NMA do gráfico de controle de regressão com parâmetros estimados

Danilo Cuzzuol Pedrini (PPGEP/UFRGS) danilo@producao.ufrgs.br
Carla Schwengber ten Caten (PPGEP/UFRGS) tencaten@producao.ufrgs.br

RESUMO

Para a situação em que as variáveis de controle do processo são alteradas frequentemente, ou quando estas assumem valores extremos, os gráficos de controle clássicos podem apresentar desempenhos insatisfatórios. Neste caso, é possível aplicar os gráficos de controle de regressão, que consistem no ajuste de modelos de regressão e no posterior monitoramento dos resíduos do modelo, ou do valor da característica de qualidade, em função das variáveis de controle. O presente trabalho tem como objetivo apresentar as estimativas do número médio de amostras (NMA) do gráfico de controle de regressão de Mandel (1969), Haworth (1996) e Pedrini (2009) com parâmetros estimados, de forma a caracterizar o desempenho destes quando ocorrem mudanças pré-estabelecidas nos parâmetros. O NMA foi estimado através do método de Monte Carlo.

PALAVRAS CHAVE. Gráfico de controle de regressão, modelos de regressão linear, número médio de amostras.

Abstract

In the statistical process monitoring, when the value of control variables are frequently modificate, or when one of these variables have a extreme value, the performance of the classic control charts can be unsatisfactory. In this situation, a possible solution is the regression control chart, which includes de regression model adjusting and the monitoring of residuals, or the observed value of the quality characteristic as a function of the control variables. Using the Monte Carlo simulation, this work presents the average run length (ARL) with estimated parameters of the three regression control charts - Mandel (1969), Haworth (1996) e Pedrini (2009). The results of the ARL for the estabilished alterations are analysed and compared.

Keywords. Regression control chart, linear regression models, average run length

1. Introdução

A aplicação dos gráficos de controle clássicos supõe que os dados da característica de qualidade do processo sejam independentes e identicamente distribuídos (WOODALL e MONTGOMERY, 1999). De acordo com Eizenchdt et al. (2008), se estas suposições não forem verdadeiras, o desempenho do gráfico de controle pode ser insatisfatório, gerando um elevado número de alarmes falsos ou perda de eficiência na detecção de causas especiais.
Quando as variáveis de controle do processo são freqüentemente alteradas, altera-se a média e/ou o desvio-padrão da característica de qualidade, violando-se as suposições mencionadas acima. Outra possibilidade ocorre quando alguma variável de controle do processo é propositalmente alterada para um valor extremo, fazendo com que a característica de qualidade assuma um valor muito discrepante. Nestas duas situações, os gráficos de controle clássicos indicariam que o processo está fora de controle, embora aparentemente nada de errado tenha ocorrido com o processo (SHU et al., 2004).

Nestes casos, segundo Jacobi et al. (2002) e Shu et al. (2004), a característica de qualidade de um produto ou processo é melhor representada pelo seu relacionamento com as variáveis de controle. Uma forma de monitorar um processo deste tipo é através dos gráficos de controle baseados em modelos de regressão, que controlam a variação média da característica de qualidade em função da alteração do ajuste das variáveis de controle do processo (LOREDO et al., 2002). O gráfico de controle de regressão, apresentado por Mandel (1969), é considerado o primeiro trabalho desta linha de pesquisa.

O gráfico de controle de regressão de Mandel (1969) foi proposto apenas para o monitoramento de processos com apenas uma variável de controle, o que representa uma importante restrição para a aplicação na maioria dos processos industriais (PEDRINI, 2009). Para solucionar isto, Haworth (1996) modificou o gráfico de Mandel e propôs o gráfico de controle de regressão múltipla, que monitora os resíduos padronizados do modelo. Embora tenha apresentado uma modificação bastante útil, Haworth (1996) não apresenta um método suficientemente claro para a aplicação do gráfico de controle de regressão múltipla.

