

UM ESTUDO DOS PARÂMETROS DE CONTROLE DOS ALGORITMOS GENÉTICOS

Ricardo de Britto Damm

Mestre em Matemática Aplicada pela Universidade de São Paulo
Rua do Matão, 1010. Butantã. São Paulo – SP. CEP 05508-090
rbdamm@gmail.com

Luis Carlos de Castro Santos

Departamento de Matemática Aplicada da Universidade de São Paulo
Rua do Matão, 1010. Butantã. São Paulo – SP. CEP 05508-090
lsantos@ime.usp.br

RESUMO

Os algoritmos genéticos (AG) vêm sendo utilizados desde os anos 70 por diversos pesquisadores e uma questão recorrente na literatura é o efeito dos parâmetros de controle desses algoritmos. O objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia de análise baseada numa função utilidade, e aplicá-la para obter a influência de alguns dos principais parâmetros: a probabilidade de recombinação (*crossover*), de mutação, o tamanho da população e o número de gerações. Foram estudadas funções com ou sem restrições, com um ou mais objetivos (multi-objetivos), através de versões populares do Algoritmo Genético. Os resultados obtidos foram analisados pelo método de regressão e pela análise de variância (ANOVA). Esse trabalho apresenta as faixas de variações dos parâmetros que produzem melhores resultados e, conseqüentemente, facilitam o ajuste do algoritmo para algumas classes gerais de problemas segundo o critério de função utilidade.

PALAVRAS CHAVE. Algoritmo genético. Parâmetros de controle. Análise estatística. Metaheurísticas.

ABSTRACT

Genetic algorithms (GA) have been used since the 70s by many researchers and a recurrent theme in literature is the effect of the control parameters of these algorithms. The objective of this paper is to present an analysis methodology based on an utility function and apply it to obtain the influence of some key parameters: probability of crossover, probability of mutation, population size and number of generations. Functions were studied with or without restrictions, with one or more objectives (multi-objective) through popular versions of the Genetic Algorithm. The results were analyzed using regression and analysis of variance (ANOVA). This paper presents the tracks of parameter variations that produce better results and thus facilitate the tuning of the algorithm for some general classes of problems according to the criterion of utility function.

KEYWORDS. Genetic algorithm. Control Parameters. Statistical analysis. Metaheuristics.

1. Introdução

Algoritmos genéticos (AG) são algoritmos de busca que utilizam, principalmente, o mecanismo de seleção natural – segundo a teoria da origem das espécies, de Charles Darwin – e os conceitos da genética moderna. A partir de uma população artificial inicial, novas gerações são formadas e evoluídas, através de uma competição no momento da reprodução e dos operadores de recombinação cromossômica (*crossover*) e de mutação (Goldberg, 1989).

O conceito foi inicialmente desenvolvido por John Holland (Universidade de Michigan) e seu grupo de pesquisa, em 1962. Buscando projetar sistemas artificiais com os mecanismos evolutivos, Holland criou o conceito de operadores genéticos nesses sistemas. Em 1968, desenvolveu o teorema fundamental do Algoritmo Genético (*theory of schemata*). Alguns anos depois, publicou uma monografia – *Adaptation in Natural and Artificial Systems* (1975) – abordando a eficácia do algoritmo em espaços de busca complexos (Goldberg, 1989).

Também em 1975, De Jong, pesquisador da Universidade de Michigan, concluiu sua dissertação: *An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems*. De Jong aplicou o Teorema Fundamental do Algoritmo Genético a vários experimentos, resultando em um importante trabalho sobre o funcionamento dos operadores do algoritmo (Goldberg, 1989).

Desde então, até os dias de hoje, inúmeros trabalhos foram publicados, abordando os métodos de seleção, criando novos operadores na busca, analisando o desempenho do AG combinado com outros métodos de busca ou algoritmos locais, ou formulando diferentes versões do AG para problemas específicos de otimização, com bons resultados para aplicações práticas.

Apesar de apresentar muitas vantagens (simplicidade computacional, não exigem a continuidade de funções, trabalham com conjuntos de soluções, são métodos de otimização globais, podem ser aplicados a uma grande diversidade de tipos de problemas, etc.), os AG tendem a ser mais caros, justamente por trabalhar com populações.

Outro aspecto importante é a quantidade de parâmetros dos AG, que leva o usuário – principalmente no primeiro contato com o algoritmo – a questionar qual o melhor conjunto para cada problema, ou se existe um ajuste médio geral balanceado para uma classe de problemas.

