OTIMIZAÇÃO LINEAR APLICADA AO PLANTIO SUSTENTÁVEL DE VEGETAIS

Rafael Martins Gomes
Universidade de São Paulo - USP
Av. Trabalhador São-carlense, 400 – São Carlos – São Paulo - Brasil
rafaelmg@icmc.usp.br

Marcos Nereu Arenales
Universidade de São Paulo - USP
Av. Trabalhador São-carlense, 400 – São Carlos – São Paulo - Brasil
arenales@icmc.usp.br

RESUMO

Este artigo aborda o problema de planejamento de rotação de culturas, um tema em ascensão por suas características sustentáveis. Nosso trabalho é uma extensão do problema proposto por Santos (2009), por incluir restrições de áreas mínimas para lotes e redução do numero total de lotes usados. Utilizando geração de colunas para resolver o modelo matemático, avaliamos os resultados e propomos métodos de aprimoramento da solução, buscando adaptar a solução sem lote mínimo obtida inicialmente para uma nova solução com área mínima respeitada. Os resultados preliminares mostram melhorias na qualidade da solução sem perdas significativas do ponto de vista da função objetivo.

PALAVRAS-CHAVE: Rotação de culturas, geração de colunas, qualidade de solução, Otimização Combinatória

ABSTRACT

This paper deals with the vegetable crop rotation scheduling problem, an arising topic due to its sustainable characteristics. Our work is an extension of the problem proposed by Santos (2009), by including minimum area restrictions to plots and reduction of the total number of used plots. Using column generation to solve the mathematical model, we evaluate the results and propose solution improvement methods, aiming to adapt the initial solution without minimum plot size to a new solution with minimum size considered. The preliminary results show improvements in the solution quality without significant losses to the objective function.

KEYWORDS: Crop rotation, column generation, solution quality, Combinatorial Optimization

1. Introdução

A monocultura é uma prática comum na agricultura, especialmente no Brasil. Além da facilidade de administração, o custo total de produção é reduzido. Entretanto, há a necessidade do uso de agrotóxicos, fertilizantes sintéticos e outros recursos e produtos industriais para a manutenção de uma monocultura, tais como controle de pragas e adubação. Por sua vez, estes produtos industriais são poluentes e não renováveis, e com o uso prolongado e contínuo, acarretam em danos ao solo e, indiretamente, à saúde humana.

Com a perda de suas propriedades físicas e químicas causados pelo uso de produtos industriais, o solo pode tornar-se improdutivo e, portanto, inadequado para o cultivo de qualquer plantação. Naturalmente, estas consequências podem se agravar e espalhar a terras vizinhas, desestabilizando as condições ambientais da região. Vemos então a necessidade de novas abordagens de agricultura, visando maior sustentabilidade ambiental.

O termo “sustentabilidade” é presença comum nos estudos atuais, graças a uma maior difusão da consciência ambiental: na indústria, por exemplo, são adotados padrões para a emissão de poluentes, tanto em quantidade quanto em modo, para reduzir o impacto ambiental que venham a causar. Já na agricultura, meios de redução no uso de agrotóxicos ganham destaque na prática sustentável, assim como na prática econômica valoriza-se a inclusão de pequenos e médios produtores no mercado. Neste contexto, a rotação de culturas é uma forte opção que permite uma grande redução no uso de produtos industriais, além de fornecer estabilidade econômica para agricultores.

A rotação de culturas acarreta em uma alta diversidade de plantios na área de terra que é aplicada: estudos ecológicos e agronômicos mostram que esta diversidade melhora a exploração dos recursos produtivos do solo. Além disso, a rotação ajuda a controlar pestes, pragas e insetos que possam atacar o cultivo, minimizando o uso de produtos industriais para manter este controle. Juntos, estes fatores prolongam a estabilidade e vida útil do solo, portanto aumentam a produtividade da terra. Para os pequenos e médios agricultores, a rotação de culturas propicia uma estabilidade econômica maior: a variedade de produção reduz o efeito de oscilações de mercado, como variações nos preços, oferta e demanda, e mesmo mudanças bruscas de clima. Em uma monocultura, por outro lado, uma perda de safra ou propagação de alguma doença afeta a produção em larga escala, e com isso os prejuízos são maiores. De certa forma, a monocultura é responsável por parte do êxodo rural, quando estes fortes impactos econômicos afetam os pequenos produtores.

Na literatura, a rotação já existe há tempos como planejamento de plantio de culturas. Kantorovich (1939) demonstrou como este tema é possível de tratar com ferramentas matemáticas (original russo, traduzido para inglês em 1960). Hildreth e Reiter (1951), no primeiro congresso em aplicações de otimização linear, ampliaram a abordagem e propuseram um modelo que tinha por objetivo definir o particionamento ótimo de uma área de plantio, utilizando rotações pré-definidas para ocupar a terra, visando diminuir riscos econômicos e gastos com mão-de-obra.

