens dos métodos computacionais foram de fundamental importância para o desenvolvimento do modelo, fazendo com que o mesmo se torne uma ferramenta de estudo não só na área econômica e biológica, mas sim possa ser aplicado a diversas situações do cotidiano (CHAVEZ; LIANG, 2003).

O desenvolvimento do Ambiente de Simulação para Agentes Racionais - ASAR, como foi apresentado, fornece uma diversidade de usos a serem executados (simulados) como, por exemplo, as situações ligadas ao controle de mercado ou ainda situações em ambientes biológicos. Com o modelo, podem-se surgir várias analogias a serem observadas a partir de seus resultados, permitindo ainda outras diversas aplicações.

Em aplicações futuras deseja-se aprimorar o simulador ASAR de modo a permitir a simulação com uma maior vizinhança por parte de cada agente e permitir que os recursos se regenerem com o decorrer do tempo com uma taxa menor do que o desconto por envelhecimento que aflige os agentes. Essas alterações irão permitir uma maior aproximação da simulação com a “realidade” observada na natureza.

## Referências

- Albuquerque, C. H., Melo, C. G. e Miranda, B. A. F.**, (2008), Uma Aplicação do Modelo SIR para a Esquistossomose utilizando Autômatos Celulares através do Software Mathematica, *VIII Jornada de Ensino*.
- Câmara, M. A. da.**, *Teoria dos Jogos: “A ciência do conflito”*, Uberlândia, 2007 ([www.famat.ufu.br/semat/docs/marcoscamara.pdf](http://www.famat.ufu.br/semat/docs/marcoscamara.pdf),5, 2010).
- Chavez, G. C. e Liang, Z.**, (2003), Sistema Celular para Reconhecimento de Padrão, *IV Workshop de Tratamento de Imagens*, 62 - 70.
- Fu, M. C.**, (2002), Optimization for Simulation: Theory vs. Practice, *Journal on Computing*, vol. 14, N. 3.
- Kot, M.**, *Elements of Mathematical Ecology*, Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
- Martins, D., Dionísio, G. e Deckmann, R. O.**, *Árvores e Tabelas de Decisão*, UNISINOS, 2006.
- Melo, C. G., Miranda, B. A. F. e Albuquerque, C. H.**, (2008), Uma Nova Abordagem para Simular a Expansão da Esquistossomose entre Humanos: Uso Integrado entre dois Autômatos Celulares Probabilísticos, *VIII Jornada de Ensino*.

**Mota, R. G.**, *Modelagem de Situações de Jogos Estratégicos em Autômatos Celulares*, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

**Saito, Y., Silva, M. A. A. e Alves, D.**, *Autômato Celular para Estudar Espalhamento e Evolução da Pneumonia por Pneumococos em uma População*, São Paulo, 2008 (<http://www.sbis.org.br/cbis11/arquivos/790.pdf>, 5, 2010).

**Silva, A. P. da.**, *Modelos Computacionais para Simulação do Processo de Expansão da Esquistossomose na Área Litorânea de Pernambuco*, Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2008.

**Smith, J. M.**, *Evolution and the Theory of Games*, Cambridge University Press, UK, 1982.

**Smith, J. M. e Price, G.R.** (1973), The Logic of Animal Conflict, *Nature*, 246, 15 - 18.