

**Uma Abordagem por Busca Tabu Para o Planejamento Multiestágio da  
Expansão de Sistemas de Transmissão de Energia Elétrica**

**Aldir Silva Sousa**  
Universidade de São Paulo  
Escola de Engenharia de São Carlos  
Departamento de Engenharia Elétrica  
aldirss@usp.br

**Eduardo Nobuhiro Asada**  
Universidade de São Paulo  
Escola de Engenharia de São Carlos  
Departamento de Engenharia Elétrica  
easada@usp.br

## RESUMO

Neste trabalho o problema de planejamento multiestágio da expansão de redes de transmissão de energia elétrica é abordado por meio de uma busca tabu. Este problema é um problema de programação não-linear inteiro, e geralmente envolve sistemas de grande porte e grande complexidade. Neste trabalho apresentamos algumas estratégias de busca importantes para a abordagem do problema em análise. Para analisar a qualidade das estratégias propostas, foram realizados testes com um sistema real de tamanho médio brasileiro e um sistema real colombiano de grande porte e complexidade.

**PALAVRAS CHAVE.** Programação Matemática, otimização combinatória, busca tabu, planejamento da expansão da transmissão de energia elétrica.

## ABSTRACT

In this paper, the multistage transmission expansion planning is solved by the tabu search meta-heuristic. The problem is modeled as a mixed integer non-linear problem with extreme complexity, specially for realistic systems. In order to verify the quality of the proposed strategies, tests with part of Brazilian system and also with Colombian system are carried out.

**KEYWORDS.** Mathematical programming, combinatorial optimization, transmission expansion planning, tabu search, applications to energy.

## 1 Introdução

Uma vez que a produção e a transmissão de energia elétrica é um dos setores mais significativos de uma sociedade moderna o planejamento da expansão destes setores dos sistemas de potência se torna de grande importância para o desenvolvimento da sociedade. Neste trabalho lidaremos com o planejamento da expansão das redes de transmissão de energia elétrica (PERTEE). Uma solução do PERTEE visa determinar onde, quantos e quando se deve instalar equipamentos (linhas de transmissão e/ou transformadores) na rede de transmissão de tal forma que num horizonte futuro, toda a demanda prevista a surgir ou aumentar deva ser satisfeita pelo aumento da geração neste mesmo horizonte, mantendo o sistema operando de forma adequada.

Algumas restrições e objetivos ainda devem ser levados em conta para uma solução viável deste problema. As restrições mais consideradas pelas pesquisadores do PERTEE são destacadas logo abaixo.

- As duas Leis de Kirchhoff devem ser consideradas para que o sistema opere adequadamente. Porém, como será visto mais adiante, a segunda lei de Kirchhoff gera não-linearidade aos modelos matemáticos deste problema, sendo por isso algumas vezes suprimida.
- Restrições financeiras. A começar pela função objetivo do problema, que visa minimizar o custo da expansão. Além disso, há restrições de adequação ao mercado de energia elétrica (Haffner (2000); Fang e Hill (2002); Buygi *et al.* (2004)). Segundo Latorre *et al.* (2003), estas restrições têm sido bastante utilizadas desde a reestruturação do setor de energia elétrica.
- Restrições de segurança e confiabilidade (Abdelaziz (1999); Choi *et al.* (2005)). Estas restrições estão relacionadas aos problemas financeiros, sociais e ambientais decorrentes da falta de energia elétrica e/ou de uma má estruturação da rede de transmissão.
- Restrições ambientais (Chung *et al.* (2003)). O impacto ambiental da adição de equipamentos às redes de transmissão começou a ser considerado nos últimos anos.

Geralmente não são consideradas todas estas restrições. Mesmo considerando somente algumas destas restrições, o pesquisador está diante de um problema de grande complexidade: ao se considerar somente as duas Leis de Kirchhoff, o PERTEE se configura como um problema não-linear inteiro misto (PNLIM) de grande porte. Em trabalhos como o de Chung *et al.* (2003) algumas das restrições listadas acima são consideradas como objetivos, tornando o PERTEE num problema multi-objetivo.

Segundo Escobar *et al.* (2004), o PERTEE tem sido tradicionalmente abordado de duas formas: a mais simples é o planejamento estático, onde se considera somente um horizonte de planejamento e se determina o número de equipamentos que devem ser adicionados à rede de transmissão. Nesta abordagem, considera-se que todo o investimento será realizado ao início do horizonte de expansão. Uma segunda forma de abordar o PERTEE, ainda segundo Escobar *et al.* (2004), é considerando multiestágio. Com esta abordagem, se define também o melhor momento de se adicionar o equipamento de tal forma que o crescimento contínuo de demanda e geração seja sempre assimilado pelo sistema de forma otimizada. O horizonte de planejamento é dividido em estágios e os equipamentos devem ser adicionados à rede em cada estágio.

Neste trabalho, abordaremos o PERTEE multiestágio. Uma busca tabu será aplicada considerando como objetivo a minimização do investimento final do valor presente da soma de todos os investimentos realizados durante os anos correspondentes aos períodos simulados, conforme sugerem Escobar *et al.* (2004) e Garcia *et al.* (1997). Como restrições, somente as duas Leis de Kirchhoff serão consideradas.