2. O problema do ajuste dos parâmetros dos Algoritmos Genéticos

Diversos trabalhos estudaram os parâmetros do AG. O primeiro a sugerir valores para os parâmetros do AG foi o próprio De Jong, em 1975, ao estudar cinco funções sem restrições. Nos anos 80, houve dois importantes trabalhos, baseados nas mesmas cinco funções utilizadas por De Jong, cujos resultados encontram-se na tabela 1.

	De Jong – 1975	Grefenstette – 1986		Schaffer – 1989
		<i>online</i>	<i>offline</i>	
Probabilidade de crossover (p_c)	0,60	0,95	0,45	0,75-0,95
Probabilidade de mutação (p_m)	0,001	0,01	0,01	0,005-0,010
Tamanho da população	50-100	30	80	20-30

Tabela 1 – Valores sugeridos para os parâmetros em alguns trabalhos até o fim dos anos 80.

Grefenstette foi um dos primeiros a utilizar os chamados de Meta-AG, onde os valores dos parâmetros do algoritmo são otimizados ao longo da busca: cada indivíduo possui como parte do seu código genético, por exemplo, uma probabilidade de crossover e de mutação; os melhores valores dos parâmetros tendem a gerar melhores indivíduos e a predominar na busca. Grefenstette apresentou os resultados em duas formas: *online*, onde a cada geração é calculada a média dos resultados de todos os cromossomos da população, e *offline*, em que apenas o

resultado do melhor indivíduo é considerado a cada geração. No entanto, seu trabalho apresentou apenas os melhores resultados para os parâmetros nestas duas abordagens e não propriamente um estudo dos comportamentos dos parâmetros (Czarn, 2004).

Schaffer estudou outras cinco funções além das utilizadas nos dois trabalhos anteriores, gerando resultados a partir das diversas combinações possíveis entre os parâmetros do algoritmo. Através da análise de variância (ANOVA), chegou aos melhores valores para os parâmetros e concluiu que a mutação é um fator mais significativo para busca do que o crossover (Czarn, 2004).

Alguns estudos foram publicados nos anos 90 e Eiben (1999) apresenta as metodologias utilizadas para estudar os parâmetros e uma revisão das terminologias empregadas. A seguir, apresentamos os principais trabalhos publicados na última década.

François (2001) propõe um método estatístico, principalmente utilizando a ANOVA, para determinar os parâmetros do AG em alguns problemas e identificar em quais deles o AG tem um comportamento semelhante. Entre as funções estudadas, as que possuem uma superfície de perfil quadrático com perturbações apresentaram bons resultados com probabilidade de mutação baixa (0,01); para outras funções, com mínimos em locais não regulares, a probabilidade de mutação gera melhores resultados no intervalo [0,2, 0,3].

O trabalho de Czarn (2004) também tem o objetivo de propor um método estatístico para analisar os resultados dos AG e outros métodos evolutivos. Seu método utiliza a ANOVA para avaliar como os parâmetros do AG afetam a busca. Ao aplicar o método em quatro funções, concluiu que a probabilidade de crossover tem uma influência predominantemente linear e a probabilidade de mutação, predominantemente quadrática. Também analisou a interação que existe entre estes parâmetros. A probabilidade de crossover apresentou bons resultados com altos valores e a probabilidade de mutação, no intervalo [0,05, 0,20].

Petrovski (2005) estudou os parâmetros que mais influenciam a busca para um problema específico (tratamento de quimioterapia), e propõe um método baseado em três características: o planejamento fatorial (estudo das diversas combinações dos parâmetros), a ANOVA e em um modelo de regressão. Como resultado, propõe uma probabilidade de mutação de 0,092 e uma população de 76 indivíduos; a probabilidade de crossover teve uma influência pequena na busca, não sendo sugerido um valor específico.

Alguns destes trabalhos analisaram AG que não utilizam valores fixos e pré-determinados, mas sim parâmetros que são alterados ao longo da busca por regras determinísticas ou por processos auto-adaptativos (Meta-AG).

Landgraaf (2007) e Nannen (2007) sugeriram um método auto-adaptativo que determina bons parâmetros para cada problema – *Relevance Estimation and Value Calibration* (REVAC) – e obtiveram bons resultados ao compará-lo com outros meta-AG. Em seguida, Nannen (2008) estudou alguns dos parâmetros deste algoritmo e determinou quais possuem maior impacto na busca.

Smit (2009) fez uma comparação entre três métodos auto-adaptativos para o ajuste dos parâmetros do algoritmo: um meta-AG, o REVAC e o *Sequential Parameter Optimization* (SPO). Estudando uma função (*Rastrigin*), o autor apresentou os dez melhores conjuntos de resultados obtidos, que poderiam ser resumidos da seguinte forma: probabilidade de mutação [0,4, 0,7], probabilidade de crossover [0,38, 0,77] e tamanho da população [11, 448].

