Aplicação do método *Path-Relinking* na resolução do Problema Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultâneas

Luiz Felipe Vasconcelos Caires
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Rua da Glória, 187, Diamantina, MG - Brasil
lfelipevc@gmail.com

Luciana Pereira de Assis
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Rua da Glória, 187, Diamantina, MG - Brasil
lupassis@gmail.com

Alessandro Vivas Andrade
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Rua da Glória, 187, Diamantina, MG - Brasil
alessandro.vivas@gmail.com

RESUMO

A classe de problemas de roteamento de veículos comumente possuem o objetivo de minimizar o custo associado ao atendimento de um grupo de consumidores. Desta classe advém o Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultâneas que deve atender simultâneamente as respectivas demandas de coleta e entrega dos consumidores. Diversas heurísticas desenvolvidas para o problema são encontradas na literatura, especialmente com característica híbridas, baseadas na combinação de duas ou mais metaheurísticas, além dos algoritimos bioinspirados. Neste trabalho é realizado a aplicação e análise da eficiência do método *Path-Relinking*, que possui o objetivo de gerar novas soluções a partir do trajeto que conecta duas soluções pré-definidas e assim encontrar soluções de melhor qualidade. Para refinar as soluções a serem aplicadas ao *Path-Relinking*, foi adotado a metaheurística VNS/VND.

PALAVRAS CHAVE. Problemas de Roteamento de Veículos, Problemas de Coleta e Entrega, Metaheurísticas
ÁREA PRINCIPAL. Metaheurísticas.

ABSTRACT

The class of vehicle routing problem usually has the objective of minimize the cost associated to amount of consumers requirements. This class is inherited of Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pick-up and Delivery that has satisfy simultaneously the costumers demands of pick-up and delivery. To threat this problem, several heuristics are found in literature, especially with hybrid features, composed by combination of other metaheuristics and bioinspired algorithms. In this paper is applied and performed and efficient analysis about Path-Relinking to generate new solutions in path that connects two pre-defined solutions and thereby find better solutions. To refine the solutions was applied to Path-Relinking the metaheuristic VNS/VND.

KEYWORDS. Vehicle Routing Problems, Pickup and Delivery Problem, Metaheuristics
MAIN AREA. Metaheuristics.

1. Introdução

O Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultâneas (VRPSPD, do inglês *Vehicle Routing Problem with Simultaneos Pick-up and Delivery*) pertence a classe de Problemas de Roteamento de veículos (VRP, do inglês *Vehicle Routing Problem*). Estes possuem o objetivo de definir rotas para um conjunto de veículos que minimizem o custo de atendimento a um grupo de consumidores. Os veículos partem de um depósito e após atender as demandas retornam ao mesmo depósito.

O transporte de bens e mercadorias é um setor estratégico para o desenvolvimento econômico de qualquer nação. Somente nas últimas décadas pode-se observar um aumento no uso de ferramentas que utilizam técnicas de otimização para apoiar a gestão no fornecimento de bens e serviços em sistemas de logística.

O uso destas ferramentas em larga escala propiciou, na Europa e EUA, uma economia expressiva (entre 5 e 20%) do custo global com transporte (Toth e Vigo, 1987). No Brasil somente o setor de transporte movimenta cerca de 5% do PIB e o índice de produtividade do setor brasileiro é 4 (quatro) vezes menor, se comparados à produtividade norte americana. Associado a esta deficiência, apenas 5% das empresas de transportes de carga no país utilizam sistemas roteirização (CNT e COPPEAD-UFRJ, 2006).

Segundo Ballou (2006), a movimentação de cargas absorve cerca de dois terços do custo logístico. Neste sentido, encontrar soluções que reduzam o custo com transporte significa, além da economia de recursos em todo processo produtivo, uma redução no preço final dos produtos. Isto permite um acesso a eles por uma maior parte da população, menor emissão de poluentes e um uso eficiente dos meios de transporte, ampliando assim, sua vantagem num mercado altamente competitivo.