## 2 Formulação Matemática do PERTEE Estático e Multiestágio

O modelo cc é considerado o mais apropriado para equacionar problemas de planejamento de sistemas de energia elétrica, conforme Monticelli (1983), sendo representado matematicamente como

segue:

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (1)$$

sujeito a

$$Sf + g = d \quad (2)$$

$$f_{ij} - \gamma_{ij}(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i, j) \in \Omega \quad (3)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \quad \forall (i, j) \in \Omega \quad (4)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (5)$$

$$0 \leq n \leq \bar{n}_{ij} \quad (6)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro}; f_{ij} \text{ irrestrito } \forall (i, j) \in \Omega; \quad (7)$$

$$\theta_j \text{ irrestrito } \forall j \quad (8)$$

sendo  $v$  o custo do investimento;  $c_{ij}$  o vetor com o custo de adição de uma linha no ramo  $i - j$ ;  $S$  a matriz de incidência nó-ramo transposta;  $\theta_j$  o ângulo de tensão na barra  $j$ ;  $\gamma_{ij}$  o vetor com o valor da susceptância da linha adicionada em  $i - j$ ;  $f_{ij}$  o vetor de fluxo do ramo  $i - j$ ;  $\bar{f}_{ij}$  o vetor com limite superior de  $f_{ij}$ ;  $g$  o vetor de gerações;  $\bar{g}$  o vetor com o limite superior das gerações;  $d$  o vetor com o valor das cargas(demandas) do sistema;  $n_{ij}$  o vetor das linhas que podem ser adicionadas no ramo  $i - j$ ;  $\bar{n}_{ij}$  o vetor com o número máximo de adição de linhas no ramo  $i - j$ ;  $n_{ij}^0$  o número de linhas presentes na topologia base no ramo  $i - j$  e  $\Omega$  o conjunto de todos os ramos.

A equação (2) representa a conservação de potência em cada nó. Esta restrição corresponde à Lei das Correntes de Kirchhoff (LCK). A equação (3) modela a Lei das Tensões de Kirchhoff (LTK). A equação (3) é não-linear devido ao produto  $(n_{ij}^0 + n_{ij})(\theta_i - \theta_j)$ . As demais restrições estão relacionadas aos limites das variáveis. Este modelo é considerado um modelo de PNLIM.

Para contornar a não-linearidade decorrente das restrições (3), Garver (1970) propôs desconsiderá-las transformando o modelo acima em um modelo de transportes e sugeriu uma heurística construtiva para encontrar uma solução factível para o modelo de transportes proposto naquele artigo.

Villasana *et al.* (1985) consideraram que ao se modelar a configuração inicial do sistema (linhas já existentes no sistema) obedecendo às duas leis de Kirchhoff, o modelo seria menos relaxado do que o modelo de transportes e conseqüentemente a solução ótima do modelo seria menos infactível em relação ao modelo cc. Além disso, considerou-se uma heurística construtiva, onde o sistema com as linhas iniciais mais as linhas adicionadas durante o processo iterativo fosse tomado como a configuração base. Ao se fazer com que todas as linhas da configuração base obedecessem às duas leis de Kirchhoff, quando da convergência desse algoritmo, todas as linhas estariam obedecendo às duas leis de Kirchhoff o que, por definição, corresponde a uma configuração factível ao modelo cc. A grande vantagem desta abordagem é a possibilidade de se obter uma configuração de modelo cc, que é não-linear, por meio da solução de um número determinado, e geralmente pequeno, de programas lineares (PLs). As Eqs. (9-17) formulam o modelo híbrido de Villasana *et al.* (1985).

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (9)$$

sujeito a

$$Sf + S_0f_0 + g = d \quad (10)$$

$$f_{ij}^0 - \gamma_{ij}n_{ij}^0(\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i, j) \in \Omega_1 \quad (11)$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{F}_{ij} \quad \forall (i, j) \in \Omega_1 \quad (12)$$

$$|f'_{ij}| \leq n_{ij} \bar{F}_{ij} \quad \forall (i, j) \in \Omega \quad (13)$$

$$0 \leq g \leq \bar{g} \quad (14)$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \quad (15)$$

$$n_{ij} \text{ inteiro } \forall (i, j); f_{ij} \text{ irrestrito } \forall (i, j); \quad (16)$$

$$\theta_j \text{ irrestrito } \forall j \quad (17)$$

onde  $S$  representa a matriz de incidência nó-ramo transposta do sistema elétrico inteiro;  $S_0$  representa a matriz de incidência nó-ramo transposta das linhas existentes na configuração base;  $f_0$  representa o vetor de fluxos nas linhas existentes na configuração base, cujos elementos são  $f_{ij}^0$ ; o vetor  $n_{ij}^0$  representa o número de linhas existentes no ramo  $i - j$  na configuração base; o vetor  $\theta_j$  representa os ângulos de fase das barras que estão ligadas ao sistema elétrico na configuração base;  $\Omega$  é o conjunto de todas as linhas possíveis de serem adicionadas ao sistemas e  $\Omega_1$  é o conjunto das linhas pertencentes à configuração base.

