BALANCEAMENTO DE UMA LINHA DE MONTAGEM DE BANCOS DE AUTOMÓVEIS COM *BUFFER* INTERMEDIÁRIO USANDO PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA

Nelson Donnini
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
Av. Sete de Setembro, 3165, Curitiba, PR
donnini@gmail.com

Leandro Magatão
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
Av. Sete de Setembro, 3165, Curitiba, PR
magatao@utfpr.edu.br

Luiz Carlos de Abreu Rodrigues
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
Av. Sete de Setembro, 3165, Curitiba, PR
lcar@utfpr.edu.br

RESUMO

O presente artigo aborda um estudo de otimização do balanceamento de uma linha de montagem real em uma indústria de bancos para automóveis. O maior desafio desse problema é a imposição de um *buffer* intermediário, já que os tempos de processamento das tarefas nos postos de trabalho impõem tempos de ciclo distintos antes e após o *buffer* intermediário. Foram implementados e resolvidos modelos de Programação Linear Inteira Mista (PLIM). Em uma abordagem preliminar, considera-se a fabricação do modelo de banco com maior volume de produção na linha de montagem. Na seqüência, são apresentados dois estudos considerando-se o problema de balanceamento em uma linha de modelo misto, quando os dois modelos de bancos desta linha podem ser produzidos simultaneamente. Com os resultados encontrados foi possível balancear os tempos de processamento dos postos de trabalho e melhorar a produtividade na linha.

PALAVRAS-CHAVE. Balanceamento. Linha de Montagem de Modelo Misto. Programação Linear Inteira Mista (PLIM).
Área principal: PO na Administração & Gestão da Produção (AD).

ABSTRACT

This article discusses a real problem of assembly line balancing on a car seats industry. The biggest challenge of this problem is the existence of an intermediate buffer. This is due to processing times, which impose different cycle times before and after the buffer. The problem has been modeled and solved using Mixed Integer Linear Programming (MILP). At a preliminary stage, one situation was analyzed considering the production of just one type of car seat (which has the highest production at the plant). Finally, two approaches were analyzed considering the production of two types of car seats, which are the only products that are assembled at this line. This last situation is treated as a mixed model assembly line problem, where the two seats can be produced simultaneously. Results have indicated a balancing in the cycle times of workstations and a significant increase in productivity.

KEYWORDS. Balancing. Mixed Model Assembly Line. Mixed Integer Linear Programming (MILP).
Main area: OR in Production Management.

1. Introdução

A diminuição de custos de produção e a melhoria em produtos e serviços são objetivos comuns a diversos setores industriais. Contudo, o processo de tomada de decisões operacionais na indústria brasileira ainda é conduzido pelo emprego de critérios experimentais. A complexidade do planejamento e programação da produção é freqüentemente contornada, na prática, pela adoção de políticas operacionais conservativas, que não utilizam a capacidade máxima de operação do sistema produtivo (Magatão, 2001). Motivado pela necessidade industrial, o desenvolvimento de modelos, em especial os que empregam técnicas de otimização, tem possibilitado que procedimentos operacionais complexos sejam avaliados de forma criteriosa, fazendo com que recursos críticos possam ser utilizados da melhor maneira possível. Nesse contexto, um campo da análise de decisão denominado Pesquisa Operacional tem alcançado evolução notória. O uso de técnicas da Pesquisa Operacional na modelagem das estratégias de planejamento e programação da produção tem se mostrado como um fator decisivo para o desenvolvimento de políticas otimizadas de operação industrial. A razão para o interesse é simples: os modelos obtidos evidenciam procedimentos que levam à diminuição dos custos produtivos (Magatão, 2001). No presente trabalho, uma abordagem de otimização baseada em Programação Linear Inteira Mista (PLIM) será utilizada para endereçar o balanceamento de uma linha real de montagem de bancos de automóveis.

Pode-se definir o balanceamento de linha como a "atribuição de tarefas a estações de trabalho em uma linha de produção", de modo a maximizar o índice de produção ou minimizar o número de estações de trabalho necessárias. O balanceamento da linha é necessário durante sua instalação, ou quando é preciso alterar seu índice de produção horário ou, também, quando ocorre modificação do produto ou processo (Ritzman e Krajewski, 2004). O conhecimento de alguns termos relativos ao processo de balanceamento de linha, apresentados na seqüência, se torna relevante para o entendimento do conteúdo do trabalho. De acordo com Boysen *et al.* (2006), *tarefas* são unidades indivisíveis de trabalho, sendo a cada uma destas atribuída um tempo de duração. Uma *estação de trabalho* é definida como uma "localização física onde um conjunto particular de tarefas é executado" (Gaither e Frazier, 2002). Para Gaither e Frazier (2002), a *precedência entre tarefas* é descrita como sendo "a seqüência ou ordem em que as tarefas devem ser executadas". Para melhor visualizar estas relações, constrói-se o *diagrama de precedência* (Ritzman e Krajewski, 2004), indicando as tarefas por círculos e criando setas entre estes círculos, conduzindo dos predecessores ao próximo elemento do trabalho. O termo *tempo de ciclo* é o nome dado ao tempo entre as saídas de cada produto ao fim de uma linha de produção (Gaither e Frazier, 2002). Em cada estação, as tarefas são desenvolvidas repetidamente, obedecendo ao tempo disponível para cada ciclo de trabalho, ou tempo de ciclo (Becker e Scholl, 2004). O tempo de ciclo real de uma linha de montagem em série é o tempo do posto mais lento da linha, ou seja, o posto cujo somatório dos tempos das tarefas é o maior entre todos os postos.

