HEURÍSTICA PARA MODELAGEM E MINIMIZAÇÃO DO CONSUMO DE COMBUSTÍVEL PARA ROTAS DE COLETA DE LIXO

Reinaldo S. Xavier
Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901 Belo Horizonte MG
rei2108@superig.com.br

Adriano C. Lisboa
ENACOM - Handcrafted Technologies
adriano.lisboa@enacom.com.br

Douglas A. G. Vieira
ENACOM - Handcrafted Technologies
douglas.vieira@enacom.com.br

Rodney R. Saldanha
Universidade Federal de Minas Gerais
rodney@cpdee.ufmg.br

RESUMO

Este trabalho propõe uma heurística para minimização do consumo de combustível em rotas de coleta de lixo urbano. A coleta consiste de um veículo e de um conjunto de empregados que devem atender as demandas existentes nos segmentos de ruas, respeitando as restrições existentes. O atendimento deve ser feito reduzindo os custos relativos inerentes, e tais custos dizem respeito principalmente à minimização do custo de combustível cuja característica não linear dificulta a elaboração de algoritmo eficaz para a sua solução. O propósito deste trabalho é apresentar uma solução de minimização de consumo de combustível, utilizando técnicas de programação linear associadas a métodos heurísticos. O modelo é validado em um conjunto de problemas-teste, e é aplicado em uma situação real onde se obteve uma redução de 5% no consumo de combustível.

PALAVRAS CHAVE. Coleta de lixo; heurística; roteamento em arcos.

ABSTRACT

This work proposes a heuristic to minimize the fuel consumption in urban waste collection routes that consists of a vehicle and a set of workers that should collect the demand along streets (edges), considering existing constraints. It is desired to reduce garbage collecting costs, and such costs refer mainly to the fuel consumption whose nonlinearity characteristic turns difficult to efficiently solve the problem. The purpose of this work is to present a heuristic for approximate solution to the fuel consumption minimization problem, using linear programming models. The model is validated in a set of testing-problems, including a real instance where a reduction of 5% in the fuel consumption was verified.

KEYWORDS. Garbage collection; heuristic; arc routing.

1. Introdução

A coleta de resíduos sólidos consiste em um veículo percorrer os segmentos de via e atender respectivas demandas, caracterizando um problema de roteamento em arcos. Na literatura existem várias publicações referentes ao desenvolvimento de modelos com objetivos variados. Em relação à coleta e transporte de resíduos sólidos, muitos trabalhos em vários países foram desenvolvidos. A seguir serão contextualizados alguns deles.

Tung & Pinnoi, (2000) formulam um método baseado em programação inteira mista com o objetivo de minimizar os custos operacionais das atividades de coleta de lixo em Hanói, Vietnã. O método heurístico utilizado consiste de duas fases. Na primeira fase é criada uma rota inicial, onde uma nova demanda é inserida na rota corrente, de acordo com a melhor economia que ela pode gerar. A segunda fase inicia-se a partir desta solução inicial obtida e consiste em remover uma sequencia de no máximo três nós e inseri-la em outra locação da mesma rota. Esse método é denominado Or-opt em homenagem a seu criador Or (1976).

Nuortioa et al. (2006) descrevem um modelo para planejamento de rotas de veículos para a coleta de lixo no oeste da Finlândia. A forma atual de coleta consiste em alocar contêineres distribuídos ao longo das ruas e o lixo nele contido deve ser coletado por veículos compactadores cuja capacidade não deve ser excedida. Existem diferentes tipos de lixo e eles são categorizados por contêineres. Somente um tipo de lixo pode ser coletado simultaneamente por cada veículo. Os veículos saem do depósito no início do dia de trabalho, devendo retornar antes do seu encerramento. No final do turno, o veículo está carregado com a coleta do dia e ele somente irá efetuar a descarga no aterro caso a sua carga seja maior do que 50% de sua capacidade. O dia de trabalho é de 08:00 horas, e caso exceda, os trabalhadores terão direito a horas extras. Além disso, são estabelecidos horários de almoço com duração de 30 minutos e dois horários para café, com duração de 15 minutos cada um deles. É proibida a coleta aos sábados e domingos e nos dias úteis ela ocorre entre 06:00 e 22:00 horas. O algoritmo de roteamento utilizado consiste de duas fases. A primeira encontra uma solução factível utilizando a heurística de inserção. Na segunda fase, é feita uma tentativa de melhorar a solução inicial obtida, com a metaheurística *guided variable neighborhood thresholding* (GVNT) de Kytojoki.

Teixeira et al. (2004) descrevem um planejamento de rotas de veículos para coleta de lixo urbano reciclável na costa central de Portugal. Técnicas heurísticas são utilizadas para tratar o modelo em três fases: definição da área geográfica a ser atendida pelos veículos, definição do tipo de coleta em cada dia do mês para cada uma das áreas definidas e a definição das rotas a serem utilizadas. Os resultados deste trabalho produzem uma economia considerável nos custos.