As heurísticas propostas em Garver (1970) e Villasana *et al.* (1985) se baseiam em um índice de sensibilidade para adicionar linhas ao sistema até a obtenção de uma solução factível. A heurística de Garver (1970) tem a vantagem de encontrar uma solução factível em poucas iterações, mesmo para sistemas de grande porte. Porém, geralmente a solução encontrada é muito distante da solução ótima.

## 2.1 Modelo Para o Planejamento Multiestágio

No planejamento multiestágio, além de se determinar a adição de novas linhas ao sistema, deve-se também determinar o melhor momento de adição destas linhas de tal forma que a soma de todos os investimentos realizados ao longo dos anos de planejamento seja a menor possível.

É importante destacar que cada estágio do planejamento está sujeito às restrições de operação do sistema. Portanto, a cada estágio busca-se obter o menor custo de investimento para manter o sistema em operação, com o objetivo final de minimizar a soma de todos os investimentos realizados ao longo dos anos de planejamento.

Escobar *et al.* (2004) leciona que considerando uma taxa anual de desconto  $I$ , o cálculo dos valores presentes dos custos de investimentos, para o ano de referência  $t_0$ , com ano inicial  $t_1$ , um horizonte de  $t_T - t_1$  anos e  $T$  estágios, é realizado através de:

$$c(x) = \delta_{inv}^1 c_1(x) + \delta_{inv}^2 c_2(x) + \dots + \delta_{inv}^T c_T(x) \quad (18)$$

sendo  $\delta_{inv}^t = 1/(1 + I)^{t-t_0}$ ;  $x$  são as variáveis de investimento (linhas a serem construídas); e  $c_t(x)$  representa o valor do investimento no estágio  $t$ . Desta forma, o modelo cc multiestágio pode ser formulado como segue.

$$\min v = \sum_{t=1}^T \left[ \delta_{inv}^t \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij}^t + \alpha \sum_k r_k^t \right] \quad (19)$$

sujeito a (20)

$$S^t f^t + g^t + r^t = d^t \tag{21}$$

$$f_{ij}^t - \gamma_{ij} \left( n_{ij}^0 + \sum_{m=1}^t n_{ij}^m \right) (\theta_i^t - \theta_j^t) = 0 \tag{22}$$

$$|f_{ij}^t| \leq \left( n_{ij}^0 + \sum_{m=1}^t n_{ij}^m \right) \bar{f}_{ij} \tag{23}$$

$$\underline{g}_j^t \leq g_j^t \leq \bar{g}_j^t \tag{24}$$

$$0 \leq r^t \leq d^t \tag{25}$$

$$\underline{n}_{ij}^t \leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t \tag{26}$$

$$\sum_{t=1}^T n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij} \tag{27}$$

$$n_{ij}^t \text{ inteiro}; \theta_i^t, f_{ij}^t \text{ irrestrito} \tag{28}$$

$$t = 1, 2, \dots, T \tag{29}$$

onde  $r^t$  é o conjunto de geradores artificiais no estágio  $t$  e seu somatório indica o corte de carga (demanda não atendida) existente no estágio  $t$  do plano de expansão;  $\underline{g}_j^t$  é o limite inferior para o gerador  $j$  no estágio  $t$ ;  $\underline{n}_{ij}^t$  é o limite inferior para a variável  $n_{ij}$  no período  $t$ . O parâmetro  $\alpha$  é um fator de penalidade que tem o objetivo de inibir configurações ineficazes. As demais variáveis são as mesmas do planejamento estático com apenas o acréscimo do índice  $t$  que define o estágio do planejamento. A seguir, apresentaremos a metodologia de solução abordada neste trabalho.

### 3 Busca Tabu

A busca tabu é um método de otimização baseado em conceitos da inteligência artificial. Esta meta-heurística foi originalmente proposta por Glover (1987) como uma heurística iterativa genérica para resolver problemas combinatórios.

A busca tabu é uma forma de busca em vizinhança local, em que se considera que cada solução  $S \in A$  tem um conjunto associado de vizinhos  $\mathcal{N}(S) \subseteq A$ . Uma solução  $S' \in \mathcal{N}(S)$  pode ser obtida a partir de  $S$  por uma operação chamada de *movimento* para  $S'$  ( $S \rightarrow S'$ ). A priori, se  $S'$  é vizinho de  $S$ , também é verdade que  $S$  é vizinho de  $S'$ .

A ideia básica da busca é andar na vizinhança de  $S$  no intuito de encontrar a melhor solução daquela vizinhança (ótimo local de  $S$ ), definida aqui como  $S_o$ . Uma vez encontrada esta melhor solução vizinha de  $S$  (que pode ser melhor ou pior do que  $S$ ), a busca faz um movimento para esta e procura o seu melhor vizinho. Porém, como foi dito anteriormente, um vizinho de  $S_o$  é  $S$ , solução de onde partimos. Se for permitido voltar neste momento para  $S$ , provavelmente a busca ficará num ciclo infinito. Para evitar que isto ocorra, são armazenadas informações das soluções visitadas mais recentemente em uma lista chamada de *lista tabu*. Assim, movimentos para soluções contidas nesta lista são proibidos, ditando desta forma que se houver um movimento de  $S$  para  $S_o$ , esta informação será armazenada na lista tabu e o movimento contrário será proibido, no intuito de evitar ciclos. Porém, se o movimento que é considerado tabu levar a uma solução melhor do que a melhor solução encontrada até momento, chamada de solução de solução incumbente, este será realizado. Isto porque é seguro que se a busca parte para uma solução melhor do que todas as outras já encontradas, então a busca não está em ciclo. Esta estratégia é chamada de critério de aspiração.