Pedrini (2009) propôs uma modificação no gráfico de Haworth (1996), de forma a ser possível o monitoramento direto da característica de qualidade do processo, ao invés do monitoramento dos resíduos padronizados. De forma a facilitar a aplicação do gráfico proposto, Pedrini (2009) também apresentou um método estruturado em duas fases: Fase I – Análise Retrospectiva e Fase II – Monitoramento do Processo.

A Fase I é utilizada quando os parâmetros do gráfico de controle de regressão são desconhecidos, devendo ser estimados a partir de amostras provenientes do processo a ser

monitorado e, posteriormente, inicia-se a Fase II com os parâmetros que foram estimados na Fase I. Caso os parâmetros reais do gráfico de controle de regressão sejam conhecidos, inicia-se a aplicação do gráfico diretamente na Fase II (PEDRINI, 2009).

Tendo em vista a existência destes três gráficos, o presente trabalho tem como objetivo apresentar as estimativas do número médio de amostras (NMA) do gráfico de controle de regressão de Mandel (1969), Haworth (1996) e Pedrini (2009) com parâmetros desconhecidos, de forma a caracterizar o desempenho destes quando ocorrem mudanças pré-estabelecidas nos parâmetros. Os valores de NMA foram calculados através de Simulação de Monte Carlo.

2. Modelos de Regressão Linear Múltipla

De acordo com Montgomery et al. (2001), o modelo de regressão linear múltipla que relaciona a característica de qualidade $\boldsymbol{y}$ às k variáveis de controle do processo é representado na equação (1).

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{1}$$

Na equação (1), $\mathbf{y}$ é o vetor dos valores observados da característica de qualidade, $\boldsymbol{X}$ é a matriz dos valores das n observações das k variáveis de controle, $\boldsymbol{\beta}$ é o vetor de coeficientes de regressão e $\boldsymbol{\varepsilon}$ é o vetor dos erros aleatórios. O vetor $\boldsymbol{\varepsilon}$ é estimado pelo vetor de resíduos $\boldsymbol{e}$, definido como a diferença entre os valores observados e os valores estimados pelo modelo ($\hat{\boldsymbol{y}}$), como é mostrado na equação (2).

$$\boldsymbol{e} = \boldsymbol{y} - \hat{\boldsymbol{y}} \tag{2}$$

Segundo Montgomery et al. (2001) e Neter et al. (2005), se o número de observações (n) for maior que o número de variáveis de controle, o método utilizado para estimar a equação de regressão e, por conseqüência, estimar $\boldsymbol{y}$, é o método de mínimos quadrados ordinários (MQO), que visa minimizar as somas quadráticas dos resíduos e_i. O estimador de MQO para $\boldsymbol{\beta}$ é apresentado na equação (3).

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{y} \tag{3}$$

De acordo com Montgomery et al. (2001), para utilizar o MQO é necessário assumir que os resíduos sejam independentemente distribuídos, com média igual a 0 e desvio-padrão constante. A estimativa da variância dos resíduos do modelo de regressão é dada pelo quadrado médio dos resíduos (QMR):

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\boldsymbol{e}'\boldsymbol{e}}{n-p} = \frac{SQR}{n-p} = QMR \tag{4}$$

onde: $p = k + 1$

De acordo com Neter et al. (2005), a aplicação mais comum dos modelos de regressão é

a estimativa da característica de qualidade y_i para um vetor $\boldsymbol{x_i}$ de variáveis de controle. Existem duas possibilidades: (i) estimação da resposta média e (ii) predição de novas observações individuais. Ressalta-se que a estimativa da resposta média é calculada com base em um vetor $\boldsymbol{x_i}$ que foi utilizado para estimar o modelo de regressão, enquanto a previsão de novos valores é estimada com um novo vetor $\boldsymbol{x_j}$ de variáveis de controle, que não foi utilizado para estimar o modelo de regressão. Em ambos os casos, a estimativa da característica de qualidade é obtida com o uso da estimativa da equação (5) e do vetor de variáveis de controle $\boldsymbol{x_i}$:

$$\hat{y}_i = \boldsymbol{x_i}\widehat{\boldsymbol{\beta}} \tag{5}$$

Estas estimativas apresentam diferentes variabilidades, sendo que para a estimativa da resposta média, a variância é calculada pela equação (6).