Mourão (2000) apresenta um trabalho que objetiva reduzir os custos de coleta de lixo em um bairro específico de Lisboa, Portugal. O modelo atual se inicia com um veículo que parte da garagem localizada fora do quarteirão e apanha a guarnição que está no seu interior. A primeira viagem é então iniciada e os resíduos sólidos são coletados ao longo das ruas até que o veículo atinja sua capacidade de carga. Neste momento, ele desloca-se ao aterro, situado fora do quarteirão, para descarga. O veículo retorna novamente ao quarteirão e inicia uma nova viagem. Na viagem final, a guarnição é deixada em sua base e ele retorna para a garagem. O objetivo do trabalho é obter um conjunto de rotas que minimiza o custo total, sendo usado o *capacitated arc routing problem* (CARP). A solução adotada consiste em utilizar um método denominado *lower bounding* (LB), que inicialmente gera uma relaxação para o problema e é construído todo o conjunto de viagens possíveis, estabelecendo um limite inferior. A seguir é utilizada a heurística "rotear primeiro agrupar depois", onde as restrições são consideradas e são geradas soluções factíveis. Esta heurística consiste em criar uma rota gigante que, em seguida, é dividida em um conjunto de rotas factíveis onde as restrições não são violadas. Essas restrições são: definição das viagens inicial e final, definição das viagens intermediárias, garantia da não formação de viagens ilegais, garantia da carga não exceder a capacidade do veículo e garantia que cada rua será atendida por uma e somente uma viagem.

Ong et al. (1990) desenvolvem uma heurística "rotear primeiro e agrupar depois" para utilização na coleta de lixo em Cingapura. Essa heurística consiste na construção de um ciclo, no qual todos os segmentos que possuem demanda são percorridos pelo menos uma vez. Este ciclo, denominado roteiro gigante, é obtido através do relaxamento das restrições associadas ao problema. Na fase seguinte esse roteiro é particionado em uma série de roteiros viáveis que possuem extensão compatível com o limite dado pelas restrições consideradas. Cada um dos roteiros viáveis resultantes consistirá em um caminho entre dois vértices distintos.

Kulcar (1996) apresenta um estudo que objetiva escolher a melhor maneira de se transportar resíduos sólidos em Bruxelas. Esse artigo utiliza uma metodologia que combina métodos de pesquisa operacional com engenharia de sistemas, e mostra como os custos de transporte podem ser minimizados em uma grande área urbana.

Eisenstein e Iyer (1997) apresentam um artigo que trata do planejamento de veículos para coleta de lixo em Chicago, EUA. Uma análise dos dados referentes à coleta de lixo nessa cidade mostra que os blocos diferem entre si no aspecto relativo ao quantitativo de lixo gerado. Independentemente disso, o sistema atual de coleta define que cada veículo deve visitar o aterro sanitário duas vezes por dia. O propósito do trabalho é planejar um esquema de roteamento, de forma que algumas rotas façam essa visita somente uma vez por dia, enquanto os demais continuam a realizá-la duas vezes diariamente, dependendo dos blocos que a elas forem designadas. Para modelar o trabalho foi utilizado o processo de tomada de decisões de Markov, que fornece as ferramentas matemáticas para modelar tomadas de decisão onde os resultados são parcialmente aleatórios e estão sob o controle do tomador de decisões.

Embora existam muitos trabalhos desenvolvidos e que dizem respeito à coleta de resíduos sólidos, nota-se que eles se referem a estudos que objetivam a minimização da distância. Nenhum deles faz alusão à questão da minimização do consumo de combustível que é a principal parcela controlável dos custos totais.

2. Enunciado do problema

O sistema de coleta de transporte de resíduos sólidos consiste de um veículo de capacidade limitada de carga, e uma guarnição responsável carregamento do veículo. O veículo atravessa os segmentos de via de cada rua ou avenida e atende a demanda despertada nas mesmas. Após atingir sua capacidade de carga, o veículo deve deixar a guarnição em um ponto da cidade, ir ao depósito/aterro, efetuar a descarga e retornar ao último ponto onde a guarnição ficou aguardando. A consideração da restrição de não levar a guarnição ao aterro deve-se a imposições legais de transporte de pessoas em carrocerias de veículos.

A coleta e transporte de resíduos sólidos é um problema de roteamento em arcos e consiste em determinar um caminho de custo mínimo através dos segmentos de uma determinada rede. A busca deste percurso implica em sua essência na minimização de custos. Nesse contexto, o consumo de combustível constitui uma importante parcela dos custos totais. Ele é uma função da velocidade de operação do veículo (e.g. velocidade de coleta, em trânsito urbano e em rodovias), da sua carga (e.g. cheio, vazio e carregando) e relevo (e.g. aclive, declive, plano). Sendo assim, relevo, carga e velocidade devem ser modelados para se contabilizar qual o consumo total de combustível que será obtido como um somatório de cada uma das situações descritas. A dificuldade em analisar o consumo de combustível deve-se ao fato dele possuir características não lineares, além do consumo de combustível depender da ordem na qual as ruas são percorridas, implicando em otimização de circuitos (ao invés de grafos) envolvendo funções não lineares. Uma formulação, cuja solução é exata ou rápida, para otimização de circuitos sobre um grafo é um problema altamente em aberto em otimização inteira.

