

**OTIMIZAÇÃO EM INSTITUIÇÕES DE ENSINO SUPERIOR EM MASSA: UMA  
ABORDAGEM TÁTICA USANDO CONCEITOS DE APS****Luiz Cesar Nanci Izidro Gonçalves**Programa de Doutorado em Engenharia de Produção  
Universidade Federal Fluminense**Haroldo Gambini Santos, DSc**Departamento de Computação  
Universidade Federal de Ouro Preto**RESUMO**

Nos últimos anos, o setor de ensino superior vem assumindo um papel cada vez mais importante no desenvolvimento do Brasil. A entrada de grandes grupos investidores nacionais e estrangeiros impulsionou o setor para novos patamares de gestão, qualidade e custos. Neste contexto, torna-se fundamental a adoção de métodos sofisticados de planejamento, conhecidos como APS (Advanced Planning System), para otimização das decisões na operação de ensino, reduzindo custos operacionais e satisfazendo as necessidades das diversas partes interessadas. Este trabalho apresenta uma proposta de APS para instituições de ensino superior em massa, baseado em modelos de otimização e apresenta um modelo matemático de programação inteira mista para o Problema Tático de Planejamento Acadêmico. Foram utilizadas instâncias reais adaptadas de uma grande universidade com atuação nacional e ganhos potenciais expressivos foram obtidos com a aplicação do modelo sugerido.

Palavras-chave: APS, Ensino Superior em Massa, Otimização, Programação de horários

**ABSTRACT**

The higher education sector assumes a very important role in Brazil's development agenda. The investments of major national and international groups has leveled the sector to a new challenge of management, quality and cost control. In this context, the application of sophisticated planning methods, known as APS (Advanced Planning System), is essential for optimize decisions regarding education operations activities, and simultaneously satisfy stakeholders demands. This paper proposes an APS structure for higher education universities based on optimization models and presents a mixed-integer programming model to the Tactical Academic Planning Problem. The instances were adapted from real cases of a Brazilian large university, and the application of the model shows promising profit increase.

Keywords: APS, Higher Education, Optimization, Timetabling

## 1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, o setor de ensino superior vem assumindo um papel cada vez mais importante no desenvolvimento do Brasil. Considerando o aumento expressivo da demanda no ensino superior, a qual não tem sido completamente atendida pelo setor público, os investimentos privados foram uma alavanca da expansão do ensino superior. No entanto, não faltam desafios para as empresas deste setor, como por exemplo, a questão da qualidade do ensino, que é o grande alvo das críticas às instituições privadas.

Alguns números do setor: de 1991 a 2007, o número de alunos matriculados nas instituições de ensino superior cresceu anualmente à média de 7%, sendo que o total de alunos matriculados em 2007 foi 2,5 vezes maior que em 1997. O número de instituições de ensino superior (IES) privadas chegou a 2.016 em 2008, representando 89,5% das instituições de ensino superior do país, quando uma década atrás eram apenas 764<sup>1</sup>. A grande concentração está na região sul e sudeste do país, com cerca de 68% dos alunos matriculados. Um dos caminhos para a expansão das grandes universidades privadas está sendo via aquisição de pequenas IES fora do eixo Sul-Sudeste, o que já vem ocorrendo há pelo menos 4 anos. O mesmo fenômeno ocorreu nos EUA no início da década de 90, com a consolidação de grandes grupos de ensino.

A tendência de formação de grandes conglomerados de ensino já é uma realidade no Brasil, atraindo grandes investidores, fundos e capital internacional. Diversas instituições deixaram a condição de filantropia para ceder às atrativas rentabilidades projetadas em função da abertura de capital em bolsa. Podemos citar, por exemplo, a aquisição de 51% do capital da Anhembi Morumbi pelo grupo Laureate International Universities, ou ainda a entrada do grupo GP Investimentos como acionista da Estácio Participações.

Um outro aspecto não menos importante do setor de ensino superior é sua capacidade anual de formação de mão-de-obra especializada. Diversos estudos apontam que, para que o Brasil cresça a taxas superiores a 4% ao ano, precisará cada vez mais mão-de-obra especializada, principalmente nas áreas de engenharia e tecnologia da informação. Atualmente, considera-se que haverá um gargalo de mão-de-obra no país, caso estas taxas de crescimento se concretizem. Sendo assim, as instituições privadas assumem um papel ainda mais relevante para o crescimento do país: formar mão-de-obra especializada a um custo adequado, e que atinja uma massa significativa da população.

A jornada rumo a uma maior eficiência operacional traz desafios jamais antes vistos por muitas destas IES, como por exemplo, o respeito à risca das questões regulatórias impostas pelo Ministério da Educação (MEC), sem implicar em aumentos de custo docente nos quadros da instituição, e respeitando os acordos sindicais estabelecidos. Sendo assim, diversas técnicas empíricas para redução de custo docente vêm sendo aplicadas nas IES privadas, muitas vezes com sacrifícios pedagógicos graves para os alunos.

Neste trabalho, será proposto um conjunto de técnicas de planejamento baseadas em pesquisa operacional para grandes instituições de ensino em massa. Estas técnicas, quando aplicadas em conjunto, são conhecidas na literatura como APS (*Advanced Planning System*) ou ainda Sistemas de Planejamento Avançado. O objetivo da aplicação destas ferramentas é a otimizar algum objetivo, permitindo uma melhoria na qualidade das decisões típicas de uma IES e também equilibrando os interesses de diversas partes interessadas, como docentes, alunos, regulação e a alta administração.