O VRPSPD é um típico problema de Logística Reversa em que uma organização, ou cadeia produtiva, precisa realizar diversas atividades para o retorno dos produtos comercializados com objetivo de reciclá-los, reaproveitá-los ou para atender à uma legislação específica. Este é um problema normalmente enfrentados pelas cervejarias e fabricantes de bateria e pneus.

O problema pode ser definido como dado um conjunto de k veículos homogêneos com capacidade limitada Q, um grupo de V consumidores que possuem demandas p_i de coleta e d_i entrega à serem atendidas simultaneamente pelos veículos e um depósito v_0. O objetivo é encontrar rotas que, partindo do depósito, minimizem o custo com transporte no atendimento aos consumidores satisfazendo suas demandas e retornando ao v_0 no final do trajeto (Min, 1989).

Nos últimos anos, pode-se notar um aumento no volume de trabalhos relacionados nesta área da otimização, destacam-se a aplicação da TS (*Tabu Search*) nos trabalhos de Montané e Galvão (2006) e também em Bianchessi (2004) e Bianchessi e Righini (2007). Juntamente com a TS, o trabalho Zachariadis et al. (2009) apresenta um algoritmo híbrido com a combinação da GLS (*Guided Local Search*).

A aplicação de metaheurísticas híbridas estão presentes nos trabalho de Subramanian et al. (2008) que desenvolveu um algoritmo aplicando o método VND (*Variable Neighborhood Descendent*) e ILS (*Iterated Local Search*). Freitas e Montané (2008) desenvolveram duas abordagens, uma baseada na combinação do VNS (*Variable Neighborhood*

Search) com o VND e outra do GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) com o VND. Sendo a metaheurística VND tratada também em Hipolito et al. (2009).

Seguindo esta mesma linha, em Mine et al. (2009) é implementado um algoritmo combinando uma heurística construtiva com as metaheurísticas VNS e ILS, esta última é também tratada em Morais et al. (2009), que desenvolveram um algoritimo combinando o GRASP, VND e ILS.

As abordagens baseadas em métodos exatos são encontradas em Angelelli e Mansini (2002) e Dell'Amico et al. (2005), que apresentam um algoritmo *Branch-and-Price* para solucionar o problema. Neste último é aplicado à variante do VRPSPD, com a restrição de Janela de Tempo.

Focados em uma abordagem bioinspirada, Vural e Çatay (2003) apresentam uma implementação de um Algoritmo Genético, Çatay (2006), Gajpal e Abad (2009) e Zhang et al. (2008) aplicam o algoritmo Colônia de Formigas e Ai e Kachitvichyanukul (2009) apresentam uma abordagem baseada em Enxame de Partículas.

Este trabalho apresenta uma heurística baseada no método *Path-Relinking* (PR). Não há ocorrência na literatura para este tipo de heurística aplicada ao VRPSPD. Para encontrar soluções de boa qualidade, durante o procedimento aplica-se conceitos das metaheurística VNS e VND em algumas soluções geradas pelo método PR.

As próximas seções deste trabalho são organizadas da seguinte forma: na Seção 2 é definido o Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultâneas. Na seção 3 é apresentado a metaheurística VNS/VND e como ela foi aplicada neste trabalho. A seção 4 apresenta o método *Path-Relinking*. As seções 5 e 6 apresentam os resultados computacionais obtidos e conclusão, respectivamente.

2. Definição do VRPSPD

O Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultâneas pode ser definido formalmente como: dado um grafo não direcionado $G = (V, E)$ tal que V representa o conjunto de vértices e E o conjunto de arestas, o vértice v_0 representa o depósito, sendo o ponto de partida de uma frota composta por k veículos homogêneos de capacidade limitada Q. Os vértices remanescentes correspondem aos consumidores e cada v_i possui uma demanda não negativa p_i de coleta e d_i de entrega. Cada aresta (v_i, v_j) está associada a um valor não negativo c_{ij} que representa o custo, tempo ou distância entre os consumidores.

O Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultâneas consiste em determinar um conjunto de rotas que deverão ser percorridas pelos veículos que minimize os custos de transporte e respeite as seguintes restrições:

1. Cada rota começa e termina no depósito (v_0);
2. Todo consumidor de $V - v_0$ é visitada somente uma vez por somente um veículo;
3. A carga transportada não deve superar a capacidade Q do veículo;
4. Todas as demandas de todos os consumidores devem ser satisfeitas.

3. VNS/VND

A metaheurística VNS (*Variable Neighborhood Search*) proposta por Mladenović e Hansen (1997), é baseada na troca sistemática das estruturas de vizinhança para exploração do espaço de soluções. Estas estruturas podem ser divididas em dois tipos: as buscas locais, que são responsáveis pela fase de intensificação da metaheurística e os mecanismos de perturbação, que formam a fase de diversificação.

O método possui basicamente três etapas: dada uma solução inicial x, a primeira etapa gera uma solução aleatória x' na vizinhança de x. Na segunda etapa, é aplicada sobre a solução x' uma busca local retornando a solução x''. Na última etapa verifica-se a qualidade da solução encontrada. Se for melhor ela passa a ser solução corrente e o processo continua até certo critério de parada.

A heurística VND (*Variable Neighborhood Descendent*) opera basicamente realizando trocas sistemáticas sob um conjunto de estrutura de vizinhança ordenadas. Dada uma solução qualquer, é realizada uma busca em determinada estrutura de vizinhança até que não haja possibilidades de melhoria da solução corrente. Então, realiza-se a troca da vizinhança atual por outra. Sempre que não é mais possível melhorar a solução, troca-se a vizinhança e quando uma solução melhor é encontrada, retorna-se para a primeira estrutura de vizinhança utilizada. (Mladenović e Hansen, 1997)

Neste trabalho as buscas locais foram analisadas quanto ao seu tempo de processamento e foram ordenadas crescentemente. Os dois métodos foram aplicados em conjunto sendo que a metaheurística VND é utilizada na fase de buscas locais do VNS, criando a abordagem VNS/VND que é descrita pelo Algoritmo 1.

As buscas locais utilizadas são as seguintes:

***Insert Mutation*:** O movimento retira um número aleatório de consumidores em cada rota da solução e posteriormente realiza a inserção dos consumidores na melhor posição viável.

Intercâmbio : O movimento realiza trocas sistemáticas entre dois consumidores de rotas distintas, permanecendo aquela que reduz o custo final.

Realocação: O movimento seleciona um consumidor para migrar de rota. A troca é concretizada somente se o movimento reduzir o custo final.

Elimina Rota: Este movimento remove todos os consumidores de uma rota na tentativa de encontrar uma melhor posição em outra rota.

Infla-Rota : É selecionado uma rota, a de destino, e todos os consumidores das demais são testados nas posições viáveis desta rota de destino. Todas as rotas são candidatas a se tornar a rota de destino.

2-Opt : Movimento intra-rota que realiza a troca de arestas, não consecutivas, em uma determinada rota, mantendo a sequência que reduz o custo final.

KOr-Opt : Movimento intra-rota que retira aleatoriamente um número K de consumidores de uma determinada rota e realiza a inserção na melhor posição viável.

Em todos os métodos de busca local foi utilizada a estratégia melhor aprimorante. O mecanismo de perturbação adotado é baseado na busca local *Insert Mutation*, em que após remover um número aleatório de consumidores, para cada um deles é escolhida uma rota aleatória e realizada a inserção na primeira posição viável. Este movimento pode causar uma degradação na solução corrente, mas eventualmente, criar condições para escapar de um ótimo local.