3. Conceitos básicos

3.1. Grafos

Um grafo pode ser visto como uma representação gráfica de interdependência entre elementos que são identificados como nós ou vértices. Esses elementos são simbolicamente interligados através de um traço denominado aresta. No problema de coleta de lixo, as arestas representam os segmentos de via, e os vértices suas interseções, como mostrado na Figura 1. As rotas de coleta de lixo são circuitos sobre o grafo começando e terminando no nó depósito/aterro.

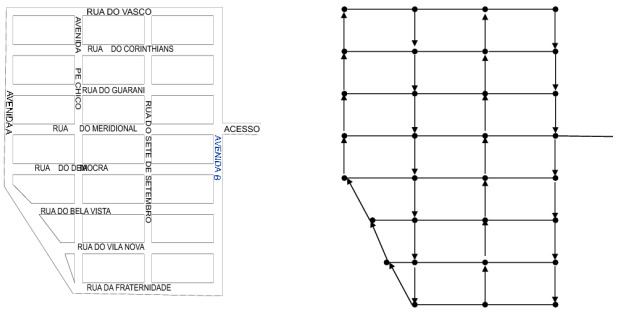

Figura 1. Mapa de ruas (esquerda) e respectiva representação em grafo (direita).

Dois nós em um grafo são ditos adjacentes se forem os extremos de uma mesma aresta. Um laço em um grafo é uma aresta com extremos no mesmo nó. Duas arestas que contém os mesmos extremos são chamadas de arestas paralelas. Um grafo é dito simples se ele não possui laços nem arestas paralelas. Um vértice isolado não é adjacente a qualquer outro vértice. O grau de um vértice é o número de arestas que o tem como extremo.

Um caminho de um vértice v_0 a um vértice v_k, é uma sequencia v_0, a_0, v_1, a_1, ..., v_{k-1}, a_{k-1}, v_k de vértices e arestas onde, para cada i, os extremos da aresta a_i são os vértices v_i e v_{i+1}. O comprimento de um caminho é o número de arestas que ele contém. Se uma aresta for usada mais de uma vez, ela deve ser contada tantas vezes quantas ela for usada.

Um grafo é dito conexo se houver um caminho entre quaisquer dois vértices do grafo. Um ciclo em um grafo é um caminho de algum vértice v_0 até v_0 de novo, de forma que nenhum vértice ocorra mais de uma vez no caminho, exceto v_0 que ocorre exatamente duas vezes. Quando um grafo é sem ciclos ele é dito ser acíclico. Um grafo é dito direcionado quando o sentido das ligações entre os vértices é importante. Neste caso as arestas são chamadas de arcos. Um grafo não-direcionado é definido como um conjunto de vértices e um conjunto de pares não-ordenados de vértices distintos, denominados arestas. Um grafo misto é definido como um conjunto de vértices, um conjunto de pares ordenados denominados arcos e um conjunto de pares não-ordenados denominados arestas. Um grafo é dito completo se existir ao menos uma ligação associada a cada par de vértices.

Ainda em relação a grafos, $G(V, E)$ denota um grafo não-direcionado, $G(V, \mathrm{A})$ denota um grafo direcionado, e $G(V, E, A)$ denota um grafo misto, onde $V = \{v_1, ..., v_n\}$ é um conjunto de n vértices, $E = \{e_1, ..., e_{me}\}$ é um conjunto de m_e arestas não-direcionadas, e $A = \{a_1, ..., a_{ma}\}$ é um conjunto de m_a arestas direcionadas (arcos). Uma aresta pode ser definida por qualquer par de vértices $v_i, v_j \in V$, denotada por (v_i, v_j), onde a ordem importa quando a aresta é direcionada.

Em relação à incidência em grafos,

$$\delta(S) = \{(v_i, v_j) \in E \mid v_i \in S, v_j \notin S\} \tag{1}$$

denota o conjunto de arestas incidentes ao conjunto de vértices S,

$$\delta^{+}(S) = \{(v_i, v_j) \in A \mid v_j \in S, v_i \notin S\} \tag{2}$$

denota o conjunto dos arcos chegando em S, e

$$\delta^{-}(S) = \{(v_i, v_j) \in A \mid v_i \in S, v_j \notin S\} \tag{3}$$

denota o conjunto dos arcos saindo de S. Para simplificar notação, quando v_i, $v_j \in S$, então a aresta é denotada como $(v_i, v_j) \in S$. De forma análoga, $(v_i, v_j) \notin S$ apenas quando v_i, $v_j \notin S$.