Aine (2009) estudou o problema do caixeiro viajante (*Traveling Salesman Problem*) e adaptou os parâmetros da busca de acordo com as restrições deste problema. Os parâmetros do meta-AG foram controlados através do conceito de *performance profile*.

3. Objetivo do trabalho

O objetivo deste trabalho é estudar o comportamento dos principais parâmetros do AG para três classes de problemas (abordagem até o momento não encontrada na literatura): problemas com restrições de caixas (apenas restrições dos limites superiores e inferiores das variáveis), funções com restrições (igualdades e desigualdades) e também problemas multi-objetivos (com dois ou mais objetivos, sem restrições). Também se procurou avaliar um número maior de problemas para cada classe: 26, 16 e 9, respectivamente.

Quatro foram os parâmetros analisados: a probabilidade de recombinação, a probabilidade de mutação, o número de gerações e o tamanho da população. E, para que fosse possível uma comparação entre os resultados dos diversos problemas, desenvolveu-se uma medida de comparação que pondera o esforço do algoritmo (o número de pontos avaliados ao longo de todas as gerações), a velocidade com que a melhor solução é encontrada e a distância entre a melhor solução encontrada e a melhor conhecida na literatura. Esse conceito de função utilidade incorpora simultaneamente tanto precisão quanto eficiência computacional.

Os resultados dessa medida de comparação – ou função penalidade, explicada em detalhes mais adiante – foram avaliados através da ANOVA e da análise de regressão.

As seções seguintes descrevem em maiores detalhes os passos realizados.

4. Especificações dos testes e método de análise dos dados (a função penalidade)

Todos os resultados foram gerados com as seguintes especificações:

- Estratégia elitista: o melhor indivíduo, o mais apto, sempre permanece na população;
- Uso do código Gray: código binário que normaliza as distâncias de Hamming (número de bits distintos entre cromossomos), de modo que os números vizinhos possuem a distância de uma unidade;
- Função aptidão ($fitness = h(x)$) de uma solução x é calculada a partir do valor máximo (f_{max}) da função objetivo nas últimas cinco gerações, ou seja, $h(x) = f_{max} - f(x)$;
- Normalização da função aptidão por ranqueamento, onde o menos apto possui uma aptidão y ($0 < y < 1$) e o melhor indivíduo, $(2-y)$; todos os demais possuem valores intermediários, proporcionais à sua posição no ranking;
- Recombinação em dois pontos.

Para os outros parâmetros do AG, os testes foram realizados em três cenários apresentados na tabela 2.

Cenário	A	B	C
Tamanho da população (N)	50	100	50
Número máximo de gerações	500	500	1000
Probabilidade de recombinação (p_c)	0,7	0,8	0,9
Probabilidade de mutação (p_m)	0,001	0,005	0,010
Variável de ranqueamento (y)	0,3	0,1	0,5
Semente	123456789	314159265	271828182

Tabela 2 – Cenários estudados.

Para estudar a influência da probabilidade de recombinação em cada classe de problemas e em cada um dos cenários, todos os outros parâmetros foram fixados e variamos somente esse parâmetro de 0,5 e 1,0, em intervalos de 0,02. O mesmo foi feito para a probabilidade de mutação (que variou entre 0,005 e 0,200, em intervalos de 0,005) e o tamanho

da população (que variou entre 25 e 600, em intervalos de 25). O número de gerações foi estudado a partir dos resultados obtidos nos estudos dos três parâmetros anteriores, avaliando a geração em que a melhor solução foi encontrada.

Para que fosse possível uma medida de comparação entre as soluções obtidas dos diversos problemas teste, criou-se uma função utilidade ou medida de penalidade (γ). Seja x^* a melhor solução conhecida de um problema e seja x a melhor solução encontrada pelo AG:

$$\gamma = (ger \cdot N / \alpha_1) + \alpha_2 \cdot ger(x) + \alpha_3 \cdot (f(x) - f(x^*)) + \alpha_4 \cdot \|x - x^*\|$$

onde:

ger é o número total de gerações

N é o tamanho da população

$ger \cdot N$ é o número de indivíduos que são avaliados até a última geração

$ger(x)$ é a geração da melhor solução encontrada

$(f(x) - f(x^*))$ é a diferença o melhor valor encontrado para $f(x)$ e o melhor conhecido

$\|x - x^*\|$ é a distância (norma euclidiana) entre a melhor solução encontrada e a conhecida

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ e α_4 são os coeficientes que penalizam os fatores descritos anteriormente

Portanto, quatro fatores foram ponderados: o esforço do algoritmo (o número de pontos avaliados ao longo de todas as gerações), a velocidade com que a melhor solução é encontrada, a diferença de valor da função objetivo e a distância entre a melhor solução encontrada e a melhor conhecida.