Até então, as rotações eram definidas previamente. El-Nazer e McCarl (1986) abandonaram esta consideração pela primeira vez e consideraram que as áreas de cultivo são homogêneas, o período de plantio é anual e o problema da rotação é resolvido com sequências de culturas plantadas uma após a outra. As variáveis de decisão neste modelo definiam o tamanho das áreas de plantio para estas sequências. El-Nazer e McCarl também atentaram à ordem de cultivo das culturas, assumindo que a produtividade de uma cultura é diretamente ligada às culturas cultivadas no mesmo local nos quatro anos anteriores. Consequentemente, sequências de plantio não interessantes podiam ser proibidas previamente à resolução do modelo.

Clarke (1989) considerou, pela primeira vez, períodos favoráveis para o cultivo das culturas e, portanto, impedindo que rotações incluíssem plantios em épocas impróprias. A inclusão dessas restrições aproxima o modelo proposto a uma situação real, porém as considerações prévias na literatura referentes à influência de uma cultura sobre os cultivos seguintes foram descartadas.

Dogliotti *et al*. (2003) promoveram uma extensão, incluindo áreas heterogêneas de cultivo (isto é, as possibilidades de culturas a serem plantadas em uma dada área eram diferentes de outras áreas tratadas pelo problema), além de múltiplos plantios anuais. Também desenvolveram uma ferramenta de auxílio, capaz de gerar todas as possíveis rotações de uma área respeitando critérios agronômicos, épocas de plantio, proibição de sequências de cultivos não desejadas, entre outros fatores.

Restrições sobre o plantio foram abordadas com mais ênfase por Haneveld e Stegeman (2005). Definir uma sequência de culturas dependia de um conjunto de restrições impostas previamente, que envolviam sequências e tempo de cultivo entre os plantios.

Observando aspectos químicos, Detlefsen e Jensen (2007) focaram a decisão da sequência de plantio baseando-se na quantidade de nitrogênio presente no solo. Um determinado cultivo altera este valor, de forma que o cultivo seguinte depende deste novo estado da terra. No modelo proposto pelos autores, as culturas eram cultivadas anualmente e a restrição de nitrogênio considerava os cultivos realizados nos últimos três anos. Entretanto, o tamanho dos lotes de terra a utilizar as rotações era fixo e pré-determinado.

Alfandari *et al*. (2009) trabalharam com um problema em Madagascar, com o objetivo de reduzir o desmatamento da região. As terras são preparadas para cultivo por meio de uma técnica que envolve a queimada da vegetação local e, devido ao seu uso exaustivo e planejamento de curto prazo, elas rapidamente se tornam improdutivas. Consequentemente, novos lotes de terra são desmatados e queimados para dar continuidade ao cultivo e atender uma dada demanda. Os autores propuseram um modelo que representa um planejamento a longo prazo, capaz de atender a demanda e manter a fertilidade da terra, minimizando a área a ser cultivada e evitar assim o desmatamento contínuo.

Santos (2009), em sua tese de doutorado, trabalha com um modelo de rotações de culturas que inclui aspectos não só técnicos mas também ecológicos, como a inclusão de pousio e adubação verde, de forma que a terra mantenha sua fertilidade e o controle de pragas, insetos e doenças seja feito naturalmente, reduzindo e até anulando o uso de agrotóxicos e demais produtos químicos e industriais, dando continuidade e expansão ao trabalho preliminar em Santos *et al.* (2007). Dois diferentes enfoques às rotações são propostos: adjacência entre lotes e atendimento de demanda. Métodos exatos e heurísticos são propostos e implementados por Santos.

Os enfoques apresentados por Santos (2009) receberam refinamentos: em Santos *et al.* (2008), o problema de adjacência é detalhado e métodos heurísticos com o auxílio de geração de colunas são propostos e dados reais são utilizados para avaliar a capacidade de resolução do método proposto para o modelo. Já em Santos *et al.* (2010), o modelo de rotação de culturas com enfoque em demanda foi focalizado e heurísticas foram propostas para lidar com lotes pequenos que ocorrem na solução ótima do modelo base. Costa *et al*. (2009) estendem a aplicação do modelo com enfoque em demanda, adicionando a utilização de estoque das culturas produzidas e incluindo a perda parcial deste valor ao passar do tempo, devido às características perecíveis das hortaliças quando estocadas. Todas estas extensões foram compiladas em Santos *et al.* (2010a).

Nosso trabalho revisa e expande um dos modelos propostos por Santos, mais especificamente o modelo com enfoque em demanda, no qual as variáveis de decisão definiam o tamanho do lote a ser utilizado para o cultivo de uma dada rotação. O método de solução utilizado por Santos foi geração de colunas, devido à enorme variação de combinações possíveis de rotações de culturas que o modelo trabalha. A solução ótima obtida, entretanto, comumente fornecia valores de lotes muito pequenos e, portanto, inviáveis de administração e aplicação.