$$var(\mu_{y/x_i}) = var(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) = \hat{\sigma}^2\boldsymbol{x}_i'(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{x_i} \tag{6}$$

Para a predição de uma nova observação, é necessário assumir que o modelo de regressão estimado seja válido para o novo conjunto de dados e que essa nova observação seja independente dos dados utilizados para a estimação do modelo de regressão (MONTGOMERY et al., 2001). Devido a esta independência, a variância de uma nova observação é maior que a estimativa de resposta média, sendo apresentada na equação (7).

$$Var(\hat{y}_j) = \hat{\sigma}^2(1 + \boldsymbol{x}_j'(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{x_j}) \tag{7}$$

3. Gráfico de Controle de Regressão

O gráfico de controle de regressão consiste no ajuste de um modelo de regressão linear simples que relacione a característica de qualidade do processo a uma variável de controle e o monitoramento dos valores observados, em comparação com valores ajustados pelo modelo (JACOBI et al., 2002; PEDRINI, 2009).

No gráfico de controle de regressão proposto por Mandel (1969), a linha central e os limites de controle serão inclinados em relação ao eixo horizontal do gráfico. A linha central é estimada pela equação de regressão e o desvio-padrão é obtido pela raiz quadrada do QMR. Os limites do gráfico de controle de regressão são apresentados nas equações (8), (9) e (10).

$$LSC_i = \hat{y}_i + 2\sqrt{QMR} \tag{8}$$

$$LC_i = \hat{y}_i \tag{9}$$

$$LIC_i = \hat{y}_i - 2\sqrt{QMR} \tag{10}$$

No gráfico de controle de regressão de Mandel (1969), o eixo das abscissas deixa de ser o número da amostra, passando a ser o valor das variáveis de controle. Com isso, perde-se a ordem temporal dos dados, dificultando a realização e interpretação gráfica dos demais testes

de estabilidade dos gráficos de controle apresentados em Montgomery (2004).

Outra desvantagem da proposta de Mandel é a restrição de ser utilizada apenas em processos com uma variável de controle. Como solução a esta restrição, Haworth (1996) propôs o gráfico de controle de regressão múltipla, que utiliza os resíduos padronizados na forma *student* como variável monitorada ao longo do tempo. De acordo com Haworth (1996) e Shu et al. (2004), estes resíduos são obtidos pela equação (11).

$$z_j = \frac{e_j}{\hat{\sigma}\sqrt{1 + \boldsymbol{x}_j'(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{x}_j}} \tag{11}$$

A linha central do gráfico de controle de regressão múltipla é igual a zero, que é a média dos resíduos de um modelo de regressão. Os limites de controle são baseados no valor da estatística *t-Student*, com nível de confiança 1- α e $n - p$ graus de liberdade.

$$LSC = +t_{\alpha/2,n-p} \tag{12}$$

$$LC = 0 \tag{13}$$

$$LIC = -t_{\alpha/2,n-p} \tag{14}$$

Uma falha de Haworth (1996) é não apresentar os limites de controle para a Fase I de execução do gráfico de controle de regressão múltipla, já que os resíduos na forma *Student* são obtidos pelo uso do desvio-padrão de uma nova observação. O gráfico de controle de regressão de Haworth (1996) é semelhante ao gráfico de controle de causas especiais, apresentado por Alwan e Roberts (1988).

Conforme mencionado anteriormente, Pedrini (2009) alterou o gráfico de controle de regressão proposto por Haworth (1996), apresentando um procedimento estruturado em duas fases que permite o monitoramento direto da característica de qualidade do processo. Os limites de controle da Fase I adotados por Pedrini (2009) são apresentados a seguir:

$$LSC_i = \hat{y}_i + 3\sqrt{\hat{\sigma}^2} = \hat{y}_i + 3\sqrt{QMR} \tag{15}$$

$$LC_i = \hat{y}_i \tag{16}$$

$$LIC_i = \hat{y}_i - 3\sqrt{\hat{\sigma}^2} = \hat{y}_i - 3\sqrt{QMR} \tag{17}$$