O grafo aumentado de um grafo misto $G(V, E, A)$ é denotado por $G(V, B)$, onde $B = \{b_1, ..., b_{2me+ma}\} = E^{+} \cup E^{-} \cup A$, $E^{+} = \{e_1^{+}, ..., e_{me}^{+}\}$ denota o conjunto de arestas em E orientadas em uma direção arbitrária, e $E^{+} = \{e_1^{-}, ..., e_{me}^{-}\}$ denota o conjunto de arestas orientadas no sentido oposto às em E^{+}. Para complementariedade, $b_i \in E^{+/-}$ denota a aresta orientada no sentido oposto à aresta $b_i \in E^{-/+}$.

3.2. Grafo Euleriano e circuito Euleriano

Um caminho ou um circuito é dito Euleriano se ele contém todas as arestas de um grafo. Um grafo que contém pelo menos um circuito Euleriano é um grafo Euleriano. Os teoremas clássicos mostrados a seguir estabelecem as condições de existência de circuito Euleriano.

Teorema 1 *Um grafo não-direcionado conexo possui um circuito Euleriano se e somente se o grau de todos os seus vértices é par.*

Teorema 2 *Um grafo direcionado conexo possui um circuito Euleriano se e somente se o número de arcos que entram e saem de cada vértice são iguais.*

Teorema 3 *Um grafo misto conexo possui um circuito Euleriano se e somente se o o número de arcos que entram e saem de cada vértice são iguais, considerando que cada aresta pode ser direcionada arbitrariamente.*

4. Formulação CPP

O problema do carteiro chinês (acrônimo CPP do inglês *Chinese postman problem*) consiste em um carteiro passar por um dado conjunto de ruas seguindo a rota de menor custo. Ele pode ser aplicado a grafos não-direcionados, direcionados ou mistos.

Para o grafo misto $G(V, E, A)$ e seu respectivo grafo aumentado $G(V, B)$, considere $c_j \geq 0$ o custo associado para passar no arco direcionado $b_j \in B$, e x_j o número de vezes que é necessário passar por b_j. O problema do carteiro chinês misto (acrônimo MCPP do inglês m*ixed Chinese postman problem*) pode ser formulado como

$$\text{minimize} \sum_{j=1}^{2m_e+m_a} c_j x_j \tag{4a}$$

$$\text{sujeito a} \sum_{j:b_j \in \delta^{+}(\{v_i\})} x_j - \sum_{j:b_j \in \delta^{-}(\{v_i\})} x_j = 0, \quad i = 1, \ldots, n \tag{4b}$$

$$x_j + x_j \geq 1, \quad \forall j : b_j \in E^{+} \tag{4c}$$

$$x_j \in \{0, 1, ...\}, \quad \forall j : b_j \in E^{+} \cup E^{-} \tag{4d}$$

$$x_j \in \{1, 2, ...\}, \quad \forall j : b_j \in A \tag{4e}$$

onde a restrição (4b) implica que $G(V, B)$ será um grafo Euleriano simétrico (número de arestas entrando em cada vértice é igual ao número de arestas saindo), e a restrição (4c) implica na passagem de pelo menos uma vez em cada aresta de E.

De maneira geral, o MCPP só pode ser resolvido em tempo não polinomial. Contudo, os problemas específicos onde $A = \varnothing$ (acrônimo UCPP do inglês *undirected Chinese postman problem*) e onde $E = \varnothing$ (acrônimo DCPP do inglês *directed Chinese postman problem*) podem ser resolvidos em tempo polinomial utilizando algoritmos de emparelhamento perfeito (algoritmo de Edmonds e algoritmo Húngaro, respectivamente) e de caminho mais curto sobre grafos (tipicamente o algoritmo de Dijkstra).

5. Formulação CARP

O problema de roteamento em arcos capacitados (acrônimo CARP do inglês c*apacitated arc routing problem*), assim como o CPP, é um problema de roteamento em arcos onde são levadas em conta restrições de capacidade do veículo e atendimento de demandas. Ele pode ser enunciado como: um veículo de capacidade limitada deve atender demandas em arcos seguindo as rotas de menor custo total.

Considere o grafo misto *G(V, E, A)* e seu respectivo grafo aumentado *G(V, B)*. Considere $c_j \geq 0$ o custo associado para passar no arco direcionado $b_j \in B$, e x_j o número de vezes que é necessário passar por b_j. Seja $w_j \geq 0$ a demanda em cada aresta b_j, onde $w_j = 0$ significa que b_j não tem demanda, e $W \geq \max w_j$ a capacidade do veículo. O veículo não precisa passar por todas as arestas em B. Ele tem apenas que atender as demandas. Considere o vértice v_0 sendo o depósito onde o caminhão descarrega, o qual deve pertencer a todas as rotas. O problema de roteamento em arcos capacitados misto (acrônimo MCARP do inglês *mixed capacited arc routing problem*) pode ser escrito como