Santos propôs algumas heurísticas para lidar com o problema de lotes pequenos. Neste trabalho, visamos aprimorar essas heurísticas e tornar a solução obtida pelo modelo mais próxima de utilização real, com o mínimo de perda possível quando comparado com a solução relaxada. Entre as estratégias abordadas, consideramos um critério extra de parada para a geração de colunas, a inclusão de restrições que definam um tamanho mínimo para os lotes utilizados e a penalização pela criação de lotes.

Resultados preliminares mostram uma redução média de lotes em torno de 30% e uma redução de não mais que 10% no lucro, mostrando uma melhora considerável pela utilização das novas heurísticas.

Este trabalho está dividido da seguinte forma: o Capítulo 2 explica o modelo base de rotações de culturas proposto por Santos (2009) e detalha a expansão com enfoque em demanda que foi trabalhado. Os métodos e heurísticas utilizados para refinar a solução do modelo inicial compõem o Capítulo 3. Os primeiros resultados são expostos e discutidos no Capítulo 4. Por fim, o Capítulo 5 contém as conclusões e perspectivas futuras deste trabalho

2. Modelo Base para rotação de culturas

O modelo apresentado a seguir foi proposto por Santos (2009). Utilizamos os mesmos nomes para variáveis e parâmetros, além dos mesmos abusos de notações que venham a surgir, por conveniência de padronização.

Para definir uma rotação de culturas, três aspectos ecológicos são tratados:

(a) culturas de mesma família botânica não devem ser cultivadas em seqüência em um mesmo local, evitando assim a proliferação de pragas e doenças: ressaltemos que organismos-pestes costumam atacar culturas de uma mesma família;
(b) uma cultura para adubação verde (comumente leguminosas, sem colheita, visando fixar o nível de nitrogênio do solo) deve ser incluída no planejamento da rotação;
(c) um pousio, período em que nada é cultivado e a terra tem sua vegetação espontânea crescendo durante este tempo, permitindo que o solo recupere sua estrutura (tanto física quanto biológica) e ajudando no controle biológico de alguns insetos e ácaros, também deve estar incluso no planejamento da rotação.

Além disso, devemos considerar o aspecto físico de que apenas uma cultura pode ocupar a terra em um dado momento no tempo. Considerando estes aspectos e definindo os seguintes parâmetros:

M	número de períodos de uma rotação;
C	conjunto de culturas que podem ser selecionadas para o plantio, excluindo as culturas para adubação verde;
G	conjunto de culturas para adubação verde;
N	cardinalidade de $C \cup G$;
N+1	cultura fictícia, representa o pousio obrigatório de ciclo pré–definido;
NF	número de famílias botânicas;
$F(p)$	conjunto de culturas da família botânica p, $p = 1..NF$;
t_i	ciclo de cultivo da cultura i, incluindo os períodos estimados para preparo do solo e colheita;
I_i	conjunto de períodos em que a cultura i pode ser plantada. Para o pousio, adotamos $I_{N+1} = \{1, ..., M\}$.

E a variável de decisão:

x_{ij}	1 se a cultura i é plantada em j, e 0 caso contrário;

Podemos então escrever um modelo de rotação de culturas como:

$$\sum_{i=1}^{N+1}\sum_{r=0}^{t_i-1} x_{i,j-r} \leq 1,\ j = 1..M \tag{2.1}$$

$$\sum_{i\in F(p)}\sum_{r=0}^{t_i} x_{i,j-r} \leq 1,\ p = 1..NF,\ j = 1..M \tag{2.2}$$

$$\sum_{i\in G}\sum_{j\in I_i} x_{ij} = 1 \tag{2.3}$$

$$\sum_{j=1}^{M} x_{N+1,j} = 1 \tag{2.4}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\},\ i = 1..N{+}1, j\in I_i \tag{2.5}$$

Para as restrições (2.1) e (2.2), se $j\text{-}r \leq 0$, utiliza-se $j\text{-}r\text{+}M$, caracterizando uma rotação.

A restrição (2.1) garante que não temos dois cultivos ocupando a terra simultaneamente: se algo será plantado em um período j, uma outra cultura só pode ser plantada retornando no tempo o seu ciclo t_i, garantindo assim que a terra tenha sido desocupada ao período j. A restrição (2.2) considera que culturas de mesma família botânica não possam ser cultivadas em sequência: com um pensamento análogo à (2.1), se plantamos no período j algo da família p, retornando no tempo o ciclo relativo às culturas desta família, apenas uma pode ser cultivada, evitando a ocorrência consecutiva. As restrições (2.3) e (2.4) nos garantem que uma adubação verde e um pousio estarão presentes na rotação. Mais do que um pousio ou adubação verde podem ser consideradas (Santos, 2009). Por fim, (2.5) define a condição binária da variável de decisão x_{ij}.

2.1 Modelo para rotação de culturas com enfoque em demanda

Pequenos e médios agricultores comumente possuem pequenas áreas de plantio disponíveis, além de suas terras não possuírem as mesmas condições de cultivo. Visando fornecer maior estabilidade financeira, coorporativas e associações trabalham para que um grupo de agricultores possam, em conjunto, atender uma demanda de mercado. Existem, por exemplo, na região Sudeste do Brasil, as associações Horta e Arte (SP), Sítio Boa Terra (SP) e Sítio do Moinho (RJ), trabalhando de forma que todos os associados produzam a quantidade necessária.

