

Relaxação Lagrangeana para o Problema Multiperíodo de Controle de Densidade em Redes de Sensores sem Fio

Fabiola Guerra Nakamura¹, Iuri Bueno Drummond de Andrade²

¹Departamento de Ciência da Computação – Universidade Federal do Amazonas (UFAM)

²Departamento de Ciência da Computação – Universidade Federal de Minas Gerais

fabiola.ufam@gmail.com, iuri@dcc.ufmg.br

Abstract. *The Density Control in Wireless Sensor Networks is a widely used strategy to save energy and network resources and increase its lifetime. In this work, the density control problem is treated with a multi-period approach that consists in defining globally a solution for each time period, respecting the battery capacity of the sensor nodes. We model the problem as a Integer Linear Programming Problem and solve it with a commercial optimization package. We propose a Lagrangian Relaxation to generate a lower bound to the model and computational results show that it can generate good bounds for the problem. Keywords: density control, sensor networks, ILP*

Resumo. *O Controle de Densidade em Redes de Sensores sem Fio é uma das maneiras mais exploradas para se utilizar os recursos escassos dessas redes de forma eficiente e contribuir para o aumento do seu tempo de vida. O problema de controle de densidade é abordado neste trabalho como um problema multiperíodo que é um tratamento diferenciado para o controle de densidade e que consiste em definir de maneira global uma solução para cada um dos períodos, respeitando-se os limites de energia dos nós sensores. O problema de controle de densidade multiperíodo é modelado como um problema de Programação Linear Inteira e é resolvido por um pacote de otimização comercial. A contribuição deste trabalho é uma Relaxação Lagrangeana para geração de um limite inferior para o modelo e cujos resultados mostram que é capaz de gerar bons limites inferiores para o problema. Palavras-chave: Controle de Densidade, Redes de Sensores, PLI.*

1 Introdução

O Controle de Densidade em Redes de Sensores sem Fio é uma das maneiras mais exploradas para se utilizar os recursos escassos dessas redes de forma eficiente e contribuir para o aumento do seu tempo de vida.

O problema fundamental no controle de densidade é determinar um subconjunto de nós que garanta os requisitos da aplicação, como por exemplo a cobertura total da área de interesse e a conectividade entre os nós ativos para permitir a disseminação de dados. Dentre os subconjuntos que garantem esses requisitos, o escolhido é aquele que melhor utiliza os recursos da rede, por exemplo aquele que consuma menos energia. Neste trabalho o problema de controle de densidade consiste em escolher um subconjunto de nós que

garanta a cobertura de uma área de monitoramento e a conectividade entre os nós ativos, minimize a energia consumida pela rede e obedeça os limites de energia dos nós.

O controle de densidade pode ser tratado de diversas maneiras como por exemplo de maneira estática, na qual dada uma configuração da rede escolhe-se a melhor solução naquele instante, ou de maneira dinâmica, na qual aspectos adicionais como o tempo esperado de vida da rede, a energia residual dos nós e falhas são levados em consideração na escolha da solução. Algoritmos desenvolvidos para o controle de densidade podem ser inseridos em ambientes de gerenciamento de RSSFs como propostos por [Ruiz (2003)] e auxiliar na operação e utilização eficiente dos recursos da rede.

Megerian e Potkonjak [Megerian (2003)] propõem diversos modelos de Programação Linear Inteira (PLI) para resolver o problema de cobertura em RSSFs. Essa abordagem tem diversas similaridades à proposta, porém não lida com o problema multiperíodo. Outra abordagem para o problema de cobertura é apresentada por Li et. al [Li (2002)]. Neste trabalho é proposto um algoritmo distribuído utilizando um grafo da vizinhança do nó para resolver o problema de cobertura.

Quintão et. al [Quintão (2004)] tratam a cobertura e aspectos de conectividade para as RSSFs utilizando algoritmos genéticos e algoritmos em grafos. Quintão et. al [Quintão (2005)] comparam a solução do CPLEX para um modelo de PLI para o problema multiperíodo de cobertura com as obtidas por um algoritmo evolucionário, obtendo bons resultados, considerando os valores da função objetivo. Porém os melhores resultados são encontrados nos tempos de execução do algoritmo.

Andrade et. al [Andrade (2009)] apresentam uma abordagem utilizando a meta-heurística GRASP para o Problema MultiPeríodo de Controle de Densidade, Cobertura e Roteamento em RSSFs Planas e os resultados obtidos encontrados indicam que o algoritmo conseguiu atender tais requisitos e foi capaz de gerar soluções próximas às soluções ótimas, com reduzidos tempos de execução.