Nos sistemas modernos de produção é comum encontrar um ou mais modelos de produtos dividindo a mesma linha de montagem. Para o caso em que apenas um produto é produzido numa linha de produção, esse tema de pesquisas recebeu o rótulo de *Balanceamento de Linha de Montagem Simples*, ou SALBP (*Simple Assembly Line Balancing Problem*), sigla na língua inglesa, oriunda dos trabalhos de Baybars (1986). Uma revisão da literatura para esse problema pode ser encontrada em, por exemplo, Becker e Scholl (2004).

Quando a linha produz vários produtos, podem-se distinguir duas formas diferentes de organização para esta característica de linha (Boysen *et al.*, 2006): de *modelo misto*, onde produzem-se de forma misturada as unidades dos modelos diferentes; e, *multimodelo*, onde há seqüências de lotes de cada modelo. Uma comparação entre essas formas pode ser identificada na figura 1, na qual diferentes formas geométricas representam diferentes produtos (Becker e Scholl, 2004). Esses modelos (ou produtos) podem variar com respeito ao tamanho, cor, material ou equipamentos utilizados, porém, como os processos de produção são similares, uma boa parte das operações é comum a todos os modelos (Scholl, 1999). De acordo com este autor, os sistemas de

produção de modelo misto são utilizados por proporcionarem um fluxo contínuo de materiais, reduzirem os níveis de estoque de produto acabado e por serem bastante flexíveis em relação às mudanças de modelos. Entretanto, essa flexibilidade pode requerer equipamentos de custo elevado, customizados para este fim.

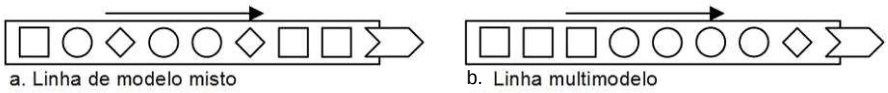

Figura 1 – Linhas de montagem de modelo misto (a) e multimodelo (b).

Assim como os problemas definidos como SALBP, os problemas de modelo misto, ou MALBP (*Mixed-model Assembly Line Balancing Problem*), podem ser divididos em quatro tipos, de acordo com sua função objetivo (Becker e Scholl, 2004): MALBP-1, MALBP-2, MALBP-E e MALBP-F. A diferença entre eles é apresentada na Tabela 1, conforme Becker e Scholl (2004). Nessa tabela verifica-se que, por exemplo, o problema MALBP-1 visa minimizar o número de estações de trabalho para um dado tempo de ciclo. Por outro lado, se o número de estações de trabalho for dado *a priori* e desejar-se minimizar o tempo de ciclo, então, trata-se de um problema do tipo MALBP-2. O problema MALBP-F visa verificar a factibilidade quando o número de estações de trabalho e o tempo de ciclo são dados, enquanto o problema MALBP-E visa à minimização tanto do número de estações de trabalho como do tempo de ciclo, normalmente realizada iterativamente. Uma revisão da literatura para esse problema pode ser encontrada em Becker e Scholl (2004).

Tabela 1 - Comparativo entre tipos de MALBP (Becker e Scholl, 2004).

	Tempo de ciclo	
	Dado	Minimizar
Número de estações		
Dado	MALBP-F	MALBP-2
Minimizar	MALBP-1	MALBP-E

No caso real analisado, a empresa deseja maximizar a sua produção. Considera-se, então, o problema de balanceamento onde o número de estações de trabalho é dado *a priori* e deseja-se minimizar o tempo de ciclo na linha. Assim, a análise de balanceamento envolve os casos SALBP-2 (para o balanceamento de apenas um produto) e MALBP-2 (para o balanceamento de dois produtos distintos). O problema de balanceamento de produção da empresa estudada envolve, de fato, dois produtos (bancos automotivos), mas a demanda de um dos produtos (*modelo A*) corresponde a aproximadamente 84 % da ocupação da linha. Tal condição operacional motivou a estruturação deste artigo, conforme a seguir detalhado. Na seção 2 apresenta-se um modelo SALBP-2 disponível na literatura, baseado no fato de que a ocupação da linha pelo *banco A* é significativamente maior que a do *banco B*. Na seção 3 revisa-se uma proposta da literatura para balancear dois (ou mais) produtos usando o modelo SALBP-2 e, de forma a facilitar a explicação deste modelamento, são apresentados os dados do problema. Posteriormente, na seção 3, são propostos três modelos MALBP-2 para o problema. Na seção 4 são apresentados os resultados da aplicação de cada um dos modelos e é feita a comparação entre as abordagens. Na seção 5 são apresentadas as conclusões e propostas de trabalhos futuros.

2. Modelo SALBP-2

O primeiro modelo matemático a ser trabalhado considera a produção de apenas um produto na linha de montagem da empresa estudada. A função objetivo utilizada, definida na expressão (1), visa minimizar o tempo de ciclo real do produto, ou seja, o tempo do posto mais lento da linha. Esse tempo é obtido através do maior somatório de tempos de tarefas vinculadas a um dos postos de trabalho. Na expressão (1), "*tc*" indica o tempo de ciclo real da linha.

$$\text{(minimize) } z = tc \qquad (1)$$

A formulação matemática utilizada para as restrições no modelo são apresentadas nas expressões (2) a (4). Na equação (2) e demais restrições, "*t*" representa uma tarefa específica, "*tn*" indica a quantidade de tarefas existentes, "*p*" representa um posto, "*pn*" indica o número de postos de trabalho da linha e *tposto*(*t*,*p*) é a variável binária representando a realização (quando seu valor é igual a um) ou não (quando seu valor é a zero) de uma tarefa "*t*" em determinado posto de trabalho "*p*". A Equação (2) é uma restrição para associar cada tarefa a apenas um posto de trabalho. Ou seja, para qualquer tarefa "*t*" haverá apenas uma variável binária *tposto*(*t*,*p*) igual a um, indicando que a tarefa "*t*" foi associada a apenas um posto "*p*". A inequação (3) estabelece a restrição de precedência entre tarefas. O parâmetro *prec*(*i*,*j*) indica que tarefa "*i*" precede a tarefa "*j*", se *prec*(*i*,*j*) for igual a um; caso contrário, *prec*(*i*,*j*) será igual a zero. Assim, a ordem (ou posição) do posto de trabalho "*p*" onde a tarefa "*i*" será realizada deverá ser menor ou igual à ordem (ou posição) do posto de trabalho "*p*" onde a tarefa "*j*" será realizada. Os parâmetros *prec*(*i*,*j*) são obtidos a partir do diagrama de precedência entre tarefas (*e.g.* figura 2). A inequação (4) impõe uma restrição ao tempo de ciclo "*tc*" da linha, avaliando-se todos os postos de trabalho. O valor de "*tc*" deverá ser maior ou igual ao somatório dos tempos de cada tarefa ("*tempos*(*t*)") alocada ao posto de trabalho mais lento da linha.

