MODELO INSUMO-PRODUTO ESTOCÁSTICO: MULTIPLICADORES DE PRODUÇÃO PARA O BRASIL 2005

Felipe F. P. Souza
Universidade Federal de Pernambuco/PPGEP, Pernambuco - Brasil
Av. Acadêmico Hélio Ramos, s/n - Cidade Universitária, Recife-PE CEP: 50740-530
felipef.souza@gmail.com

Francisco S. Ramos
Universidade Federal de Pernambuco/PPGEP/PIMES, Pernambuco - Brasil
Av. dos Economistas, s/n - Cidade Universitária, Recife-PE CEP: 50670-901
ramosfs@gmail.com

RESUMO

O modelo insumo-produto constitui-se num instrumento importante na avaliação dos efeitos diretos e indiretos de políticas econômicas. Com base em uma teoria geral da produção, ele descreve o fluxo circular de renda entre os diversos setores produtivos da economia. Tais modelos tem sido utilizados nos mais diversos estudos de economia aplicada (mensuração do consumo de energia, poluição ambiental, políticas regionais), evidenciando questões dos fluxos inter-regionais de produto. A obtenção da base de dados para tais modelos é complexa, incorporando uma aleatoriedade na construção dos coeficientes utilizados, com o consequente impacto nos resultados. Diferentemente da maior parte dos trabalhos realizados no Brasil, este artigo explora a inserção da incerteza no modelo, considerando os coeficientes técnicos como variáveis aleatórias. Como aplicação, os multiplicadores de produção para a economia brasileira em 2005 são apresentados de forma não usual, com seus respectivos intervalos de confiança.

PALAVRAS-CHAVE: modelo insumo-produto, multiplicadores, incerteza.

ABSTRACT

The input-output model is an important tool in the evaluation of direct and indirect effects of economic policies. Based on a general theory of production, it describes the circular flow of income among the various productive sectors of the economy. Such models have been used in several studies of applied economics (measurement of energy consumption, environmental pollution, regional policies), highlighting issues of inter-regional flows product. To obtain the data base for such models is complex, incorporating a randomness of coefficients used in the construction, with a consequent impact on results. Unlike most of the work done in Brazil, this article explores the role of uncertainty in the model, considering the technical coefficients as random variables. As an application, the output multipliers for the Brazilian economy in 2005 are presented in unusual way, with their respective confidence intervals.

KEYWORDS: input-output model, multipliers, uncertainty.

1. Introdução

O modelo de insumo-produto é um modelo de equilíbrio geral aplicado baseado na idéia de *interdependência econômica*. A partir de uma tabela de transações e de um ferramental analítico matemático, procura-se caracterizar o comportamento do sistema econômico através da análise das interrelações entre os diversos setores de uma economia. Dessa forma, pode-se avaliar como o sistema reage a mudanças causadas por fatores externos, capturar os efeitos advindos de mudanças de produção e consumo em determinado setor/atividade, determinar níveis de produção, etc. A linearidade do modelo de Leontief e, consequentemente, sua fácil aplicabilidade, tornou-o uma poderosa ferramenta analítica para o estudo de sistemas econômicos, permitindo uma visão estrutural agregada dos setores produtivos e de suas interconexões.

A análise de insumo-produto é comumente aplicada na sua forma estática e ausente de qualquer tipo de incerteza. Embora as versões que incluam os componentes de tempo ou incerteza tenham sido formuladas e estudadas, são muito pouco frequentes na literatura especializada quando comparadas com a grande quantidade de trabalhos publicados. O caráter *estático* e *determinístico* do modelo inicial básico tem sido bastante utilizado em detrimento de trabalhos que façam uso da incorporação da *dinâmica* e da *incerteza*. Para se ter um idéia, dos 261 trabalhos submetidos à XVII *International Input-Output Conference* realizada em 2009 pela *International Input-Output Association*, apenas 3 trabalhos estavam relacionados a questão *dinâmica* e 1 ao aspecto *estocástico*. É dentro deste contexto, não abordando aqui o aspecto dinâmico, que o presente trabalho pretende destacar a importância da inserção da incerteza nas aplicações do modelo de insumo-produto e discutir como isto modifica decisões em planejamento econômico. Como objetivo principal, calcula-se os multiplicadores de produção para o Brasil no ano de 2005 com seus respectivos intervalos de confiança.

As seções deste trabalho são organizadas como segue: na seção 2 é apresentada a formulação matemática do modelo de insumo-produto, tanto no molde tradicional quanto na forma estocástica; na seção 3 uma aplicação com dados reais é realizada e os multiplicadores de produção para o Brasil são calculados; finalmente, na seção 4, são feitas as considerações finais.