O modelo para a programação de rotação de culturas com demanda (PRC-D) considera áreas heterogêneas (isto é, nem todas as culturas são possíveis de cultivo em todas as k áreas e possivelmente suas produções serem distintas entre elas), mas cujas rotações respeitem as restrições (2.1)-(2.5). Podemos então definir tais restrições como um subproblema S que fornece uma rotação factível, e que possa ser usada para o atendimento da demanda. Incluindo os novos parâmetros:

L	Número de áreas de cultivo, $L = 1...k$;
C_k	Conjunto de culturas que podem ser plantadas na área k;
S_k	Conjunto das possíveis programações de produção para a área k, isto é, todas as soluções do sistema (2.1) – (2.5);
d_{ij}	Demanda da cultura i no período j (dependendo da cultura, este dado pode ser unidade, peso ou volume).
c_{ks}	Retorno obtido pelo uso da s-ésima rotação da k-ésima área
a_{ijk}^{s}	Produção por unidade de área da cultura i no período j da área k, conforme a s-ésima rotação

E a variável de decisão:

λ_{ks}	Tamanho (em m²) do lote usado para cultivo da s-ésima rotação na área k;

O PRC-D é escrito como:

$$z_{PRCD} = \max \sum_{k=1}^{L} \sum_{s \in S_k} c_{ks} \lambda_{ks} \tag{2.6}$$

$$s.a. \quad \sum_{k=1}^{L} \sum_{s \in S_k} a_{ijk}^{s} \lambda_{ks} \geq d_{ij}, \ j \in I_i \tag{2.7}$$

$$\sum_{s \in S_k} \lambda_{ks} \leq A_k, \ k = 1..L \tag{2.8}$$

$$\lambda_{ks} \geq 0, \ s \in S_k, k = 1..L \tag{2.9}$$

A variável de decisão λ_{ks} indica o tamanho do lote a utilizar a s-ésima rotação na k-ésima área. A função objetivo (2.6) procura obter o máximo lucro possível com o uso das rotações referentes às variáveis λ_{ks}. As restrições (2.7) garantem o atendimento de todas as demandas, enquanto as restrições (2.8) limitam o uso dos lotes para cada rotação à máxima área disponível para cada área k. A variável de decisão λ_{ks} é definida como real e não-negativa na restrição (2.9).

Antes de escrever c_{ks} e a_{ijk}^{s} em função das decisões de plantio, adicionamos a possibilidade de colheitas parciais de cada cultura: tal consideração é próxima de situações reais, sendo que a colheita não é sempre realizada em totalidade no fim do ciclo de cultivo. Para isto, incluímos novos parâmetros para representar as colheitas parciais:

o_i número de períodos entre o plantio e a primeira colheita da cultura $i \in C$;
p_{ikr} quantidade obtida na r–ésima colheita da cultura $i \in C_k$ por unidade de área k, para $r = 1 \ldots t_i - o_i$

Notamos que, se uma cultura possui toda a sua produção em uma única colheita no final de seu ciclo, $o_i = t_i - 1$. Além disso, a partir da primeira colheita parcial, definimos que todo período subsequente possui uma colheita parcial até o fim do ciclo. Caso não haja produção na r-ésima colheita, diz-se que $p_{ikr} = 0$.

Podemos assim escrever o retorno obtido c_{ks} por uma rotação como a soma de todas as colheitas obtidas em seus períodos, multiplicando cada colheita por seu valor monetário de mercado (r_i indica o lucro unitário da cultura i). Já a produção a_{ijk}^{s} é representada pela colheita de i obtida em j, a qual foi plantada no período $j - o_i - r_i$. Perante estas condições, o modelo (2.6)-(2.9) é reescrito como:

$$z_{PRCD} = \max \sum_{k=1}^{L} \sum_{s \in S_k} \sum_{i \in C_k} r_i \sum_{j \in I_i} \sum_{r=1}^{t_i - o_i - 1} p_{ikr} \hat{x}_{ijk}^{s} \lambda_{ks} \tag{2.10}$$

$$s.a. \quad \sum_{k=1}^{L} \sum_{s \in S_k} p_{ikr} \hat{x}_{i,j-o_i-r,k}^{s} \lambda_{ks} \geq d_{ij}, \ j - o_i - r_i \in I_i, \ i \in C_k \tag{2.11}$$

$$\sum_{s \in S_k} \lambda_{ks} \leq A_k, \ k = 1..L \tag{2.12}$$

$$\lambda_{ks} \geq 0, \ s \in S_k, k = 1..L \tag{2.13}$$

O modelo (2.10)-(2.13) é o proposto por Santos (2009). Devido ao grande número de diferentes rotações possíveis para cada área k, Santos resolve o modelo utilizando geração de colunas. Um impasse encontrado na resolução foi a alta ocorrência de lotes muito pequenos: isso torna-se impraticável em uma situação real, pois torna difícil não só o cultivo em si como também a administração da terra.