A intensificação e a diversificação são duas abordagens que fazem uso de uma memória de maior prazo do que a lista tabu, cujas informações se esvaem ao decorrer de algumas poucas iterações. A intensificação e a diversificação têm como objetivo fazer uma busca mais intensiva dentro de regiões que se mostraram atraentes durante a busca (intensificação) e para armazenar as regiões já pesquisadas com o objetivo de evitar retornar a estas regiões direcionando a busca para regiões ainda não visitadas (diversificação).

Uma outra abordagem importante é uma integração das estratégias de intensificação e diversificação chamada de *path relinking*. Como ensinam Glover e Laguna (1998), esta abordagem gera novas soluções explorando trajetórias que conectam soluções de elite (as melhores soluções encontradas durante a busca).

Como não é nosso intuito fazer um estudo exaustivo da busca tabu, remetemos o leitor interessado ao livro Glover e Laguna (1998) para este propósito.

### 3.1 Aplicação da Busca Tabu ao PERTEE Multiestágio

Nesta seção detalharemos as estratégias utilizadas neste trabalho buscando apresentar o máximo de detalhes para que os resultados aqui obtidos possam ser reproduzidos.

Para solução do PERTEE multiestágio, primeiramente fizemos uma ligeira modificação na heurística proposta por Garver (1970). Neste trabalho o índice de sensibilidade juntamente com uma memória  $\Upsilon$  de curto prazo foram usados, como mostra a Eq. (30). Abaixo a heurística construtiva com restrições tabu.

1. **Monte** o programa linear (PL) correspondente ao modelo de transportes ou ao modelo híbrido com  $n^0$ , relaxando as restrições de integralidade.
2. **Execute** o modelo montado no passo anterior. Se  $v = 0$ , então pare. Senão faça:

$$(a) \quad ij \leftarrow \arg \max_{ij} \{n_{ij} \bar{f}_{ij} : n_{ij} > 0 \text{ e } \{ij\} \notin \Upsilon\} \quad (30)$$

- (b)  $n_{ij}^0 \leftarrow n_{ij}^0 + 1$
- (c)  $\Upsilon \leftarrow \Upsilon \cup \{ij\}$

3. **Atualize** os critérios tabus. Volte ao passo 1.

No passo **Atualize**, dois parâmetros devem ser considerados: o tamanho de  $\Upsilon$  e o número de iterações em que um movimento permanecerá tabu. O primeiro parâmetro foi fixado em 30 neste trabalho e o segundo em 7.

Após a convergência do algoritmo, constata-se que algumas linhas redundantes são adicionadas, ou seja, mesmo que essas linhas sejam removidas, a configuração permanece factível. Desta forma, chamaremos de *algoritmo\_Random\_Segunda\_Fase* o algoritmo que em vez de remover todas as linhas após a ordenação, não faz a ordenação das linhas e simula a remoção da metade das linhas da configuração corrente aleatoriamente.

Para encontrar uma configuração factível para o PERTEE multiestágio, aplicamos os passos listados acima passando como parâmetro  $n_{ij}^m$  para  $m = 1..T$ . Ou seja, primeiramente é aplicado a heurística construtiva para o primeiro estágio. Depois, considerando-se as linhas adicionadas no primeiro estágio, aplicamos a heurística para o segundo estágio e assim até o estágio  $T$ . Os passos descritos neste parágrafo serão chamados de algoritmo *heuristica\_construtiva\_multiestagio*.

Assim, dado um sistema para o qual se deseja determinar um plano de expansão multiestágio, aplica-se o algoritmo *heuristica\_construtiva\_multiestagio* no intuito de se obter uma solução factível inicial  $X_o$ . Dado este  $X_o$ , alguns movimentos serão aplicados a  $X_o$  no intuito de encontrar outras soluções em sua vizinhança.

Seja  $\Gamma = \Omega \setminus X_o$  o conjunto de todos os ramos existentes menos os existentes na configuração  $X_o$ . Neste trabalho sugerimos fazer um movimento  $X_o \rightarrow X_s$  removendo uma ou mais linhas da configuração  $X_o$  e adicionando linhas contidas em  $\Gamma$ . Abaixo detalharemos os dois passos para se realizar um movimento  $X_o \rightarrow X_s$ .

1. Remover linhas de  $X_o$ : seleciona-se um valor  $n$  aleatório entre  $minRemover : maxRemover$  de linhas para se remover baseado no maior valor normalizado do índice *ind\_remove* (onde  $ind\_remove = \bar{f}_{ij} / \delta_{inv}^t c_{ij} - frequencia\_remocao\_ij$ ), que não sejam tabu. Ou seja, removem-se as  $n$  linhas com o maior valor normalizado deste índice que não sejam tabu. As linhas aqui

removidas passam a ser tabu, ou seja, fica-se proibido adicionar linhas neste ramo do sistema por algumas iterações. Uma questão importante a ser considerada nesta parte do movimento é que se no ramo  $i - j \in X_o$  tiver mais de uma linha, removemos um valor aleatório de linhas no intervalo  $1 : n_{ij}$ . Os dois números aleatórios usados neste passo do movimento visa evitar um número de parâmetros muito grande para a metodologia proposta neste trabalho e possibilitar maior diversidade à busca. De acordo com as simulações que realizamos, podemos considerar  $minRemover = 2$  e  $maxRemover = \min\{|X_o|, 10\}$ . A parte  $frequencia\_remocao\_ij$  do índice  $ind\_remove$  é o valor da frequência normalizado em que este ramo tem sido selecionado para se perturbado.