O problema dinâmico de localização de facilidades com multiprodutos é formulado por Hinojosa et. al [Hinojosa (2000)] como um modelo de PLIM. Esse trabalho busca minimizar os custos totais para atendimento da demanda dos produtos especificados no horizonte de tempo planejado e ainda satisfazer as capacidades dos produtores e dos depósitos intermediários. O limite inferior do problema é determinado através de Relaxação Lagrangeana.

O problema de controle de densidade é abordado neste trabalho como um problema multiperíodo que é um tratamento diferenciado para o controle de densidade e que consiste primeiramente em definir um tempo esperado de vida da rede e dividi-lo em períodos de tempo, que podem ou não ter a mesma duração. Depois a abordagem define de maneira global a solução para cada um dos períodos, respeitando-se os limites de energia dos nós sensores. O critério para escolha da melhor solução é minimizar o consumo total de energia da rede, ou seja, a soma do consumo de energia de todos os nós em cada um dos períodos. O principal objetivo da abordagem multiperíodo é estabelecer limites inferiores para algoritmos periódicos de controle de densidade, uma vez que sua visão global tanto da rede quanto dos períodos leva aos melhores resultados possíveis. O problema de controle de densidade multiperíodo é modelado como um problema de Programação Linear Inteira e é resolvido por um pacote de otimização comercial. A contribuição deste trabalho

é uma Relaxação Lagrangeana para geração de um limite inferior para o modelo e cujos resultados mostram que é capaz de gerar bons limites inferiores para o problema.

2 Definição do Problema

De maneira formal o problema a ser tratado é definido como: *Dada uma área de monitoramento A , um conjunto de nós sensores S , um conjunto de nós sorvedouros M , um conjunto de pontos de demanda D e um conjunto de períodos de tempo T , o Problema de Controle de Densidade Multiperíodo em Redes de Sensores sem Fio (PCDM-RSSF) consiste em garantir, se possível, para cada ponto de demanda $j \in D$ na área A que pelo menos q nós sensores $l \in S$ o cubram e que exista uma rota entre cada nó sensor ativo $l \in S$ e um nó sorvedouro $m \in M$ em cada período t , respeitando-se os limites de energia dos nós sensores.*

3 Formulação matemática

O PCDM-RSSF é modelado como um problema de Programação Linear Inteira (PLI). A seguinte notação é utilizada na modelagem:

S conjunto de nós sensores.

D conjunto de pontos de demanda.

M conjunto de nós sorvedouros.

T conjunto de períodos de tempo.

B_{lj} matriz de conectividade, que tem o valor 1 na posição (l, j) se o nó l , um problema de q -cobertura, alcança o ponto de demanda j e 0 caso contrário.

A^s conjunto de arcos que conectam nós sensores.

A^m conjunto de arcos que conectam nós sensores e nós sorvedouros.

$E^l(A)$ conjunto de arcos que entram no nó sensor $l \in S$ e que pertencem ao conjunto A .

$S^l(A)$ conjunto de arcos que saem do nó sensor $l \in S$ e que pertencem ao conjunto A .

q precisão na cobertura que indica o número de nós sensores que devem cobrir um ponto de demanda. Em geral é feito igual a 1.

n número mínimo de nós sensores que devem estar ativos por período.

EB_l capacidade da bateria do nó l , que representa a quantidade de energia armazenada na bateria.

EA_l energia de ativação do nó l , que representa o custo de energia na transição do estado inativo para o estado ativo. Não é indexado por t porque seu valor independe da duração do período.

EM_l^t energia de manutenção do nó l ativo em cada período, que representa o consumo de energia do nó com o sensoriamento, processamento e escuta de canal em cada intervalo t .

ET_{li}^t energia consumida pelo nó l ativo com a operação de transmissão dos pacotes gerados para o nó i em cada período t .

ER_l^t energia consumida pelo nó l ativo com a operação de recepção dos pacotes em cada período t .