2. Análise insumo-produto

2.1. O modelo tradicional

No mundo contemporâneo, a produção e consumo de bens e serviços apresenta uma intricada rede de relações entre diversos agentes econômicos[1]. A interdependência econômica entre as atividades faz com que existam efeitos diretos e indiretos causados pela variação de uma variável exógena ao sistema, como por exemplo, a demanda final. A solução do sistema de Leontief $(\mathbf{I}-\mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{f}$ é a base para a compreensão do sistema econômico:

$$\mathbf{x} = \underbrace{(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}}_{\mathbf{L}}\mathbf{f} \tag{1}$$

onde $\mathbf{I}$ é a matriz identidade de dimensão n (número de setores/atividades), $\mathbf{A}$ $(n \times n)$ é a matriz dos coeficientes técnicos, $\mathbf{L}$ $(n \times n)$ a matriz inversa de Leontief, $\mathbf{f}$ o vetor $(n \times 1)$ composto pela demanda final agregada para cada atividade e $\mathbf{x}$ o vetor $(n \times 1)$ de produção total. Os elementos da matriz $\mathbf{A}$, $\{a_{ij}\}$, denominados por coeficientes técnicos, são considerados fixos no modelo e possuem a seguinte interpretação econômica: $a_{ij} \in [0,1)$, é a quantidade em valores monetários que o setor j necessita comprar do setor i para produzir uma unidade monetária ($ 1) de produto final. Cada setor gasta $1 para produzir $1, de maneira que $\sum_{i=1}^{n} a_{ij}$ é quantidade gasta em insumos oriundos

[1] Uma referência tradicional e atualizada sobre a Análise de insumo-produto é Miller & Blair (2009).

de todos os setores (inclusive ele próprio) para o setor j produzir \$1 e a quantidade $(1-\sum_{i=1}^{n} a_{ij})$ é o total gasto pelo setor j nos insumos primários (valor adicionado e importações).

O resultado final é que o nível de produção de cada setor pode ser determinado a partir da demanda final, este nível de produção contabiliza os efeitos diretos e indiretos causados pelas relações de interdependência entre as atividades. Isto fica bastante evidente quando se observa a solução (1) explicitamente como segue:

$$x_i = l_{i1} f_1 + l_{i2} f_2 + \cdots + l_{ij} f_j + \cdots + l_{in} f_n \qquad i = 1, 2, ..., n \tag{2}$$

onde l_{ij} são os elementos da matriz de Leontief $\mathbf{L}$. O nível de produção na atividade i depende linearmente daquilo que é requerido não só em i (f_i) como também em todas outras atividades $-i$ (f_{-i}). Note-se que $l_{ij} = \partial x_i / \partial f_j$, isto é, l_{ij} é a taxa de variação em x_i quando ocorre uma mudança em f_j.

Por trás do modelo de insumo-produto roda um problema de programação linear. Existe uma outra forma de se conseguir chegar à solução descrita em (1). O sistema de Leontief é equivalente, ou seja, possui a mesma solução, ao seguinte problema de programação linear (DORFMAN *et al.*, 1987, cap. 9):

$$\begin{aligned}
\min_{x_1, x_2, x_3, x_n} z = (1-\sum_{i=1}^{n} a_{i1})x_1 + (1-\sum_{i=1}^{n} a_{i2})x_2 + (1-\sum_{i=1}^{n} a_{i3})x_3 + (1-\sum_{i=1}^{n} a_{in})x_n \\
\text{sujeito a :} \\
(1-a_{11})x_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 + \cdots - a_{1n}x_n \geq f_1 \\
-a_{21}x_1 + (1-a_{22})x_2 - a_{23}x_3 + \cdots - a_{2n}x_n \geq f_2 \\
-a_{31}x_1 - a_{32}x_2 + (1-a_{33})x_3 + \cdots - a_{3n}x_n \geq f_3 \\
\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\
-a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - a_{n3}x_3 + \cdots + (1-a_{nn})x_n \geq f_n \\
x_1 \geq 0 \;\; x_2 \geq 0 \;\; x_3 \geq 0 \;\; x_n \geq 0
\end{aligned} \tag{3}$$

A interpretação desta equivalência pode ser feita da seguinte forma: para se produzir a cesta $\mathbf{x}$ a sociedade resolve o problema de minimizar o valor total dos pagamentos por importações e valor adicionado (salários, impostos, juros, etc) sujeito as restrições que a *tecnologia* impõe. O leitor pode reconhecer o problema (3) como *o problema da dieta*, onde o objetivo é minimizar o custo da alimentação, sujeito a restrições nutricionais.

2.1.1. Multiplicadores de produção

O conceito de *multiplicador* é uma das principais ferramentas de análise oferecidas pelo modelo insumo-produto. Seu objetivo é quantificar o impacto causado em certas variáveis (produção total, renda, valor adicionado, empregos, etc) pelo aumento de uma unidade no consumo final de determinada atividade. Este impacto advém da combinação de três efeitos, a saber: (*i*) efeitos diretos pelo próprio aumento da demanda naquela atividade, (*ii*) efeitos indiretos oriundos da interdependência entre as atividades econômicas e (*iii*) efeitos induzidos quando se trata *famílias* (salários pagos aos trabalhadores) como um elemento endógeno ao sistema, ou seja, acrescenta-se mais uma linha e uma coluna à matriz de coeficientes técnicos.