**Neste artigo será tratado exclusivamente o Modelo Tático de Planejamento Acadêmico, enquanto que, em outro artigo, será explorado o modelo estratégico.**

---

<sup>1</sup> Fonte: INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio de Teixeira (www.inep.gov.br)

## 2. ADVANCED PLANNING SYSTEMS (APS) E OTIMIZAÇÃO EM ENSINO

A sigla APS pode ser traduzida como Sistemas de Planejamento Avançado. Na literatura, a sigla APS também aparece como um acrônimo para *Advanced Planning & Schedule*. (Planejamento e Programação Avançada). FLEISCHMANN et al (2002) sugerem que o termo APS é usado para definir um sistema com maior poder de planejamento e programação do que os tradicionais MRP (*Material Requirement Planning*) e MRPII (*Manufacturing Resource Planning*), e que os maiores diferenciais destes sistemas são o uso de planejamento e otimização simultaneamente, considerando todas as restrições com capacidades finitas ou infinitas. Como restrições, podem ser considerados materiais, máquinas, espaço de armazenagem, redes de transporte, veículos, dentre outros. A grande maioria dos APS utilizam princípios de Teoria das Restrições, Simulação e Otimização, simultaneamente ou não, e funcionam de forma integrada aos ERPs (*Enterprise Resource Planning*). Dentre as principais técnicas utilizadas por APS, podemos citar: programação inteira mista (WOLSEY, 1998), resolvidas por *branch-and-bound* e *branch-and-cut*, assim como heurísticas (REEVES, 1993), utilizando técnicas de busca local, *local branching*, metaheurísticas, dentre outras.

As aplicações de otimização na indústria de ensino estão concentradas no problema operacional de alocação de professores em disciplinas, salas de aula e horários, também conhecido como Problema de Programação de Horários (PPH) ou simplesmente “*Timetabling*”.

Os Problemas de Programação de Horários em instituições de ensino vem sendo estudados há algumas décadas pela comunidade acadêmica, e até hoje são considerados como problemas difíceis de serem resolvidos na prática. Algumas razões para o interesse contínuo neste problema (SCHAERF, 1999 e SANTOS, 2007) são:

1. *Dificuldade de resolução*: satisfazer todos os interesses dos envolvidos na construção de um quadro de horários é uma tarefa árdua. Até mesmo a simples construção de um quadro de horários viável, em alguns casos, já é uma tarefa difícil.
2. *Importância prática*: a construção de bons quadros de horários pode melhorar a imagem de uma instituição de ensino perante seus alunos e professores, além de reduzir custos desnecessários.
3. *Importância teórica*: problemas deste tipo são considerados “fáceis de serem explicados, porém difíceis de serem resolvidos”, pois fazem parte do conjunto de problemas conhecidos como NP-Completo ou NP-Difíceis, e as técnicas usadas para resolução destes tipos de problema são de interesse amplo das áreas de computação, pesquisa operacional e matemática.

Por considerar diversos interesses, o PPH pode ser tratado como um Problema com Múltiplos Objetivos. Para tratar este tipo de problema, pode-se utilizar métodos específicos conhecidos como programação multi-objetivo, na qual o decisor seleciona, dentre um conjunto de soluções não dominadas, a solução que apresentar a melhor relação entre os objetivos, de acordo com os critérios estabelecidos. No entanto, este método não é prático quando se tem um número muito grande de objetivos. No PPH, usualmente assume-se que o decisor conhece a importância relativa entre os objetivos e pode-se combinar os objetivos em uma única função objetivo através de uma combinação linear com pesos. Considere um problema com  $p$  objetivos distintos descritos matematicamente pelas funções  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ , ...,  $f_p(x)$ . Assume-se que  $w_k$  indica a importância da  $k$ -ésima função objetivo, e assim podemos definir uma única função objetivo  $F(x)$  dada por:

$$F(x) = \sum_{k=1}^p w_k f_k(x)$$

## 3. PROPOSTA DE APS PARA INSTITUIÇÕES DE ENSINO SUPERIOR EM MASSA

### 3.1 Visão geral do APS

A proposta de APS para Instituições de Ensino Superior em Massa envolve o planejamento nos níveis estratégico, tático e operacional, e é inspirada no clássico planejamento hierárquico da produção (MEYR, et AL, 2002; LUSTOSA et AL, 2008). A figura abaixo ilustra o esquema geral do APS e as principais relações entre o APS e algumas funções críticas de uma instituição de ensino.