Algoritmo 1: Algoritmo VNS/VND

```
x ← Gera uma solução construtiva ;
j ← 1 ;
enquanto j++ < j_max faça
    x ' ← N_j(x) ; /*Perturbação*/
    x" ← VND(x) ; /*Buscas Locais Ordenadas*/
    se f(x") < f(x) então
        x ← x" ;
    fim
fim
Retorne x;
```

4. Path-Relinking

O procedimento *Path-Relinking* foi proposto inicialmente para compor a fase de diversificação da metaheurística *Scatter Search*, e possui a estratégia de gerar novas soluções ao se explorar o trajeto que conecta soluções de boa qualidade (Glover e Laguna, 1997).

Este procedimento exploratório inicialmente seleciona uma solução conhecida por solução inicial. Posteriormente é construído um caminho pelo espaço de soluções (vizinhança) que a conecta até um outra solução, chamada de solução guia, gerando assim novas soluções (intermediárias) a cada movimento executado. Este movimento é realizado inserindo características ou atributos da solução guia na solução intermediária (Glover e Laguna, 1997).

A Figura 1 ilustra três caminhos entre as soluções I (inicial) e G (guia), em que a linha contínua indica a sequência de soluções vizinhas encontradas por movimentos de buscas locais comuns (normalmente utilizando o princípio guloso). As linhas tracejada indicam o trajeto construído pelo *Path-Relinking*, em que foi possível passar pela melhor solução. As setas indicam o sentido em que é realizado o método: tanto o trajeto de I para G quanto G para I, aumentando o campo de busca.

A principal idéia deste procedimento é que soluções de boa qualidade (também conhecidas como elites) sempre possuem características a serem compartilhadas. Através da sequência de soluções geradas, que derivam delas, pode-se encontrar uma solução vizinha melhor que as já conhecidas, que possa levar a um ótimo local nunca antes explorado e eventualmente a um ótimo global (Ho e Gendreau, 2006).

Selecionadas duas soluções, é estabelecida a correspondência entre as rotas (considera-se uma rota sendo o agrupamento de consumidores v atendimentos por um veículo k) das

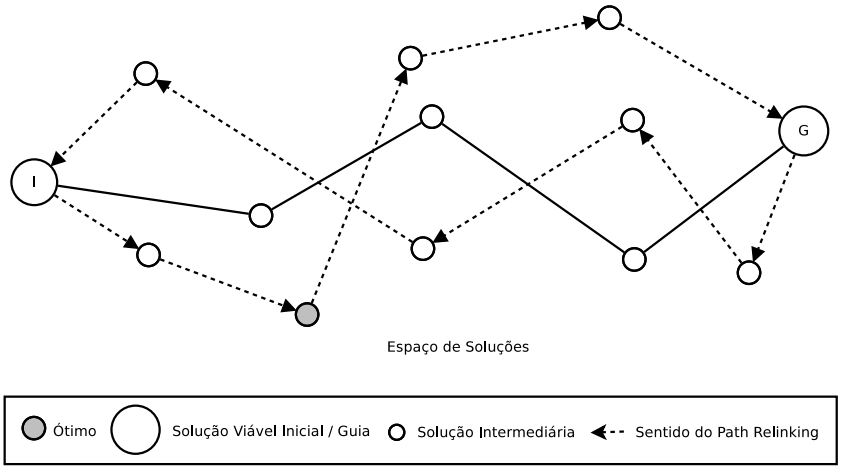

Figura 1: Ilustração do *Path-Relinking* com duplo trajeto

soluções inicial e guia para realização dos movimentos. O objetivo principal é que os movimentos dos consumidores na solução intermediária reflitam as respectivas posições na solução guia.