Com os coeficientes de penalidade, busca-se penalizar os processos que necessitam avaliar muitos pontos para encontrar boas soluções, que necessitam de muitas gerações e que distam muito do melhor resultado conhecido. No entanto, esses fatores possuem graus de importância diferentes:

- Primeiramente, procurou-se penalizar as soluções que estejam distantes da melhor solução conhecida: portanto, α_3 e α_4 devem possuir pesos maiores;
- Depois, os problemas que necessitam avaliar muitos indivíduos: α_1 deve possuir uma dimensão grande, uma vez que divide o total dos indivíduos avaliados;
- Em último lugar, o número de gerações necessárias para encontrar a melhor solução. O Algoritmo Genético não deve convergir em um número pequeno de gerações – pois poderia gerar soluções prematuras e ruins – mas em um número razoável de gerações deve encontrar boas soluções. Portanto, o coeficiente α_2 deve possuir pequena magnitude.

Os valores adotados para esses coeficientes foram determinados experimentalmente, a partir de um estudo de três funções conhecidas na literatura: *Michalewicz*, *Rosenbrock's valley* e *Schwefel*. Após alguns testes, os valores que claramente privilegiavam os melhores resultados eram: $\alpha_1 = 4000$, $\alpha_2 = 1$, $\alpha_3 = 200$ e $\alpha_4 = 100$.

Para os problemas multi-objetivos a função penalidade foi calculada da seguinte forma:

$$\gamma = (ger \cdot N / \alpha_1) + \alpha_2 \cdot ger(x) + (\alpha_3 + \alpha_4) (f_1(x) - f_1(y))$$

onde:

f_1 e f_2 são as duas funções objetivos

y é o ponto da linha ótima de Pareto onde $f_2(y) = f_2(x)$

$f_1(x)$ e $f_1(y)$ são os valores da primeira função objetivo para os pontos x e y

Note que a medida de penalidade escolhida é uma função multi-objetivo: pondera vários fatores que poderiam ser abordados através de outros métodos. Uma possibilidade seria estudá-los procurando a linha frontal de Pareto; outra seria estabelecer uma ordem de prioridade entre os objetivos. No entanto, para facilitar a comparação entre as diversas soluções em todos os problemas estudados, optou-se por utilizar uma única função linear que pondera todos os objetivos. Outras medidas de desempenho, como a *performance profiling* (Aine, 2009), também poderiam ser utilizadas.

Finalmente, a medida de penalidade foi normalizada, para possibilitar a comparação entre os diversos problemas.

5. Classes de problemas estudadas e testes realizados

Três classes de problemas foram estudadas: problemas com restrições de caixas, funções com restrições e também problemas multi-objetivos.

Para o estudo das duas primeiras classes de problemas foi utilizada uma versão clássica do Algoritmo Genético: o *GENetic Search Implementation System* (GENESIS, Versão 5.0), idealizada por Grefenstette (1990) em linguagem C.

Para avaliar o comportamento dos parâmetros nos problemas com restrições de caixa, escolheu-se 13 funções clássicas, algumas com um grande número de mínimos locais. Cada uma foi analisada em duas diferentes dimensões:

- *Michalewicz, Rosenbrock's valley, Schwefel, Ackley's Path, Griewangk, Rastrigin, Moved axis parallel hyper-ellipsoid, rotated hyper-ellipsoid* e soma de potências: estudadas com dimensões 5 e 10.
- *Easom, Goldstein-Price e Six-hump camel back*: estudadas com dimensões 2 e 4.
- *Branin*: estudada com dimensões 2 e 6.

Para as funções com restrições, foram utilizadas 16 funções – mencionadas em Miettinen (2003) – sendo algumas com uma região factível muito reduzida. Para lidar com as restrições, foi utilizado o método de Penalidade Livre de Parâmetros, proposto por Deb K., que garante que todas as soluções factíveis serão melhores avaliadas do que as infactíveis. O método, avaliado e sugerido por Miettinen (2003), apresenta um bom desempenho em um número razoável de iterações.

Para o estudo dos parâmetros de controle nos problemas multi-objetivos, utilizamos o NSGA II (*Nondominated Sorting Genetic Algorithm II*), desenvolvido por Deb (2002). Trata-se de um método baseado no conceito do conjunto ótimo de Pareto, que contém algumas características importantes do AG: o elitismo, garantir a diversidade da população, encontrar a linha ótima de Pareto e não aumentar o número de parâmetros do Algoritmo. Utilizamos a versão desenvolvida por Deb (2003) em linguagem C.