Os multiplicadores de produção (*Output Multipliers*) são a soma dos valores incrementais da produção em cada atividade quando do aumento unitário da demanda final para a atividade j. Caso a demanda final da atividade A_1 aumente em uma unidade, teria-se pela equação (2):

$$\begin{aligned}
\Delta x_i = l_{i1}\Delta f_1 + l_{i2}\Delta f_2 + \cdots + l_{ij}\Delta f_j + \cdots + l_{in}\Delta f_n \\
\Delta x_i = l_{i1} \times 1 + l_{i2} \times 0 + \cdots + l_{ij} \times 0 + \cdots + l_{in} \times 0
\end{aligned} \tag{4}$$

Então, por definição, o *multiplicador de produção simples* (considera apenas os efeitos diretos e indiretos) da atividade j é dado por:

$$m_j = \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = \sum_{i=1}^{n} l_{ij} \tag{5}$$

Ou seja, o multiplicador de produção do setor j é simplesmente a soma das linhas na coluna j da matriz de Leontief $\mathbf{L}$.

2.2. O modelo insumo-produto estocástico

Esta subseção faz uma breve revisão da literatura do estudo do modelo insumo-produto quando a incerteza nos coeficientes é incorporada ao modelo.

Dois artigos escritos no final dos anos 1950 direcionaram a forma de se tratar a incerteza nos coeficientes técnicos. No primeiro, Quandt (1958) explora os coeficientes a_{ij} como variáveis aleatórias e encontra analiticamente a esperança, variância e covariâncias dos elementos da matriz inversa de Leontief para o sistema com dois setores. Partindo do princípio de que (a) os erros aditivos nos coeficientes são independentemente distribuidos, (b) os erros têm média zero e (c) as funções de densidade dos erros são simétricas, conclui que as aproximações analíticas encontradas são razoavelmente boas, que é plausível assumir a consistência das soluções e, de forma geral, a solução $\mathbf{x}$ não possui um estimador sem viés. O segundo artigo (QUANDT, 1959) tem o objetivo de estudar experimentos computacionais (simulações de Monte Carlo) onde matrizes aleatórias com os coeficientes técnicos diretos $\underset{\sim}{\mathbf{A}}$ são geradas segundo determinadas distribuições de probabilidade dos erros[2]. Assim como no artigo anterior, assume-se que o vetor de demanda final é conhecido com certeza, ou seja, não está sujeito a erros. A partir de cada matriz ($n = 3$) gerada no processo, a inversa de Leontief é obtida, a solução é calculada e assim momentos das ditribuições dos elementos da inversa e da solução podem ser analisados. As duas principais conclusões feitas por Quandt foram que a assimetria da distribuição dos erros tende a ser transmitida para a solução do sistema e que esta solução pode ser adequadamente descrita como uma distribuição do tipo lognormal.

Um resultado importante é encontrado por Simonovits (1975): se os elementos da matriz $\mathbf{A}$ são aleatórios, independentes e simetricamente distribuidos, então o valor esperado da inversa de Leontief é subestimado pela inversa de Leontief do valor esperado de $\underset{\sim}{\mathbf{A}}$, ou seja,

$$E[(\mathbf{I} - \underset{\sim}{\mathbf{A}})^{-1}] \geq (\mathbf{I} - E[\underset{\sim}{\mathbf{A}}])^{-1} \tag{6}$$

A igualdade é válida se, e somente se, todos os elementos de $\mathbf{A}$ forem determinísticos. O teorema naturalmente estimula a exploração do comportamento estocástico dos *multiplicadores* e isto será mostrado mais adiante. Antes, porém, mais alguns estudos serão descritos.

Goicoechea & Hansen (1978) apresetam um modelo-insumo produto onde tanto os coeficientes técnicos, quanto a demanda final, são variáveis aleatórias que seguem distribuições exponenciais com parâmetros $\lambda_{ij} = 1/E(\underset{\sim}{a}_{ij})$ e $\lambda_i = 1/E(\underset{\sim}{f}_i)$. O caso em que existem apenas dois setores na economia é tratado no trabalho. O sistema de Leontief é escrito como:

$$\begin{aligned} Prob[(\underset{\sim}{a}_{11} - 1)x_1 + \underset{\sim}{a}_{12}x_2 + \underset{\sim}{f}_1 \leq 0] = 1 - \alpha_1 \\ Prob[\underset{\sim}{a}_{21}x_1 + (\underset{\sim}{a}_{22} - 1)x_2 + \underset{\sim}{f}_2 \leq 0] = 1 - \alpha_2 \end{aligned} \tag{7}$$

onde $\underset{\sim}{a}_{11}$, $\underset{\sim}{a}_{12}$, $\underset{\sim}{a}_{21}$ e $\underset{\sim}{a}_{22}$ são os coeficientes técnicos aleatórios e da mesma forma $\underset{\sim}{f}_1$ e $\underset{\sim}{f}_2$ são os componentes da demanda final. Assim, α_i define a probabilidade $(1 - \alpha_i)$ de que a demanda intersetorial $(\underset{\sim}{a}_{i1}x_1 + \underset{\sim}{a}_{i2}x_2)$ mais a demanda final $(\underset{\sim}{f}_i)$ seja menor ou igual a quantidade produzida