O conjunto S_k é composto por todas as rotações de cultura factíveis à área k. Definir então a s-ésima rotação, representada por λ_{ks}, constitui em resolver o problema representado por (2.1)-(2.5) com $i \in C_k$. Como o conjunto S_k contém um número muito grande de rotações, podemos resolver o modelo (2.10)-(2.13) por geração de colunas, cujo subproblema é definido pelas restrições (2.1)-(2.5). A partir das variáveis duais π e α (referentes às restrições (2.11) e (2.12), respectivamente), a função objetivo do subproblema, que determina o maior lucro relativo, pode ser escrita como:

$$c_r = \max \sum_{i \in C_k} \sum_{j \in I_i} \sum_{r=1}^{t_i - o_i - 1} (r_i - \pi_{i,,j-r}) p_{irk} x_{ijk} - \alpha_k \quad (2.14)$$

A função objetivo (2.14) sujeita às restrições (2.1)-(2.5) com $i \in C_k$, retorna a rotação com o maior lucro relativo e o valor de x_{ijk} da solução ótima fornece as informações sobre a rotação e, com elas, podemos calcular a coluna correspondente (representada por c_{ks} e a_{ijk}^s em (2.6) e (2.7), e reescritos em função de $\hat{x}$ em (2.10) e (2.11)), a qual será adicionada no problema mestre (2.10)-(2.13).

Propomos no capítulo a seguir métodos e heurísticas de resolução para refinar a resposta obtida pelo modelo, de forma a tornar a aplicação da solução viável em uma situação real, sem que com isso haja perdas grandes na função objetivo (maximizar lucro obtido), além de aprimorar o desempenho computacional do modelo.

3. Heurísticas e métodos de resolução

Devido ao problema da ocorrência de lotes pequenos, o que não é desejado, uma idéia intuitiva é a utilização de um "lote mínimo", definido por $\lambda^{\min}$. Para forçar que um lote λ_{ks} seja maior ou igual a $\lambda^{\min}$ quando não-nulo, precisamos de uma variável binária auxiliar e duas restrições adicionais:

$$\lambda_{ks} \geq \lambda^{\min} y_{ks} \quad (3.1)$$

$$\lambda_{ks} \leq A_k y_{ks} \quad (3.2)$$

Em que a variável binária y_{ks} vale 1 se a s-ésima rotação da área k for usada, e 0 caso contrário. Desta forma, a restrição (3.1) garante que, se $y_{ks} = 1$, λ_{ks} será maior ou igual a $\lambda^{\min}$. Se $y_{ks} = 0$, então λ_{ks} será forçado em 0 pela restrição (3.2).

A inclusão das variáveis y_{ks} torna o problema linear em um problema inteiro-misto e, portanto, de difícil resolução. Além disso, a geração de colunas resolve apenas a relaxação linear do modelo, a qual é fraca.

Perante um problema inteiro misto com geração de colunas, um método *branch-and-price* mostra-se um forte candidato. Porém, devido à complexidade de programação aliada à adição iterativa de novas restrições e variáveis, propomos uma alternativa ao *branch-and-price*: definimos uma "*Fase I*", na qual resolvemos o problema mestre linear (2.10)-(2.13) por geração de colunas, sem a adição de restrições de lote mínimo. Após sua conclusão, iniciamos a "*Fase II*", resolvendo o problema mestre restrito com as colunas obtidas na *Fase I* e adicionando as restrições (3.1)-(3.2) de lote mínimo (criadas em paralelo à geração de colunas). Avaliamos então as perdas de lucro e ganho em número de lotes que a nova solução propicia.

Além disso, outras estratégias foram implementadas visando aprimorar o desempenho do algoritmo. Uma delas é a definição de um "custo relativo mínimo" (c^{min}). A geração de colunas é finalizada quando o melhor custo relativo encontrado é igual a 0, indicando que não há candidatos a entrarem na base da solução ótima. Há a possibilidade de que, por muitas iterações, obtenhamos colunas com custo relativo muito baixo e o algoritmo não pára até encontrar um valor nulo. Podemos, então, adicionar apenas colunas com um lucro relativo maior ou igual a

c^{min}, visto que a perda por não utilizá-la será baixa, e consequentemente agilizar o tempo de execução do algoritmo: este processo pode diminuir o tempo de execução de forma notável em casos de o lucro relativo mínimo calculado por várias iterações mantém-se em um valor baixo, porém ainda maior que 0, ocupando muito tempo de processamento para pouco retorno na função objetivo.

