

POSICIONAMENTO DE SENSORES CONSIDERANDO FACILIDADES COM CARACTERÍSTICAS DISTINTAS

Maria José Pinto Lamosa

Mônica Maria De Marchi

Instituto de Estudos Avançados (IEAv)

Divisão de Geo-Inteligência (EGI)

Subdivisão de Sistemas de Apoio à Decisão (EGI-A)

Caixa Postal 6044, CEP 12228-970, São José dos Campos, SP

e-mails: [maju, monica]@ieav.cta.br

Daniel Merli Lamosa

Universidade de Taubaté (UNITAU)

Av. Marechal Deodoro, 605, Jardim S^{ta} Clara, CEP 12080-000, Taubaté, SP

e-mail: daniel.lamosa@unitau.br

RESUMO

O problema de posicionamento de sensores, considerando limitação na quantidade a serem instalados, pode ser visto como um problema de localização de facilidades de máxima cobertura (MCLP, do inglês *Maximum Covering Location Problem*), onde as facilidades são os sensores e o objetivo é determinar o posicionamento dos mesmos de forma a maximizar a área de cobertura de uma região. Neste trabalho, consideramos que as facilidades possuem características distintas. Com isto, busca-se determinar o melhor posicionamento das diferentes facilidades, respeitando-se a limitação individual disponível. Formulamos o problema matematicamente e sugerimos um algoritmo GRASP (do inglês, *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures*) para resolvê-lo. Resultados preliminares são apresentados.

PALAVRAS CHAVE. Problema de localização de máxima cobertura. GRASP. Facilidades distintas. Logística & Transportes.

ABSTRACT

The problem treated in this paper concerns the sensors deployment. It can be seen as Maximum Covering Location Problem (MCLP) where the facilities are sensors and the goal is to determine where to deploy them in order to maximize the coverage area in a region. In this work, is considered facilities with different specifications, then it is necessary to seek out deployments for each sensor type, respecting the number of sensors available. We formulated the problem mathematically and suggested a GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedures) algorithm to solve it. Preliminary results are presented.

KEYWORDS. Maximum covering location problem. GRASP. Distinct facilities. Logistic & Transport.

1. Introdução

Problemas de localização, em geral, tratam de decisões sobre onde localizar facilidades em uma rede, considerando que existem clientes (demandas) a serem atendidos, de forma a otimizar um determinado critério (Daskin, 1995; Goldbarg e Luna, 2000). O termo “facilidades” pode se referir à fábricas, depósitos, escolas, etc., enquanto que o termo “clientes” pode se referir, respectivamente, a depósitos, unidades de vendas, estudantes, etc. Mais especificamente, no problema de localização de máxima cobertura (MCLP, do inglês *Maximum Covering Location Problem*), um número pré-definido de facilidades deve ser distribuído de forma a maximizar o número de demandas a serem atendidas.

O problema de localização de sensores pode ser caracterizado como um MCLP pois, dado um conjunto inicial de localizações candidatas, busca-se determinar o melhor posicionamento de um número pré-definido de sensores, visando maximizar a área de cobertura de uma certa região.

Como em trabalhos anteriores (De Marchi *et al.*, 2005; Medeiros *et al.*, 2005; Lamosa *et al.*, 2008; Lamosa e De Marchi, 2009, Lamosa *et al.*, 2009), ilustraremos este estudo no contexto de vigilância do espaço aéreo, considerando os sensores como sendo os radares de vigilância. Até o momento, por simplificação, os radares (sensores) foram tratados com sendo de um mesmo tipo. Entretanto, na prática, a decisão sobre esta localização pode envolver radares com diferentes características (área de visada e alcance, por exemplo), que podem resultar em coberturas diferentes para um mesmo ponto de instalação, como ilustra a Figura 1.

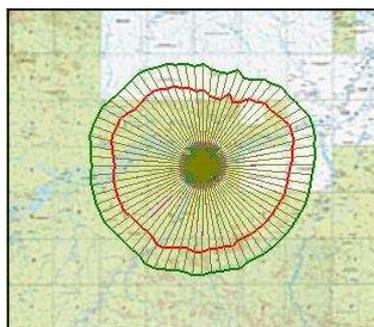


Figura 1: Cobertura gerada por tipos distintos de radares no mesmo ponto de instalação.