2. Adicionar linhas de  $\Gamma$  nas configurações vizinhas. Para cada configuração gerada no passo anterior, faça: selecione aleatoriamente  $k$  ramos entre 1 e  $maxAdicionar$  pertencentes a  $\Gamma$  e não tabus. Em testes, verificamos que um valor razoável para  $maxAdicionar$  seria  $0.06 \times |\Omega| \times T$ . Estabeleça uma competição entre os  $k$  ramos selecionados. Ganhará o ramo que tiver o maior valor normalizado do índice  $ind\_adicionar$  (onde  $ind\_adicionar = \bar{f}_{ij}/\delta_{inv}^t c_{ij} - frequencia\_adicionar\_ij$ ), que não seja tabu. Aqui será mantida uma outra memória de longo prazo, agora para lembrar os ramos que têm frequentemente ganho as competições. Desta forma, quanto mais um ramo tiver ganho as competições em que participou, menor será sua chance nas competições seguintes. Quando o intuito for intensificar a busca, utilizamos  $ind\_adicionar = \bar{f}_{ij}/\delta_{inv}^t c_{ij} + frequencia\_adicionar\_ij$ . Uma vez conhecido o ramo ganhador, este receberá o número de linhas que havia no ramo removido deste vizinho no item anterior. Este ramo será adicionado à lista tabu de curto prazo. Ressaltamos que tanto  $\bar{f}_{ij}/\delta_{inv}^t c_{ij}$  como  $frequencia\_adicionar\_ij$  devem estar normalizados.

Muito provavelmente os  $n$  vizinhos gerados acima serão inactíveis. Portanto, cada um será submetido ao algoritmo *heuristica\_constructiva\_multiestagio* e depois ao *algoritmo\_Random\_Segunda\_Fase*. Além do índice da Eq. (30), foram utilizados os índices listados abaixo.

1.  $ij \leftarrow \arg \max_{ij} \{n_{ij} \bar{f}_{ij}/c_{ij} : n_{ij} > 0 \text{ e } \{ij\} \notin T\}$
2.  $ij \leftarrow \arg \max_{ij} \{n_{ij} \gamma_{ij} : n_{ij} > 0 \text{ e } \{ij\} \notin T\}$
3.  $ij \leftarrow \arg \max_{ij} \{n_{ij} \gamma_{ij}/c_{ij} : n_{ij} > 0 \text{ e } \{ij\} \notin T\}$
4.  $ij \leftarrow \arg \max_{ij} \{n_{ij} \gamma_{ij} \bar{f}_{ij}/c_{ij} : n_{ij} > 0 \text{ e } \{ij\} \notin T\}$
5. Índice proposto em Monticelli *et al.* (1982). Não o detalharemos aqui por questão de espaço.

Desta forma, existem 6 formas de gerar configurações factíveis para os  $n$  vizinhos, gerando  $6 \times n$  configurações. Construir os  $6 \times n$  pode ser muito custoso e não há garantia de que não serão iguais. Por isso, primeiramente geramos os  $n$  vizinhos considerando o índice da Eq. (30), depois selecionamos aleatoriamente novos índices considerando o intervalo entre 1 e 5. Uma vez gerados todos os vizinhos de  $X_o$ , movemos para o melhor entre eles e seguiremos iterativamente os passos anteriores até que um número  $maxIteracoes$  de iterações seja alcançado.

### 3.1.1 Soluções de Elite

À medida que a busca for evoluindo, mais e mais soluções de grande qualidade serão encontradas. Neste trabalho mantemos as melhores soluções encontradas durante a busca seguindo a seguinte sistemática. A solução incumbente fica no final da lista de elite. Sempre que uma solução for melhor que a incumbente, está acrescentará o tamanho da lista e irá para o novo final da lista. Desta forma, a antiga solução incumbente não será sobreposta. Sempre que uma solução melhor do que alguma solução da lista de elite for encontrada, esta nova solução sobrescreverá a pior solução de elite. Serão mantidas duas listas de elite: a lista das melhores totalmente factíveis e a lista das melhores soluções com pequeno grau de inactibilidade. Na próxima seção será detalhada o motivo de manter estas duas listas.

Uma variável será usada para controlar a região de busca. Esta variável será incrementada sempre que se decidir pelo movimento para uma solução que seja pior do que a incumbente de acordo com

a Eq. (31).

$$\text{controle} = \left\lceil \frac{\text{controle} \times \text{investimento\_do\_vizinho\_atual}}{\text{investimento\_incumbente}} \right\rceil \quad (31)$$

Quando *controle* passar de um valor máximo (neste trabalho usamos 21), uma solução dentre as de elite será selecionada para reiniciar a busca. Utilizamos o método da roleta dos algoritmos genéticos para dar mais chance de selecionar as melhores dentre as de elite. A estratégia da roleta foi propositalmente adotada para que quando todas as soluções de elite estiverem bem próximas entre si, tenha cada uma a mesma possibilidade de ser selecionada. Sempre que uma nova solução incumbente totalmente factível for encontrada ou quando a busca for reiniciada atribui-se  $\text{controle} = 1$ .