[2] Recorre-se a notação com til abaixo para denotar matrizes ou vetores cujos elementos são variáveis aleatórias.

pelo setor i (x_i). Para econtrar a solução do sistema (7) os autores, a partir de desenvolvimentos analíticos, encontram o sistema *equivalente determinístico* não linear e resolvem para x_1 e x_2 com o auxílio do método numérico de Newton-Raphson. Note-se aqui que $\mathbf{x}$ é determinístico. Os resultados mostram que quanto maior α ($\alpha_1 = \alpha_2$) menor serão x_1 e x_2. Na aplicação numérica, tem-se que para $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,4$ a solução tem o mesmo valor que a solução encontrada no sistema de Leontief tradicional (determinístico). O exemplo mostra que a incerteza de não satisfazer a demanda é reduzida ao se exigir níveis maiores de produção para cada setor.

Garhart (1985) investiga, através de simulações, o papel da estrutura de erros adotada para os coeficientes técnicos e para os coeficientes de compras regionais (RPCs) no contexto regional do modelo[3]. Para tanto, considera dois tipos de estruturas de erros: (i) *erro multiplicativo*, no qual um número aleatório é sorteado segundo uma distribuição normal com média igual a unidade e determinado desvio padrão, este número é então multiplicado pelo coeficiente técnico; (ii) *erro aditivo*, onde um número é sorteado segundo uma distribuição normal de média zero e adicionado ao coeficiente técnico. Os erros multiplicativos são maiores quanto maiores forem os coeficientes, enquanto os erros de estrutura aditiva são independentes da magnitude dos coeficientes. Fazendo uso de uma combinação das duas estruturas de erros, Garhart chega a conclusão de que simulações experimentais em modelos de insumo-produto regionais são sensíveis a estrutura de erro utilizada e assim desmente a proposição corrente na época de que os RPCs são mais importantes do que os coeficientes técnicos em relação a contribuição à acurácia dos multiplicadores.

A primeira tentativa de determinar explicitamente intervalos de confiança para os multiplicadores foi a de West (1986). Através de aproximações analíticas, os resultados abaixo são alcançados pelo autor. O primeiro deles é a média do desvio $\underset{\sim}{y}$ ($E[\underset{\sim}{m_i}] - m_i = E[\underset{\sim}{y}]$), que pode ser aproximada por:

$$E(\underset{\sim}{y})_k \cong \sum_{i,j}^{n} \frac{l_{jk} m_i l_{ji} \sigma_{ij}^2}{(1 - 7 l_{ji}^2 \sigma_{ij}^2)^{3/7}} \tag{8}$$

e o intervalo de confiança de $(1-\alpha)\%$ para o "verdadeiro" multiplicador $E[\underset{\sim}{m_i}]$ é dado por:

$$m_i - z_{\alpha/2} G / (\sqrt{G} + z_{\alpha/2} B) \leq E[\underset{\sim}{m_i}] \leq m_i + z_{\alpha/2} G / (\sqrt{G} - z_{\alpha/2} B) \tag{9}$$

em que $G = \sum_{i,j}^{n} (l_{jk} m_i \sigma_{ij})^2$, $B = \sum_{i,j}^{n} l_{jk} m_i l_{ji} \sigma_{ij}^2$, σ_{ij} é o desvio padrão de $\underset{\sim}{a}_{ij}$, l_{ij} é o elemento da inversa de Leontief. West faz aplicações com dados reais e conclui que os multiplicadores são viesados positivamente ($E(\underset{\sim}{y}) > 0$) e consistentes.

Estes resultados (equações (8) e (9)) foram criticados por Kop Jansen (1994). As críticas são baseadas na forma do desenvolvimento matemático e no fato de que West assume a hipótese de que os coeficientes técnicos são distribuidos segundo uma normal, isto é, $\underset{\sim}{a}_{ij} \sim N(a_{ij}, \sigma_{ij}^2)$. Isso implicaria em coeficientes técnicos negativos com probabilidade não-nula e também em matrizes $\mathbf{A}$ com raio espectral maior que a unidade, o que seria equivalente a ter matrizes de Leontief com elementos negativos[4]. O próprio Kop Jansen deriva sua fórmula fechada para o desvio e apresenta-a como (KOP JANSEN, 1994):

$$E[\underset{\sim}{m_k}] - m_k = \sum_{i,j}^{n} l_{jk} m_i l_{ji} \sigma_{ij}^2 \tag{10}$$

Além disso, conduz simulações de Monte Carlo com distribições de $\underset{\sim}{a}_{ij}$ simétricas, não gaussianas e conclui que (i) os resultados obtidios para a esperança dos multiplicadores são muito semelhantes,

[3] Um RPC é definido como a fração da demanda total por um produto em uma determinada área que é atendida por produtores daquela área. Mais detalhes na seção 3.