$$\text{minimize} \sum_{j=1}^{2m_e+m_a} \sum_{k=1}^{q} c_j x_{jk} \tag{5a}$$

$$\text{sujeito a} \sum_{j:b_j \in \delta^+(\{v_i\})} x_{jk} - \sum_{j:b_j \in \delta^-(\{v_i\})} x_{jk} = 0, \quad i = 1,\dots,n, \quad k = 1,\dots,q \tag{5b}$$

$$\sum_{k=1}^{q} l_{jk} = 1, \quad \forall j : b_j \in A, w_j > 0 \tag{5c}$$

$$\sum_{k=1}^{q} \left(l_{jk} + l_{\bar{j}k} \right) = 1, \quad \forall j : b_j \in E^{+\cdot}, w_j > 0 \tag{5d}$$

$$\sum_{j=1}^{2m_e+m_a} l_{jk} w_j \leq W, \quad k = 1,\dots,q \tag{5e}$$

$$x_{jk} \geq l_{jk}, \quad k = 1,\dots,q, \quad \forall j : w_j > 0 \tag{5f}$$

$$\sum_{j:b_j \in \delta(\{v_0\})} x_{jk} \geq 2, \quad k = 1,\dots,q \tag{5g}$$

$$\text{ou} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j:b_j \in \delta(S)} x_{jk} \geq 2 \\ \sum_{j:b_j \in S} x_{jk} \leq |S| - 1 \end{array} \right\}, \quad k = 1,\dots,q, \quad \forall S \subset V \setminus \{v_0\} \tag{5h}$$

$$x_{jk} \in \{0, 1, \dots\}, \quad k = 1, \dots, q, \quad j = 1, \dots, 2m_e + m_a \tag{5i}$$

$$l_{jk} \in \{0, 1\}, \quad k = 1, \dots, q, \quad j = 1, \dots, 2m_e + m_a \tag{5j}$$

onde a variável l_{jk} sinaliza que a demanda w_j foi atendida pelo veículo k, e assim na implementação ela só é definida para arcos b_j onde $w_j > 0$. A restrição (5b) garante que o grafo

ótimo será Euleriano simétrico. As restrições (5c) e (5d) garantem que o veículo irá atender cada demanda em apenas uma das rotas. A restrição (5e) garante que a capacidade do veículo não será ultrapassada dentro de uma rota. A restrição (5f) garante que as rotas passarão pelas demandas. A restrição (5g) garante que todas as rotas incluirão o vértice depósito. Pelo menos uma das restrições (5h) satisfeita garante que as rotas serão conexas. É suficiente definir as restrições para $|S| = 2, ..., n - 2$.

De maneira geral, o MCARP só pode ser resolvido em tempo não polinomial.

6. Por que CPP e CARP não resolvem o problema do consumo de combustível?

O uso do problema do carteiro chinês para tratamento do consumo de combustível é limitado por dois motivos: ele não considera a capacidade do caminhão e sua formulação considera apenas o grafo Euleriano, não o circuito necessário para formular consumo de combustível. O CARP por sua vez considera a capacidade do veículo mas ainda não consegue formular consumo de combustível e restrição de guarnição pelo mesmo motivo do CPP.

O CPP pode ser utilizado para estabelecer um limite inferior para distância percorrida. O CARP também pode ser utilizado para estabelecer um limite inferior maior para distância percorrida, pois é mais restrito que o CPP. Entretanto, a complexidade de resolução do CARP é muito maior.

7. Implementação da heurística

As formulações para o problema do carteiro chinês e o problema de roteamento em arcos capacitados estão principalmente interessadas em minimizar a distância percorrida, não sendo consideradas restrições de cunho operacional como a capacidade do veículo e de deslocamento da guarnição.

Quando o assunto é o consumo de combustível, um aspecto de fundamental importância deve ser levado em apreciação, considerando que ele não é contemplado nas formulações do carteiro chinês e do roteamento em arcos capacitados: a ordenação das arestas. Esse mesmo fator impede a inserção da restrição da guarnição.

7.1. Desenvolvimento da heurística

O CPP e o CARP não podem ser usados de maneira direta, pois não atendem às restrições inerentes ao problema, não contemplando, portanto o objetivo principal do trabalho: a redução do consumo de combustível. Eles não tratam o ordenamento das arestas (circuitos), que é fundamental para escrever a função consumo de combustível e a restrição da guarnição. A ideia fundamental da heurística proposta neste trabalho é utilizar a solução do UCPP para definir um circuito global e adicionar caminhos de ida e volta ao depósito em todos os vértices em que o caminhão encher.