EH_j custo de energia pela não cobertura de ponto de demanda j , que representa uma penalidade quando o ponto não é coberto

As variáveis do modelo são:

x_{lj}^t variável que indica se o nó l está cobrindo o ponto de demanda j no período de tempo t

z_{lki}^t variável de decisão que possui valor 1 se o arco ki faz parte da rota entre o nó l e um nó sorvedouro no período de tempo t , e 0 caso contrário

w_l^t variável de decisão que possui valor 1 se o nó l é ativado no período de tempo t , e 0 caso contrário

y_l^t variável de decisão que possui valor 1 se o nó l está ativo no período de tempo t , e 0 caso contrário

h_j^t variável que indica não cobertura do ponto de demanda j no período de tempo t

O modelo é apresentado a seguir. A função objetivo da modelagem minimiza a energia consumida pelos nós e o número de pontos de demanda não cobertos, com a penalidade de não cobertura representada no último termo da função (1).

$$Z = \min \sum_{l \in S} \sum_{t \in T} (EM_l^t \times y_l^t + EA_l \times w_l^t + \sum_{k \in (S-l)} \sum_{i \in E^l(A^s)} ER_l^t \times z_{kil}^t + \sum_{k \in S} \sum_{li \in S^l(A^s \cup A^m)} ET_{li}^t \times z_{kli}^t) + \sum_{j \in D} \sum_{t \in T} EH_j \times h_j^t$$

O modelo está sujeito a um conjunto de restrições de cobertura, restrições de conectividade, restrições de energia, restrições de ativação e restrições que definem os tipos de variáveis.

As restrições (1), (2), e (3) lidam com o problema da cobertura. As restrições (1) garantem que cada ponto de demanda seja coberto por pelo menos q nós sensores. As restrições (2) definem que para um nó poder realizar o sensoriamento ele deve estar ativo. As restrições (3) limitam as variáveis x e as restrições (3) determinam que as variáveis h devem ser maiores ou iguais a zero.

$$\sum_{l \in S} B_{lj} \times x_{lj}^t + h_j^t \geq q, \forall j \in D \text{ e } \forall t \in T \quad (1)$$

$$B_{lj} \times x_{lj}^t \leq y_l^t, \forall l \in S, \forall j \in D \text{ e } \forall t \in T \quad (2)$$

$$0 \leq B_{lj} \times x_{lj}^t \leq 1, \forall l \in S, \forall j \in D \text{ e } \forall t \in T \quad (3)$$

$$h_j^t \geq 0, \forall j \in D \text{ e } \forall t \in T \quad (4)$$

As restrições (5), (6), (7) e (8) referem-se ao problema de conectividade e garantem que para cada nó ativo para sensoriamento deve existir uma rota até um nó sorvedouro (restrições (5) e (6)). A conexão entre dois nós sensores só pode existir se ambos estão ativos conforme descrito nas restrições ((7), (8)).

$$\sum_{ip \in E^p(A^s)} z_{lip}^t - \sum_{pk \in S^p(A^s \cup A^m)} z_{lpk}^t = 0, \forall p \in (S-l), \forall l \in S \text{ e } \forall t \in T \quad (5)$$

$$- \sum_{pk \in S^p(A^s \cup A^m)} z_{lpk}^t = -y_l^t, p = l, \forall l \in S \text{ e } \forall t \in T \quad (6)$$

$$z_{lip}^t \leq y_i^t, \forall i \in S, \forall l \in (S-p), \forall ip \in (A^s \cup A^m) \text{ e } \forall t \in T \quad (7)$$

$$z_{lip}^t \leq y_p^t, \forall p \in S, \forall l \in (S-p), \forall ip \in A^s \text{ e } \forall t \in T \quad (8)$$

As restrições de energia (9) indicam que a energia consumida por um nó l com operações de ativação, cobertura, processamento e comunicação é limitada pela capacidade de sua bateria.

$$\sum_{l \in S} \sum_{t \in T} (EM_l^t \times y_l^t + EA_l \times w_l^t + \sum_{k \in (S-l)} \sum_{il \in E^l(A^s)} ER_l^t \times z_{kil}^t + \sum_{k \in S} \sum_{li \in S^l(A^s \cup A^m)} ET_{li}^t \times z_{kli}^t) \leq EB_l, \forall l \in S \quad (9)$$

As restrições de ativação (10) e (11) indicam a relação entre as variáveis w , as variáveis y , o período no qual o nó foi ativado, e se o nó está ou não ativo no período t . A variável w foi incluída no modelo para contabilizar o custo de ativação EA de um de nó sensor. Estas restrições descrevem a seguinte situação, se um nó l está ativo no período de tempo t e não estava ativo no período $t - 1$ tem-se $w_l^t = 1$ e o custo EA_l é contabilizado na função objetivo e na restrição (9). As restrições (12) indicam o número mínimo de nós ativos por período.