[4] Uma condição necessária e suficiente para que uma cesta de consumo final $\mathbf{f} \geq \mathbf{0}$ possa ser produzida ($\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$) é que todos os menores principais de $(\mathbf{I} - \mathbf{A})$ sejam estritamente positivos, estas são as chamadas condições de Hawkins-Simon. São equivalentes a $\mathbf{A} \geq \mathbf{0}$ e $\lambda(\mathbf{A}) < 1$, onde $\lambda(\mathbf{A})$ é o raio espectral da matriz $\mathbf{A}$. O raio espectral de uma matriz é definido como o valor máximo do módulo dos auto-valores da matriz.

quer se use a fórmula de West, Kop Jansen ou simulação de Monte Carlo, já que o raio espectral da matriz **A** utilizada é relativamente baixo e os desvios padrões são pequenos quando comparados com os coeficientes técnicos; (ii) apesar da fórmula de West levar a intervalos de confiança maiores que os do método de Monte Carlo, ainda assim parece ser uma boa aproximação. Esta última suspeita é confirmada por ten Raa & Steel (1994) que consideram a hipótese de que os coeficientes técnicos são distribuidos segundo uma Beta no intervalo $[0,1]$. Mais uma vez, simulações são realizadas e comparadas com o intervalo de confiança de West (9), os autores concluem a favor da boa aproximação conseguida quando pequenos desvios padrões são utilizados.

Trabalhos mais recentes buscam inserir a incerteza não mais nos coeficientes técnicos e sim em um conjunto de informações contábeis que servem de base para a construção desses coeficientes: as tabelas de transações intersetoriais ou tabelas de usos e recursos. Roland-Holst (1989) parte do princípio que há incerteza nos elementos da matriz de transações, isto é, trata-os como variáveis aleatórias gaussianas com médias e variâncias conhecidas. Aborda o problema através de simulações de Monte Carlo, faz testes de hipóteses e conclui que os estimadores dos multiplicadores não apresentam viés. Numa abordagem analítica, Dietzenbacher (1995) também considera a tabela de transações como a fonte inicial de incerteza e tem o resultado de que, sobre certas condições, a média ponderada em qualquer linha da matriz de Leontief possui viés nulo e sob condições mais rigorosas a média ponderada dos erros estocásticos é zero tanto para linhas quanto para colunas. E por último, considerando a presença da incerteza nas matrizes de absorção e produção (*use and make matrices*), ten Raa & Rueda-Cantuche (2007) propõem uma metodologia baseada em um modelo de regressão linear para encontrar multiplicadores de emprego e produção consistentes e não-viesados.

Apesar dos últimos estudos sugerirem a inserção da incerteza numa etapa de tratamentos de dados anterior ao cálculo dos coeficientes técnicos, pode-se encontrar trabalhos ainda mais recentes (BEYNON & MUNDAY, 2008) onde a forma original de inserir a incerteza nos coeficientes técnicos é escolhida. Esta escolha é também fortemente condicionada ao tipo de dados que se tem em mãos.

3. Aplicação

O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) disponibiliza matrizes de coeficientes técnicos nacionais agregadas em 12 atividades econômicas (IBGE, 2008). Uma cópia da matriz de 2005 encontra-se no Anexo. Para se ter uma rápida visualização da magnitude dos coeficientes, a figura 1 foi construída. O esquema de cores revela, por exemplo, que na matriz de 2005 tem-se $0 < a_{ij} < 0,35$, o coeficiente $a_{33} (= 0,314600)$ como o de maior valor e grande parte dos coeficientes estão abaixo do valor $0,05$. A figura 2 mostra a distribuição dos coeficientes com mais detalhes.