$$\sum_{p=1}^{pn} tposto(t,p) = 1 \qquad \forall t = 1,...,tn \tag{2}$$

$$\sum_{p=1}^{pn} p \cdot tposto(i,p) \le \sum_{p=1}^{pn} p \cdot tposto(j,p) \qquad \forall\, i \in \{1,2,...,tn\},\ j \in \{1,2,...,tn\} / prec(i,j) = 1 \tag{3}$$

$$\sum_{t=1}^{tn} tempos(t) \cdot tposto(t,p) \le tc \qquad \forall p = 1,..., pn \tag{4}$$

3. Balanceamento de Modelo Misto

Nesta seção são apresentadas três abordagens para o balanceamento de modelo misto, ou seja, quando é considerada a produção simultânea de dois produtos na linha de montagem.

3.1. Abordagem SALBP-2

O procedimento para balanceamento de linhas de modelo misto proposto por Thomopoulos (1967) utiliza tempos de execução de um turno de produção, realizando um somatório das quantidades de cada modelo a serem produzidas, multiplicadas pelos tempos de execução de suas tarefas. De acordo com Simaria e Vilarinho (2004), é possível utilizar, ao invés da produção de um turno inteiro, os valores percentuais de demanda de cada modelo, multiplicando-os pelos tempos de tarefa de cada modelo, obtendo-se tempos de execução equivalentes.

Na presente seção, considera-se a linha de montagem de modelo misto, faz-se uso de um diagrama de precedência equivalente (*e.g.* figura 2), com tempos equivalentes, e utiliza-se o modelo matemático empregado no balanceamento de linhas de montagem simples – expressões (1) a (4). São identificadas as operações necessárias à produção do produto B e comparadas com as tarefas identificadas para o produto A. A fim de trabalhar com o diagrama de precedência equivalente, a numeração das tarefas foi reavaliada para os dois produtos. Operações em comum na fabricação dos dois produtos receberam a mesma numeração. Foi necessário também verificar as porcentagens de produção de cada modelo, a fim de se obter os tempos equivalentes, definidos como sendo o "somatório dos tempos de execução da tarefa para cada produto, multiplicado pela respectiva proporção de demanda" (Gerhardt *et al.*, 2007). Com o propósito de melhor descrever esta abordagem, nesta seção são apresentados os principais dados do problema proposto. Com as

porcentagens produtivas de 84,4 % para o produto A e 15,6 % para o produto B, pode-se calcular os tempos equivalentes, apresentados na tabela 2. Visando resguardar os dados da empresa, os tempos de processo foram apresentados em uma unidade de tempo distinta (ut), através da multiplicação dos tempos reais por um fator. O diagrama de precedência para os produtos A e B, com utilização da numeração para tarefas equivalentes, é apresentado na figura 2. Um nó tracejado indica que a tarefa está associada a um determinado posto.

Tabela 2 – Tarefas e tempos equivalentes.

Tarefa Equivalente	Tempo Modelo A (ut)	Tempo Modelo B (ut)	Tempo Equivalente	Tarefa Equivalente	Tempo Modelo A (ut)	Tempo Modelo B (ut)	Tempo Equivalente
1	75,2	85,9	76,9	27	20,0	22,3	20,3
2	8,3	0,0	7,0	28	10,8	0,0	9,1
3	5,8	10,9	6,6	29	38,2	46,7	39,5
4	9,4	0,0	7,9	30	17,3	14,5	16,9
5	19,3	5,5	17,1	31	11,9	0,0	10,0
6	10,6	21,7	12,3	32	0,0	28,5	4,4
7	11,2	11,5	11,2	33	17,8	20,4	18,2
8	0,0	28,6	4,5	34	25,2	14,1	23,5
9	0,0	22,0	3,4	35	22,3	26,2	22,9
10	0,0	7,0	1,1	36	23,8	34,0	25,4
11	0,0	42,9	6,7	37	20,7	16,7	20,1
12	78,3	216,0	99,8	38	5,8	0,0	4,9
13	20,5	0,0	17,3	39	16,7	20,6	17,3
14	6,5	0,0	5,5	40	33,8	30,4	33,3
15	11,7	0,0	9,9	41	27,5	34,4	28,6
16	0,0	15,8	2,5	42	14,2	12,0	13,9
17	17,8	15,8	17,5	43	16,9	0,0	14,3
18	59,2	67,8	60,6	44	9,5	12,7	10,0
19	13,7	13,5	13,7	45	0,0	22,8	3,6
20	4,5	0,0	3,8	46	0,0	11,8	1,8
21	6,8	0,0	5,8	47	0,0	22,5	3,5
22	31,1	33,9	31,6	48	0,0	8,1	1,3
23	15,1	14,9	15,1	49	127,6	127,3	127,6
24	0,0	9,3	1,5	50	12,6	0,0	10,6
25	0,0	9,7	1,5	51	3,4	0,0	2,9
26	0,0	9,9	1,5	52	5,2	0,0	4,4