$$w_l^1 - y_l^1 \geq 0, \forall l \in S \quad (10)$$

$$w_l^t - y_l^t + y_l^{t-1} \geq 0, \forall l \in S, \forall t \in T \text{ e } t \geq 2 \quad (11)$$

$$\sum_{l \in S} y_l^t \geq n, \forall t \in T \quad (12)$$

A restrição (13) define as variáveis de decisão como binárias.

$$y, z, w \in \{0, 1\} \quad (13)$$

4 Modelo Multiperíodo Relaxado

Entre as relaxações testadas, optou-se por relaxar as restrições (2), (7), (8) e (9). Associando-se Multiplicadores de Lagrange $\alpha_{ljt} \geq 0, \forall l \in S, \forall j \in D, \forall t \in T, \gamma_{likt} \geq 0, \forall l \in (S - k), \forall ik \in (A^s \cup A^m)$ e $\forall t \in T, \delta_{likt} \geq 0, \forall l \in (S - k), \forall ik \in A^s$ e $\forall t \in T, \beta_l \geq 0, \forall l \in S$, às restrições relaxadas, tem-se o seguinte Problema Lagrangeano:

$$\begin{aligned} Z_{RL}(\alpha, \beta) = & \sum_{l \in S} \sum_{t \in T} (EM_l^t y_l^t + EA_l w_l^t + \sum_{k \in (S-l)} \sum_{il \in E^l(A^s)} ER_l^t z_{kil}^t + \\ & \sum_{k \in S} \sum_{li \in S^l(A^s \cup A^m)} ET_{li}^t z_{kli}^t) + \sum_{j \in D} \sum_{t \in T} EH_j^t h_j^t + \\ & \sum_{l \in S} \sum_{j \in D} \sum_{t \in T} \alpha_{ljt} (B_{lj} x_{lj}^t - y_l^t) + \sum_{l \in S} \sum_{ik \in (A^s \cup A^m)} \sum_{t \in T} \gamma_{likt} (z_{lik}^t - y_l^t) + \\ & \sum_{l \in S} \sum_{ik \in A^s} \sum_{t \in T} \delta_{likt} (z_{lik}^t - y_k^t) + \\ & \sum_{l \in S} \beta_l [\sum_{t \in T} (EM_l^t y_l^t + EA_l w_l^t + \sum_{k \in (S-l)} \sum_{il \in E^l(A^s)} ER_l^t z_{kil}^t + \sum_{k \in S} \sum_{li \in S^l(A^s \cup A^m)} ET_{li}^t z_{kli}^t) - EB_l] \end{aligned}$$

sujeito a (3) a (6), (10) a (13), (1) e (4).

Seja

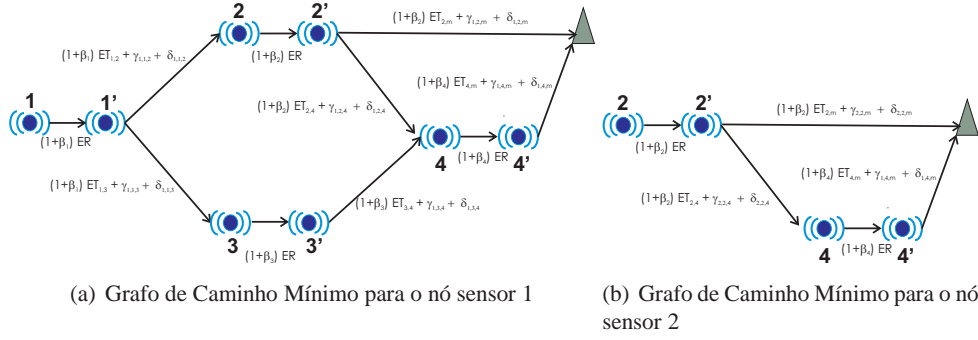


Figura 1. Rede de sensores desdobrada para cálculo do custo do caminho de um nó sensor l a um nó sorvedouro m procedimento de obtenção do Limite Inferior.

$cm_l = (1 + \beta_l)EM_l^t$ o custo de manutenção do nó sensor $l \in S$.