Neste cenário, quando se considera a cobertura conjunta de sensores com características diferentes, pode ser interessante não alocar um sensor em um determinado ponto, mesmo gerando uma cobertura individual melhor, pelo resultado das interseções das coberturas geradas pelo conjunto de sensores. Com isto, este trabalho busca otimizar o posicionamento de diferentes tipos de sensores (radares), com o intuito de aumentar a eficiência da cobertura total resultante deste posicionamento.

Para tratar o problema considerando este enfoque, formulamos o problema matematicamente (veja seção 2) e, devido a complexidade para tratá-lo utilizando esta formulação, sugerimos resolver o problema utilizando o GRASP. Detalhes sobre o algoritmo implementado estão apresentados na seção 3. Na seção 4, são apresentados os resultados computacionais e, na seção 5, são feitas algumas considerações finais.

2. Formulação do MCLP com facilidades distintas

A formulação do problema a ser tratado neste trabalho baseia-se na formulação de Churchi e Reville (1974) para o MCLP com adaptações necessárias para considerar um conjunto

K de tipos distintos de facilidades a serem localizadas. Neste caso, o objetivo do problema consiste em definir a posição para instalar cada tipo de facilidade disponível, para que se tenha uma máxima cobertura total. Uma primeira abordagem para formular o problema é posicionar cada diferente tipo de facilidade em um possível ponto de instalação e considerar cada área de cobertura gerada de forma individual. A dificuldade neste caso é o aumento da complexidade do problema, pois um número maior de posições deverá ser considerado. Mais especificamente, se tivermos inicialmente N possíveis pontos de instalação das facilidades, passaremos a ter $S=K \times N$ pontos a serem considerados, efetivamente.

Além disso, a formulação original precisa ser alterada para levar em consideração o número máximo de cada tipo de facilidade para que este limite seja respeitado. Com isto, o MCLP, considerando a instalação de facilidades com características distintas, pode ser formulado como segue.

$$\max \sum_{i \in M} y_i \quad (1)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{k \in K} \sum_{j \in N} a_{ijk} x_{jk} \geq y_i \quad i \in M \quad (2)$$

$$\sum_{j \in N} x_{jk} = p_k \quad k \in K \quad (3)$$

$$x_{jk} \in \{0, 1\} \quad \begin{matrix} j \in N \\ k \in K \end{matrix} \quad (4)$$

$$y_i \geq 0 \quad i \in M \quad (5)$$

onde:

M representa a quantidade de pontos de demanda a serem atendidos;

N representa a quantidade de pontos de instalação candidatos;

K representa a quantidade de tipos distintos de facilidades disponíveis para serem instaladas;

p_k representa o número máximo de facilidades a serem instaladas do tipo k , $k = 1, \dots, K$;

a_{ijk} matriz de cobertura para cada facilidade, ou seja, terá valor 1 se o ponto de demanda i ($i = 1, \dots, M$) estiver coberto pela facilidade do tipo k ($k = 1, \dots, K$) se esta for instalada no ponto j ($j = 1, \dots, N$) e, terá valor 0, caso contrário;

x_{jk} variável de decisão que terá valor 1, se uma facilidade do tipo k ($k = 1, \dots, K$) for instalado no ponto j ($j = 1, \dots, N$) e terá valor 0, caso contrário;

y_i variável de decisão que terá valor 1, se a demanda do ponto i ($i = 1, \dots, M$) será atendida e terá valor 0, caso contrário.

A função objetivo busca maximizar a quantidade de pontos de demanda a serem atendidos. As restrições (2) associam as variáveis x_{jk} e y_i de forma que, se for definido que a facilidade do tipo k será instalada no ponto j ($x_{jk} = 1$) e esta facilidade cobre o ponto de demanda i ($a_{ijk} = 1$), então a cobertura deste ponto de demanda está garantida ($y_i = 1$). As restrições (3) garantem que será instalada exatamente a quantidade máxima disponível de cada facilidade do tipo k ($k = 1, \dots, K$). As restrições (4) e (5) correspondem às condições de integralidade das variáveis de decisão.

A aplicação desta formulação para resolução do problema de localização de radares de vigilância, considerando facilidades com características distintas, pode ser feita utilizando, por exemplo, o pacote comercial CPLEX (CPLEX, 2010) ou o não-comercial GLPK (GLPK, 2010). Para isto, uma opção seria transformar as áreas de cobertura de sinais de radares em pontos de demanda através da aplicação de uma malha sobre a região. Mas este tipo de abordagem poderá não garantir a otimalidade da solução, apesar do método exato utilizado, uma vez que a solução obtida será representada por pontos enquanto o que se deseja é a área total gerada pelo conjunto

de radares escolhido. Uma outra dificuldade é que, da mesma forma que na formulação original do MCLP, à medida que o tamanho do problema aumenta (de acordo com os valores de N , M e p), a resolução do problema através de programação inteira pode se tornar computacionalmente difícil. Neste caso, em especial, o valor de K (total de tipos de facilidades distintas) também deverá ser considerado nesta análise, pois a medida que K cresce, o total de pontos a serem considerados também cresce.