O desenvolvimento da heurística foi feito utilizando como base os algoritmos

```
Algoritmo: t = ucpp(E, c)
  Entrada: conectividade de arestas E do grafo e o custo c de cada uma delas.
    Saída: circuito de menor custo t do problema do carteiro chinês não-direcionado.

Algoritmo: T = shortestpath(E, c, v)
  Entrada: conectividade de arestas E do grafo, custo c de cada uma delas e o vértice
           raiz v.
    Saída: árvore, representada em um vetor T, com todos os caminhos mínimos para chegar
           até o vértice raiz.
```

O algoritmo da heurística pode ser escrito como

```
Algoritmo: [t, b] = gcph(E, c, w, W)
  Entrada: conectividade das arestas E, vetor de custo das arestas c, vetor de demanda
           das arestas w, capacidade de carga do veículo W.
    Saída: rota menor custo t, flag de coleta b.
           1. u = ucpp(E, c)
           2. T = shortestpath(E, c, 1)
           3. t = 1
           4. b = ∅
           5. wc = 0
           6. Para cada aresta ei em u
           7.        Se wi mais a carga atual wc ultrapassa W
           8.                concatene em t a ida e a volta ao depósito obtida em T
           9.                concatene em b zeros relativos a cada aresta nova
           10.       Fim Se
           11.       concatene em b o valor 1 para cada demanda wi coletada
           12.       concatene em t o nó atual de u
           13.       wi = 0
           14. Fim Para
```

7.2. O cálculo do consumo de combustível

A heurística descrita anteriormente se aplica em qualquer situação, sendo mais precisa quando o consumo de combustível apresentar uma relação linear com a distância percorrida, por exemplo, em regiões planas. Dois pontos fortes da heurística são: ela é tempo polinomial e a importante restrição da guarnição é satisfeita naturalmente.

Para que seja possível analisar o consumo de combustível, deve ser considerado que o movimento do veículo no exercício das suas atividades possui características distintas de consumo, em função da sua velocidade, seu quantitativo de carga e relevo.

Em relação à velocidade, o modelo define três condições em que o veículo trafega: "caminhão carregando" onde o veículo está efetivamente realizando suas atividades de carregamento (atendimento de demandas das arestas), "caminhão passando" onde o veículo percorre as arestas sem efetuar carga, e "caminhão sem guarnição" onde o veículo trafega sem guarnição. Quando o veículo está trafegando e simultaneamente carregando, ele o faz em velocidades baixas e variadas, tendo de permanecer parado por diversas vezes, seja para aguardar a guarnição efetuar a coleta de lixo, seja para efetuar a compactação do resíduo nele contido. Quando o veículo passa pelas arestas sem efetuar carga, ele o faz com uma velocidade constante, sem paradas, e o comportamento de consumo é bastante diferente da situação anterior. Há ainda a situação em que ele trafega sem guarnição (normalmente em rodovias), em movimento uniforme e com características de consumo também diferenciadas.

Em relação ao relevo, considera-se todo ele plano. Assim, o modelo matemático para relacionar o consumo de combustível q (l/km) às variáveis condição de navegação (relacionada à velocidade v no tempo) e peso w (kg) foi definido como

$$q(w,v) = [w \quad 1]\, Is \tag{6}$$

onde I é uma matriz 2×3 com coeficientes de polinômios de primeira ordem, e s é um vetor de seleção (todas componentes nulas exceto uma que é unitária) de polinômio em função da condição de tráfego do veículo.

7.3. Resultados obtidos na aplicação em um problema de teste pequeno

Para averiguar a funcionalidade da heurística desenvolvida, será mostrado a seguir um exemplo utilizando um grafo simples (mostrado na Figura 2), onde serão mostrados os resultados obtidos.

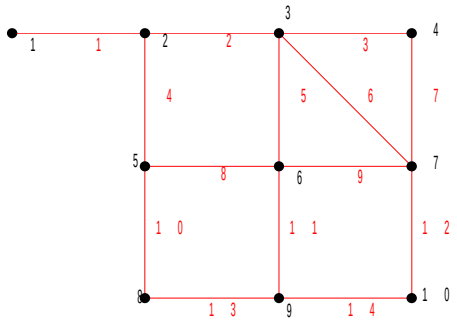

Figura 2. Grafo do problema teste simples.

Os valores dos dados de entrada são

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 3 & 3 & 4 & 5 & 6 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 7 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 9 & 10 \end{bmatrix}^T \tag{7a}$$

$$c = [1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 2^{1/2} \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1]^T \tag{7b}$$

$$w = [0 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1]^T \tag{7c}$$

$$W = 6 \tag{7d}$$

onde os nós que possuem grau ímpar necessitam do emparelhamento de custo mínimo para tornar o grafo Euleriano. O caminho

$$t_u = [1 \;\; 2 \;\; 3 \;\; 4 \;\; 7 \;\; 3 \;\; 6 \;\; 5 \;\; 8 \;\; 9 \;\; 6 \;\; 7 \;\; 10 \;\; 9 \;\; 6 \;\; 5 \;\; 2 \;\; 1] \tag{8}$$

representa um custo total de 17,414 e é um dos caminhos de menor custo que inicia e termina no vértice 1 (depósito) atravessando todas as arestas.