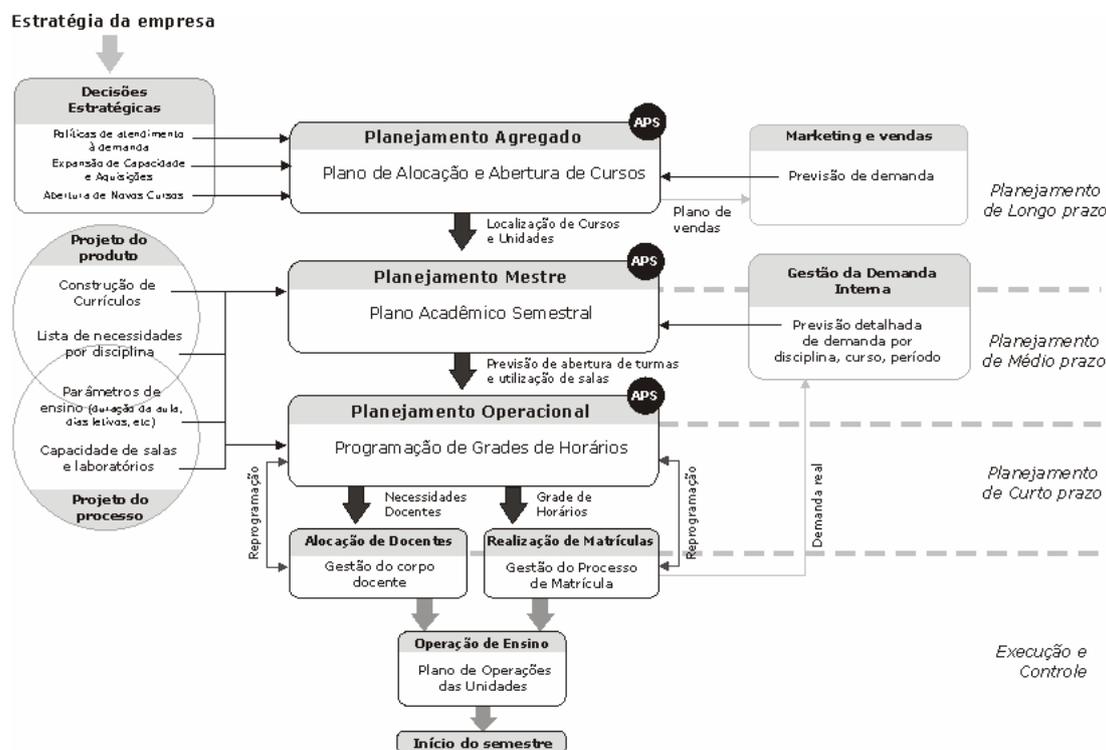


Figura 1: Proposta de APS para Instituições de Ensino Superior

No nível estratégico, cujo planejamento é de longo prazo, será elaborado o Plano de Alocação e Abertura de Cursos. Com base nas principais decisões estratégicas da instituição, como políticas de atendimento à demanda, aquisições de novas unidades, investimentos em expansão de unidades atuais e abertura de novos cursos, e também com base dos estudos de previsão de demanda realizados pela área de Marketing e Vendas, o objetivo do Plano de Alocação e Abertura de Cursos é determinar em que unidades serão ofertados cada curso da instituição, constituindo assim o mix de oferta.

No nível tático, com horizonte de planejamento de médio prazo, será elaborado o Plano Acadêmico Semestral, cujo principal produto é a previsão de abertura de turmas e utilização da capacidade instalada. Como isso, pode-se prever custos docentes e também investimentos menores de expansão de salas e reformas. Os principais dados de entrada para elaboração do plano são: previsão detalhada da demanda por disciplina, currículos de cada curso, lista de necessidade específicas (pedagógicas e operacionais) de cada disciplina, bem como parâmetros básicos da operação de ensino como duração das aulas, duração do semestre, número de tempos de aula, dentre outros. Também é necessária a informação detalhada de capacidade e disponibilidade de salas e laboratórios de cada unidade, e disponibilidade de dias dos docentes.

O planejamento de nível operacional, de curto prazo, consiste na Programação de Grades de Horários. Neste modelo, as turmas de cada disciplina são associadas aos docentes, salas, dias, horários e equipamentos, constituindo o plano operacional. Este é um modelo pré-matrícula, onde a programação de horários é realizada antes da inscrição em disciplinas. Ainda assim, ajustes são necessários para acomodar flutuações na demanda e disponibilidade de docentes.

Com o objetivo de tornar a aplicação do APS o mais próximo possível da realidade das instituições de ensino superior, e quantificar seus potenciais ganhos, as instâncias e dados utilizados foram coletados junto a uma grande universidade privada, com atuação em todo o país, e levemente adaptados para este trabalho, sendo uma boa representação de instâncias reais, e portanto tornando os resultados significativos do ponto de vista prático e de implementação do modelo proposto.

O principal componente de custo de uma universidade é o custo docente. Em algumas instituições, a proporção de gastos com docentes pode chegar a 50% do custo total. Portanto, este é o custo mais relevante de uma instituição de ensino, sendo um norteador da grande maioria das decisões corporativas. Existem diversas formas de se medir o custo docente, sendo a mais comum (e simples) através da carga paga semanal, ou seja, o total de créditos semanais pagos aos docentes da instituição. Para medir a carga paga semana, basta multiplicar, para cada disciplina, o número de turmas vezes o total de créditos da disciplina. Por exemplo, se uma disciplina de 3 créditos tiver 10 turmas abertas, a carga paga semanal será de 30 créditos. Ao longo do texto, trataremos carga paga como sinônimo de custo docente.

### 3.2 Modelo Tático de Planejamento Acadêmico (MTPA)

O planejamento acadêmico semestral de uma universidade é considerado um problema tático, de médio prazo, e consiste em **determinar a oferta de turmas de cada disciplina para o próximo período letivo**. Esta oferta de turmas está condicionada à previsão de demanda por disciplina em cada unidade, à capacidade instalada (salas de aula disponíveis), ao número de dias letivos por semana, e ao número de tempos de aula diário da instituição. Sendo assim, o modelo busca responder:

1. quantas turmas de cada disciplina serão oferecidas;
2. para cada turma: em que unidade, sala e dia será oferecida, e quantos tempos de aula consumirá.

Os métodos de previsão de demanda utilizados no planejamento acadêmico não constituem escopo deste trabalho, e não serão discutidos. No entanto, vale ressaltar que o principal método utilizado nas universidades brasileiras é a simples consideração de que a demanda por turmas do semestre anterior tende a se manter estável para o semestre seguinte, acrescida das novas turmas advindas de progressos curriculares de cursos cuja maturidade de períodos ainda não foi atingida. O MTPA não determina o horário de início e término de cada disciplina, nem que professor a ministrará, pois atua em nível tático. Estas decisões serão tomadas no modelo operacional. O modelo tático é um problema típico de alocação, e o grau de detalhamento ao nível de dias e salas tende a facilitar a resolução do modelo operacional, tornando-o mais restrito.

#### 3.2.1 Modelagem por *Clusters* e Premissas Assumidas

Este modelo foi desenvolvido para auxiliar no planejamento acadêmico de cursos dentro de uma região específica, que será sempre referida, deste ponto em diante do texto, como um “*cluster*”. Um *cluster* pode conter duas ou mais unidades, e a medida de agrupamento utilizada foi a maior distância rodoviária entre as unidades que o compõem. Nas 12 instâncias reais testadas, a maior distância entre duas unidades de um *cluster* não ultrapassou 17 km, e a média ficou em 10,3 km. Nos casos de diâmetros acima de 10 km, avaliou-se a rede de transporte disponível sob o aspecto de facilidade de deslocamento, de forma que a alteração de localização de um curso possa ser mais facilmente implementada.