Objetivando considerar as áreas individuais dos sinais de radares como restrição do problema e, ao mesmo tempo, maximizar a área de cobertura conjunta, uma possibilidade é utilizar uma abordagem heurística e optamos pelo método GRASP.

3. GRASP

O GRASP foi inicialmente descrito por Feo e Resende (1989) e consiste de um método de busca adaptativo guloso e aleatório, que visa apresentar diferentes soluções através de um procedimento composto de duas fases: na primeira constrói-se uma solução inicial míope para o problema em análise a qual, na segunda fase, é feito um procedimento de melhoria da solução corrente.

Na literatura encontram-se vários mecanismos de construções míopes (Resende e Velarde, 2003; Festa e Resende, 2009a e 2009b), que consideram a inserção individual dos elementos na solução obtendo-se, a cada passo, uma solução parcial. No caso de uma função míope, por exemplo, cada candidato é escolhido pela sua contribuição para a solução parcial (também conhecida como função gulosa). Outra forma de escolha dos elementos pode ser feita aleatoriamente a partir de uma Lista Restrita de Candidatos (LRC), gerada de forma míope e dando ao processo uma característica probabilística. No caso da escolha aleatória, Resende e Velarde (2003) apresentam alguns tipos de procedimentos que podem ser utilizados. A seguir, citamos alguns:

- LRC baseada na cardinalidade: o próximo candidato é escolhido de forma aleatória, a partir da lista míope gerada;
- LRC baseada em valor: a lista de candidatos é gerada a partir de uma função míope e de uma constante real c , cujo valor se encontra no intervalo 0 e 1 (se $c = 0$ o processo de seleção é míope; se $c = 1$ o processo de seleção é totalmente aleatório). Segundo Resende e Velarde (2003), o valor de c dentro deste intervalo garante uma convergência rápida do algoritmo míope e uma diversidade de soluções.
- LRC aleatória e míope: neste processo, metade dos candidatos são escolhidos aleatoriamente e os demais através de um algoritmo míope;

Esta fase do processo permite que diferentes soluções sejam geradas a cada iteração GRASP. Mas estas soluções iniciais do GRASP não são necessariamente ótimos locais (Resende e Velarde, 2003). Como consequência, faz-se necessária a aplicação de um procedimento de busca local para tentar melhorar as soluções obtidas na fase construtiva. Esta busca realiza sucessivas trocas da solução corrente, sempre que uma melhor solução é encontrada na vizinhança. Este procedimento termina quando nenhuma solução melhor é encontrada. O critério de parada pode ser o número máximo de iterações ou o tempo máximo de execução.

Para resolver o problema através da meta-heurística GRASP as seguintes variáveis, além das já definidas, foram utilizadas:

LRC	Lista de p posições, escolhidas entre as N possíveis de instalação das facilidades. Corresponde à Lista Restrita de Candidatos, do método GRASP;
L	Lista ordenada dos pontos de instalação de facilidades, considerando cada tipo de radar, ou seja, L possuirá $K*N$ elementos;
LRC_{aux} , L_{aux} , aux	Variáveis que auxiliam a construção da solução inicial;
$Tabu$	Lista com p posições que conterà os pontos de instalação de radares que serão considerados tabu, ou seja, que não poderão fazer parte da solução por

	um número de iterações;
S	Vetor que conterà, em cada iteração, a localização das p facilidades;
S^*	Vetor que indicará a localização final dos p radares;
C	Conterà o valor da cobertura gerada pelos pontos de S^* , ou seja, representa o valor da função objetivo do problema (1)-(5);
it	Contador para o número de iterações do método;
it_max	Número máximo de iterações do método;
it_max_igual	Número máximo de iterações que a solução corrente não sofre alteração.

O mecanismo de construção míope da LRC, utilizado neste trabalho, gera a cada iteração um valor aleatório que define o processo de seleção tentando garantir uma diversidade na LRC. No procedimento de melhoria, na segunda fase do GRASP, utilizaremos uma lista Tabu. A seguir é apresentado o pseudocódigo do algoritmo GRASP proposto para resolução do MCLP considerando o enfoque descrito anteriormente.