$ca_l = (1 + \beta_l)EA_l$ o custo de ativação do nó sensor $l \in S$.

cr_l^t o custo transmissão do nó $l \in S$ ao seu pai mais os custos de recepção e transmissão de todos os nós que pertencem à rota do nó sensor $l \in S$ ao sorvedouro $i \in M$ mais próximo, no período $t \in T$.

cr_l^t é o custo do caminho mínimo de l a um nó sorvedouro considerando a transmissão para um nó vizinho, a recepção e transmissão em cada nó intermediário. Cada nó l da rede é desdobrado em dois nós l e l' e custo do arco (l, l') é o custo de recepção do nó l . O caminho do nó l inicia-se no nó l' . Os custos de transmissão e recepção são multiplicados por $(1 + \beta_l)$, onde l é o nó que é desdobrado. O arco conectando dois nós, além da energia de transmissão, possui os custos dos multiplicadores γ e δ . Para cada nó l é montado o grafo de caminho mínimo considerando os multiplicadores γ_{lkit} e δ_{likt} . A Figura 1 mostra os grafos para cálculo de caminho mínimo para os nós 1 (1(a)) e 2 (1(b)).

Rearranjando o Lagrangeano e fazendo as substituições tem-se:

$$Z_{RL}(\alpha, \beta) = \left\{ \sum_{l \in S} \sum_{t \in T} [(cm_l + cr_l^t - \sum_{j \in D} \alpha_{ljt} - \sum_{i \in S} \sum_{k \in (SUM)} \gamma_{ikl} - \sum_{i \in S} \sum_{k \in S} \delta_{iklt})y_l^t + ca_l w_l^t] \right\} + \left\{ \sum_{j \in D} \sum_{t \in T} (EH_j^t h_j^t + \sum_{l \in S} \alpha_{ljt} B_{lj} x_{lj}^t) \right\} - \sum_{l \in S} \beta_l EB_l$$

sujeito a

$$\sum_{l \in S} B_{lj} x_{lj}^t + h_j^t \geq q, \forall j \in D \text{ e } \forall t \in T \tag{14}$$

$$0 \leq B_{lj} x_{lj}^t \leq 1, \forall l \in S, \forall j \in D, \text{ e } \forall t \in T \tag{15}$$

$$h_j^t \geq 0, \forall j \in D, \forall t \in T \tag{16}$$

$$w_l^1 - y_l^1 \geq 0, \forall l \in S \tag{17}$$

$$w_l^t - y_l^t + y_l^{t-1} \geq 0, \forall l \in S, \forall t \in T \text{ e } t \geq 2 \tag{18}$$

$$\sum_{l \in S} y_l^t \geq n, \forall t \in T \tag{19}$$

$$y_l^t, w_l^t \in \{0, 1\}, \forall l \in S, \forall t \in T \quad (20)$$

4.1 Limite Inferior

O modelo relaxado pode ser dividido em duas parcelas, uma com variáveis y , w e z e outra com as variáveis x e h .

A primeira parcela possui como função objetivo a seguinte equação:

$$Z_{RL_1}(\alpha, \beta) = \min \left\{ \sum_{l \in S} \sum_{t \in T} [(cm_l + cr_l^t - \sum_{j \in D} \alpha_{ljt} - \sum_{i \in S} \sum_{k \in (SUM)} \gamma_{ikl} - \sum_{i \in S} \sum_{k \in S} \delta_{ikl})y_l^t + ca_l w_l^t] \right\}$$

Sujeito às restrições (17) a (20).

A primeira parcela é separável para cada $t \in T$ e o procedimento para definir os nós ativos é o mostrado no Algoritmo 1.

O subproblema de ativação de nós (Z_{RL_1}) deve escolher, em cada período, os nós sensores mais "baratos" para minimizar a função objetivo. O algoritmo ativa os nós sensores enquanto o custo c_l for negativo, o que leva a valores de Z_{RL_1} cada vez menores. Se o número mínimo de nós sensores (n) não foi atingido são ativados novos nós em ordem crescente do custo c_l até que a restrição 19 seja atendida. O caminho dos nós ativos ao sorvedouro é ativado, viabilizando as restrições de conectividade. O último passo do algoritmo é ajustar os valores das variáveis w , para atender as restrições de ativação. Um detalhe do algoritmo é que se um nó foi ativado em um período t , seu custo c_l exclui no período $t + 1$ o valor ca_l .

A segunda parcela tem como função objetivo a seguinte equação:

$$Z_{RL_2}(\alpha, \beta) = \min \left\{ \sum_{j \in D} \sum_{t \in T} (EH_j^t h_j^t + \sum_{l \in S} \alpha_{ljt} B_{lj} x_{lj}^t) \right\}$$

Sujeito às restrições (14) a (16).