Considerando que existem restrições de cunho operacional não consideradas no UCPP, a heurística entra em cena para levá-las em conta. As arestas apresentam uma demanda dada pelos elementos do vetor w e o veículo possui uma capacidade limitada de carga W. A heurística então começa a seguir o caminho t_u e é implementada de tal forma que, caso o veículo suporte a demanda da próxima aresta definida no caminho t_u, então ele a atravessa e a atende. Caso contrário, ele deve retornar ao depósito para efetuar a descarga e retornar ao vértice em questão. Note que, como resultado, tanto a restrição de carga quanto a de guarnição são satisfeitas.

Para identificar o caminho mínimo para descarga no aterro, foi utilizada a implementação do algoritmo de Dijkstra de caminho mínimo. Esse algoritmo, cuja interface é dada por T = shortestspath(E, c, v), recebe a conectividade de arestas E com seus respectivos custos c, o vértice raiz v para onde se deseja o menor caminho, fornecendo como argumento de saída uma árvore T que contém o menor caminho de qualquer nó para o vértice raiz. Para o problema em questão, o valor de T é

$$T = [1 \;\; 1 \;\; 2 \;\; 3 \;\; 2 \;\; 3 \;\; 3 \;\; 5 \;\; 6 \;\; 7] \tag{9}$$

Como $W = 6$ e todas as demandas são unitárias, o veículo se enche cada vez que atende 6 demandas. Seguindo a rota t_u, ele se encherá pela primeira vez no nó 5. A partir de T, o caminho mínimo até o nó 1 (depósito/aterro) é

$$t_{min} = [5 \;\; 2 \;\; 1] \tag{10}$$

e portanto o circuito de ida e volta [5 2 1 2 5] é adicionado a t_u. A obtenção do caminho mínimo para outras subrotas é semelhante.

A heurística implementada fornece três subrotas como resposta, definidas por

$$t = [1\ \ 2\ \ 3\ \ 4\ \ 7\ \ 3\ \ 6\ \ \mathbf{5}\ \ 2\ \ 1\ \ 2\ \ 5\ \ 8\ \ 9\ \ 6\ \ 7\ \ 10\ \ 9\ \ 6\ \ \mathbf{5}\ \ 2\ \ 1\ \ 2\ \ 5\ \ 2\ \ 1] \tag{11a}$$

$$b = [0\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 1\ \ 0] \tag{11b}$$

As subrotas obtidas estão mostradas na Figura 3. Nelas existem duas setas (uma para cada direção) em cada aresta, que podem estar cheias ou vazias. Setas cheias indicam que o veículo passou por elas coletando as respectivas demandas. O número ao lado de uma seta indica o número de vezes que o veículo passou por ela para cumprir a subrota. O nó 5 em negrito indica que neste ponto há uma ida ao depósito.

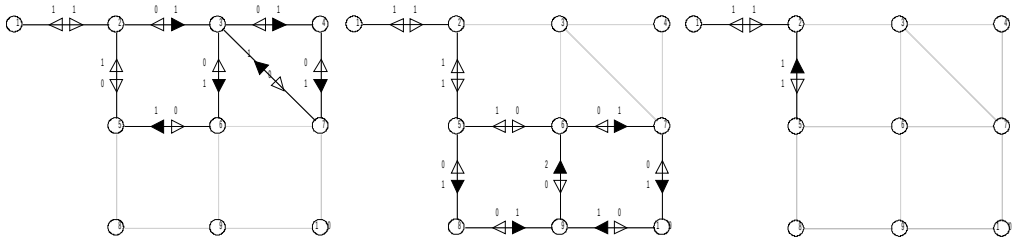

Figura 3. Subrotas.

Cada elemento $b_i \in \{0, 1\}$ do conjunto b indica a forma pela qual o veículo está trafegando naquele segmento. Se o valor for igual a 0 significa que o veículo atravessou o segmento em apreço sem efetuar carregamento, isto é, ele está somente passando. Se o seu valor for 1 indica que a demanda daquela aresta está sendo atendida. Essa informação é fundamental para definição do tipo de equação que será utilizada para o cálculo do consumo de combustível.

O cálculo do consumo de 4,876 litros para uma distância total de 25,414km foi feito considerando o caminho obtido pela heurística e a função $q(w, v)$ (6), onde

$$I = \begin{bmatrix} 9{,}111\times10^{-8} & 8{,}000\times10^{-8} & 4{,}222\times10^{-8} \\ 2{,}200\times10^{-4} & 1{,}900\times10^{-4} & 1{,}600\times10^{-4} \end{bmatrix} \tag{12}$$

8. Aplicação em Montes Claros

A heurística foi aplicada em uma situação real, sendo escolhido o distrito Maracanã na cidade Montes Claros, MG. Foi feito um levantamento em campo dos comprimentos das ruas e demandas das arestas. Foram também calculados em campo os valores da distância percorrida e consumo de combustível de acordo com a prática sem otimização. Utilizando a heurística proposta neste artigo, foram obtidas duas subrotas (ver Tabela 1).