Faça: $S^* = \{ \}$; $Tabu = \{ \}$, $C = 0$, $it = 0$;

1. Faça: $S = \{ \}$, $LRC = \{ \}$, $L = \{ \}$, $aux = 0$;

{Construção da solução inicial e das listas L e LRC }

2. Faça: $k = 1$ e $aux = aux + p_k$;

3. Faça $L_{aux} = \{ \}$ e $LRC_{aux} = \{ \}$. Ordene os N possíveis pontos de instalação de facilidades e coloque-os em L e em L_{aux} . A ordenação é feita de acordo com a cobertura gerada pelo radar do tipo k em cada ponto de instalação;

4. Escolha, aleatoriamente, p_k posições dentre as N disponíveis na lista L_{aux} e coloque-as na lista LRC_{aux} ;

5. Calcule a cobertura gerada pela união dos elementos do conjunto S com a posição r , $r \in LRC_{aux}$. Considere r_max , a posição que retorna a maior cobertura;

6. Faça: $S = S + \{r_max\}$; $LRC_{aux} = LRC_{aux} - \{r_max\}$ e $L_{aux} = L_{aux} - \{r_max\}$;

7. Determine uma nova posição para ser colocada na lista LRC_{aux} no lugar de r_max . Para isto, selecione a primeira posição s da lista L_{aux} ;

8. Se a solução S já possuir aux posições, faça: $k = k + 1$. Senão, retorne ao passo 5;

9. Se $k \leq K$, inclua os elementos da lista LRC_{aux} na lista LRC e retorne ao passo 3.

{Busca Tabu}

10. Coloque a k -ésima posição na lista $Tabu$, onde k é a posição que, ao ser eliminada de S , resulta ainda na maior área coberta. Considere t o tipo do radar cuja posição foi considerada tabu;

11. Insira a r -ésima posição da lista LRC no vetor S , onde r é a posição da lista LRC do tipo t que, se for colocada em S retorna a maior área coberta;

12. Determine uma nova posição para ser colocada na lista LRC no lugar de r . Para isto, selecione a primeira posição s da lista L do tipo t , tal que $s \notin [LRC, S, Tabu]$;

{Atualização da Solução}

13. Atualiza a solução final (vetor S^* e variável C), se a solução gerada for melhor que a solução armazenada;

14. Faça $it = it + 1$. Se $it = it_max$, pare o algoritmo e apresente a melhor solução obtida até o momento;

15. Se a solução gerada não foi atualizada por it_max_igual retorne ao passo 1, senão retorne ao passo 10;

Consideramos: $it_max = 100$ e $it_max_igual = 2 \times \sum_{k=1}^K p_k$.

Para gerar a cobertura dos radares utilizamos a biblioteca GPC, baseada no método de “recorte” de polígonos proposto por Vatti (1992). Este método recebe os pontos que definem a

envoltória dos radares e retorna a cobertura individual e/ou conjunta destes radares.

4. Resultados Computacionais

O algoritmo GRASP foi implementado em C++ e utilizou-se a Plataforma AEROGRAF (Petersen *et al.*, 2008) para visualização do resultado. A Plataforma encontra-se em desenvolvimento e sua arquitetura baseia-se no conceito de componentes do tipo *plug-ins*, que são adicionados à uma estrutura de desenvolvimento denominada *framework*. Este *framework* fornece as principais funcionalidades requeridas nas tarefas de visualização de um cenário georeferenciado em 2 e 3 dimensões como, por exemplo, a troca automática dos mapas de plano de fundo de acordo com o grau de *zoom* especificado (Petersen *et al.*, 2008). A Figura 2 mostra a interface da Plataforma.

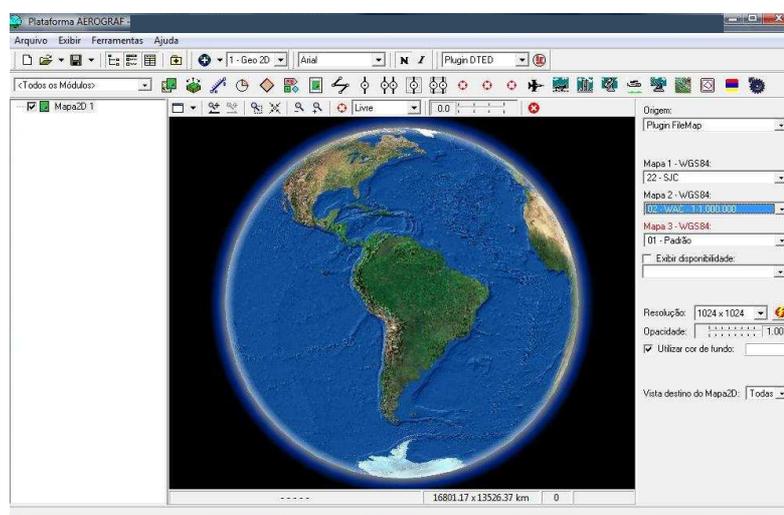


Figura 2: Interface da Plataforma AEROGRAF.