Para a Fase II, Pedrini (2009) apresentou limites de controle baseados na previsão de uma nova observação, que, desta forma, utilizam o desvio-padrão apresentado na equação (7). Os limites de controle da Fase II, são apresentados nas equações (18), (19) e (20).

$$LSC_j = \hat{y}_j + 3\sqrt{QMR\left(1 + h_{jj}\right)} \tag{18}$$

$$LC_j = \hat{y}_j \tag{19}$$

$$LIC_j = \hat{y}_j - 3\sqrt{QMR(1 + h_{jj})} \tag{20}$$

De acordo com Pedrini (2009), o elemento h_{jj} é utilizado como um fator de correção do desvio-padrão da predição de uma nova observação, já que mede a distância do novo vetor de variáveis de controle em relação à região elipsóide gerada pela matriz de variáveis de controle utilizadas para estimar o modelo de regressão. Este fator de correção é o mesmo utilizado para a estimativa de um intervalo de confiança para a previsão de uma nova observação.

Exemplos de aplicações do gráfico de controle de regressão podem ser encontrados em Johnson et al. (1995), Olin (1998), Koksalan et al. (1999), Jacobi et al. (2002), Omura e Steffe (2003), Lopes et al. (2006), Casarin et al. (2007) e Eisenchadt et al. (2008). Uma revisão sobre os gráficos de controle de regressão pode ser encontrada em Shu et al. (2007).

Também são encontrados na literatura diversos procedimentos similares aos gráficos de controle de regressão. Por exemplo, Loredo et al. (2002) apresentou um gráfico de controle medidas individuais aplicado aos resíduos de um modelo de regressão e Shu et al. (2004) apresentou o gráfico de controle EWMAREG, que consiste no monitoramento dos resíduos padronizados de um modelo de regressão através de um gráfico EWMA.

Zhang (1985) propôs o gráfico de controle para seleção de causas (GCSC), que são aplicados no monitoramento de processos compostos por várias atividades sequenciais, também chamados de processos em cascata. Hawkins (1991) propôs um procedimento para o monitoramento de processos multivariados baseada em variáveis ajustadas por regressão. Posteriormente, Hawkins (1993) adaptou esta técnica para processos em cascata, como uma alternativa ao GCSC.

Kang e Albin (2000) propuseram um procedimento para o monitoramento de perfis lineares, onde é requerido o ajuste de modelos de regressão linear simples para cada amostra para verificar alterações nos parâmetros dos perfis, como os coeficientes de regressão e variabilidade do processo. Para maiores detalhes sobre o monitoramento de perfis, Woodall et al. (2004) expõem revisões sobre os avanços nesta área.

4. Procedimentos para Simulação de Monte Carlo

Nesta seção, apresentam-se os procedimentos para o cálculo do NMA, obtidos através da simulação de Monte Carlo. Os resultados do NMA serão utilizados para avaliar o desempenho dos gráficos de controle propostos por Pedrini (2009), Mandel (1969) e Haworth (1996).

É importante destacar que o estudo realizado concentra-se no cálculo do NMA da Fase II destes gráficos, supondo-se que os parâmetros do gráfico são desconhecidos e foram

estimados na Fase I. Para isso, utiliza-se a equação (21) como modelo base para gerar o conjunto de dados utilizados para calcular o NMA.

$$y = 3 + 2x_1 + x_2 - 4x_1x_2 + \varepsilon \tag{21}$$

Onde: x_1 ~N(0, 1), x_2 ~ N (2, 1) e ε~N(0, 2).

Como esta equação representa um modelo com duas variáveis de controle, para o gráfico de controle de regressão de Mandel foram utilizados os limites de controle apresentados na revisão bibliográfica, com as estimativas de **y** sendo dadas por um modelo de regressão múltipla.