Foram selecionados nove problemas – citados em Deb (1999) e Zitzler (2000) – que possuem duas funções objetivo, sem restrições e com diferentes características do conjunto ótimo de Pareto (convexo ou não convexo, continuidade, uniformidade e multimodal).

6. Análise dos resultados

a) Probabilidade de mutação:

Primeiramente, vamos analisar os resultados para a probabilidade de mutação nos problemas com restrições de caixa. O gráfico 1 apresenta a penalidade normalizada média dos 26 problemas e o respectivo desvio padrão.

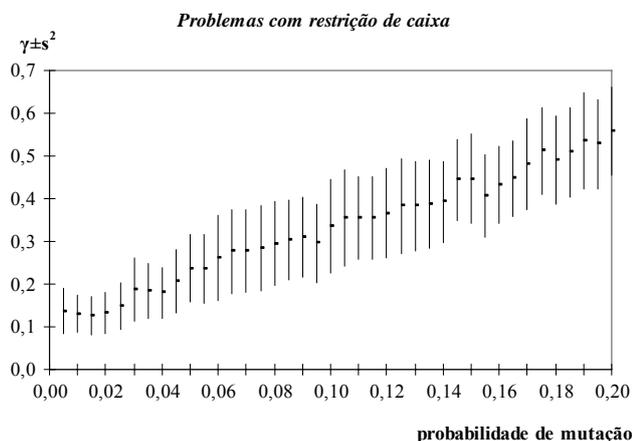


Gráfico 1 – Penalidade normalizada média e desvio padrão.

A partir destes resultados, aplicando o método de regressão, vemos no gráfico 2 que há uma tendência claramente linear (com alto coeficiente de determinação, $R^2=0,9848$) e que baixos valores para a probabilidade de mutação geram melhores resultados.

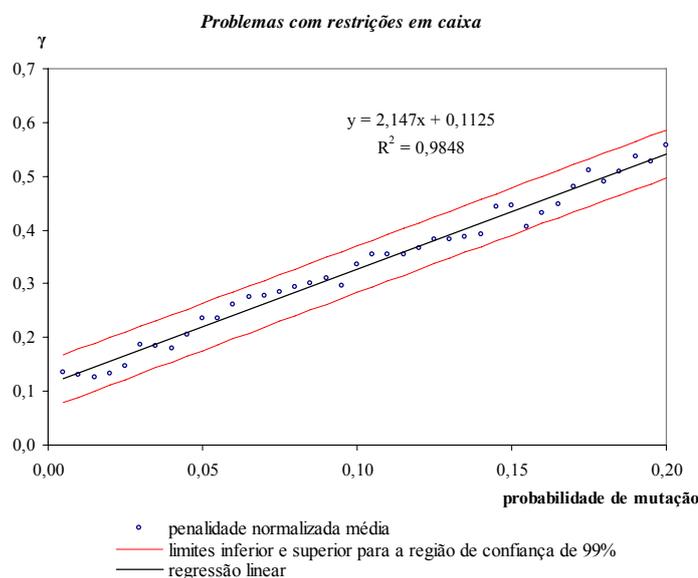


Gráfico 2 – Regressão linear da penalidade normalizada média.

Estudando as penalidades médias obtidas para a probabilidade de mutação através da ANOVA, concluímos que não há evidência significativa, ao nível de 1% de significância, de diferença entre os resultados médios obtidos para probabilidade de mutação no intervalo [0,005, 0,050], como mostra a tabela 3.

Fonte de variação	soma de quadrados	graus de liberdade	quadrado médio	F	p-valor
entre amostras	0,99	9	0,11	1,85	0,057
residual	46,05	770	0,06		
total	47,05	779			

Tabela 3 – ANOVA das médias para probabilidade de mutação entre 0,005 e 0,050 em problemas com restrição de caixas.

Logo, podemos concluir que para essa classe de problemas, é recomendável utilizar probabilidade de mutação entre 0,005 e 0,050, sendo que a probabilidade de 0,015 obteve os melhores resultados.