A Figura 3 mostra a região (definida pelo retângulo em destaque) a ser considerada e que deverá ser coberta (protegida) pelos radares. Para facilitar a visualização das próximas figuras, focalizaremos somente a região de estudo neste trabalho (área dentro do retângulo).

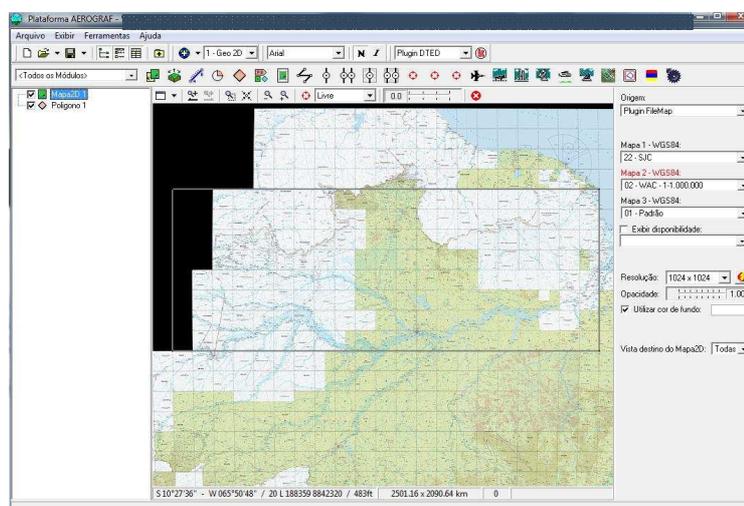


Figura 3: Visualização da região em estudo dentro da Plataforma AEROGRAF.

Foram gerados aleatoriamente 25 pontos candidatos à instalação dos radares ($S = 25$), cuja localização, dentro da região em estudo, pode ser visualizada na Figura 4.

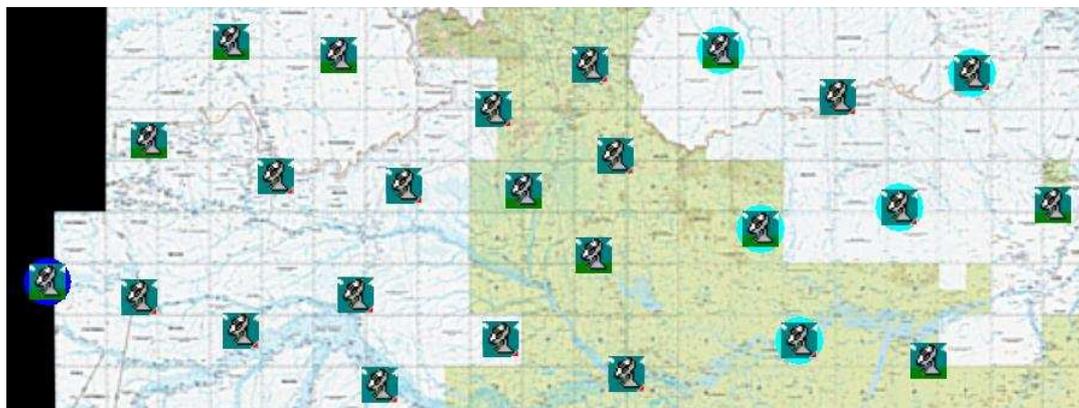


Figura 4: Posições candidatas à instalação dos radares.

Foram considerados 2 tipos distintos de radares, sendo idênticas as seguintes características:

alcance: 360 km;
altura da torre: 1 m;
azimute inicial: 0° ;
azimute final: 360° ;
Amostragem: 5° .

A alteração feita foi somente na área de visada do radar, onde consideramos:

Tipo 1:

feixe superior: 88° ;
feixe inferior: -10° .

Tipo 2:

feixe superior: 30° ;
feixe inferior: $0^\circ 30'$.