Uma segunda estratégia implementada constitui na penalização no uso de lotes. Atribuindo um custo z à utilização de um lote, a função objetivo do problema passa a ser:

$$z_{PRCD} = \max \sum_{k=1}^{L} \sum_{s \in S_k} \sum_{i \in C_k} r_i \sum_{j \in I_i} \sum_{r=1}^{t_i - o_i - 1} p_{ikr} \hat{x}_{ijk}^{s} \lambda_{ks} - \sum_{k=1}^{L} \sum_{s \in S_k} z y_{ks} \qquad (3.3)$$

O primeiro termo de somatórias, representando o lucro obtido com as rotações usadas, será referenciado como $f(\lambda)$, e o segundo termo, referente à penalidade de utilização dos lotes, como $g(y)$. A solução ótima do modelo (2.10)-(2.13), que não possui restrições de lote mínimo, será denominada $f(\lambda^*)$. Queremos que $g(y)$ e a diferença entre $f(\lambda^*)$ e $f(\lambda)$ seja a menor possível, isto é, mesmo após todas as considerações adicionais, a diferença de lucro obtida seja mínima e a utilização de lotes baixa.

Com o intuito de avaliar o comportamento do modelo, uma terceira implementação foi incluída: fornecer um "peso" para $f(\lambda)$ e $g(y)$. Seja $0 \leq \alpha \leq 1$, a função objetivo é re-escrita como:

$$z_{PRCD} = \max \quad \alpha * f(\lambda) - (1-\alpha) * g(y) \qquad (3.4)$$

Avaliamos o comportamento do modelo, tanto para a diferença no lucro obtido como o número de lotes utilizados, com variações em α.

Este trabalho propõe, com o objetivo de refinar a solução obtida pelo modelo (2.10)-(2.13), o uso de restrições que impõe um lote mínimo e penalizações pelo uso de um lote (reduzindo então o total de lotes criados e tornando a nova solução mais plausível de ser aplicada em uma situação real), e restringir a criação de colunas por um lucro relativo mínimo c^{min} para agilizar o processo de execução do algoritmo, sem perda significativa na solução. Finalmente, uma variação de ponderação entre o lucro e o custo de usar um lote é realizada para avaliar a alteração da solução obtida perante esta oscilação.

O algoritmo final a ser utilizado será, portanto:

Algoritmo: geração de colunas com heurística de refinamento para o problema PRC-D

Fase I

1. Inicie o problema mestre restrito (PMR).
2. Solucione o PMR e obtenha as variáveis duais (π, α) referentes às restrições (2.11) e (2.12), respectivamente.
3. Para cada área k = 1.. L, resolva o subproblema P_k e obtenha os lucros relativos $\hat{c}_{ks}$ e a coluna a_{ks} correspondente, se $\hat{c}_{ks} \geq c^{min}$.
4. Se $\hat{c}_{ks} < c^{min}$ para todo k = 1.. L, PARE. A solução atual é sub-ótima. Caso contrário, insira no PMR as colunas a_{ks} para os custos relativos $\hat{c}_{ks} \geq c^{min}$, e retorne ao passo 2.

Fase II

5. Para cada coluna a_{ks} adicionada ao problema, inclua no PMR o par de restrições (3.1)-(3.2) correspondente, e utilize a função objetivo (3.4).
6. Resolva o PMR com as novas restrições e nova função objetivo.

Considerando que as rotações são definidas pelo subproblema P_k, o PMR é iniciado (Passo 1) com colunas artificiais, evitando a necessidade de conhecer rotações prévias para a inicialização do algoritmo.

4. Testes computacionais e resultados

A partir de dados obtidos em uma horta de Barbacena – MG, conforme Santos (2010), definimos um conjunto de 23 culturas, sendo 4 delas usadas para adubação verde, sem colheita. Criamos uma instância com demandas geradas aleatoriamente, respeitando os períodos possíveis de plantio e as consequentes colheitas de cada cultura. Variáveis artificiais foram utilizadas para iniciar o problema e então gerar colunas referentes às rotações. A área total para esta instância foi de 20000 m², divididos em uma, três e cinco áreas. O tempo limite de execução da geração de colunas foi limitado em 1800 segundos (meia hora) e o tempo limite para resolução do problema inteiro em 3600 segundos (uma hora). Os testes foram realizados em uma máquina Pentium Dual CPU com 2.16/2.17 GHz e 2.0 GB de memória RAM.

Tabela 1: resultados computacionais para a *Fase II* com uma área

Valores de α	**0.0**	**0.1**	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**
αf(λ)+(1-α)f(y)	-42000,00	22533,33	110083,33	201323,00	294297,33	387371,67
Lucro (f(λ))	364140,00	774333,33	834416,67	850743,33	852743,33	852743,67
Nº de lotes	42	61	71	77	78	78
%Perda_lucro	59,25	13,35	6,63	4,80	4,58	4,58
%Redução_lote	56,25	36,46	26,04	19,79	18,75	18,75
Valores de α	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**	**1.0**	**Média**
αf(λ)+(1-α)f(y)	480526,00	573780,33	667034,67	760534,00	854260,00	376801,48
Lucro (f(λ))	853543,33	853543,33	853543,33	854260,00	854260,00	795298,48
Nº de lotes	79	79	79	83	83	72,09
%Perda_lucro	4,49	4,49	4,49	4,41	4,41	10,50
%Redução_lote	17,71	17,71	17,71	13,54	13,54	23,30