A grande vantagem da aplicação de um modelo de otimização por *cluster* para o planejamento tático acadêmico é a possibilidade de compartilhamento, na mesma unidade, de alunos que precisam cursar uma mesma disciplina pertencente a cursos distintos, ainda que o curso não exista naquela unidade. Pelo fato das distâncias entre as unidades pertencentes ao *cluster* serem pequenas, um aluno pode cursar suas disciplinas em unidades distintas, dentro do mesmo *cluster*. Tal modelo é amplamente utilizado pelas universidades públicas, onde alunos

deslocam-se entre prédios e unidades dispersas na região, para cursar disciplinas específicas de departamentos distintos. Muitas vezes, há compartilhamento de alunos de diversos cursos na mesma turma, como se pretende implementar com a modelagem sugerida neste trabalho.

O exemplo abaixo ilustra a demanda de algumas disciplinas de um *cluster* hipotético de 3 unidades. As disciplinas podem pertencer a mais de um curso de áreas distintas.

Tabela 1: Exemplo de demanda de disciplinas em um cluster com 3 unidades

Código Disciplina	Descrição_Disciplina	Créditos	Unidade 1	Unidade 2	Unidade 3	Demanda TOTAL
1	EMPREENDEDORISMO	3	111	44	297	452
2	PATOLOGIA GERAL	3		69		69
3	FISIOLOGIA DO EXERCÍCIO	3		44		44
4	IMUNOLOGIA	3		37		37
5	ADMINISTRACAO DE RECURSOS HUMANOS I	3	22		35	57
6	CONTABILIDADE GERAL II	3	13		12	25
7	LABORATÓRIO CONTÁBIL I	3	12		18	30
8	DIREITO ADMINISTRATIVO I	3	26		44	70
9	FUNDAMENTOS DE ECONOMIA	3	57	97	182	336

O principal desafio desta proposta de modelo de operação é garantir que um aluno, num mesmo dia  $t$  de aula, não tenha que realizar deslocamentos entre unidades, ou seja, que ele possa cursar todas as suas disciplinas do dia  $t$  na mesma unidade. Em outras palavras, não há restrição de que o aluno estude em diversas unidades, desde que isto ocorra em dias distintos.

A capacidade das salas é heterogênea, podendo variar entre 50 e 120 alunos. Para cada disciplina  $d$ , podem ser abertas diversas turmas  $i$ , até um número máximo de turmas  $I_d$ . Os números de créditos semanais de uma disciplina é dado por  $C_d$ , e sua alocação diária pode variar entre um valor mínimo  $H_d$  e máximo  $H_d$ , permitindo diversas combinações de alocação na semana. Para permitir a modelagem baseada em currículos, foi criado o elemento **bloco curricular**. Um bloco curricular  $b$  representa um conjunto de disciplinas  $D_b$  que pertencem ao mesmo período acadêmico de um curso. Um curso de 8 período acadêmicos, por exemplo, terá 8 blocos curriculares. Uma disciplina pode pertencer a diversos blocos curriculares, de cursos distintos

### 3.2.2 Restrições fortes do MTPA

As principais restrições fortes que compõem o modelo tático garantem que:

1. A carga horária (créditos) de uma disciplina deve ser inteiramente alocada.
2. Para cada sala, a soma dos créditos alocados não pode ser superior a  $H$  créditos diários, sendo  $H$  o número máximo de tempos de aula.
3. Para cada bloco curricular, a soma dos créditos das disciplinas pertencentes ao bloco, para cada dia  $t$ , não pode ser superior a  $H$  créditos diários, para permitir que o aluno curse todas as disciplinas do bloco curricular.
4. A soma das capacidades das salas usadas para uma disciplina deve ser maior que a demanda total de alunos.

### 3.2.3 Restrições fracas do MTPA

Neste modelo tático, algumas restrições fracas foram consideradas, sendo penalizadas por sua violação diretamente na função objetivo, através de pesos.

- a) A primeira restrição fraca penaliza a alocação de turmas de disciplinas do mesmo bloco curricular  $b$  em unidades distintas no mesmo dia  $t$ , através da variável  $v_{bt}$ . Se  $v_{bt}=1$ , significa que houve violação da restrição. Esta restrição satisfaz uma preferência do aluno, evitando deslocamentos entre unidades no mesmo dia.
- b) A segunda restrição fraca penaliza a alocação de turmas de disciplinas fora da unidade de *status quo*, ou seja, onde a disciplina atualmente possui demanda. Para os casos onde existe demanda para a disciplina em diversas unidades, a tendência será abrir turmas para a disciplina na unidade de maior demanda, de

- acordo com a normalização  $(P_{max,d} - P_{du})/P_{max,d}$ , onde  $P_{max,d}$  é a demanda máxima da disciplina  $d$ , e  $P_{du}$  é a demanda da disciplina  $d$  na unidade  $u$ .
- c) A terceira restrição fraca utilizada no modelo penaliza a alocação de créditos da mesma disciplina em dias consecutivos, para satisfazer um requerimento pedagógico. A alocação de créditos em dias alternados possibilita mais tempo para estudo e realização de exercícios da disciplina. A variável  $c_{idt}$  foi usada para contabilizar esta violação.
- d) Para garantir uma distribuição equilibrada dos créditos das disciplinas de um bloco curricular, e evitar dias sem aula, foi inserida a quarta restrição fraca, que penaliza a diferença entre o máximo e o mínimo de créditos alocados nos dias da semana para as turmas pertencentes ao mesmo bloco curricular.

### 3.2.4 Modelo matemático

O objetivo do modelo tático é a minimização de turmas a serem abertas, e minimização das violações das restrições fracas, cada uma associadas a um peso específico.