Na simulação da Fase I, são gerados 50 valores para as variáveis de controle e característica de qualidade, obedecendo à relação descrita pela equação (21) e estima-se o modelo de regressão linear múltipla com estas amostras. Os parâmetros do modelo são utilizados para a obtenção dos limites de controle da Fase I e, se existirem pontos fora de controle, o modelo de regressão é estimado novamente, com a retirada dos pontos fora de controle. Ressalta-se que esta retirada de valores discrepantes é realizada apenas uma vez para evitar um 'supercontrole' do gráfico de controle, conforme sugerido por Montgomery (2004). Salienta-se que a equação (21) é utilizada apenas para gerar as amostras, não sendo conhecida de fato pelo algoritmo programado.

Para a simulação da Fase II, geram-se amostras seguindo o modelo-base para a estimativa do NMA sob controle (NMA_0) ou geram-se amostras com alterações nos parâmetros do modelo, para a estimativa do NMA fora de controle (NMA_f). Os dados são gerados até que ocorra a primeira amostra fora dos limites de controle do gráfico estudado. Anota-se o número desta amostra (NA) e inicia-se a simulação a partir da Fase I novamente.
Foram realizadas alterações nos seguintes parâmetros do modelo base: coeficientes do modelo de regressão (β_0, β_1 e β_2), desvio-padrão dos resíduos (σ_e) e da variável de controle x_1. O NMA para cada situação foi estimado pela média dos NA.

A simulação foi realizada no programa estatístico R e o número de repetições adotado para cada alteração foi de 10000, número este que, segundo Kang e Albin (2000), acarreta um erro de menos de 2%, permitindo boas conclusões acerca do resultado.

5. Resultados do NMA

Na análise do NMA, é importante considerar dois aspectos: (i) o NMA_0 deve ser um valor grande, já que representa o número de amostras até a ocorrência de alarmes falsos quando o processo está sob controle; (ii) o NMA_f deve ser uma valor pequeno, pois é um indicador da eficiência com que o gráfico de controle detecta as alterações no processo (MONTGOMERY, 2004).

Na Tabela 1 apresenta-se o NMA dos gráficos estudados para alterações no coeficiente de intercepto (β_0), em múltiplos do desvio-padrão dos resíduos (σ_e). Segundo Shu et al. (2004), estas alterações geram perturbações na média dos resíduos. Nota-se que o gráfico de controle de Mandel (1969) apresenta o melhor desempenho na detecção destas alterações, mas apresenta a desvantagem de ter um baixo NMA_0 (20,06), significando que ocorrerão cerca de 5% de alarmes falsos.

Na análise dos outros gráficos, observa-se que ambos os gráficos de controle de regressão de Haworth (1996) e de Pedrini (2009) possuem baixas taxas de alarmes falsos. O desempenho do gráfico de controle de Pedrini (2009) é superior ao do gráfico de Haworth (1996), sobretudo para alterações inferiores a $2{,}5\sigma_e$.

Tabela 1 – Valores do NMA para alterações no coeficiente de intercepto de β_0

	NMA_0	NMA_f					
Gráfico	β_0	$\beta_0 + 0{,}5\sigma_e$	$\beta_0 + 1{,}0\sigma_e$	$\beta_0 + 1{,}5\sigma_e$	$\beta_0 + 2{,}0\sigma_e$	$\beta_0 + 2{,}5\sigma_e$	$\beta_0 + 3{,}0\sigma_e$
Mandel	20,06	13,31	6,22	3,30	2,03	1,47	1,20
Pedrini	653,56	300,63	75,82	22,56	8,65	4,05	2,38
Haworth	1259,94	564,16	127,00	35,42	11,96	5,29	2,87

Na Tabela 2 são apresentados os resultados da simulação para alterações no coeficiente de inclinação β_1, também em unidades de σ_e. Shu et al. (2004) destaca que, como a variável de controle x_1 possui média 0, as alterações em β_1 causarão alterações apenas na variabilidade dos resíduos. O gráfico de Mandel (1969) apresenta um desempenho superior aos demais gráficos, mas deve-se lembrar novamente que este gráfico possui um elevado número de alarmes falsos. Novamente, para alterações inferiores a $2{,}5\sigma_e$, o gráfico de controle de Pedrini (2009) apresenta um desempenho superior ao gráfico de controle de Haworth (1996).