Para uma área, a solução obtida na *Fase I* forneceu 96 lotes e $f(\lambda^*) = 893636{,}59$. Vemos na Tabela 1 que, para $\alpha = 0$, a função não é comportada (o problema não considera o lucro obtido com o uso de rotações), cumprindo apenas as demandas e não utilizando a área restante para a obtenção de mais lucro, reduzindo o valor de $f(\lambda)$. O tempo médio de execução da geração de colunas foi 394,64 segundos, e o do problema inteiro foi resolvido dentro de 75,45 segundos (o caso particular $\alpha = 0$ demorou consideravelmente mais para provar a otimalidade, necessitando de 394 segundos). Temos uma média de 10,5% de perda no lucro obtido por $f(\lambda^*)$, valor este que reduz a 5,6% se desconsiderarmos o caso particular obtido com $\alpha = 0$, e um ganho de quase 25% na redução do número de lotes.

Dividindo em três áreas, a *Fase I* do algoritmo obteve uma solução $f(\lambda^*) = 1142178{,}05$ utilizando 99 lotes. Aumentando o número de áreas, aumentou também a dificuldade de resolução do problema inteiro: o tempo médio aumentou para 2328,18 segundos, não comprovando a otimalidade da solução em alguns casos (para α de 0.1 a 0.5). Como podemos observar na Tabela 2, a porcentagem de perda no lucro reduz quanto maior o peso dado à $f(\lambda)$, porém o número de lotes necessários é maior, assim como ocorreu na utilização de uma única área, ilustrado na Tabela 1. Para os testes de três áreas a penalização pelo uso de um lote foi mudada de 1000 para 3000. Devido à maior penalização, há maior redução nos lotes usados comparado aos testes de uma área (alcançando uma taxa média de quase 34%), porém também há uma perda maior no lucro, mas ainda inferior a 10% se desconsiderarmos o teste com $\alpha = 0$, atingindo uma média de 8,6%.

Tabela 2: resultados computacionais para a *Fase II* com três áreas

Valores de α	**0.0**	**0.1**	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**
αf(λ)+(1-α)f(y)	-117000,0	-42823,40	59332,17	179296,75	307329,67	437368,33
Lucro (f(λ))	360045,56	786765,95	932660,83	1059655,83	1078824,17	1093736,67
Nº de lotes	39	45	53	66	69	73
%Perda_lucro	68,48	31,12	18,34	7,22	5,55	4,24
%Redução_lote	60,61	54,55	46,46	33,33	30,30	26,26
Valores de α	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**	**1.0**	**Média**
αf(λ)+(1-α)f(y)	568937,00	700759,83	832582,67	964405,50	1096634,52	453347,55
Lucro (f(λ))	1096228,33	1096228,33	1096228,33	1096228,33	1096634,52	981203,35
Nº de lotes	74	74	74	74	79	65,45
%Perda_lucro	4,02	4,02	4,02	4,02	3,99	14,09
%Redução_lote	25,25	25,25	25,25	25,25	20,20	33,88

Tabela 3: resultados computacionais para a *Fase II* com cinco áreas

Valores de α	**0.0**	**0.1**	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**
αf(λ)+(1-α)f(y)	-117000,00	22299,07	189778,50	369636,73	556842,22	747226,82
Lucro (f(λ))	447661,19	1491990,67	1548892,50	1680122,44	1684605,56	1710453,64
Nº de lotes	39	47	50	64	65	72
%Perda_lucro	74,98	16,60	13,42	6,08	5,83	4,39
%Redução_lote	61,00	53,00	50,00	36,00	35,00	28,00
Valores de α	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**	**1.0**	**Média**
αf(λ)+(1-α)f(y)	940562,95	1135017,21	1329773,96	1525609,20	1722301,33	765640,73
Lucro (f(λ))	1717604,92	1719167,44	1719967,44	1722121,33	1722301,33	1560444,41
Nº de lotes	75	76	77	81	83	66,27
%Perda_lucro	3,99	3,90	3,85	3,73	3,72	12,77
%Redução_lote	25,00	24,00	23,00	19,00	17,00	33,73

A *Fase I* necessitou de 100 lotes para resolver o problema dividido em cinco áreas, com lucro $f(\lambda^*)$ = 1788897,15. O algoritmo não foi capaz de comprovar a otimalidade para nenhum valor de α diferente de 0, 0.9 e 1.0. Porém, os *gaps* da melhor solução encontrada é em média próximo de 1%. A Tabela 3 nos mostra que a redução média de lotes se manteve constante comparada aos testes com três áreas (em um notável valor de 33%), e a perda média do lucro, desconsiderando o caso particular de $\alpha = 0$, fica em 6.5%, valor próximo aos testes de um lote, mesmo com uma penalização de 3000 por lote criado.

5. Conclusões e perspectivas futuras

O modelo para resolver o problema de rotação de culturas proposto por Santos (2009), embora alcançasse a solução ótima (sem limites de área mínima) dentro do tempo limite estipulado na maioria dos testes, possuía o agravante da resposta fornecida não poder ser aplicada em uma situação prática com facilidade.