Dados de entrada:

$U$  : total de unidades

$D$  : total de disciplinas

$T$  : total de dias letivos na semana

$c_d$  : total de créditos da disciplina  $d$

$I_d$  : máximo de turmas que podem ser abertas da disciplina  $d$

$\bar{H}_d$  : máximo de créditos diários da disciplina  $d$

$\underline{H}_d$  : mínimo de créditos diários da disciplina  $d$

$H$  : máximo de créditos permitidos por dia  $t$ , para cada sala  $s$

$S_u$  : total de salas da unidade  $u$

$A_{us}$  : capacidade da sala  $s$ , na unidade  $u$

$P_{du}$  : demanda da disciplina  $d$  na unidade  $u$

$P_{max,d}$  : maior demanda da disciplina  $d$

$B$  : total de blocos curriculares

$D_b$  : conjunto de disciplinas que pertencem ao bloco curricular  $b$

$\alpha$  : peso associado à abertura de turmas, na função objetivo

$\beta$  : peso associado à abertura de turmas  $i$  da disciplina  $d$  em unidades distintas no mesmo dia  $t$ , na função objetivo

$\gamma$  : peso associado à abertura de turmas  $i$  da disciplina  $d$ , fora da unidade de maior demanda, na função objetivo

$\delta$  : peso associado à abertura de turmas em dias consecutivos, na função objetivo

$\lambda$  : peso associado à diferença entre máximo e mínimo de créditos diários dos blocos curriculares

Variáveis de decisão:

$x_{idust} \in \mathbb{Z}$  : representa o número de créditos da  $i$ -ésima turma da disciplina  $d$ , na unidade  $u$ , sala  $s$ , dia  $t$

$o_{idust} \in \{0,1\}$  : indica se a  $i$ -ésima turma da disciplina  $d$  foi alocada na unidade  $u$ , sala  $s$ , dia  $t$

$y_{du} \in \mathbb{Z}$  : representa o número de turmas abertas para a disciplina  $d$ , na unidade  $u$

$z_{idu} \in \{0,1\}$  : indica se houve abertura da  $i$ -ésima turma da disciplina  $d$ , na unidade  $u$

$a_{idu} \in \mathbb{Z}$  : representa a menor capacidade das salas usadas para a  $i$ -ésima turma da disciplina  $d$  aberta na unidade  $u$

$w_{btu} \in \{0,1\}$  : indica se alguma turma do bloco curricular  $b$  foi aberta no dia  $t$  na unidade  $u$

$v_{bt} \in \mathbb{Z}$  : contabiliza a abertura de turmas  $i$  do mesmo bloco curricular  $b$ , no mesmo dia  $t$ , em unidades distintas

$c_{idt} \in \mathbb{Z}$  : indica se houve abertura de turmas  $i$  da disciplina  $d$ , em dias consecutivos  $t$  e  $t-1$

$h_{bit} \in \mathbb{Z}$  : representa o total de créditos das  $i$ -ésimas turmas das disciplinas do bloco  $b$  alocados no dia  $t$

$\bar{h}_{bi} \in \mathbb{Z}$  : representa o máximo de créditos alocados na semana nas  $i$ -ésimas turmas do bloco  $b$

$\underline{h}_{bi} \in \mathbb{Z}$  : representa o mínimo de créditos alocados na semana nas  $i$ -ésimas turmas do bloco  $b$

$$\begin{aligned} \text{minimizar } & \alpha \sum_{d \in D} \sum_{u \in U} y_{du} + \beta \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} v_{bt} + \gamma \sum_{i \in I_d} \sum_{d \in D} \sum_{u \in U} \left( \frac{P \max_d - P_{du}}{P \max_d} \right) z_{idu} + \\ & + \delta \sum_{i \in I_d} \sum_{d \in D} \sum_{t \in T - \{1\}} c_{idt} + \lambda \sum_{b \in B} \sum_{\substack{i \in I_d, \\ d \in D_b}} (\bar{h}_{bi} - \underline{h}_{bi}) \end{aligned}$$

sujeito a

$$\sum_{i \in I_d} z_{idu} = y_{du} \quad \forall d, \forall u \quad (1)$$

$$\sum_{s \in S_u} \sum_{t \in T} x_{idust} = C_d z_{idu} \quad \forall i, \forall d, \forall u \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I_d} \sum_{d \in D} x_{idust} \leq H \quad \forall u, \forall s, \forall t \quad (3)$$

$$\underline{H}_d o_{idust} \leq x_{idust} \quad \forall i, \forall d, \forall u, \forall s, \forall t \quad (4)$$

$$Mo_{idust} \geq x_{idust} \quad \forall i, \forall d, \forall u, \forall s, \forall t \quad (5)$$

$$a_{idu} \leq A_{us} + M(1 - o_{idust}) \quad \forall i, \forall d, \forall u, \forall s, \forall t \quad (6)$$

$$a_{idu} \leq \sum_{s \in S_u} \sum_{t \in T} Mo_{idust} \quad \forall i, \forall d, \forall u \quad (7)$$

$$\sum_{i \in I_d} \sum_{u \in U} a_{idu} \geq \sum_{u \in U} P_{du} \quad \forall d \quad (8)$$

$$\sum_{s \in S_u} o_{idust} \leq 1 \quad \forall d, \forall u, \forall t, \forall i \quad (9)$$

$$\sum_{u \in U} z_{idu} \leq 1 \quad \forall d, \forall i \quad (10)$$

$$\sum_{d \in D_b} \sum_{i \in I_d} \sum_{s \in S_u} o_{idust} \leq Mw_{btu} \quad \forall b, \forall u, \forall t \quad (11)$$

$$\sum_{u \in U} w_{btu} - 1 \leq v_{bt} \quad \forall b, \forall t \quad (12)$$

$$\sum_{d \in D_b} \sum_{u \in U} \sum_{s \in S_u} x_{idust} \leq H \quad \forall b, \forall t, \forall i \quad (13)$$

$$c_{idt} \geq \sum_{u \in U} \sum_{s \in S_u} (o_{idust} + o_{idust-1}) - 1 \quad \forall i, \forall d, \forall t \geq 2 \quad (14)$$

$$x_{idust} \leq \bar{H}_d \quad \forall i, \forall d, \forall u, \forall s, \forall t \quad (15)$$

$$\sum_{d \in D_b} \sum_{u \in U} \sum_{s \in S_u} x_{idust} = h_{bit} \quad \forall b, \forall t, \forall i \quad (16)$$

$$\bar{h}_{bi} \geq h_{bit} \quad \forall b, \forall t, \forall i \quad (17)$$

$$\underline{h}_{bi} \leq h_{bit} \quad \forall b, \forall t, \forall i \quad (18)$$