No intuito de provocar diversificação controlada na busca, sempre que a esta estiver em estado de diversificação, será selecionada a solução de elite com menor distância euclidiana da solução incumbente e lhe será atribuído investimento infinito. Assim, outras soluções entrarão em seu lugar.

A busca entrará em estado de diversificação a cada *freq\_diversificar* iterações. Neste trabalho,  $\text{freq\_diversificar} = 7$ .

### 3.1.2 Path Relinking

Como foi dito em seções acima, o *path relinking* tem função de intensificador e de diversificação da busca. Desta forma, a cada *freq\_chame\_pr* iterações, será realizado um *path relinking* entre a solução incumbente e todas as soluções de elite. Porém, cada vez que esta parte do algoritmo for acionada será selecionada somente uma das duas listas de elites, com probabilidade de 60% para a lista de elites totalmente factíveis e 40% para a outra lista de elites. Foi atribuída esta distribuição porque realizar o *path relinking* entre a incumbente e os elementos da lista de elites factíveis é muito rápido pois geralmente estas soluções estão próximas da incumbente. Porém, e exatamente por isso, algumas vezes não será encontrada nenhuma solução factível neste caminho. Já realizar o *path relinking* com a lista de elite de infactíveis pode gerar diversas configurações factíveis no caminho, porém o processo pode ser demorado. Pelas simulações que realizamos, consideramos conveniente atribuir  $\text{freq\_chame\_pr} = 10$ .

A estratégia mencionada no penúltimo parágrafo da seção 3.1.1 será muito importante para a rotina de *path relinking*, uma vez que se a lista de elite se mantivesse inalterada entre uma chamada e outra a esta rotina não faria nenhum sentido aplicar esta estratégia, já que sempre se obteriam as mesmas soluções.

Ao final da rotina de *path relinking*, será feito o movimento para a melhor configuração factível encontrada durante a realização desta rotina.

## 4 Resultados Computacionais

Para verificarmos a qualidade das estratégias propostas neste trabalho, faremos alguns testes com sistemas conhecidos na literatura. Infelizmente dispomos apenas de dois sistemas para testes: um sistema colombiano, com três estágios de expansão (2002, 2005 e 2012) (mais detalhes sobre este sistema pode ser encontrado em Escobar *et al.* (2004)) e o sistema sul brasileiro com redespacho da geração (detalhes sobre este sistema podem ser encontrado em Haffner (2000)). Porém os dados deste sistema sul brasileiro estão para um planejamento estático. Assim, simularemos a expansão deste sistema em dois estágios como será mostrado na seção 4.2.

### 4.1 Testes Com o Sistema Colombiano

Devido às características estocásticas de nossa abordagem, realizamos 10 execuções do método proposto neste trabalho para o sistema colombiano. Em todos os testes foi estabelecido  $\text{maxIteracoes} = 400$ . Em relação ao parâmetro  $\alpha$ , sugerimos fixá-lo da seguinte forma: após se encontrar a primeira

Tabela 1: Execuções do método considerando o sistema colombiano.

Execução	$v \times 10^3$	PLs	Tempo
1	503.717,430	339.161	2.669,730
2	498.778,110	402.020	4.231,210
3	509.696,740	383.488	2.634,960
4	494.530,270	375.868	2.924,260
5	491.012,194	385.481	2.644,160
6	509.696,736	377.203	3.021,610
7	503.376,781	445.253	4.302,748
8	497.245,314	470.153	3.472,350
9	491.012,194	479.900	3.738,443
10	503.981,451	353.286	2.878,940
Média	500.304,72	401.181,3	3.251,84
Desv. Padrão	6.902,17	48.088,46	644,38

Tabela 2: Soluções de elite do sistema colombiano.

$v \times 10^3$
495.021,180
494.801,300
494.720,518
494.361,540
493.595,784
492.166,564
491.012,194

configuração factível, sendo  $v$  seu valor de investimento, fazemos  $\alpha = v/4$ . Foi considerada uma taxa anual de desconto  $I = 10\%$ . A tabela 1 mostra o melhor investimento ( $v$ ) encontrado em cada execução, o número total de PLs executados e o tempo em segundos até a parada da método.

Em Escobar *et al.* (2004) a melhor solução encontrada para este sistema sugere um investimento de US\$ 514.400.000 ao se aplicar um algoritmo genético e executar por volta de 210.000 PLs. Pela tabela 1, mostra-se que o método apresentado neste trabalho encontrou soluções melhores nas dez execuções realizadas, porém sempre executando um número maior de PLs.

A melhor solução encontrada nas execuções realizadas sugere um investimento de US\$ 491.012.194, 000 (que foi encontrada nas execuções 5 e 9). Na tabela 2 são mostradas sete das melhores soluções de elite factíveis ao final da execução 5 (uma das que encontraram a melhor solução).

Vê-se pela tabela 2 que ao final da execução do método, o planejador terá uma série de soluções de boa qualidade em vez de apenas uma.