O valor definido em “Amostragem” refere-se ao intervalo que será feita a visualização da área coberta pelo radar (neste caso, de 5 em 5 graus). Os valores definidos do azimute inicial e final indicam que a visualização será feita em todo o entorno do radar, ou seja, de 0 a 360 graus.

Cada tipo de radar foi posicionado nos pontos de instalação candidatos e as Figuras 5 e 6 mostram as áreas de visibilidade (envoltórias) obtidas, respectivamente, para cada tipo de radar.

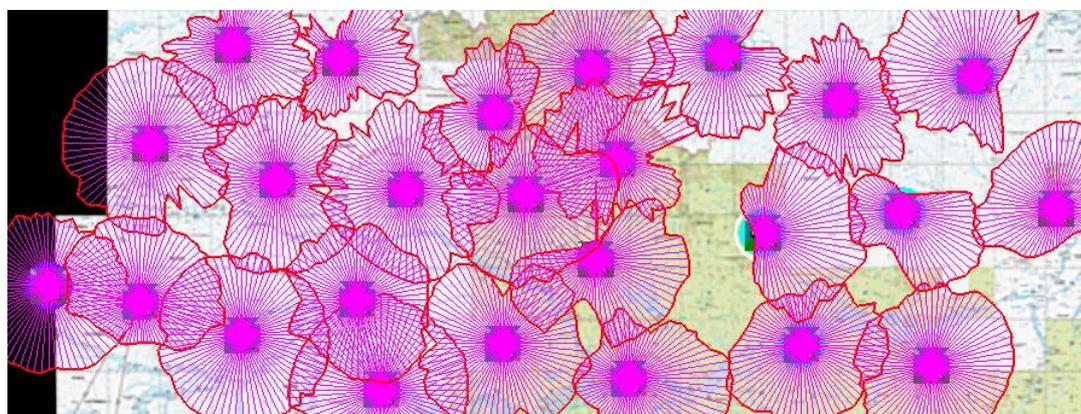


Figura 5: Envoltória dos radares do tipo 1 em cada posição candidata.

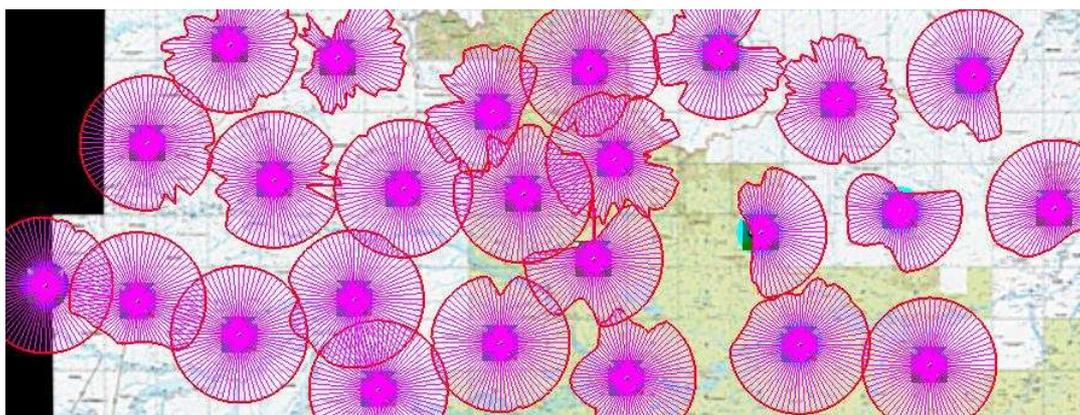


Figura 6: Envoltória dos radares do tipo 2 em cada posição candidata.

Os possíveis pontos de instalação de radares e suas áreas de visibilidade foram gerados através do *plug-in* PDA (Planejamento de Defesa Aeroespacial) da Plataforma AEROGRAF. Entre várias outras funcionalidades (veja Novackoski, 2004), o PDA gera a área de intervisibilidade, dada uma determinada altitude, considerando as características dos radares e as limitações impostas pelo relevo do terreno. Para considerar o relevo, a Plataforma utiliza o MNE (Modelo Numérico de Elevação) fornecido pela NIMA (*National Imagery and Mapping Agency*), com resolução de 90 metros.

A partir da informação das áreas de visibilidade de cada radar é que se aplicou o método de solução GRASP neste problema. Num primeiro teste, consideramos um limite de 2 radares do tipo 1 e 3 radares do tipo 2 (totalizando 5 radares a serem alocados). A configuração final obtida pelo método GRASP está apresentada na Figura 7.