Onde:

- (0) É a função objetivo cujo primeiro termo minimiza o total de turmas abertas, e os outros termos são as penalidades por violar as restrições fracas do problema;
- (1) Contabiliza o total de turmas abertas;
- (2) Respeita a carga horária de cada disciplina;
- (3) Respeita o máximo de créditos  $H$  para cada sala e dia;
- (4) e (5) Garante que  $o_{idust}$  será ativada quando  $x_{idust}$  for maior que zero, e que  $x_{idust}$  não pode ser inferior ao mínimo diário da disciplina  $d$ ;
- (6) e (7) Garante que será considerada a menor capacidade das salas onde foi alocada a turma  $i$ ;
- (8) A capacidade total alocada para as turmas da disciplina  $d$  deve ser maior que a previsão de demanda;
- (9) Garante que não haverá sobreposição de turmas da mesma disciplina no mesmo dia e unidade;
- (10) Garante que turmas da mesma disciplina não sejam alocas em unidades distintas;
- (11) Contabiliza a abertura de turmas de um mesmo bloco curricular na unidade  $u$  e no dia  $t$ ;
- (12) Contabiliza se há turmas do mesmo bloco curricular abertas no mesmo dia em unidades distintas. Se  $v_{bt} > 0$ , há violação da restrição;
- (13) Todas as disciplinas do mesmo bloco curricular devem poder ser cursadas simultaneamente, ou seja, não podem exceder o máximo de créditos  $H$  para cada dia  $t$ , para cada turma  $i$ ;
- (14) Contabiliza se há turmas da mesma disciplina alocadas em dias consecutivos  $t$  e  $t-1$ ;
- (15) Limita o máximo de créditos diários da disciplina  $d$ ;
- (16) Contabiliza o total de créditos das disciplinas do bloco  $b$  alocados no dia  $t$ ;
- (17) e (18) Estabelecem o máximo e mínimo de créditos alocados na semana, para turmas pertencentes ao bloco  $b$ .

### 3.2.5 Técnicas de resolução

Para resolver o MTPA, foi utilizado o pacote computacional CPLEX, na versão 10.2, em um PC com 4 GB RAM e processador Intel Core 2 Duo 2.93 GHz. Dada a complexidade do modelo matemático, em nenhuma instância foi alcançada uma solução viável. Em alguns casos houve estouro de memória devido ao grande tamanho das instâncias, e o resolvidor não conseguiu iniciar o *branch-and-bound*. Uma heurística de construção foi desenvolvida para fornecer uma boa solução inicial para o MTPA.

Os resultados da aplicação da heurística de construção foram satisfatórios em relação à minimização do número de turmas. Em todas as instâncias, o resultado obtido foi inferior ao número de turmas atual, conforme a tabela abaixo. No entanto, muitas violações de restrições fracas foram observadas, levando a soluções com qualidade muito inferior ao desejado, conforme pode ser observado na tabela abaixo:

Tabela 2: Soluções iniciais para as instâncias do MTPA

Instância	Unidades	Total Disciplinas	Total Blocos Curriculares	Turmas Atual	Turmas Heurística	Diferença %	Carga Paga Atual	Carga Paga Heurística	Diferença % **	Violações Restrição Fraca (a)	Violações Restrição Fraca (b)	Violações Restrição Fraca (c)
1	3	219	52	299	238	-20,4%	876	696	-20,5%	2	3	3
2	3	489	111	902	820	-9,1%	2.614	2.399	-8,2%	42	53	53
3	3	473	105	804	692	-13,9%	2.300	1.982	-13,8%	27	54	7
4	4	151	29	249	165	-33,7%	784	521	-33,5%	1	0	0
5	4	434	91	781	634	-18,8%	2.428	2.001	-17,6%	15	14	2
6	2	356	68	588	495	-15,8%	1.821	1.538	-15,5%	3	21	4
7	3	350	56	392	360	-8,2%	1.221	1.083	-11,3%	4	4	2
8	4	454	66	586	557	-4,9%	1.739	1.649	-5,2%	3	8	2
9	4	915	200	1.272	1.150	-9,6%	3.732	3.367	-9,8%	37	9	0
10	4	1.167	259	1.674	1.201	-28,3%	5.026	3.607	-28,2%	35	32	6
11	6	639	124	829	747	-9,9%	2.401	2.161	-10,0%	15	19	4
12	3	708	147	884	823	-6,9%	2.621	2.438	-7,0%	19	17	4
			<b>TOTAL</b>	<b>9.260</b>	<b>7.882</b>	<b>-14,9%</b>	<b>27.563</b>	<b>23.442</b>	<b>-15,0%</b>	<b>203</b>	<b>234</b>	<b>87</b>

Devido à complexidade e tamanho do modelo, optou-se pela resolução do problema por partes, ou seja, dividir a instância em pequenos subproblemas, e resolvê-los sequencialmente, integrando-se as soluções obtidas para obter a solução completa. Na prática, esta é uma técnica comumente usada para resolver problemas de grande porte na indústria, tipicamente problemas táticos ou operacionais. Uma desvantagem é que ao fixar a solução para um subproblema e resolver os demais sequencialmente, pode-se estar limitando a solução final a níveis sub-ótimos.