Analizamos as outras classes de problemas e obtivemos resultados semelhantes: uma correlação linear com alto coeficiente de determinação ($R^2 > 0,88$) e bons resultados para baixos valores de taxa de mutação. Também analisamos a média global (média de todos os problemas estudados, das três classes) e os resultados foram idênticos, o que já se esperava. A tabela 6 apresenta esses resultados.

b) Probabilidade de recombinação:

Fizemos o mesmo método de análise para a probabilidade de recombinação. Para os problemas com restrições de caixa, obtivemos uma regressão linear com alto coeficiente de determinação ($R^2 = 0,83$); no entanto, para os outros casos a tendência é menos linear e a regressão tem uma menor determinação ($R^2 = 0,68$ para problemas com restrição e $R^2 = 0,73$ para problemas multi-objetivo). De qualquer forma, em todos os casos, os maiores valores para probabilidade de recombinação apresentaram melhores resultados, como podemos observar na tabela 6.

A título de exemplo, abaixo apresentamos os resultados globais. O gráfico 3 mostra que há uma tendência linear com alto coeficiente de determinação ($R^2 = 0,8856$), semelhante aos resultados para os problemas com restrições de caixa.

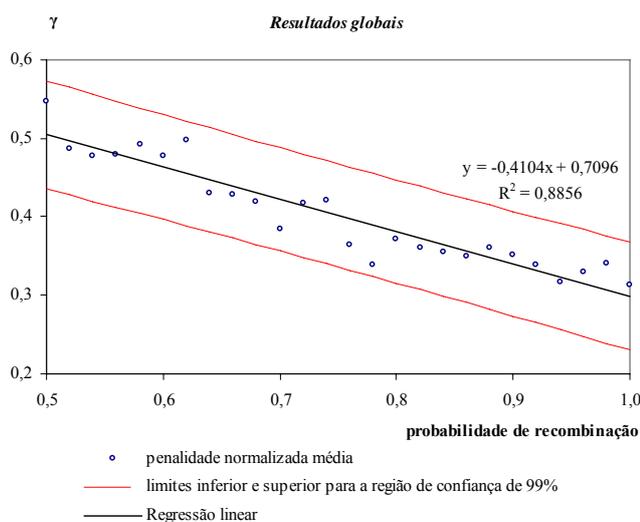


Gráfico 3 – Regressão para a penalidade normalizada média global.

Ao nível de 1% de significância, para os resultados globais, observamos na tabela 4 que os valores médios da penalidade para probabilidade de recombinação entre 0,70 e 1,00 não tem diferença significativa e que esse intervalo pode ser considerado uma faixa recomendável para este parâmetro.

Fonte de variação	soma de quadrados	graus de liberdade	quadrado médio	F	p-valor
entre amostras	2,16	15	0,14	1,43	0,12
residual	244,31	2432	0,10		
total	246,47	2447			

Tabela 4 – ANOVA das médias para probabilidade de recombinação entre 0,70 e 1,00 nos resultados globais.

c) *Tamanho da população:*

A mesma análise foi feita para o tamanho da população. Pela tendência dos resultados, somente a regressão com um polinômio de grau 4 obteve uma boa aproximação, com elevados coeficientes de determinação ($R^2 > 0,87$). Para os problemas com restrições, a tendência da regressão sugere que valores ao redor de 200 possuem pequenas penalidades e que, a partir daí, a função penalidade cresce com o aumento do tamanho da população, como observamos no gráfico 4.

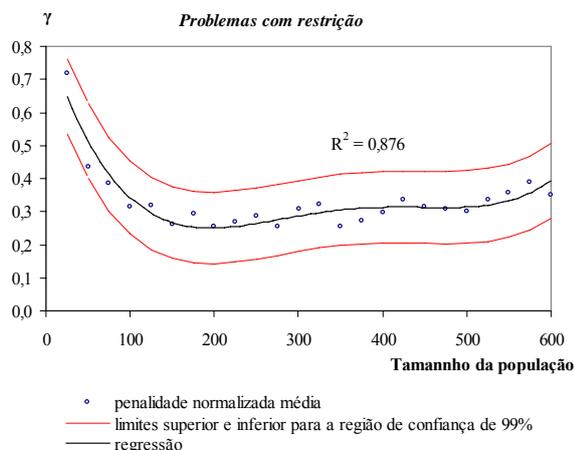


Gráfico 4 – Regressão para a penalidade normalizada média.

Também para os problemas com restrições, a ANOVA, com ao nível de 1% de significância, indica que os resultados obtidos para populações entre 100 e 600 indivíduos possuem médias iguais, como observamos na tabela 5. Os resultados para as outras classes de problemas também se encontram na tabela 6.