A segunda parcela é separável para cada $j \in D$ e $t \in T$ e resolvida pelo Algoritmo 2.

Este algoritmo escolhe, em cada período t , e para cada ponto de demanda j , os q nós sensores mais "baratos" que o alcancem (neste caso $B_{lj} = 1$), ou seja, aqueles com os menores valores α_{lj}^t . Se o valor de α_{lj}^t for maior que a penalidade EH significa que não vale apenas ativar o nó sensor e sim deixar o ponto descoberto e quando isto acontece a variável h é ajustada como mostrado na linha 14.

5 Resultados Computacionais

Os testes computacionais realizados visam avaliar os algoritmos propostos pela Relaxação Lagrangeana e Heurística Lagrangeana em relação a qualidade dos resultados e tempo de execução. Os valores do Limite Inferior obtidos pela Relaxação Lagrangeana são comparados ao valor do Limite Inferior da Relaxação Linear e ao valor da Solução Ótima, ambos obtidos pela solução do seu respectivo modelo matemático. Os testes foram realizados em máquinas com sistema operacional Linux Ubuntu Hardy Heron (8.04), processador Core 2 Quad 2.5GHz e 4GB de memória RAM. Os algoritmos da Relaxação Lagrangeana foram implementados em linguagem C e os modelos matemáticos foram resolvidos pelo *software* de otimização CPLEX 10.0.

Algoritmo 1: Algoritmo para resolver o Subproblema de Ativação de Nós Sensores da Relaxação Lagrangeana

```

1 .
   Entrada: S, D, Sorvedouro, RS (raio de sensoriamento), EH, B (Matriz de
           Cobertura),  $cr$ ,  $cm$ ,  $ca$ 
2 início
3   para todo  $t \in T$  faça
4     /*  $S'$  é o conjunto de nós ativos no período  $t$  */
5      $S' = \emptyset$ ;
6      $NumeroNosAtivos = 0$ ;
7     para todo  $l \in S$  faça
8       Calcular Caminho Mínimo para o nó  $l$ ;
9       Calcular  $c_l$ 
10      Ordenar crescentemente ( $c_l$ ) para todo  $l \in S$  e armazenar o resultado da
11      ordenação em  $L(i)$ , onde  $L(1) = l$  representada o nó com menor valor
12       $c_l$ ;
13       $l = L(1)$ ;
14      enquanto  $c_l < 0$  OU  $NumeroNosAtivos < n$  faça
15         $y_l^t = 1$ ;
16         $NumeroNosAtivos = NumeroNosAtivos + 1$ ;
17        Ativar Caminho para cada nó sensor  $l$  (Procedimento que ativa as
           variáveis  $z$ );
18        Incluir o nó  $l$  no conjunto  $S'$ ;
19         $i = i + 1$ ;
20         $l = L(i)$ ;
           /* Ativar variáveis  $w$  */
21   para  $l = 1$  até Número de Nós Sensores faça
22     se  $y_l^1 == 1$  então
23        $w_l^1 = 1$ ;
24   para  $l=1$  até Número de Nós Sensores faça
25     para  $t=2$  até Número de Períodos faça
26       se  $y_l^t == 1$  E  $y_l^{t-1} == 0$  então
27          $w_l^t = 1$ ;
  
```

Algoritmo 2: Algoritmo para resolver o Subproblema de Cobertura da Relaxação Lagrangeana

Entrada: :

1 S, D, Sorvedouro, RS (raio de sensoriamento), EH, B (Matriz de Cobertura), α
(Multiplicadores de Lagrange)

2 **início**

3 $x_{lj}^t = 0 \forall t, j, l;$

4 **para todo** $t \in T$ **faça**

5 **para todo** $j \in D$ **faça**

6 cobertura = 0;

7 Ordenar crescentemente $\alpha_{ljt}, \forall l$ e armazenar o resultado da ordenação em $L(i)$, onde $L(1) = l$ representada o nó com menor valor α_{ljt} . ;

8 $l = L(1);$

9 $i = 1;$

10 $\bar{\alpha} = \alpha_{ljt};$

11 **enquanto** $\bar{\alpha} < EH_j$ **e** $i < \text{Numero de Nos Sensores}$ **faça**

12 **se** $B_{lj} == 1$ **então**

13 $x_{lj}^t = 1;$

14 cobertura = cobertura + 1;