Para dividir as instâncias do MTPA em subproblemas, utilizou-se o conceito dos blocos curriculares. Um bloco curricular representa o conjunto de disciplinas de um determinado curso-período. Se uma disciplina pertencer a mais de um bloco curricular, então estes blocos deverão fazer parte do mesmo subproblema. A figura abaixo ilustra os subproblemas de uma instância hipotética, onde os números representam disciplinas, e as letras representam blocos curriculares.

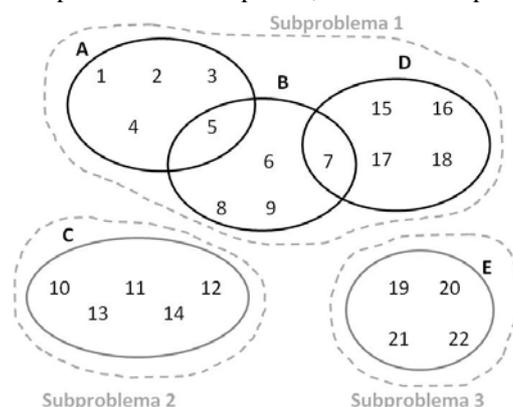


Figura 2: Definição de subproblemas a partir de conjuntos de blocos curriculares

A tabela abaixo mostra o resultado da aplicação do conjunto de técnicas envolvendo resolução por partes, heurísticas de construção e *local branching* nos subproblemas das instâncias do MTPA:

Tabela 2: Soluções finais para as instâncias do MTPA

Instância	Unidades	Total Disciplinas	Total Blocos Curriculares	Turmas Atual	Turmas Proposta	Diferença %	Carga Paga Atual	Carga Paga Proposta	Diferença %**	Violações Restrição Fraca (a)	Violações Restrição Fraca (b)	Violações Restrição Fraca (c)
1	3	219	52	299	254	-15,1%	876	739	-15,6%	1	0	0
2	3	489	111	902	833	-7,6%	2.614	2.428	-7,1%	16	5	2
3	3	473	105	804	708	-11,9%	2.300	2.027	-11,9%	4	23	1
4	4	151	29	249	158	-36,5%	784	500	-36,2%	0	0	0
5	4	434	91	781	656	-16,0%	2.428	2.082	-14,3%	0	7	2
6	2	356	68	588	539	-8,3%	1.821	1.681	-7,7%	1	12	1
7	3	350	56	392	356	-9,2%	1.221	1.066	-12,7%	0	1	0
8	4	454	66	586	573	-2,2%	1.739	1.698	-2,4%	0	3	1
9	4	915	200	1.272	1.194	-6,1%	3.732	3.494	-6,4%	22	6	3
10	4	1.167	259	1.674	1.269	-24,2%	5.026	3.799	-24,4%	6	23	5
11	6	639	124	829	754	-9,0%	2.401	2.173	-9,5%	2	5	1
12	3	708	147	884	836	-5,4%	2.621	2.474	-5,6%	8	7	2
			<b>TOTAL</b>	<b>9.260</b>	<b>8.130</b>	<b>-12,20%</b>	<b>27.563</b>	<b>24.161</b>	<b>-12,34%</b>	<b>60</b>	<b>92</b>	<b>18</b>

Como era esperado, na maioria das instâncias o número de turmas abertas aumentou em relação à aplicação simples da heurística de construção. Isto deve ao fato de que a resolução do problema por partes pode levar a resultados sub-ótimos, conforme já mencionado anteriormente, e também pelos *trade-offs* entre o número de turmas e os valores ponderados das restrições fracas. Por outro lado, houve significativa melhoria da qualidade da solução em todas as instâncias, o que pode ser medido pela quantidade de violações das principais restrições fracas (a), (b) e (c) na tabela. A melhor forma de visualizar as soluções geradas pelo MTPA é através dos blocos curriculares. A figura abaixo representa um bloco curricular (5º período do curso de Letras) retirado da Instância 2, para uma visualização dos resultados gerados.

Bloco Curricular 65: 5o período do curso de Letras																
Unidade 1					Unidade 2					Unidade 3						
Aulas	Dias:					Dias:					Dias:					
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
	1			319	309	323	1					1	333	184		
	2			319	309	323	2					2	333	184		
	3			319	309	323	3					3	333	184		
	4			341	330	346	4					4	343	313		
	5			341	330	346	5					5	343	313		
6			341	330	346	6					6					

Disciplinas do Bloco selecionado:				
Cor	Créditos	Descrição	Sala	Cap
184	3	EDUCAÇÃO ESPECIAL	18	50
309	3	LITERAT. DE LÍNGUA ESPANHOLA I	10	50
313	2	ESTÁGIO SUPEVIS DE ENSINO DE LÍNGUA PORT. II	17	50
319	3	EST. SUP DE ENS. DE LÍNGUA INGL. I E LÍNG. PORT. II	8	50
323	3	LITERATURA NORTE-AMERICANA I	3	50
330	3	LITERATURA INGLESA II	5	50
333	3	LÍNGUA PORTUGUESA V	22	50
341	3	LÍNGUA INGLESA V	24	50
343	2	LITERATURA COMPARADA	23	50
346	3	LÍNGUA ESPANHOLA V	16	50

Figura 3: Exemplo de solução gerada para um bloco curricular

#### 4. CONCLUSÃO

O objetivo do modelo tático foi minimizar a oferta de turmas para o próximo período acadêmico, com base na previsão de demanda do período anterior. Foram consideradas quatro tipos de restrições fracas cujo objetivo foi manter a qualidade das soluções geradas e viabilizar o modelo de operação de ensino em um *cluster* composto de diversas unidades próximas entre si. O resultado da otimização indicou redução 12,2% na oferta de turmas e 12,3% no custo docente (créditos semanais). No entanto, os ganhos obtidos dependem fortemente das especificidades da operação de ensino de cada instituição, podendo variar substancialmente.