Abaixo os planos de expansão em cada estágio para a melhor solução encontrada.

- Estágio 1 (2002 – 2005): Investimento = US\$ 338.744.000, 00  $\times$  1, 000. Plano de expansão:  
 $n_{57-81} = 2; n_{55-57} = 1; n_{55-62} = 1; n_{45-81} = 1; n_{82-85} = 1$ .
- Estágio 2 (2005 – 2009): Investimento = US\$ 104.750.000, 00  $\times$  0, 729. Plano de expansão:  
 $n_{27-29} = 1; n_{62-73} = 1; n_{72-73} = 1; n_{19-82} = 1$ .
- Estágio 3 (2009 – 2012): Investimento = US\$ 158.798.000, 00  $\times$  0, 478. Plano de expansão:  
 $n_{43-88} = 2; n_{15-18} = 1; n_{30-65} = 1; n_{30-72} = 1; n_{55-84} = 1; n_{29-64} = 1; n_{19-82} = 1; n_{68-86} = 1$ .

## 4.2 Testes com o Sistema Sul Brasileiro

Foram realizadas duas simulações de divisão do planejamento estático para o planejamento multistágio. A tabelas 3 e 4 apresentam as gerações e demandas dos dois estágios dos respectivos sistemas. Como os sistemas sul brasileiro são menos complexos do que o sistema colombiano, atribuímos  $maxIteracoes = 200$  para todas as execuções com os dois sistemas sul brasileiro aqui testados. Os demais parâmetros serão iguais aos usados com o sistema colombiano.

A tabela 5 resume os resultados encontrados em dez execuções do método considerando o sistema sul 1. A tabela 6 resume os resultados encontrados em dez execuções do método considerando o

sistema sul 2. A tabela 7 apresenta sete soluções de elite factíveis da execução 1 com o sistema sul 1 e da execução 4 do sistema sul 2.

Abaixo os planos de expansão em cada estágio para a melhor solução encontrada para o sistema sul 1.

- Estágio 1: Investimento = US\$ 48.333.000,00 × 1,000. Plano de expansão:  
 $n_{4-9} = 1; n_{42-43} = 1; n_{46-10} = 1; n_{31-32} = 1; n_{28-31} = 1; n_{9-10} = 1.$
- Estágio 2: Investimento = US\$ 18.789.000,00 × 0,729. Plano de expansão:  $n_{24-34} = 1; n_{20-21} = 1.$

Tabela 3: Sistema sul 1 - gerações e demandas dos dois estágios.

Estágio I			Estágio II		
Barra	Geração	Demanda	Barra	Geração	Demanda
4	0,00	300,70	2	0,00	443,10
5	0,00	238,00	12	0,00	511,90
8	0,00	72,20	13	0,00	185,80
19	1.670,00	0,00	14	1.257,00	0,00
22	0,00	81,90	16	2.000,00	0,00
26	0,00	231,90	17	1.050,00	0,00
27	220,00	0,00	20	0,00	1.091,20
28	800,00	0,00	23	0,00	458,10
33	0,00	229,10	24	0,00	478,20
35	0,00	216,00	31	700,0	0,00
36	0,00	90,10	32	500,00	0,00
37	300,00	0,00	34	748,00	0,00
38	0,00	216,00	40	0,00	262,10
39	600,00	0,00	46	700,00	0,00
42	0,00	1.607,90			
44	0,00	79,10			
45	0,00	86,70			

Tabela 4: Sistema sul 2 - gerações e demandas dos dois estágios.

Estágio I			Estágio II		
Barra	Geração	Demanda	Barra	Geração	Demanda
2	0,00	443,10	4	0,00	300,70
12	0,00	511,90	5	0,00	238,00
16	2.000,00	0,00	8	0,00	72,20
19	1.670,00	0,00	13	0,00	185,80
20	0,00	1.091,20	14	1.257,00	0,00
32	500,00	0,00	17	1.050,00	0,00
36	0,00	90,10	22	0,00	81,90
37	300,00	0,00	23	0,00	458,10
38	0,00	216,00	24	0,00	478,20
39	600,00	0,00	26	0,00	231,90
40	0,00	262,10	27	220,00	0,00
42	0,00	1.607,90	28	800,00	0,00
46	700,00	0,00	31	700,00	0,00
			33	0,00	229,10
			34	748,00	0,00
			35	0,00	216,00
			44	0,00	79,10
			45	0,00	86,70

Abaixo os planos de expansão em cada estágio para a melhor solução encontrada para o sistema sul 2.

- Estágio 1: Investimento = US\$ 45.046.000,00 × 1,000. Plano de expansão:  
 $n_{18-19} = 1; n_{20-21} = 1; n_{42-43} = 1; n_{5-11} = 2; n_{46-11} = 1.$
- Estágio 2: Investimento = US\$ 6.268.000,00 × 0,729. Plano de expansão:  $n_{20-23} = 1.$

A solução ótima do sistema estático sul brasileiro com redespacho da geração é conhecida, e sugere um plano de expansão com investimento de US\$ 70.289.000,00 de acordo com Haffner (2000).