3.2. Abordagem MALBP-2 com tempo de ciclo constante

As seções 2 e 3.1 apresentam visões tradicionais dos modelos matemáticos para o problema de balanceamento da produção. O modelo MALBP-2 proposto nesta seção utiliza as expressões (1), (2) e (3), apresentadas anteriormente, e engloba as restrições (5) e (6), propostas nesta seção. A restrição (5) indica que o somatório dos tempos das tarefas alocadas ao posto de trabalho "*p*" para cada produto, ou modelo, "*m*" do conjunto de produtos "*NM*" será dado pela variável *dur*(*p*,*m*). A multiplicação da variável *dur*(*p*,*m*) pelo parâmetro que indica a proporção de ocupação da linha pelo produto "*m*" – *prop*(*m*) – representa o tempo equivalente de ocupação do posto "*p*" pelo produto "*m*". A inequação (6) impõe uma restrição ao tempo de ciclo equivalente "*tc*" da linha que deverá ser maior ou igual ao somatório dos tempos equivalentes de ocupação do posto "*p*" por cada produto "*m*". Assim, nesta seção é apresentada uma abordagem MALBP-2, comparando-se com a abordagem SALBP-2 apresentada na seção 3.1.

$$\sum_{t=1}^{tn} tempos(t,m) \cdot tposto(t,p) = dur(p,m) \qquad \forall p = 1,\ldots,pn\,;\, m = 1,\ldots,NM \tag{5}$$

$$\sum_{m=1}^{NM} prop(m) \cdot dur(p,m) \le tc \qquad \forall p = 1,\ldots,pn \tag{6}$$

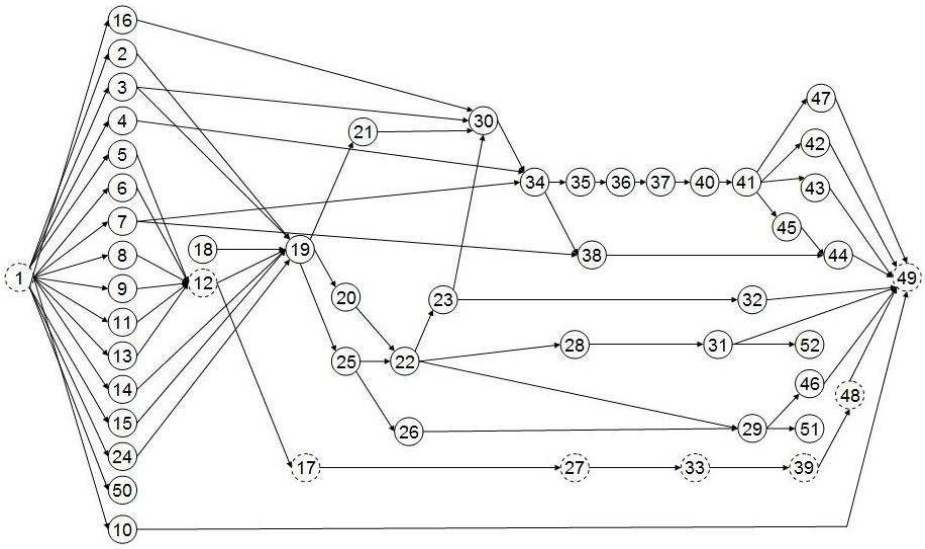

Figura 2 – Diagrama de Precedência Equivalente.

3.3. Abordagem MALBP-2 para considerar *buffer* intermediário

Com o objetivo de conferir uma suavidade maior à variação de trabalho entre as estações para cada modelo, permitindo o trabalho dos operadores a um ritmo mais constante, uma modificação na função objetivo típica do problema de balanceamento (minimização do "tempo de ciclo") é proposta por Thomopoulos (1970). O autor sugere a minimização da diferença absoluta entre o tempo de ciclo médio de cada modelo produzido e seu tempo em cada uma das estações. Um indicador do desbalanceamento de uma linha de montagem de modelo misto é apresentado por Thomopoulos (1970), denominado *Atraso de Balanceamento*. O *Atraso de Balanceamento* é calculado primeiramente para cada modelo, através da equação (7), para em seguida ser multiplicado pela demanda percentual de cada modelo. A soma desses valores de cada modelo é igual ao *Atraso de Balanceamento da Linha*. O *Atraso de Balanceamento (%)*$_m$ indica uma medida percentual de desbalanceamento para um produto "*m*", onde "$t_{total,m}$" representa a multiplicação do tempo de ciclo real de determinado produto "*m*" pelo número de estações e "$\Sigma\, t_{p,\,m}$" indica a soma dos tempos dos postos de determinado produto "*m*".

$$Atraso\ de\ Balanceamento\ (\%)_m = \left(t_{total,m} - \sum_{p=1}^{pn} t_{p,m} \right) \Big/ t_{total,m} \qquad \forall m = 1,\ldots,NM \tag{7}$$

Inspirado na análise de *Atraso de Balanceamento da Linha*, apresentada por Thomopoulos (1970), propõe-se nesta seção um novo modelo MALBP-2 que tem por premissa a racionalização dos *buffers* intermediários. Ou seja, busca-se definir ponto(s) intermediário(s), onde devem ser localizados *buffers*, os quais separam trechos da linha com tempos de ciclo discrepantes. No caso estudado, observou-se que há uma tarefa num dos produtos (tarefa 12 do produto *B*) cujo tempo de execução excede o tempo de ciclo proposto para a linha. Além disso, restrições operacionais e de capital forçam que tal tarefa seja necessariamente alocada no segundo posto de trabalho da linha, onde se situa uma parafusadeira. Assim, o modelo proposto permite separar a linha em segmentos, cujos tempos de ciclo poderão variar entre si (para cada produto), forçando a existência de *buffers* intermediários planejados. O modelo MALBP-2 proposto utiliza as restrições (2), (3) e (5), apresentadas anteriormente, e as restrições (8), (9) e (10), propostas nesta seção, além da função objetivo (11).