A implementação do MTPA em universidades privadas de grande porte é um grande desafio. Primeiramente deve-se absorver um novo conceito de campus, composto por diversas unidades próximas entre si, como já existe nas grandes universidades públicas. Pela natureza de sua expansão, as universidades privadas cresceram de forma isolada e algumas vezes desordenada, com abertura de muitos cursos e pouca análise da demanda e viabilidade dos mesmos, o que levou à redução das margens de lucros em função do pequeno número de alunos em cursos considerados "isolados", com pouco ou nenhum grau de compartilhamento com os demais cursos da unidade. Mesmo as unidades projetadas para ser "temáticas", concentrando cursos de uma mesma área de conhecimento, e portanto com alto grau de compartilhamento, foram aos poucos cedendo espaço para a expansão, abrigando novos cursos, nem sempre da mesma área de conhecimento.

Uma vantagem do MTPA é sua flexibilidade de aplicação em universidades públicas ou privadas. Ao minimizar a carga paga em universidades públicas, libera-se mais tempo do professor para atividades de pesquisa e extensão. Na universidade privada, a redução da carga paga proporciona economias no custo docente e maximização da utilização dos ativos fixos. Outra vantagem é a capacidade do modelo de atender aos interesses distintos em maior ou menor grau, com a utilização de pesos na função objetivo, garantindo a flexibilidade necessária para avaliar os resultados gerados e tomar as melhores decisões de acordo com a política da instituição de ensino.

No modelo apresentado neste trabalho, nenhum tipo de consideração foi feita em relação à destinação específica de salas, e capacidades reduzidas das salas em função dos laboratórios. Pode-se restringir que algumas disciplinas só podem ser oferecidas em determinadas salas, e até dias específicos. Por razões pedagógicas, pode-se estabelecer que algumas disciplinas não podem ser oferecidas em salas de aula de tamanho superior a 50 alunos, por exemplo. Por um lado, isto facilita a resolução do modelo, pois quanto menor a possibilidade de escolhas, mais

fácil a otimização. Por outro lado, o custo da solução pode aumentar. Pode-se, ainda, restringir o uso de determinadas salas de aula em dias específicos da semana, para fins de limpeza, ou uso interno acadêmico. O modelo é flexível e pode ser facilmente adaptado.

Alguns aspectos do modelo operacional já podem ser considerados no modelo tático, como por exemplo, a restrição de que algumas disciplinas devem ser oferecidas especificamente em algum dia da semana. Isto é muito comum para universidades que trabalham com disciplinas telepresenciais, que devem ser transmitidas simultaneamente para diversas unidades. Está em desenvolvimento a incorporação de disponibilidade dos professores no MTPA, para evitar conflitos no modelo operacional.

O uso do MTAP é um passo importante para a automação de grades horárias, e as dificuldades de sua implementação variam de acordo com as restrições impostas pela universidade. Neste trabalho, restrições genéricas foram consideradas, como sendo de consenso geral, mas cada instituição de ensino superior tem suas necessidades específicas, públicos-alvo diferenciados por curso e unidade, padrões operacionais distintos, e deve levar estes aspectos em consideração na construção de seus modelos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AIZEMBERG, L., 2010. Modelos de programação inteira mista e heurísticas para otimização da produção de computadores no ambiente do jogo TAC/SCM. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal Fluminense.
- BURKE, E.K., D.G. ELLIMAN, P.H. FORD, E., WEARE R.F., 1996. "Examination Timetabling in British Universities – A Survey." In E. Burke and P. Ross (eds.), *The Practice and Theory of Automated Timetabling: Selected Papers from the 1st International Conference*, pp 76-90. *Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 1153. Berlin: Springer
- CASTRO, C. M., 2001. Ensino Superior: o desafio de andar para a frente. In: *O Ensino Superior em Transformação*. Org. Eunice Ribeiro Durham e Helena Sampaio. São Paulo: Núcleo de Pesquisa sobre o Ensino Superior (Nupes) / USP.
- FISCHETTI, M., LODI, A., 2003. Local Branching. *Mathematical Programming*, 98, p. 23-47.
- FLEISCHMANN, B.; MEYR, H.; WAGNER, M., 2002. *Advanced Planning*. In: Stadler, Hartmut; Kilger, Christoph. *Supply Chain Management and Advanced Planning*. 2. ed. Germany: Springer, p. 71-95.
- KOSTUCH, P. 2005. The university course timetabling problem with a three-phase approach. In Burke, E., and Trick, M., eds., *Proc. of the 5th Int. Conf. on the Practice and Theory of Automated Timetabling (PATAT-2004)*, selected papers, volume 3616 of *Lecture Notes in Computer Science*, 109–125. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag.
- LUSTOSA, L., MESQUITA, M.A., QUELHAS, O.L.G., OLIVEIRA, R., 2008. *Planejamento e Controle da Produção*. 1a.edição - Editora Campus-Elsevier.
- MCCOLLUM, B. 2006. University timetabling: Bridging the gap between research and practice (invited paper). In Burke, E., and Rudov´a, H., eds., *Proc. of the 6th Int. Conf. on the Practice and Theory of Automated Timetabling (PATAT-2006)*, 15–35.
- MEYR, H.; WAGNER, M.; ROHDE, J., 2002. Structure of Advanced Planning Systems. In: Stadler, Hartmut; Kilger, Christoph. *Supply Chain Management and Advanced Planning*. 2. ed. Germany: Springer, p. 99-104.
- PINEDO, M. L., 2005. *Planning and Scheduling in Manufacturing and Services*. Springer Series in Operations Research. ed. Springer.
- REEVES, C.R., 1993. *Modern heuristic techniques for combinatorial problems*. Wiley.
- SANTOS, H. G., 2007. *Formulações e Algoritmos para o Programa de Programação de Horários em Escolas*. Tese de Doutorado. Universidade Federal Fluminense.
- SCHAERF, A., 1999. A survey of automated timetabling. *Artificial Intelligence Review*, 13, p.87 a 127.
- WOLSEY, L. A., 1998. *Integer Programming*. Wiley, New York.