Portanto, em ambas as possibilidades de se dividir este sistema em dois estágios o planejamento torna-se muito mais barato (19,39% mais barato considerando o sistema sul 1 e 29,41% mais barato levando em conta o sistema sul 2) do que o planejamento estático.

Tabela 5: Execuções do método considerando o sistema sul 1.

Execução	$v \times 10^3$	PLs	Tempo
1	56.653,94	87.915	214,84
2	57.258,18	75.173	198,60
3	60.825,13	95.650	235,32
4	56.653,94	94.661	232,06
5	56.653,94	104.205	256,61
6	56.653,94	83.682	201,00
7	56.653,94	82.096	195,92
8	57.258,18	85.955	254,73
9	60.053,90	91.531	568,92
10	60.825,13	85.096	211,87
Média	57.949,02	88.596,40	256,99
Desv. Padrão	1.835,31	8.199,33	111,79

Tabela 6: Execuções do método considerando o sistema sul 2.

Execução	$v \times 10^3$	PLs	Tempo
1	52.702,57	85.492	184,73
2	52.702,57	92.517	203,11
3	49.615,37	107.561	244,31
4	49.615,37	107.663	236,70
5	52.702,57	115.396	255,01
6	49.615,37	98.142	220,58
7	49.615,37	88.460	195,55
8	49.615,37	84.735	205,79
9	52.702,57	103.773	223,15
10	52.702,57	94.766	216,31
Média	51.158,97	97.850,5	218,52
Desp. Padrão	1.627,09	10.458,78	22,18

Tabela 7: Soluções de elite dos sistemas sul 1 e sul 2.

$v_{sul1} \times 10^3$	$v_{sul2} \times 10^3$
60.523,475	52.702,565
60.053,896	52.499,372
59.678,943	52.196,372
58.756,379	51.944,372
58.427,600	51.717,808
57.258,181	51.314,000
56.653,943	49.615,372

## 5 Conclusões

Este trabalho propôs algumas estratégias de definição da vizinhança para aumentar a eficiência da busca tabu quando aplicada para guiar as heurísticas construtivas aplicadas ao problema de planejamento da expansão de redes de transmissão de energia elétrica multiestágio. Em testes realizados, o método mostrou ser eficiente ao encontrar mais de dez soluções melhores do que a melhor conhecida na literatura especializada para o sistema colombiano, que é considerado de grande porte. Neste trabalho, foram simuladas duas possibilidades de divisão do plano de expansão sul brasileiro com redespacho da geração em dois estágios. Em ambas as possibilidades, o plano de expansão final foi mais barato do que a solução ótima conhecida do planejamento estático.

## Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer à FAPESP pelo suporte à pesquisa que originou este trabalho.

## Referências

- Abdelaziz, A. R. (1999). A fuzzy-based power system reliability evaluation. *Electric Power Systems Research*, **50**(February 1998), 1 – 5.
- Buygi, M., Balzer, G., Shanechi, H. e Shahidehpour, M. (2004). Market-based transmission expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.*, **19**(4), 2060–2067.
- Choi, J., Tran, T., El-Keib, A., Thomas, R., Oh, H. e Billinton, R. (2005). A method for transmission system expansion planning considering probabilistic reliability criteria. *IEEE Trans. Power Syst.*, **20**(3), 1606–1615.
- Chung, T., Li, K., Chen, G., Xie, J. e Tang, G. (2003). Multi-objective transmission network planning by a hybrid GA approach with fuzzy decision analysis. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, **25**(3), 187–192.
- Escobar, A. H., Gallego, R. A. e Romero, R. (2004). Multistage and coordinated planning of the expansion of transmission systems. *IEEE Trans. Power Syst.*, **19**(2), 735–744.
- Fang, R. e Hill, D. J. (2002). A new strategy for transmission expansion in competitive electricity markets. *IEEE Power Engineering Review*, **22**(11), 60–60.
- Garcia, B.-L., Mahey, P. e LeBlanc, L. J. (1997). Iterative improvement methods for a multiperiod network design problem. *European Journal of Operational Research*.
- Garver, L. L. (1970). Transmission network estimation using linear programming. *IEEE Trans. Power App. Syst.*, (7), 1688–1697.
- Glover, F. (1987). Tabu search - part i. *ORSA Journal on Computing*, **1**(3), 190–206.
- Glover, F. e Laguna, M. (1998). *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers.
- Haffner, S. (2000). *O Planejamento da expansão dos sistemas elétricos-haffner-planejamentotricos no contexto de um ambiente competitivo*. Ph.D. thesis, UNICAMP SP, Brazil.
- Latorre, G., Cruz, R., Areiza, J. e Villegas, A. (2003). Classification of publications and models on transmission expansion planning. *IEEE Trans. Power Syst.*, **18**(2), 938–946.
- Monticelli, A. (1983). *Fluxo de carga em redes de energia elétrica*. Editora Edgard Blücher Ltda.
- Monticelli, A., Santos, A., Pereira, M., Cunha, S., Parker, B. e Praca, J. (1982). Interactive transmission network planning using a least-effort criterion. *IEEE Trans. Power App. Syst.*, **PAS-101**, 3919–3925.
- Villasana, R., Garver, L. L. e Salon, S. J. (1985). Transmission Network Planning Using Linear Programming. *IEEE Trans. Power App. Syst.*, **PAS-104**, 349–356.