A restrição (8) permite definir os tempos de ciclo *tciclo*(*k*,*m*) para o produto "*m*" no trecho de linha "*k*". Esse trecho engloba $p \in Buf_k$ postos de trabalho. Um total de "*NB*" *buffers* pode ser estabelecido na linha de produção. Adicionalmente, *dur*(*p*,*m*) assume o valor do

somatório dos tempos totais alocados ao posto de trabalho "*p*" pelo produto "*m*". A restrição (9) é similar à restrição (6), sendo usada para definir o tempo de ciclo equivalente "*tc*". Porém, na restrição (9), o tempo de ciclo equivalente "*tc*" é o resultado da ponderação dos tempos ciclo para o produto "*m*" no trecho "*k*", *tciclo*(*k,m*), que será multiplicado pela proporção de ocupação da linha do produto "*m*", *prop*(*m*). A inequação (10) apresenta a diferença, dada pela variável *dif*(*k,m*), entre o tempo ciclo *tciclo*(*k,m*) para o produto "*m*" no trecho "*k*" e o somatório dos tempos totais alocados ao posto de trabalho "*p*" pelo produto "*m*", *dur*(*p,m*). Na equação (11) é proposta uma nova função objetivo, que visa ponderar dois termos distintos: *i*) minimizar o tempo de ciclo equivalente "*tc*"; e *ii*) minimizar a soma das diferenças entre o tempo de ciclo de cada produto "*m*" no trecho "*k*". Primeiramente, priorizou-se a minimização do tempo de ciclo equivalente, dando-lhe um peso maior na função objetivo. O peso atribuído a esse valor prioriza necessariamente o primeiro termo da função objetivo, em comparação direta ao segundo termo. Por isso, arbitrariamente escolheu-se uma ponderação elevada, no caso igual a mil. Note que a determinação da variável *dif*(*k,m*) por meio da inequação (10), juntamente com o segundo termo da função objetivo (11), estabelecem uma forma alternativa de considerar o *Atraso de Balanceamento*, apresentado na equação (7).

$$dur(p,m) \le tciclo(k,m) \qquad \forall k = 1,\ldots,NB+1;\ p \in Buf_k;\ m = 1,\ldots,NM \tag{8}$$

$$\sum_{m=1}^{NM} prop(m) \cdot tciclo(k,m) \le tc \qquad \forall k = 1,\ldots,NB+1 \tag{9}$$

$$tciclo(k,m) - dur(p,m) \le dif(k,m) \qquad \forall k = 1,\ldots,NB+1;\ p \in Buf_k;\ m = 1,\ldots,NM \tag{10}$$

$$\text{(minimize) } z = \underbrace{1000 \cdot tc}_{1^{\text{o}}\text{ termo}} + \underbrace{\sum_{m=1}^{NM} \sum_{k=1}^{NB+1} dif(k,m)}_{2^{\text{o}}\text{ termo}} \tag{11}$$

4. Resultados

Inicialmente, sem realizar a divisão do trabalho de cada posto em diferentes tarefas, realizou-se a cronometragem dos tempos de operação das estações de trabalho. Esses valores temporais encontrados foram comparados entre as diferentes estações. Verificou-se que havia diferenças relevantes entre os tempos das estações observadas, identificando-se um problema de desbalanceamento de linha. O produto A representa o maior volume produtivo da linha (aproximadamente 84% da demanda diária). Seus tempos de produção cronometrados revelaram a existência do desbalanceamento entre os sete postos de trabalho, como se observa na figura 3. A partir do tempo disponível para a produção por turno e da taxa de produção desejada, calculou-se o tempo de ciclo teórico: 154,8 unidades de tempo. Na figura 3 pode-se observar a distribuição de tempos entre postos e a ociosidade de cada posto (tempo de espera, cujo valor é apresentado acima de cada coluna do diagrama) em relação ao tempo de ciclo teórico (154,8 ut). O tempo de ciclo real da linha foi definido pelo tempo do posto sete, o mais elevado entre os postos: 149,0 ut. O tempo ocioso total da linha, em relação ao tempo de ciclo teórico, foi de 188,4 ut. Utilizando o tempo de ciclo real, o tempo ocioso total da linha encontrado foi de 147,9 ut.

Após a identificação do desbalanceamento apresentado na figura 3, as operações de cada estação de trabalho foram divididas em diferentes tarefas, para cada modelo de banco automotivo. Foram feitos vídeos de todos os postos para realizar a cronometragem dos tempos de cada tarefa. Obteve-se, ao longo de 60 dias de observação, pelo menos 10 tempos cronometrados para a execução de cada tarefa. Objetivou-se estimar um tempo médio representativo da realidade operacional do sistema, conforme apresentado na tabela 2. Neste estudo, considerou-se que os desvios padrões estavam dentro de margens aceitáveis, o que permitiu a consideração dos tempos como determinísticos.

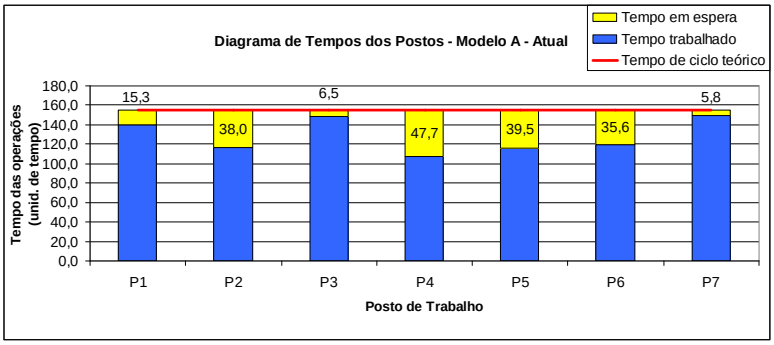

Figura 3 – Diagrama de tempos dos postos para situação inicial do produto A.