As alterações propostas em nosso trabalho mostram, em testes preliminares com o uso de demandas geradas aleatoriamente e determinando um lote mínimo de 100 m², que com uma perda média de 7% no lucro gerado pelo modelo inicial chegamos a uma redução média de 30% no número de lotes, o que demonstra uma melhora significativa na solução com pouco custo, tornando-a muito mais acessível de aplicação. Vale ressaltar que, como fatores administrativos não são incluídos no problema, o modelo inicial requereria uma administração mais intensa e difícil, portanto a "perda" no lucro gerada pelo novo modelo poderia ser parte do investimento necessário para tal controle.

O trabalho mostra-se promissor. Para uma avaliação mais efetiva são necessários dados reais e mais instâncias. Visitas a hortas fornecerão, além de dados atualizados a respeito das culturas utilizadas, informações reais de demanda. Variações e combinações destes dados gerarão um conjunto amplo de instâncias, permitindo que validemos o modelo e abordagens com mais precisão.

Além disso, pode-se notar uma dificuldade do modelo proposto em resolver as instâncias com um maior número de áreas, embora estes fossem de iguais características. Tal dificuldade em provar a otimalidade deve-se provavelmente à simetria do problema, expandindo o número de soluções possíveis a serem exploradas de forma exponencial. Testes com áreas diferentes mostrarão se esta dificuldade permanece na resolução: em caso negativo, a adição de considerações que verificam se há semelhanças nas características dos lotes poderá auxiliar a simplificar o modelo e agilizar o tempo total necessário para resolvê-lo. Paralelamente, a criação de novas heurísticas para a obtenção de soluções factíveis iniciais de qualidade podem auxiliar na resolução do algoritmo, permitindo a comprovação da otimalidade em maior parte dos testes.

Referências Bibliográficas

[1] ALFANDARI, L.; LEMALADE, J.; NAGIH, A.; PLATEAU, G. A MIP flow model for crop-rotation planning in a context of forest sustainable development. *Annals of Operations Research*, DOI 10.1007/s10479-009-0553-0, 2009.

[2] CLARKE, H. Combinatorial aspects of cropping pattern selection in agriculture. *European Journal of Operational Research*, v. 40, p. 70-77, 1989.

[3] COSTA, A. M.; SANTOS, L. M. R.; ALEM, D. J.; SANTOS, R. H. S. Sustainable vegetable crop supply problem with perishable stocks. Artigo apresentado em EURO Summer Institute, Lleida, Spain - Julho/2009.

[4] DETLEFSEN, N.; JENSEN, A. Modelling optimal crop sequences using network flows. *Agricultural Systems*, v. 94, p. 566572, 2007.

[5] DOGLIOTTI, S.; ROSSING, W.; ITTERSUM, M. V. Rotat, a tool for systematically generating crop rotations. *European Journal of Agronomy*, v. 19, p. 239-250, 2003.

[6] EL-NAZER, T.; MCCARL, B. The choice of crop rotation: A modeling approach and case study. *American Journal of Agricultural Economics*, v. 68(1), p. 127-136, 1986.

[7] HANEVELD, W.; STEGEMAN, A. Crop succession requirements in agricultural production planning. *European Journal of Operations Research*, v. 166, p. 406429, 2005.

[8] HILDRETH, C.; REITER, S. On the choice of a crop rotation plan. *TC Koopmans*, p. 177-188, 1951. Proceedings of the Conference on Linear Programming held in Chicago in 1949.

[9] KANTOROVICH, L. Mathematical methods of organizing and planning production (traduzido do original em russo, datado 1939). *Management Science*, v. 6, p. 366422, 1960.

[10] SANTOS, L. M. R. *Programação de rotação de culturas modelos e métodos de solução*. 2009. Tese de Doutorado - Universidade de São Paulo - campus São Carlos.

[11] SANTOS, L. M. R.; ARENALES, M. N.; COSTA, A. M.; SANTOS, R. H. A linear optimization approach for increasing sustainability in vegetable crop production. *In: Prado, Barreto e Chaib Filho (Editors), Computational Methods Applied to Agricultural Research:Advances and Applications)*, 2010. (aceito)

[12] SANTOS, L. M. R.; COSTA, A. M.; ARENALES, M. N.; SANTOS, R. H. S. Sustainable vegetable crop supply problem. *European Journal of Operational Research*, v. 204, p. 639-647, 2010.

[13] SANTOS, L. M. R.; MICHELON, P.; ARENALES, M. N.; SANTOS, R. H. S. Crop rotation scheduling with adjacency constraints. *Annals of Operations Research*, DOI: 10.1007/s10479-008-0478-z, 2008.

[14] SANTOS, L. M. R.; SANTOS, R. H.; ARENALES, M. N.; RAGGI, L. A. Um modelo para a programação de rotações de culturas. *Pesquisa Operacional*, v. 27, p. 535-547, 2007.