15 **se** cobertura == q **então**

16 └ Sair do Laço;

17 $i = i + 1;$

18 $l = L(i);$

19 $\bar{\alpha} = \alpha_{ljt};$

20 **se** cobertura $\neq q$ **então**

21 └ $h_j^t = q - \text{cobertura};$

5.1 Parâmetros de Entrada

Seja $u.d.$ a unidade para quantificar distância, $u.t.$ a unidade para quantificar tempo, $u.e.$ a unidade utilizada para quantificar o consumo de energia de uma determinada operação do nó sensor por unidade de tempo, e $u.e*t$ a unidade para quantificar a energia armazenada na bateria ou a energia consumida pelo nó, os parâmetros de entrada comuns a todos os testes realizados são os seguintes. Os valores de corrente consumida utilizados são baseados nos dados do nó sensor MICAz¹ da *Crossbow*. Os parâmetros de entrada para o teste são os seguintes: área de monitoramento igual a $10u.d. \times 10u.d.$, raio de sensoriamento de $2u.d.$, raio de comunicação de $3u.d.$, sorvedouro na coordenada(5,5), 100 pontos de demanda, Energia Residual Inicial de 400 $u.e*t$, número máximo de iterações do Método Subgradiente igual a 10000 e número máximo de iterações do Método Subgradiente Sem Melhora do Limite Inferior igual a 200.

Os testes realizados fornecem os valores dos limites inferiores das Relaxações Linear e Lagrangeana, o valor da função da solução ótima e o valor do limite superior (solução viável) obtido pela Heurística Lagrangeana.

As métricas de avaliação utilizadas são: a comparação dos valores das Relaxações Linear e Lagrangeana, os GAPs de dualidade calculados entre o LI da Relaxação Lagrangeana e o valor da função da solução ótima, entre LI da Relaxação Linear e o valor da função da solução ótima. Os tempos de obtenção da solução também são métricas utilizadas para avaliação dos algoritmos propostos.

5.2 Resultados

Os testes comparam os GAPs de Dualidade das Relaxações Lagrangeana e Linear utilizando o valor da solução ótima como o valor do Limite Superior. Os tempos de execução de cada uma das soluções, Relaxação Linear, Relaxação Lagrangeana e Solução Ótima, também são avaliados. Tanto o Limite Inferior da Relaxação Linear quanto a Solução Ótima são obtidos pela resolução de seus respectivos modelos matemáticos no *software* de otimização CPLEX 10.2. Os resultados são mostrados na Tabela 1.

Como pode ser observado o aumento do número de nós, mantendo-se o número de períodos, melhora o valor da função objetivo, seja para a Relaxação Linear, Relaxação Lagrangeana ou Solução Ótima. Isto ocorre porque cada instância gerada mantém os nós da instância imediatamente inferior e adiciona cinco novos nós, o que garante que o resultado seja pelo menos o obtido pela instância menor. Quando há melhora no valor da função objetivo significa que os novos nós encontram-se em posições que permitem um menor consumo de energia.

Os GAPS de dualidade variaram entre 1,11313% e 5,549278% para a Relaxação Linear e entre 1,381149% e 7,723763% para a Relaxação Lagrangeana. Novamente é observado que quanto maior o número de nós na instância ou o número de períodos maior o valor do GAP.

Em relação aos valores dos limites inferiores, a Relaxação Linear obteve melhores resultados que a Relaxação Lagrangeana, ou seja, o limite inferior foi maior. As diferenças entre estes valores variaram entre 0,017% e 2,302%. Porém esta diferença foi pequena e a Relaxação Lagrangeana tem a grande vantagem de gerar soluções inteiras e portanto mais fáceis de serem utilizadas para gerar uma solução viável.

¹Maiores detalhes em : <http://www.xbow.com/Products/productdetails.aspx?sid=164>

Instância	LI da Relaxação Linear	LI da Relaxação Lagrangeana	Solução Ótima	GAP da Relaxação Linear(%)	GAP da Relaxação Lagrangeana (%)
t4010	3047,10	3038,84	3081,40	1,11	1,38
t4510	3012,10	3011,58	3081,40	2,25	2,27
t5010	2996,50	2995,27	3080,15	2,72	2,76
t5510	2850,47	2840,24	2950,10	3,38	3,72
t6010	2663,54	2651,61	2737,80	2,71	3,15
t4010-5	3776,94	3754,52	3836,20	1,54	2,13
t4510-5	3730,13	3720,13	3836,20	2,77	3,03
t5010-5	3710,63	3707,22	3833,50	3,21	3,29
t5510-5	3530,17	3521,41	3687,55	4,27	4,51
t6010-5	3297,63	3281,34	3391,80	2,78	3,26