Passada a fase de coleta e preparação dos dados, procedeu-se à construção dos modelos matemáticos, apresentados nas seções anteriores. Os modelos foram implementados e resolvidos através do uso do *software* comercial *XPRESS* (Guéret *et al.*, 2000), que resolve modelos de Programação Linear Inteira Mista (PLIM). As soluções encontradas e apresentadas neste trabalho foram validadas por meio do conhecimento do especialista do sistema. Foram verificadas, por exemplo, as consistências das relações de precedência adotadas com as necessidades reais do processo produtivo.

4.1. Balanceamento de Linha de Montagem Simples

O modelo matemático desenvolvido para a primeira proposta (seção 2) se mostrou válido, tendo uma solução factível e seqüência de operações possível no contexto real. Não são necessários investimentos significativos para as mudanças de alocação de tarefas a postos de trabalho propostas pelo modelo. Os resultados obtidos são apresentados na tabela 3 e na figura 4.

Tabela 3 – Balanceamento do produto A.

Posto	Tarefas incluídas	Soma dos tempos do posto (ut)
P1	1 2 3 4 14 15 50	129,2
P2	5 6 12 13	128,7
P3	17 18 19 20 22	126,3
P4	7 21 23 27 28 30 34 35	128,7
P5	29 31 33 36 37 52	126,4
P6	38 39 40 41 42 43 44 51	128,3
P7	49	127,6

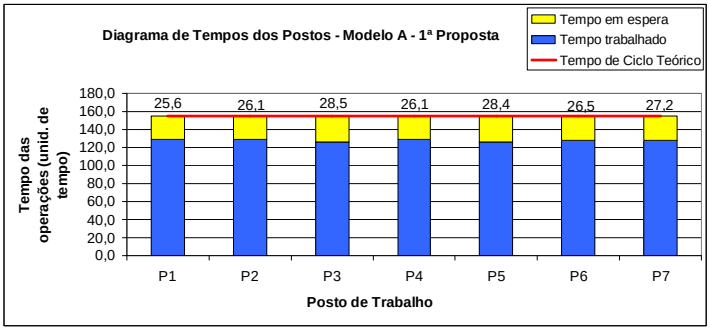

Figura 4 – Diagrama dos tempos dos postos após o balanceamento do produto A.

Comparando-se os tempos dos postos na figura 4, é possível observar um nivelamento entre os tempos de produção em relação à figura 3. Paralelamente, também ocorreu um nivelamento na duração dos tempos ociosos. Nesse caso, o tempo de ciclo real da linha é determinado pelo posto um, cuja soma das durações das tarefas é de 129,2 ut. O tempo ocioso calculado em relação ao tempo de ciclo teórico foi de 188,4 ut. Calculando-se o tempo ocioso em

relação ao maior tempo entre os postos (tempo de ciclo real da linha de montagem), obtém-se o valor de 9,2 ut. Ao comparar-se os tempos de ciclo reais da situação atual (indicado na figura 3) e da primeira situação proposta (indicado na figura 4), é possível quantificar um ganho percentual dividindo-se a diferença entre eles pelo valor da situação atual: (149 – 129,2)/149·100% = 13,3%. O valor obtido indica um possível ganho de 13,3% no tempo de ciclo da linha.

4.2. Balanceamento da Linha de Montagem de Modelo Misto

Ao se considerar o balanceamento como de uma linha de montagem simples (seção 4.1), não se obtém uma reprodução fiel do arranjo real. O problema em estudo se encaixa na categoria de modelo misto, já que dois produtos podem ser montados simultaneamente na linha. Nesse caso, é utilizado na montagem de todos os modelos um equipamento de elevado custo (parafusadeira elétrica), presente em somente uma estação de trabalho. O abastecimento de algumas peças também é feito em conjunto para todos os modelos, tornando necessário o agrupamento de algumas operações de diferentes modelos em uma mesma estação. Considerando-se a linha de montagem como de modelo misto, são realizados dois estudos de caso, apresentados, respectivamente, nas seções 4.2.1 e 4.2.2.

4.2.1. Balanceamento de Modelo Misto a partir da formulação SALBP-2

Esta abordagem faz uso do diagrama de precedência equivalente, utilizando o mesmo modelo matemático (SALBP-2) empregado no balanceamento de linhas de montagem simples. A seção 3.1 detalha as considerações desta abordagem.

A aplicação da proposta da seção 3.1, utilizando a mesma função objetivo das propostas de balanceamento de linha de montagem simples (SALBP-2), resultou na distribuição de tarefas e postos de trabalho conforme tabela 4. Os diagramas com os tempos dos postos para a solução obtida são apresentados nas figuras 5 (tempos das tarefas do produto A) e 6 (tempos das tarefas do produto B). Os tempos em espera dos postos são relativos ao tempo de ciclo real.

Tabela 4 - Balanceamento de Linha de Modelo Misto pela formulação SALBP-2.

Posto	Tarefas incluídas	Soma dos tempos do posto (ut)		
		Tempos Equivalentes	Modelo A	Modelo B
P1	1 5 6 7 9 11 14	133,1	122,8	189,5
P2	8 12 13 15 24	133,0	110,5	253,9
P3	2 3 4 16 17 18 19 20 25 26 50	133,2	131,2	143,4
P4	21 22 23 27 28 29 31 46	133,2	133,9	129,6
P5	10 30 33 34 35 36 37 38	133,0	132,8	133,0
P6	32 39 40 41 42 43 44 45 51 52	132,7	127,4	161,3
P7	47 48 49	132,4	127,6	158,0

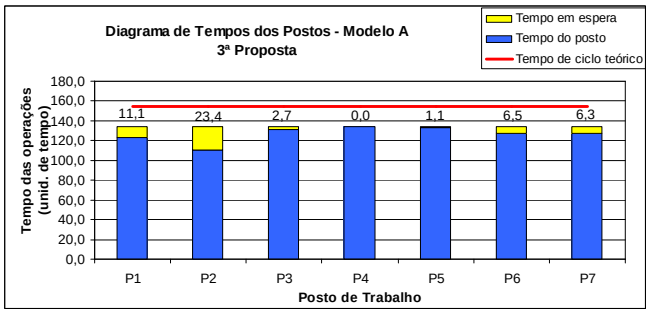

Figura 5 – Diagrama dos tempos dos postos para o produto A.