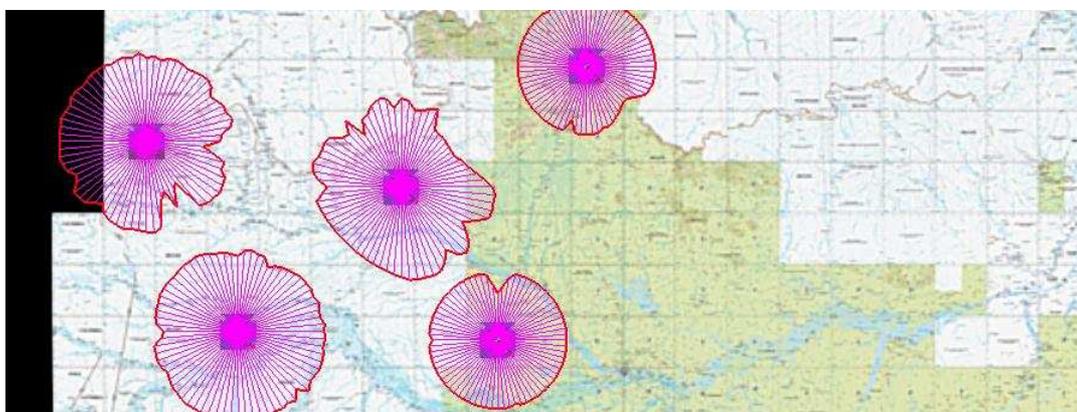


Figura 7: Solução obtida pelo GRASP com os 5 radares posicionados.

No segundo teste, consideramos um limite de 6 radares do tipo 1 e 4 radares do tipo 2 (totalizando 10 radares a serem alocados). A configuração final obtida pelo método GRASP está apresentada na Figura 8.

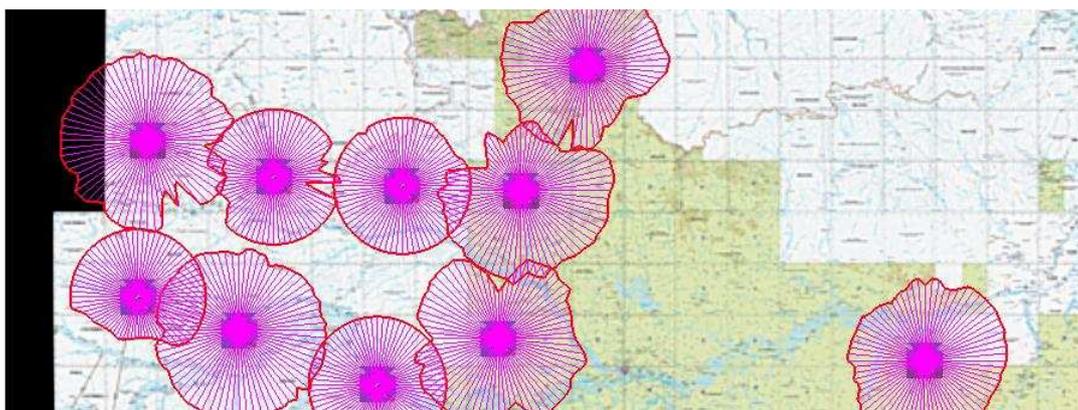


Figura 8: Solução obtida pelo GRASP com os 10 radares posicionados.

Ressaltamos que o resultado apresentado foi obtido a partir de um conjunto de 50 simulações do método GRASP e representa a solução que retornou a maior área de cobertura dos sinais dos radares, podendo ou não corresponder à solução que ocorreu o maior número de vezes. O tempo computacional médio para o método GRASP determinar a solução final, considerando o conjunto de 50 simulações, foi de aproximadamente 17 segundos para o primeiro teste e 131 segundos para o segundo teste. Os testes foram feitos em um microcomputador Intel Corel 2Duo 3.0GHz e 4GB de RAM.

5. Considerações Finais

Neste trabalho buscamos tratar o problema de localização de sensores considerando sensores com características distintas. A determinação do melhor posicionamento destes sensores em uma determinada região é importante pois, dependendo das características do sensor, o local a ser instalado pode ser modificado de forma a aumentar a eficiência da cobertura conjunta dos sensores instalados.

Para tratar o problema propomos um algoritmo heurístico, baseado na metodologia do GRASP. O algoritmo foi aplicado em uma região considerando somente 2 casos de teste com o objetivo de ilustrar a aplicação do método. Novos testes serão realizados e nossa expectativa é que o método proposto seja capaz de encontrar boas soluções para o problema num tempo computacional aceitável, como ocorreu nos testes apresentados.