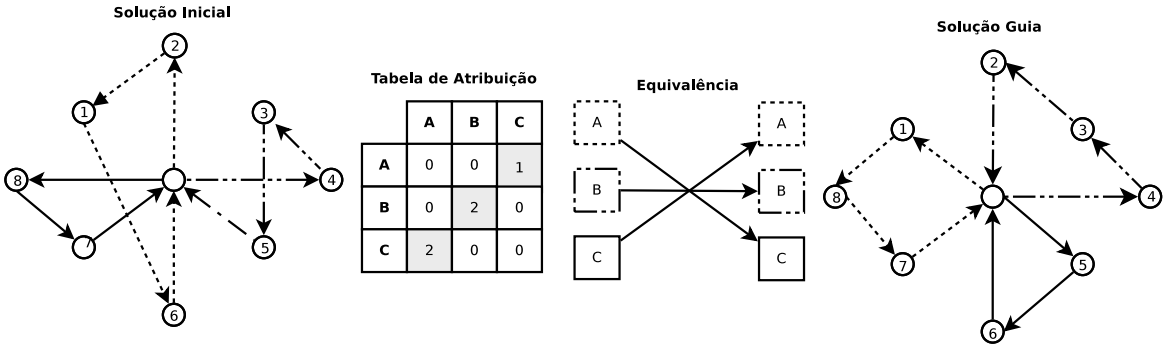

Figura 2: Ilustração do funcionamento do algoritmo de atribuição aplicado para seleção das rotas correspondentes entre a solução inicial e guia

Para definir as correspondências entre as rotas de duas soluções é utilizado o Algoritmo de Atribuição em um grafo bipartido $G' = (R', E')$, em que $R' = R'_i \cup R'_g$ e os vértices R'_i, R'_g correspondem respectivamente as rotas da solução inicial e guia. Para cada aresta $(m,n) \in E'$ é associado um custo c_{mn}, que é definido pelo número de arestas coincidentes entre as rotas m e n das duas soluções. A proposta principal é estabelecer máxima correspondência das arestas em G' e assim encontrar para cada rota da solução inicial a rota equivalente da solução guia.(Ho e Gendreau, 2006).

O funcionamento do algoritmo é ilustrado pela Figura 2, utilizando duas soluções (inicial e guia) que possuem um mesmo número de rotas, partindo da rota A da solução

inicial sua rota equivalente da solução guia é a rota C pois elas possuem a aresta (6,0) em comum. O mesmo ocorre entre as rotas B, da solução inicial e guia, que ambas possuem as arestas (0,4) e (4,3). A equivalência entre as rotas C e A se deve pela presença das arestas (8,7) e (7,0) em ambas.

Após a definição das rotas equivalentes e para assegurar o progresso do algoritmo em direção à solução guia, é adotado a estrutura de vizinhança $N(x)$. Esta são todas as potenciais soluções que podem ser alcançadas a partir de x movendo consumidores v da rota atual, para a rota de destino, levando em conta sua correspondência na solução guia. Um consumidor da solução inicial (ou intermediária) é elegível para mudar de sua rota m caso não pertença à esta rota na solução guia, e então é movido para rota n de destino (Ho e Gendreau, 2006).

É importante observar que, no caso VRPSPD, ao realizar a inserção de um determinado consumidor em outra rota, ou até mesmo a alteração da ordem de visita do consumidor dentro da mesma rota, há possibilidade de tornar a solução intermediária inviável. Para evitar soluções não viáveis, optou-se por inserir o elemento elegível na rota de destino, na melhor posição viável.

Após aplicação do *Path-Relinking*, as melhores soluções intermediárias, encontradas no caminho entre a solução inicial e guia, são selecionadas para execução do VNS/VND, buscando refinar os resultados.

4.1. Estratégias para construção do Conjunto de Soluções

Glover e Kochenberger (2003) apresentam estratégias para construção do conjunto R de soluções que serão utilizadas no *Path-Relinking*. Neste trabalho utilizou-se as seguintes estratégias: é mantido no conjunto S soluções de boa qualidade juntamente com soluções aleatórias.