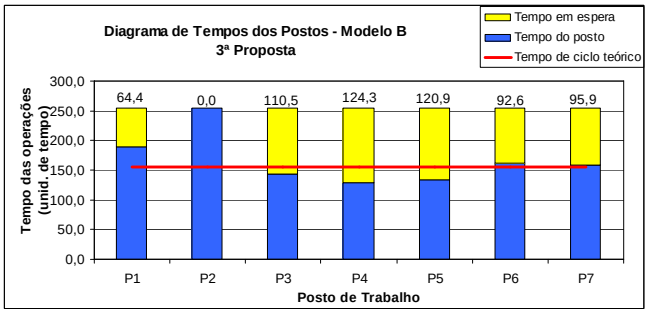

Figura 6 – Diagrama dos tempos dos postos para o produto B.

Através da observação das figuras 5 e 6 nota-se que durante alguns instantes, principalmente quando o produto B estiver em montagem (15,6% do tempo total), o posto P2 estará sobrecarregado. Esta sobrecarga é compensada pela folga existente quando ocorre a montagem do produto A (84,4% do tempo total). Utilizando-se os dados da solução obtida, determinam-se os valores dos *Atrasos de Balanceamento*, conforme equação (7). Obtêm-se, então, os valores de 5,5% para o produto A e 34,2% para o produto B, resultando em um *Atraso de Balanceamento da Linha* de 9,9%.

4.2.2. Balanceamento de Modelo Misto a partir da formulação MALBP-2

A aplicação da proposta da seção 3.3, utilizando a formulação de balanceamento de linha de Modelo Misto (MALBP-2), resultou na distribuição de tarefas entre os postos apresentada na tabela 5. Os diagramas com os tempos dos postos para a solução obtida são apresentados nas figuras 7 (tempos das tarefas do produto A) e 8 (tempos das tarefas do produto B). Os tempos em espera dos postos são relativos ao tempo de ciclo real.

Tabela 5 - Balanceamento de Linha de Modelo Misto pela formulação MALBP-2.

Posto	Tarefas incluídas	Soma dos tempos do posto (ut)		
		Tempos Equivalentes	Modelo A	Modelo B
P1	1 5 6 8 9 11 24 50	133,0	117,7	216,0
P2	12 13 14 15	132,4	117,0	216,0
P3	2 3 4 7 16 17 18 19 20 25	132,1	129,8	145,0
P4	22 23 27 30 32 34 35	134,7	131,0	154,4
P5	26 33 36 37 38 40 41	132,0	129,4	145,8
P6	10 21 28 29 31 39 42 43 44 45 47 52	132,5	130,3	144,4
P7	46 48 49 51	133,6	131,0	147,2

Através da observação das figuras 7 e 8 nota-se que durante alguns instantes, principalmente quando o produto B estiver em montagem (15,6% do tempo total), os postos P1 e P2 estarão sobrecarregados. Essa sobrecarga é compensada pela folga existente quando ocorre a montagem do produto A (84,4% do tempo total). No caso do modelo B, a utilização do *buffer* intermediário permite diferenciar o tempo de ciclo real de cada trecho da linha analisado: 216,0 ut para o primeiro trecho, composto pelos postos P1 e P2; e, 154,4 ut para o segundo trecho, composto dos postos P3 até P7. Utilizando-se os dados da solução obtida, foram calculados os *Atrasos de Balanceamento*, conforme equação (7). Para o primeiro trecho da linha, obtiveram-se os valores de *Atraso de Balanceamento* de 0,31% para o produto A e 0% para o produto B, resultando em um *Atraso de Balanceamento* de 0,26% para o trecho. Já para o trecho após o *buffer* intermediário, os valores de *Atraso de Balanceamento* encontrados foram de 0,5% para o produto A e 4,6% para o produto B, resultando no valor de 1,2% para o trecho analisado.

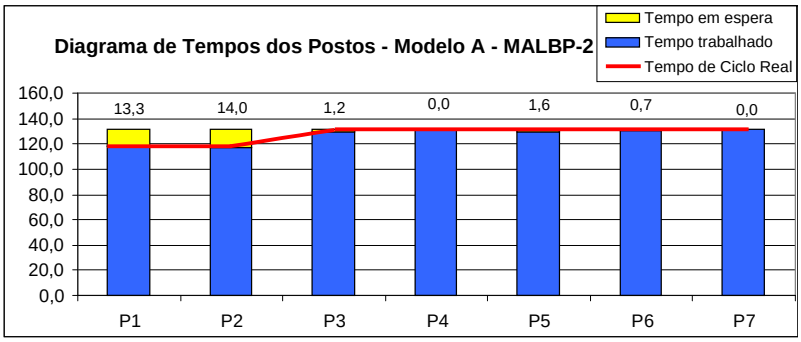

Figura 7 – Diagrama dos tempos dos postos para o produto A – MALBP-2.