O resultado deste trabalho pode ser usado para apoiar o processo decisório no contexto de vigilância e monitoramento do espaço aéreo, determinando o percentual de área coberta utilizando um conjunto de sensores (neste caso, radares), permitindo que áreas de vulnerabilidade sejam identificadas ou em uma análise para aquisição de novos equipamentos.

Para aprimorar os resultados obtidos, sugerimos incorporar ao modelo, além do MNE, outros fatores como, por exemplo, a acessibilidade aos locais de posicionamento dos sensores (existência de estradas, rios, etc.) e os efeitos climáticos. O estudo sobre acessibilidade já foi iniciado em Oliveira *et al.* (2009) e a proposta seria utilizá-lo para gerar os pontos candidatos de instalação dos radares de forma mais criteriosa.

Referências

- Church, R. L e Reville, C.** (1974), The maximal covering location problem, *Papers of the Regional Science Association*, 32, 101 - 118.
- CPLEX.** IBM Ilog CPLEX. High-performance mathematical programming engine. Disponível em: <<http://www-01.ibm.com/software/integration/optimization/cplex/>>. Acesso: 04/2010.
- Daskin, M.**, *Network and Discrete Location: Models, Algorithms and Applications*, Wiley Interscience, New York, EUA, 1995.

- De Marchi, M. M., Pinto, M. J., Medeiros, F. L. L. e Santos, C. L. R.** (2005), Aplicação do Método GRASP no Problema de Posicionamento de Radares de Vigilância, *Anais do XXXVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO)*, Gramado, R. S., 1295-1304.
- Feo, T. A. e Resende, M.G.C.** (1989), A Probabilistic Heuristic for a Computationally Difficult Set Covering Problem, *Operations Research Letters*, 8, 67–71.
- Festa, P. e Resende, M. G. C.** (2009a), An annotated bibliography of GRASP – Part I: Algorithms. *International Transactions in Operational Research*, 16, 1–24.
- Festa, P. e Resende, M. G. C.** (2009b), An annotated bibliography of GRASP – Part II: Applications. *International Transactions in Operational Research*, 16, 131–172.
- GLPK.** GNU Linear Programming Kit. Disponível em: <<http://www.gnu.org/software/glpk/glpk.html>>. Acesso: 04/2010.
- Goldbarg, M. C. e Luna, H. P. L.,** *Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos*, Editora Campus, R.J., 2000.
- Lamosa, M. J. P., De Marchi, M. M. e Santos, C. L. R.** (2005), O Problema de Localização de Máxima Cobertura Integrado ao Problema de Roteamento, *Anais do XL Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO)*, João Pessoa, PB, 1721-1729.
- Lamosa, M. J. P. e De Marchi, M. M.** (2009), Análise da Formulação e Resolução do Problema de Localização de Máxima Cobertura Integrado ao Problema de Roteamento através do GRASP, *Anais do XLI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO)*, BA, 1896-1904.
- Lamosa, M. J. P., De Marchi, M. M., Santos, C. L. R., Silva, J. C., Medeiros, F. L. L., Novackoski, V. e Petersen, F. J.,** Estudo da Otimização da Cobertura dos Sinais Gerados por Radares de Vigilância. *Nota Técnica (CTA/IEAv-EGI/NT-001/2009)*, 24p, 2009.
- Medeiros, F. L. L., Santos, C. L. R., De Marchi, M. M. e Pinto, M. J.** (2005), Algoritmo Genético Aplicado à Otimização da Cobertura do Sinal Gerado por Radares Terrestres, *Anais do V Encontro Nacional de Inteligência Artificial (ENIA)*, RS, 682-691.
- Oliveira, L. A., De Marchi, M. M., Lamosa, M. J. P. e Belderrain, M. C.** (2009), Método de Seleção e Classificação de Pontos Georreferenciados”, *Anais do XLI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO)*, 2364-2374.
- Petersen Júnior, F., Aquino, M. R. C. e Salles, R. N.** (2008), Plataforma AEROGRAF: um SIG voltado para a Força Aérea, *Spectrum (Revista do Comando-Geral de Operações Aéreas)*, 11, 26-28.
- Resende, M. G. C. e Velarde, J. L. G.** (2003), GRASP: Greedy Randomized Adaptive Search Procedures, *Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, 19, 61-76, 2003.
- Vatti, B.R.** (1992), A Generic Solution to Polygon Clipping. *Communications of the ACM*, 35, 56-63.