Tabela 1. Comparação dos resultados.

	sem otimização	com heurística de otimização
distância percorrida (km)	43,20	41,04
consumo de combustível (l)	15,46	14,51

Considerando os dados da Tabela 1, pode-se estimar a economia de combustível ao longo do tempo. O veículo realiza três viagens semanais, o que implica em 156 viagens anuais. O consumo de combustível anual no modelo atual é de 2411,76 litros. No modelo proposto o consumo é de 2263,56 litros, resultando em um ganho de 148,2 litros. Para um total de 18 distritos e supondo todos com a mesma frequência, a economia anual é 2667,6 litros. Em valores

financeiros, considerando o preço do óleo diesel igual a US$0,98, tem-se uma economia de US$ 2614,25. A otimização de rotas de coleta de lixo traz ainda outros bons resultados que às vezes não aparecem perceptíveis ou mensuráveis. Podem ser citados, dentre eles, um menor custo de operação, uma melhoria da poluição ambiental, maior disponibilidade da frota para manutenção, menor desgaste da frota, e maior agilidade e flexibilização para definição de novos roteiros de acordo com as demandas.

9. Conclusão

Através dos dados mostrados na Tabela 1, observa-se que a heurística reduz o consumo de combustível em 8,2% se descontado o trecho de acesso ao aterro. Isso significa que é possível otimizar roteiros e reduzir custos operacionais, sem a necessidade de qualquer investimento adicional, mas tão somente otimizando os processos atualmente praticados. Na revisão bibliográfica muito se falou na redução de custos, mas em nenhum dos trabalhos estudados se faz menção ao consumo de combustível. O fato de buscar a sua otimização, que é uma função não linear, a partir de métodos de programação linear, torna-se uma alternativa razoável.

Se aplicado nos dezoito distritos de Montes Claros, o sistema acarretaria uma redução semanal aproximada de 54 litros semanais de combustível ou uma redução mensal de aproximadamente 234 litros, o que torna uma economia bastante significativa. A redução na distância percorrida implica em uma menor deterioração dos veículos de coleta, que apesar de não possuir uma medida direta, representa um ganho evidente. Há de se considerar ainda que o modelo desenvolvido pode ser utilizado em outras localidades, fazendo-se necessário apenas pequenas adaptações nos dados de entrada que são peculiares a cada situação específica.

O exemplo utilizado na aplicação do modelo constitui um sistema simples onde é fácil um observador planejar e desenhar rotas perto do ótimo. Mesmo assim foi possível obter ganhos expressivos na comparação com rotas praticadas atualmente sem otimização. É bastante interessante aplicar a heurística em situações mais complexas, onde outras variáveis, além do peso e velocidade, irão exercer influência no consumo de combustível. Parâmetros tais como, aclives/declives acentuados, sazonalidade, ruas mal planejadas, dentre outros, devem ser considerados.

Referências bibliográficas

Amponsah, S.K., Sahli, S. The investigation of a class of capacitated arc routing problems: the collection of garbage in developing countries, waste management, to appear, 2004.

Edmonds, J. Johnson, E. Euler tours and the Chinese postman, Mathematical programming, v. 5, p, 88-124, 1973.

Eiselt, H. A. Gendreau, M. Laporte, G. Arc routing problems, part I: The Chinese postman problem. Operations Research, v. 43, n.2, p. 231-242, mar-apr. 1995.

Eisenstein, D., D. Iyer, A. V. Garbage collection in c, 1997.

Goldbarg, M.C., Luna, H.P.L. (2005) Otimização Combinatória e Programação Linear, 2. ed. Editora Campus.

Golden, B.L., Wong, R.T. Capacitated Arc Routing Problems, Networks, v. 11, p. 305-315, 1981.

Kulcar, V. Optimizing solid waste collection in Brussels, European Journal of Operational Research,vol. 90, p. 71-77, 1996.

Kytojoki, J., Nuortio, T., Braysy, O. Two efficient metaheuristics for huge scale vehicle routing problems, Technical report, Department of Environmental Sciences, University of Kuopio, Finland, 2004.

Mourão, M. Lower-bounding and heuristic methods for collection vehicle routing problem, European Journal of Operational Research, vol. 121, p. 420-434, 2000.

Nuortioa, T., Kytojokib, J., Niskaa, H., Braysy, O. *Improved route planning and scheduling of waste collection and transport.* Expert Systems with Applications, vol. 30, p. 223-232, 2006.

Ong, H. L., Goh, T., N., Poh, K., L. A computerized vehicle routing system for refuse collection. Advances in Engineering Softwares, vol. 12, p. 54-58, 1990.

Or, I., Traveling salesman type combinatorial problems and their relation to the logistic of blood banking. PhD thesis, Department of Industrial Engineering and Management Science, Northwestern University, 1976.

Teixeira, J. Recyclable waste collection planning: a case study, European Journal of Operational Research, 2004.

Tung, D. V., Pinnoi, A. Vehicle routing-scheduling for waste collection in Hanoi. European Journal of Operational Research, v. 125, p. 449-468, 2000.