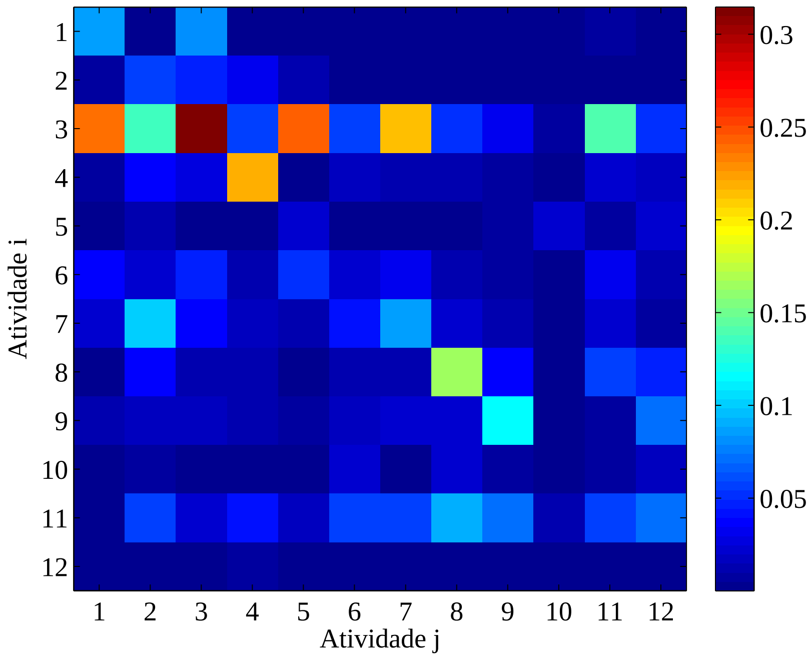
Para efetuar o cálculo dos multiplicadores de produção, considera-se aqui os desvios como sendo 20% dos coeficientes ($\sigma_{ij} = 0,2 \times a_{ij}$, para qualquer $i, j = 1..12$). O raio espectral de **A** é baixo $(0,4793)$. Como foi dito anteriormente, estas condições garantem a boa aproximação das fórmulas (8) e (9) em relação aos resultados alcançados via simulação computacional (KOP JANSEN, 1994; TEN RAA & STEEL, 1994).

Em resumo, a interpretação do cálculo pode ser entendida de três maneiras:

1. Os coeficientes seguem uma distribuição normal $\underset{\sim}{a}_{ij} \sim N(a_{ij}, \sigma_{ij}^2)$ (WEST, 1986). Como foi visto na seção 2.2, esta interpretação é bastante criticada;

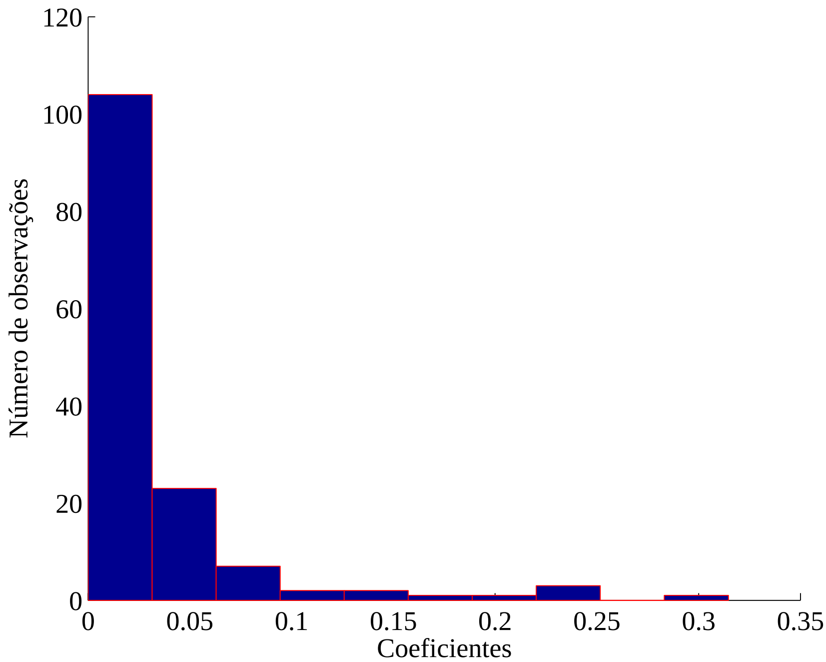
2. Os coeficientes seguem a seguinte distribuição uniforme e simétrica (KOP JANSEN, 1994):

$$p(\underset{\sim}{a}_{ij}) = \begin{cases} 1/2\sqrt{3}\sigma_{ij} & \text{para } a_{ij} - \sqrt{3}\sigma_{ij} \le \underset{\sim}{a}_{ij} \le a_{ij} + \sqrt{3}\sigma_{ij} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (11)$$



Fonte: Elaboração própria.

Figura 1: Matriz dos coeficientes técnicos para o Brasil 2005.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 2: Histograma dos coeficientes técnicos Brasil 2005.

3. Os coeficientes seguem uma distribuição Beta com parâmetros p e q:

$$p_{ij} = a_{ij}\left(\frac{a_{ij}-a_{ij}^2}{\sigma_{ij}}-1\right) \text{ e } q_{ij} = (1-a_{ij})\left(\frac{a_{ij}-a_{ij}^2}{\sigma_{ij}}-1\right) \quad (12)$$

ambos maiores que a unidade para garantir que a distribuição seja unimodal (TEN RAA & STEEL, 1994).