Tabela 1. Resultados comparando os limites das Relaxações Linear, Lagrangeana e Solução Ótima

Instância	Tempo da Relaxação Linear(s)	Tempo da Relaxação Lagrangeana(s)	Tempo da Solução Ótima (s)
t4010	910,92	1416,13	1069,78
t4510	1329,33	1488,22	1670,53
t5010	7474,10	2069,49	2151,77
t5510	52617,72	4193,74	60032,15
t6010	30634,57	5954,77	110324,45
t4010-5	192,78	1679,72	1653,2
t4510-5	9535,73	2426,96	2619,19
t5010-5	2204,3	2646,73	4627,86
t5510-5	20462,24	3013,46	85328,56
t6010-5	57418,86	5785,15	145649,90

Tabela 2. Tempo de Execução dos Testes

A Tabela 2 compara os tempos de execução entre as três estratégias. Pode-se observar o rápido crescimento do tempo de execução da Relaxação Linear e da Solução Ótima quando aumenta-se o número de nós e/ou o número de períodos. Este comportamento já era esperado uma vez que ambos são obtidos pela resolução do modelo matemático por algoritmos com comportamento exponencial. Os tempos de execução dos algoritmos da Relaxação Lagrangeana por outro lado tem um crescimento mais contido e aproximando-se de uma função polinomial, o que a torna ainda mais adequada para tratar o problema multiperíodo.

6 Agradecimentos

Este trabalho contou com apoio financeiro do CNPq - Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento - através do projeto número 554087/2006 - 5.

7 Considerações Finais

Este trabalho apresenta uma abordagem multiperíodo para o Problema de Controle de Densidade em Redes de Sensores sem Fio (PDC-RSSF). Essa abordagem inclui uma modelagem matemática de PLIM e uma proposta de Relaxação Lagrangeana para geração de limites inferiores para o problema. O modelo matemático é resolvido com um *software* de otimização comercial e obtém a solução ótima para algumas instâncias do problema porém tem problemas de escalabilidade que impedem que se tratem instâncias grandes em tempos viáveis, além de depender de pacotes de *software* para ser resolvido. A Relaxação Lagrangeana como estratégia para obtenção do Limite Inferior obteve bons resultados tanto em relação a qualidade das soluções quanto no tempo de execução quando comparada com a Relaxação Linear. Além disso ela eliminou a dependência de um pacote de *software* para obtenção do limite inferior para o modelo. Trabalhos em andamento incluem o desenvolvimento de uma Heurística Lagrangeana para obtenção de um limite superior para o problema a partir da solução do limite inferior gerado pela Relaxação Lagrangeana. Espera-se que para instâncias pequenas seja possível obter-se a solução ótima.

Referências

- Andrade, I., Mateus, G., and Nakamura, F. (2009). A grasp heuristic to density control: Solving multi-period coverage and routing problems in wireless sensor networks. In *14th IEEE Symposium on Computers and Communications (ISCC)*, pages 493 – 499. Sousse, Tunisia.
- Hinojosa, Y., Puerto, J., and Fernández, F. R. (2000). A multiperiod two-echelon multi-commodity capacitated plant organization problem. *European Journal of Operational Research*, 123:271–291.
- Li, X., Wan, P., and Frieder, O. (2002). Coverage in wireless ad hoc sensor networks. In *IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pages 753–763. Nova York, EUA.
- Megerian, S. and Potkonjak, M. (2003). Low power 0/1 Coverage and Scheduling Techniques in Sensor Networks. Technical Report 030001, University of California, Los Angeles.
- Quintao, F., Nakamura, F., and Mateus, G. R. (2004). A Hybrid Approach to solve the Coverage and Connectivity Problem in Wireless Sensor Networks. In *IV European Workshop on Meta-heuristics (EU/ME)*, volume 1.
- Quintão, F., Nakamura, F., and Mateus, G. R. (2005). Evolutionary algorithm for the dynamic coverage problem applied to wireless sensor networks design. In *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, volume 2, pages 1589–1596. Edinburg, UK.
- Ruiz, L., Nogueira, J., and Loureiro, A. (2003). Manna: A management architecture for wireless sensor networks. *IEEE Communications Magazine*, pages 116–125.