Tabela 2 – Valores do NMA para alterações no coeficiente de inclinação de β_1

	NMA_0	NMA_f					
Gráfico	β_1	$\beta_1 + 0{,}5\sigma_e$	$\beta_1 + 1{,}0\sigma_e$	$\beta_1 + 1{,}5\sigma_e$	$\beta_1 + 2{,}0\sigma_e$	$\beta_1 + 2{,}5\sigma_e$	$\beta_1 + 3{,}0\sigma_e$
Mandel	20,06	13,21	6,48	3,80	2,69	2,21	1,88
Pedrini	653,56	293,63	56,26	11,21	5,97	3,97	3,03
Haworth	1259,94	512,66	88,11	19,53	8,24	4,79	3,47

A terceira simulação estudada foram as alterações no coeficiente de inclinação β_2, em múltiplos de que σ_e, cujos resultados são apresentados na Tabela 3. É importante destacar que quando altera-se β_2 essa alterações afetam tanto na média quanto no desvio-padrão dos resíduos, já que a variável de controle x_2 possui média diferente de zero, equivalendo-se a

uma alteração conjunta em β_0 e β_1. Para esta situação, todos os três gráficos de controle estudados apresentam desempenhos semelhantes para alterações superiores a $1{,}5\sigma_e$ em β_2.

Tabela 3 – Valores do NMA para alterações no coeficiente de inclinação de β_2

	NMA_0	NMA_f					
Gráfico	β_2	$\beta_2 + 0{,}5\sigma_e$	$\beta_2 + 1{,}0\sigma_e$	$\beta_2 + 1{,}5\sigma_e$	$\beta_2 + 2{,}0\sigma_e$	$\beta_2 + 2{,}5\sigma_e$	$\beta_2 + 3{,}0\sigma_e$
Mandel	20,06	5,36	2,00	1,41	1,22	1,15	1,11
Pedrini	653,56	145,23	17,85	2,13	1,52	1,31	1,22
Haworth	1259,94	243,63	24,74	2,32	1,59	1,35	1,24

O NMA dos gráficos estudados, para alterações multiplicativas no desvio-padrão dos resíduos é apresentado na Tabela 4. Novamente, o desempenho do gráfico de controle de Mandel (1969) é superior aos demais gráficos de controle para qualquer alteração, exceto para a situação sob controle. Em todas as situações, o gráfico de controle de regressão de Pedrini (2009) apresenta um desempenho melhor que o gráfico de Haworth (1996). Para alterações do desvio-padrão dos resíduos superiores a 2 os gráficos de Pedrini (2009) e Haworth (1996) apresentam desempenhos similares.

Tabela 4 – Valores do NMA para alterações multiplicativas no desvio-padrão σ_e

	NMA_0	NMA_f									
Gráfico	**1,0**	**1,2**	**1,4**	**1,6**	**1,8**	**2,0**	**2,2**	**2,4**	**2,6**	**2,8**	**3,0**
Mandel	20,06	9,76	6,27	5,57	3,69	3,08	2,66	2,44	2,25	2,07	1,94
Pedrini	653,56	114,19	40,46	19,86	12,09	8,40	6,38	5,15	4,31	3,72	3,31
Haworth	1259,94	188,88	57,82	26,46	15,02	10,14	7,50	5,86	4,89	4,15	3,64

Na última situação simulada, apresentada na Tabela 5, alterou-se o valor da variável de controle x_1 em unidades de desvio-padrão desta variável. É importante destacar que nesta simulação, calcula-se apenas o valor de NMA_0 , pois os gráficos de controle de regressão não devem ser sensíveis a este tipo de alteração, já que as alterações acarretam mudanças de mesma proporção tanto no valor previsto pelo modelo de regressão quanto no valor observado da característica de qualidade.