Fonte de variação	soma de quadrados	graus de liberdade	quadrado médio	F	p-valor
entre amostras	1,32	20	0,07	0,79	0,73
residual	82,39	987	0,08		
total	83,71	1007			

Tabela 5 – ANOVA das médias para tamanho de população entre 100 e 600 nos problemas com restrição.

d) Número de gerações:

Para estimar o número de gerações necessárias para cada classe de problemas, calculamos a média das gerações em que a melhor solução é encontrada em cada um dos três casos anteriores. No gráfico 5, podemos observar a geração média da melhor solução de acordo com a variação da probabilidade de mutação. Observa-se que, com boas taxas, menos gerações são necessárias para encontrar a melhor solução.

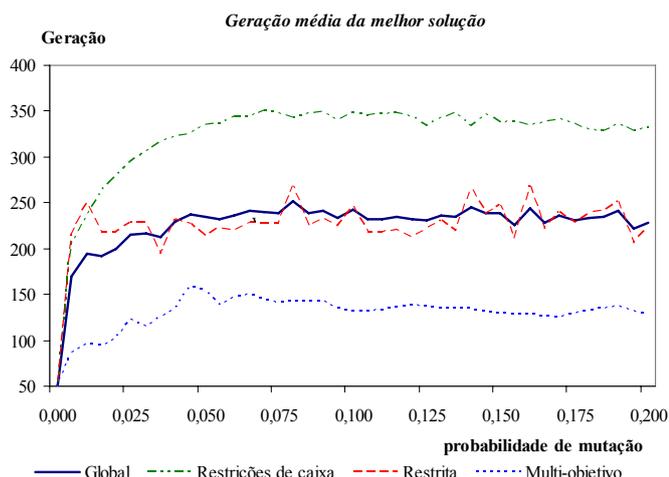


Gráfico 5 – Geração média da melhor solução para diversas taxas de mutação.

Logicamente, na tabela 6, sugerem-se valores superiores à geração média, para aumentar a garantia de que a busca alcance a melhor solução.

7. Resultados finais e análise de sensibilidade

A tabela abaixo apresenta os resultados finais para todos os parâmetros estudados nas três classes de problemas.

Tipo de problemas	Probabilidade de recombinação		Probabilidade de mutação		Tamanho da população		Número de gerações
	Melhor resultado	Intervalo	Melhor resultado	Intervalo	Melhor resultado	Intervalo	Valor mínimo sugerido
minimização em caixas	1,00	[0,70, 1,00]	0,015	[0,005, 0,050]	300	[100, 550]	400
com restrições	0,84	[0,50, 1,00]	0,010	[0,005, 0,070]	275	[100, 600]	360
multi-objetivos	0,98	[0,70, 1,00]	0,020	[0,005, 0,050]	75	[25, 200]	160
Resultados globais	1,00	[0,70, 1,00]	0,020	[0,005, 0,050]	125	[75, 200]	400

Tabela 6 – Resultados finais

Para estudarmos a influência dos coeficientes de penalidades nos resultados obtidos, foi feita uma análise de sensibilidade em cada coeficiente. Concluiu-se que os fatores α_3 e α_4 quase não influenciam os resultados e que a variação dos coeficientes α_1 e α_2 influencia os melhores

resultados dentro do intervalo recomendado, não alterando o resultado da ANOVA. Portanto, a análise de sensibilidade confirma os resultados da Tabela 6.

8. Conclusão

Pode-se observar que os resultados obtidos são semelhantes em todos os casos e que, portanto, há um paralelismo no comportamento do AG nas três classes de problemas estudadas. Houve apenas duas exceções: o número de gerações e o tamanho da população para os problemas multi-objetivos foram bem menores do que os das outras classes de problemas. Isso se justifica, uma vez que esta classe de problemas não procura uma única solução, mas pontos ao longo de uma linha ótima, o que facilita a busca.

Também pudemos observar que a probabilidade de mutação apresenta bons resultados em um intervalo menor do que os outros parâmetros: o algoritmo é mais sensível à mutação do que aos outros parâmetros, o que coincide com alguns resultados da literatura: Schaffer (citado em Czarn (2004)), Petrovski (2005) e Nannen (2008).

Com relação aos melhores intervalos obtidos para cada parâmetro, notamos que há uma proximidade maior com os resultados dos trabalhos que analisaram vários problemas – como fizeram Schaffer (citado em Czarn (2004)), François (2001) e Czarn (2004) – e menor com os artigos que focam problemas específicos – como Petrovski (2005) e Smit (2009). Uma contribuição relevante deste trabalho é o estudo do tamanho da população, parâmetro que foi focado em poucas pesquisas.

A função penalidade proporcionou um estudo prático, que permitiu um bom conhecimento dos parâmetros e priorizou os resultados que equilibram importantes características do AG: como garantir a diversidade e a qualidade das soluções, ou a velocidade na busca sem permitir uma convergência prematura. Sendo uma boa medida tanto para a precisão quanto para a eficiência computacional, essa metodologia poderia ser aplicada para estudar outros algoritmos evolutivos.