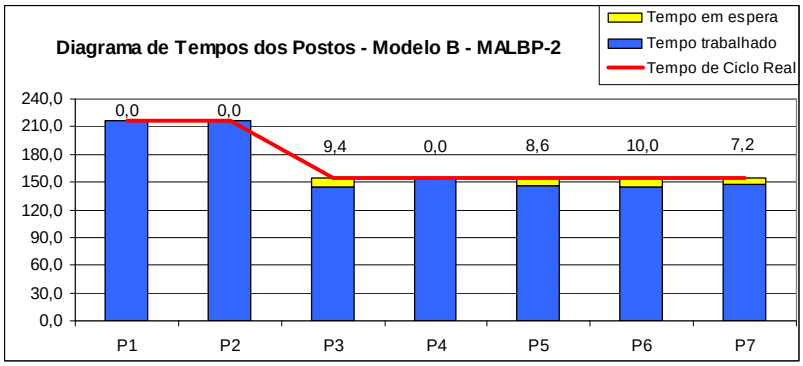

Figura 8 – Diagrama dos tempos dos postos para o produto B – MALBP-2.

5. Conclusão

Através da observação, descrição e cronometragem das operações executadas em uma linha de montagem real de bancos de automóveis, foi identificada uma diferença significativa entre os tempos de operação de cada posto de trabalho, caracterizando um problema de balanceamento entre os postos. Com o objetivo de otimizar o balanceamento da linha em estudo, foram implementados e resolvidos três modelos matemáticos para buscar soluções otimizadas para a operação das estações de trabalho. Com os resultados obtidos através dos modelos, foram evidenciados ganhos operacionais que o adequado balanceamento da linha pode proporcionar.

Em uma primeira abordagem, partiu-se da hipótese que a linha trabalha com apenas um modelo de banco, conforme descrito na seção 2. Os resultados apresentados na seção 4.1 indicam redução significativa do tempo de ciclo: 149,0 unidades de tempo antes do balanceamento *versus* 129,2 unidades de tempo após a realização do balanceamento.

A segunda proposta de balanceamento considera uma linha de montagem de modelo misto, com produções médias de 84,4 % para o produto A e 15,6 % para o produto B, conforme seção 3.1. Nesta abordagem fez-se uso do diagrama de precedência equivalente (figura 2) e tempos equivalentes para a realização das tarefas (tabela 2), implementando-se um modelo do tipo SALBP-2. Os resultados da seção 4.2.1 indicaram, em média, progressos em relação à situação atual de operação da linha. Para o produto A, ocorreu uma redução no *Atraso de Balanceamento* de 14,2 % para 5,5 %. Porém, a aplicação dessa proposta afetou negativamente o *Atraso de Balanceamento* para o modelo B, que passou de 31,4 % para 34,2 %. O cálculo do *Atraso de Balanceamento* levando-se em conta os percentuais produtivos indica uma melhora média no índice, que passou de 16,8 % para 9,9 %, com as sugestões do modelo implementado.

A terceira abordagem apresentada considera o uso de um modelo MALBP-2 para o balanceamento da linha de modelo misto, mas com o desafio adicional de se considerar a imposição de um *buffer* intermediário, já que os tempos de processamento das tarefas impõem

tempos de ciclo distintos antes e após o *buffer*. Uma modelagem matemática que endereça este problema é detalhada na seção 3.3. Esta proposta de balanceamento apresentou melhorias significativas em relação à abordagem anterior, tanto nos indicadores de atraso do modelo A quanto para o modelo B, conforme resultados da seção 4.2.2. A inclusão do *buffer* intermediário viabilizou a divisão da linha em dois trechos, com tempos de ciclo real diferentes. Os valores de *Atraso de Balanceamento* encontrados nesta última abordagem foram de 0,26 % para o trecho composto pelos postos P1 e P2 e 1,2 % para o trecho seguinte, dos postos P3 até P7. O tempo de ciclo do posto gargalo para o modelo B (posto 2) foi reduzido de 253,9 unidades de tempo (tabela 4) para 216,0 unidades de tempo (tabela 5).

Referências Bibliográficas

Baybars, I. (1986) A survey of exact algorithms for the simple assembly line balancing problem. *Management Science*, v. 32, n. 8.

Becker, C. e Scholl, A. (2004) A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*, 168, p. 694–715.

Boysen, N., Fliedner, M. e Scholl, A. (2006) A classification of assembly line balancing problems. *European Journal of Operational Research*, 2006. Disponível em http://www.wiwi.uni-jena.de/Papers/wp-sw1206.pdf. Acesso em: 03 jun. 2009.

Gaither, N. e Frazier, G. *Administração da produção e operações*, São Paulo: Thomson Learning, 2002.

Gerhardt, M., Fogliatto, F. S. P. e Cortimiglia, M. N. (2007) Metodologia para o balanceamento de linhas de montagem multi-modelo em ambientes de customização em massa. *Gestão e Produção (UFSCar)*, 14, p. 267-279.

Guéret, C., Prins, C. e Sevaux, M. *Applications of Optimization with Xpress-MP*. Editions Eyrolles, Paris, França, 2000. Disponível em http://www.dashoptimization.com/home/downloads/book/booka4.pdf. Acesso em: 16 mai. 2009.

Magatão, L. *Programação matemática aplicada à otimização das operações de um poliduto*. Dissertação de Mestrado. CEFET-PR / CPGEI. Curitiba-PR, 2001.

Ritzman, L. P. e Krajewski, L. J. *Administração da Produção e Operações*, São Paulo: Pearson Education, 2004.

Simaria, A. S. e Vilarinho, P. M. (2004) A genetic algorithm based approach to the mixed-model assembly line balancing problem of type II. *Computers & Industrial Engineering*, 47, p. 391-407.

Scholl, A. *Balancing and sequencing of assembly lines*, 2ª ed., Physica Verlag Heidelberg, 1999.

Thomopoulos, N. T. (1967) Line balancing-sequencing for mixed-model assembly. *Management Science*, v. 14, n. 2, Application Series, p. B59-B75.

Thomopoulos, N. T. (1970) Mixed model line balancing with smoothed station assignments. *Management Science*, v. 16, n. 9, Theory Series, p. 593-603.