A tabela 1 mostra os resultados obtidos arredondados para duas casas decimais. O termo "Valor observado" refere-se ao valor do multiplicador quando calculado da maneira tradicional, determinística; já a expressão "Valor esperado" designa a esperança do multiplicador quando calculado considerando-se a aleatoriedade nos coeficientes técnicos.

Tabela 1: Multiplicadores de produção para o Brasil em 2005.

Atividade	**Valor observado**	**Valor esperado**	**Rank**	**IC 95%**
A_1	1,82	1,83	4	[1,58 ; 2,13]
A_2	1,92	1,92	2	[1,74 ; 2,14]
A_3	2,22	2,24	1	[1,84 ; 2,78]
A_4	1,74	1,75	5	[1,55 ; 1,99]
A_5	1,74	1,75	5	[1,51 ; 2,02]
A_6	1,44	1,44	10	[1,36 ; 1,53]
A_7	1,86	1,87	3	[1,63 ; 2,14]
A_8	1,70	1,71	6	[1,55 ; 1,89]
A_9	1,49	1,49	9	[1,39 ; 1,61]
A_{10}	1,09	1,09	11	[1,07 ; 1,11]
A_{11}	1,67	1,67	7	[1,52 ; 1,85]
A_{12}	1,52	1,53	8	[1,44 ; 1,63]

Fonte: Elaboração própria.

A coluna *Rank* mostra a ordenação do maior para o menor como é feito tradicionalmente e destaca os três setores com maiores multiplicadores, são eles: *Indústria de transformação* (A_3), *Indústria extrativa mineral* (A_2) e *Transporte, armazenagem e correio* (A_7), respectivamente. A ordenação neste caso é a mesma, quer se considere como referência o valor observado ou esperado do multiplicador. A última coluna da tabela mostra os intervalos de confiança de 95%.

A apresentação dos multiplicadores com seus respectivos intervalos de confiança torna a aplicação do modelo de insumo-produto mais condizente com a incerteza presente na economia. A mensuração da incerteza nos multiplicadores permite inclusive aos analistas criar novas regras de decisão, como por exemplo ordenar os setores baseado não apenas no valor observado ou valor esperado, mas definir a nova ordenação de acordo, por exemplo, com o critério $E[\underset{\sim}{m_i}] - d_i$, onde d_i é a diferença entre o limite superior e o limite inferior do intervalo de confiança para o multiplicador i. Dessa forma, o novo critério reflete a característica indesejável para o decisor, de se ter uma maior incerteza na valoração do multiplicador, preferindo-se uma ponderação entre valor esperado e variabilidade associada. Este caso é ilustrado com os resultados da tabela 2. O leitor deve notar a alteração da ordenação causada pela inclusão da medida de variabilidade no processo decisório. A atividade *Indústria extrativa mineral* (A_2) passa da segunda para a primeira colocação, um salto ainda maior é dado pela atividade *Serviços de informação* (A_8) que passa de sexto para segundo colocado e a atividade *Transporte, armazenagem e correio* (A_7) se mantém na posição de número três.

Desde que hipóteses ou avaliações sobre os *trade-offs* do decisor sejam estabelecidas, outros critérios podem ser construídos e novas ordenações encontradas.

Tabela 2: Novo *ranking* dos multiplicadores de produção para o Brasil 2005.

Atividade	**Valor esperado**	$E[\underset{\sim}{m_j}] - d_i$	**Rank**
A_1	1,83	1,28	7
A_2	1,92	1,52	1
A_3	2,24	1,30	6
A_4	1,75	1,31	5
A_5	1,75	1,24	9
A_6	1,44	1,27	8
A_7	1,27	1,36	3
A_8	1,71	1,37	2
A_9	1,49	1,27	8
A_{10}	1,09	1,05	10
A_{11}	1,67	1,34	4
A_{12}	1,53	1,34	4

Fonte: Elaboração própria.

4. Considerações finais

Neste artigo, a inserção da incerteza nos coeficientes técnicos do modelo insumo-produto foi discutida e intervalos de confiança para os multiplicadores de produção para o Brasil no ano de 2005 foram calculados. Mostrou-se assim, uma maior representação da realidade do sistema econômico nacional. Além disso, essa nova informação pode ser utilizada para criar novas regras de decisão, regras que incluam uma medida de dispersão dos multiplicadores.

A utilização dos multiplicadores criados a partir do modelo de insumo-produto estocástico não é difundida no Brasil. Dessa forma, a abordagem deste trabalho é, ao conhecimento dos autores, inédita no país.

A aplicação para outros multiplicadores (emprego, valor adicionado e renda) pode ser feita de forma semelhante. Abre-se assim, uma vasta gama de possibilidades quanto ao uso destas novas medidas em processos decisórios no âmbito do planejamento econômico.

Um problema ainda em aberto é como estimar os desvios padrões σ_{ij} dos coeficientes a_{ij}. Os autores esperam estimular a discussão sobre o uso do modelo estocástico.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao apoio financeiro do CNPq.