Tabela 5 – Valores do NMA para alterações no coeficiente de inclinação de x_1

	NMA_0						
Gráfico	x_1	$x_1 + 0{,}5\sigma_x$	$x_1 + 1{,}0\sigma_x$	$x_1 + 1{,}5\sigma_x$	$x_1 + 2{,}0\sigma_x$	$x_1 + 2{,}5\sigma_x$	$x_1 + 3{,}0\sigma_x$
Mandel	20,06	19,26	18,52	16,71	15,40	14,62	12,95
Pedrini	653,56	685,49	703,58	817,19	952,33	1039,28	1269,19
Haworth	1259,94	1270,00	1325,49	1520,93	1763,05	1962,33	2224,68

Como é possível observar na Tabela 5, o gráfico de controle de Mandel (1969) possui

uma elevada sensibilidade a estas variações, gerando uma grande taxa de alarmes falsos. Os gráficos de controle de regressão de Pedrini (2009) e de Haworth (1996) apresentaram um desempenho superior, já que foram bastante insensíveis a estas modificações. Este desempenho superior está associado ao afastamento de h_{jj} do centróide da elipse delimitada pelos valores das variáveis de controle utilizadas na Fase I, que alargaram os limites de controle da Fase II.

6. Conclusões

Para o uso dos gráficos de controle tradicionais é necessário supor que as variáveis monitoradas sejam independentes e identicamente distribuídas. Quando ocorrem freqüentes ajustes nas variáveis de controle, a distribuição da característica de qualidade do processo pode ser alterada significativamente, fazendo com que os gráficos de controle clássicos sejam ineficientes. Nesta situação, se existir uma relação linear entre a característica de qualidade e as variáveis de controle, é possível utilizar o gráfico de controle de regressão.

O presente artigo teve como objetivo principal obter o NMA dos gráficos de controle de regressão propostos por Mandel (1969), Haworth (1996) e Pedrini (2009) quando os parâmetros dos gráficos são estimados. Para isto, utilizou-se o método de simulação de Monte Carlo, em que os parâmetros dos gráficos eram estimados na Fase I e o NMA era obtido no monitoramento do processo. Durante as simulações, gerou-se alterações nos coeficientes de inclinação e intercepto, no desvio-padrão do modelo e na média de uma das variáveis de controle.

O gráfico de controle de Mandel (1969) apresentou uma boa sensibilidade às alterações nos parâmetros dos modelos simuladas, só que este desempenho é prejudicado pela elevada taxa de alarmes falsos deste gráfico de controle e, em uma situação real, geraria muitas intervenções desnecessárias, o que poderia desestimular o uso do gráfico por parte tos operadores.

De forma geral, o gráfico de controle de regressão de Pedrini (2009) apresentou um bom resultado a todas as alterações simuladas, sobretudo para alterações superiores a $1{,}5\sigma_e$ nos coeficientes de regressão e 2,2 do desvio-padrão dos resíduos. O gráfico de controle proposto por Haworth (1996) se mostrou bastante insensível às alterações propostas, apresentando desempenho próximo aos demais gráficos somente quando ocorriam grande alterações.

Para alterações na média da variável de controle, os gráficos de controle de regressão devem ser sensíveis a este tipo de alteração, já que as alterações acarretam mudanças de mesma proporção tanto no valor previsto pelo modelo de regressão quanto no valor observado

da característica de qualidade. No entanto, o gráfico de controle de Mandel (1969) apresentou uma elevada sensibilidade a estas variações, gerando uma grande taxa de alarmes falsos. Os gráficos de controle de regressão de Pedrini (2009) e de Haworth (1996) apresentaram um desempenho superior, já que foram bastante insensíveis a estas modificações.

Referências

ALWAN, L. C.; ROBERTS, H. V. Time-Series modeling for statistical process control. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 6, n. 1, p. 87-95, 1988.

CASARIN, V. A.; SOUZA, A. M.; BOHM, S. I. H.; JACOBI, L. F. Aplicação de gráficos de controle de regressão no monitoramento do processo de montagem de colheitadeiras. Anais do XXVII Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 8 p., 2007.

EIZENCHTADT, E.; INGMAN, D.; FRIEDLER, E. Quality control of wastewater treatment: a new approach. **European Journal of Operations Research**, v. 189, p. 445-458, 2008.