As melhores soluções do conjunto S, neste trabalho, são obtidas com a aplicação da heurística baseada no VNS/VND que apresentam resultados significativos, como constatado em Freitas e Montané (2008). As soluções aleatórias são geradas pela heurística construtiva Divisão com Kruskal apresentada em Assis e Ravetti (2007).Desta forma, mantém-se um conjunto com soluções heterogêneas e incorporando características desejáveis o suficiente para aplicação dos critérios apresentados na subseção 4.2.

4.2. Critérios de seleção das soluções Iniciais e Guias

Estabelecido o conjunto de soluções com diferentes características, se faz necessário a adoção de certos critérios C para seleção de determinados pares de soluções para realização do *Path-Relinking*.

Neste trabalho adotamos os seguintes critérios (Ho e Gendreau, 2006):

C_1: Para cada solução do conjunto de soluções S é escolhida outra aleatoriamente;

C_2: É selecionado um grupo com as dez melhores soluções do conjunto S, para realização do PR, com todas as demais soluções do conjunto S;

C_3: É realizado o *Path-Relinking* entre a melhor solução do conjunto S e a segunda melhor;

C_4: Para cada solução do conjunto S, é selecionado aquela com menor similaridade (que possui a menor coincidência de arestas) para realização do PR;

O Algoritmo 2 demonstra o funcionamento da heurística proposta. A primeira linha indica a criação do conjunto de soluções a partir da heurística construtiva semi-gulosa baseada no método Divisão com Kruskal,em sequência, sob determinadas soluções do conjunto é aplicado o método VNS/VND para refinamento. As linhas 4 e 5 indicam a definição dos critérios que são utilizados para seleção das soluções inicial e guia. Na 6ª linha é aplicado o algoritmo de atribuição para obtenção das correspondências entre as rotas obtidas no passo anterior.

A cada movimento de adequação da solução intermediária (inicial) em solução guia (linha 9) é gerada uma nova solução intermediária. Os movimentos são repetidos até que a solução intermediária seja igual a solução guia (ou não exista mais movimentos à serem realizados). Caso a solução resultante deste movimento seja menor que as soluções inicial e guia (linhas 10 e 11), é aplicado nesta solução método VNS/VND. A melhor solução conhecida é sempre armazenada (linhas 13 e 14) para ser retornada ao final do procedimento.

Algoritmo 2: Algoritmo Path Relinking proposto

1 $S\{1,2,3...,n\} \leftarrow$ Gerar soluções aleatórias ; /*Algoritmo semi-guloso baseado no Divisão com Kruskal*/
2 $S \leftarrow$ Aplicar VNS/VND em determinadas soluções;
3 $s^* \leftarrow$ MelhorSolucao(S) ; /*Melhor solução do conjunto S*/
4 **para** *Para cada critério C de seleção de* $S_{inicial}$ *e* S_{guia} **faça**
5 Selecionar solução $S_{inicial}$ e S_{guia} seguindo os critérios C ;
6 Aplicar algoritmo de Atribuição para associar as rotas da $S_{inicial}$ e S_{guia} ;
7 $S_{intermediria} \leftarrow S_{inicial}$;
8 **repita**
9 $S_{intermediria} \leftarrow$ Movimento($S_{intermediria}$) ;
10 **se** $f(S_{intermediria}) < f(S_{inicial})$ *ou* $f(S_{intermediria}) < f(S_{guia})$ **então**
11 $S_{intermediria} \leftarrow$ VNS/VND ($S_{intermediria}$) ;
12 **fim**
13 **se** $f(S_{intermediria}) < f(s^*)$ **então**
14 $f(s^*) \leftarrow f(S_{intermediria})$;
15 **fim**
16 **até** $S_{intermediria} = S_{guia}$;
17 **fim**
18 Retorne s^*

5. Resultados Computacionais

Para realização dos testes do algoritmo proposto, foi utilizado o grupo de instâncias presentes em Salhi e Nagy (1999), que são comumente encontradas na literatura, e possuem um número de consumidores variando entre 50 e 200.