Anexo

Matriz dos coeficientes técnicos diretos Brasil - 2005. Fonte: IBGE (2008).

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_1	0,087980	0,001639	0,082845	0,000673	0,002817	0,000634
A_2	0,005968	0,057047	0,048429	0,030832	0,010049	0,000090
A_3	0,236977	0,137284	0,314600	0,055880	0,242281	0,054663
A_4	0,005046	0,039217	0,028580	0,220936	0,001900	0,016395
A_5	0,000006	0,013294	0,001219	0,000083	0,020328	0,000745
A_6	0,036847	0,020103	0,046367	0,010366	0,050537	0,022928
A_7	0,020762	0,100905	0,034520	0,016799	0,013000	0,044235
A_8	0,002688	0,035883	0,010724	0,012309	0,001701	0,013881
A_9	0,011330	0,019089	0,019585	0,013646	0,008530	0,019283
A_{10}	0,001054	0,006857	0,004564	0,002805	0,000718	0,021450
A_{11}	0,001997	0,054581	0,021745	0,043139	0,015620	0,055412
A_{12}	0,000807	0,003315	0,001946	0,005266	0,000923	0,002166

	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}
A_1	0,002458	0,000616	0,000367	0,000075	0,005412	0,001218
A_2	0,000254	0,000089	0,000045	0,000015	0,000237	0,000144
A_3	0,212063	0,053131	0,031683	0,006518	0,139179	0,049189
A_4	0,014005	0,014213	0,005129	0,000909	0,020269	0,014947
A_5	0,000147	0,004337	0,005958	0,022958	0,006028	0,023963
A_6	0,033923	0,011904	0,009041	0,001437	0,031151	0,011821
A_7	0,084248	0,021624	0,010296	0,001342	0,021095	0,008126
A_8	0,011309	0,163775	0,039234	0,001841	0,056385	0,044306
A_9	0,020529	0,023663	0,115650	0,003452	0,008751	0,069091
A_{10}	0,003810	0,023386	0,005494	0,003109	0,009044	0,015586
A_{11}	0,058370	0,089384	0,070116	0,010144	0,056902	0,068965
A_{12}	0,002840	0,002764	0,001857	0,000271	0,002166	0,002029

Numeração	**Atividades**
1	Agropecuária
2	Indústria extrativa mineral
3	Indústria de transformação
4	Produção e distribuição de eletricidade, gás e água
5	Construção
6	Comércio
7	Transporte, armazenagem e correio
8	Serviços de informação
9	Intermediação financeira, seguros e previdência complementar
10	Atividades imobiliárias e aluguel
11	Outros serviços
12	Administração, saúde e educação públicas

Referências

Beynon, M. J.; Munday, M. (2008). Stochastic key sector analysis: an application to a regional input-output framework. *The Annals of Regional Science*, v. 42, n. 4.

Dietzenbacher, E. (1995). On the basis of Multiplier Estimates. *Journal of Regional Science*, vol. 35, p. 377-390.

Dorfman, R.; Samuelson, P. A.; Solow, R. M..*Linear Programming and Economic Analysis*, Dover, New York, 1987.

Garhart, R. E., Jr. (1985). The Role of Error Structure in Simulations on Regional Input-Output Analysis. *Journal of Regional Science*, v. 25, p.353-366.

Goicoechea, A.; Hansen, D. R. (1978). An Input-Output Model with Stochastic Parameters for Economic Analysis. *AIIE Transactions*, v. 10, n. 3, p.285-291.

IBGE (2008). Matriz de Insumo-Produto Brasil 2000/2005. *Contas Nacionais*, Rio de Janeiro, n. 23.

Kop Jansen, P. S. M. (1994). Analysis fo Multipliers in Stochastic Input-Output Models. *Regional Science & Urban Economics*, v. 24, n. 1, p. 55-74.

Miller, R. E.; Blair, P. D.. *Input-Output Analysis: Foundations and Extensions*. 2. ed. Cambridge University Press, New York, 2009.

Quandt, R. (1958). Probabilistic Errors in the Leontief System. *Naval Research Logistics Quarterly*, v. 5, p.155-170.

Quandt, R. (1959) On the solution of probabilistic Leontief Systems. *Naval Research Logistics Quarterly*, v. 6, p.295-305.

Roland-Host, D. W. (1989). Bias and stability of multiplier estimates. *Review of Economics and Statistics*, v. 71, p.718-721.

Simonovits, A. (1975). A note on the underestimation and overestimation of the Leontief Inverse. *Econometrica*, v. 43, p.493-498.

ten Raa, T.; Rueda-Cantuche, J. M. (2007). Stochastic Analysis of Input-Output Multipliers on the Basis of Use and Make Tables. *Review of Income and Wealth*, Vol. 53, No. 2, pp. 318-334.

West, G. R. (1986). A Stochastic Analysis of an input-output model. *Econometrica*, v. 54, p.363-374.