Logicamente, este trabalho limitou-se a analisar os parâmetros principais do AG. Uma continuação desta pesquisa poderia focar os outros e também aprofundar na possível interação existente entre os parâmetros da busca, como fez Czarn (2004).

Finalmente, ressaltamos que os parâmetros sugeridos levam em conta a função penalidade considerada e podem servir como base para a investigação de um problema novo de alguma das classes estudadas. A sugestão que considera todos os problemas é uma proposta robusta para a escolha de parâmetros na ausência de algum conhecimento específico da natureza do problema.

9. Referências.

- Aine, S., Kumar, R. e Chakrabarti, P.P. (2009), Adaptive parameter control of evolutionary algorithms to improve quality-time trade-off, *Applied Soft Computing*, 9, 527–540.
- Coello, C. A. C. (1999), A Comprehensive Survey of Evolutionary-Based Multiobjective Optimization Techniques. *Knowledge and Information System*, 1, 3, 129-156.
- Coello, C. A. C. (2002), Theoretical and Numerical Constraint-Handling Techniques used with Evolutionary Algorithms: A Survey of State of the Art. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191, 11-12, 1245-1287.
- Czarn, A., MacNish, C., Vijayan, K., Turlach, B. e Gupta, R. (2004), Statistical Exploratory Analysis of Genetic Algorithms, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 8, n. 4, 405-421.

- Deb, K.** (1999) Multi-Objective Genetic Algorithms: Problem Difficulties and Construction of Test Problems. *Evolutionary Computation*, 7(3), 205-239.
- Deb, K., Agrawal, S., Amrit, P. e Meyarivan, T.** (2002), A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II. *IEEE Transaction on evolutionary Computation*, 6, 2, 182-197.
- Deb, K.**, A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II, 2003, Código fonte disponível na Internet (<http://www.iitk.ac.in/kangal/codes.shtml>), 3, 2009.
- Eiben, A. E., Hinterding, R. e Michalewicz, Z.** (1999), Parameter Control in Evolutionary Algorithms, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 3, n. 2, 124-141.
- François, O. e Lavergne, C.** (2001), Design of Evolutionary Algorithms—A Statistical Perspective, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 5, n. 2, 129-148.
- Goldberg, D. E.**, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1989.
- Grefenstette, J. J.**, *GENetic Search Implementation System – GENESIS*, 1990, Código fonte da versão 5.0 disponível na Internet (<http://www.cs.cmu.edu/afs/cs/project/ai-repository/ai/areas/genetic/ga/systems/genesis/0.html>), 3, 2009.
- Landgraaf, W. A., Eiben, A. E. e Nannen, V.** (2007), Parameter calibration using meta-algorithms, *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, vols. 1-10, Proceedings, 71-78.
- Michalewicz, Z. e Schoenauer, M.** (1996), Evolutionary Algorithms for Constrained Parameter Optimization Problems. *Evolutionary Computation*, 4(1), 1-32.
- Miettinen, K., Mäkelä, M. M. e Toivanen, J.** (2003), Numerical Comparison of Some Penalty Based Constraint Handling Techniques in Genetic Algorithms, *Journal of Global Optimization*, 27, 427-446.
- Nannen, V. e Eiben, A. E.** (2007), Efficient relevance estimation and value calibration of evolutionary algorithm parameters, *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, vols. 1-10, Proceedings, 103-110.
- Naumen, V., Smit, S. K. e Eiben, A. E.** (2008), Costs and Benefits of Tuning Parameters of Evolutionary Algorithms, *10th International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, vol. 5199, 528-538.
- Petrovski, A., Brownlee, A. e McCall, J.** (2005), Statistical optimisation and tuning of GA factors, *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, vols. 1-3, 758-764.
- Smit, S. K. e Eiben, A. E.** (2009), Comparing Parameter Tuning Methods for Evolutionary Algorithms, *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, vols. 1-5, 399-406.
- Zitzler, E., Deb, K. e Thiele, L.** (2000), Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms: Empirical Results. *Evolutionary Computation*, 8, 2, 173-195.
- Zitzler, E., Laumanns, M. e Bleuler, S.**, A Tutorial on Evolutionary Multiobjective Optimization, *Metaheuristics for Multiobjective Optimisation*, 3-37, Springer, 2004.
- Zitzler, E., Thiele, L. e Bader, J.** (2010), On Set-Based Multiobjective Optimization, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 14, n. 1, 58-79.