HAWKINS, D. M. Multivariate quality control based on regression-adjusted variables. **Technometrics**, v. 33, n.1, p. 61-75, 1991.

HAWKINS, D. M. Regression adjustment for variables in multivariate quality control. **Journal of Quality Technology**, v. 25, n.3, p. 170-182, 1993.

HAWORTH, D. A. Regression control chart to manage software maintenance. **Journal of Software Maintenance**, v. 8, n. 1, p 35-48, 1996.

JACOBI, L. F.; SOUZA, A. M.; PEREIRA, J. E. S. Gráfico de controle de regressão aplicado na nonitoração de processos. **Revista Produção**, v. 12, n. 1, pág. 46-59, 2002.

JOHNSON, B.; JOHNSON, C.; SEIBER, J. The use of regression equations for quality control in a pesticide physical property database. **Environmental Management**, v. 19, n. 1, p. 127-134, 1995.

KANG, L.; ALBIN, S. On-line monitoring when the process yelds linear profiles. **Journal of Quality Technology**, v. 32, n. 4, p. 418-426, 2000.

KOKSALAN, M.; ERKIP, N.; MOSKOWITZ, H. Explaining beer demand: a residual modeling regression approach using statistical process control. **International Journal of Production Economics**, v. 58, p. 265-276, 1999.

LOPES, L. F. D.; SEIDEL, E. J.; MOREIRA Jr., F. J. M. Análise de regressão associada ao controle estatístico de processos aplicado na produção de cerâmicas. Anais do XIII Simpósio de Engenharia de Produção, 7 p., 2006.

LOREDO, E. N.; JEARKPAPORN, D.; BORROR, C. M. Model-based control chart for autoregressive and correlated data. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 18, n. 6, p. 489-496, 2002.

MANDEL, B. J. The regression control chart. **Journal of Quality Technology**, v. 1, n. 1, p. 1-9, 1969.

MONTGOMERY, D. C. **Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade**. 4. Ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2004, 513 p.

MONTGOMERY, D. C.; VINING, G. G.; PECK, E. A. **Introduction to Linear Regression Analysis**. 3. Ed., New York: John Wiley & Sons, 2001, 641 p.

NETER, J.; KUTNER, M H.; NACHTSHEIM, C. J.; LI, W. **Applied Linear Statistical Models**. 5. Ed. New York: Mc Graw-Hill/Irwin, 2005, 1396 p.

OLIN, B D. Regression control charts revisited: methodology and cases studies. Proceedings of the XLII **Annual Fall Technical Conference**, 170., 1998.

OMURA, A. P.; STEFFE, J. H. Mixer viscometry to characterize fluid foods with large particulates. **Journal of Food Process Engineering**, v. 26, n. 3, p. 435-445, 2003.

PEDRINI, D. C. **Proposta de um método para a aplicação do gráfico de controle de regressão no monitoramento de processos**. 2009. 122 f. Dissertação (mestrado em Engenharia de Produção) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

SHU, L; TSUNG, F; TSUI, K. L. Run-length perfomance of regression control charts with estimated parameters. **Journal of Quality Technology**, v. 36, n. 3, p. 280-292, 2004.

SHU, L; TSUI, K. L.; TSUNG, F. A review of regression control charts. In: Ruggeri, F.; Faltin, F.; Kenett, R. **Encyclopedia of Statistics in Quality and Reliability** New York: John Wiley & Sons, p. 1569-1573, 2007.

WOODALL, W. H.; MONTGOMERY, D.C. Research issues and ideas in statistical process control. **Journal of Quality Technology**, v. 31, n. 4, p. 376-386, 1999.

WOODALL, W. H.; SPITZNER, D. J.; MONTGOMERY, D. C.; GUPTA, S. Using control charts to monitor process and product quality profiles. **Journal of Quality Technology**, v. 36, n. 3, p. 309-320, 2004.

ZHANG, Z. X. Cause-selecting control charts – a new type of quality control charts. **The QR Journal**, v. 12, p. 221-225, 1985.