Foram utilizadas 75 soluções viáveis para compor o conjunto S de soluções do *Path-Relinking* sendo 25 delas compostas por soluções aleatórias, 25 por soluções geradas pelo VNS/VND, por 100 iterações, e as restantes gerada pelo VND, por 100 iterações.

A Tabela 1 mostra os resultados obtidos com a aplicação do algoritmo proposto. A primeira coluna descreve as instâncias analisadas. A segunda coluna apresenta o número de consumidores (N). A terceira coluna mostra o número de veículos utilizados. A

quarta coluna apresenta a distância total percorrida pela frota de veículos na melhor solução retornada pelo método apresentado. A quinta coluna da tabela mostra quantas soluções intermediárias foram geradas no *Path-Relinking*. A última coluna apresenta a quantidade de soluções intermediárias encontradas melhores que as soluções inicial e guia.

Instância	N	Veículos	Custo Final	Q_SI	Q_MS
cmt01_X	51	3	464	487	4
cmt01_Y	51	3	464	448	12
cmt02_X	76	7	703	879	34
cmt02_Y	76	6	711	875	18
cmt03_X	101	5	721	1099	34
cmt03_Y	101	5	725	1007	4
cmt04_X	151	8	896	1574	24
cmt04_Y	151	8	896	1503	14
cmt05_X	200	10	1131	2027	74
cmt05_Y	200	10	1113	2141	122
cmt06_X	51	3	464	472	6
cmt06_Y	51	3	464	464	2
cmt07_X	76	7	708	804	2
cmt07_Y	76	7	702	786	4
cmt08_X	101	5	723	1058	16
cmt08_Y	101	5	727	1222	54
cmt09_X	151	8	891	1540	34
cmt09_Y	151	8	888	1480	8
cmt10_X	200	11	1116	1884	18
cmt10_Y	200	10	1126	1795	14
cmt11_Y	121	4	879	948	2
cmt11_X	121	4	882	986	30
cmt12_X	101	7	702	1098	10
cmt12_Y	101	6	676	1109	20
cmt13_X	121	4	895	970	20
cmt13_Y	121	4	879	892	22
cmt14_X	101	6	689	990	4
cmt14_Y	101	6	698	1142	18
Média	-	-	783,32	1131,43	22,29

Tabela 1: Resultado do algoritmo proposto usando as instâncias criadas por Salhi e Nagy (1999)

A Tabela 2 demonstra um comparativo entre os resultados obtidos com trabalhos conhecidos da literatura, as colunas GAP(%) mostram a porcentagem de melhoras obtidas (GAP = ((Custo do TS - Custo do PR) * 100 / Custo do TS)) em relação ao trabalho de Montané e Galvão (2006), que utiliza uma abordagem baseada na *Tabu Search* e o trabalho de (Zachariadis et al., 2009) (GAP = ((Custo GTS - Custo PR) * 100 / Custo GTS)) que aplicam um algoritmo híbrido TS e GLS.

Observa-se na Tabela 1 que o método foi capaz de gerar soluções melhores que as soluções utilizadas como entrada (guia e inicial). O método demonstrou uma capacidade em gerar resultados competitivos, próximos aos encontrados na literatura e aprimorando em duas instâncias o melhor custo.

6. Conclusão

Neste trabalho foi proposto um algoritmo baseado no método *Path-Relinking*. O algoritmo apresentado gera um conjunto de soluções utilizando uma heurística aleatória, uma heurística baseada no VNS/VND e outra baseada VND. Dada estas soluções, segundo certos critérios adotados, o algoritmo seleciona a cada iteração uma solução inicial e guia para aplicar o PR entre elas. Por fim, as melhores soluções intermediárias são utilizadas para execução do VNS/VND visando refinar os resultados obtidos.

Instância	PR		TS(Montané e Galvão, 2006)			GTS (Zachariadis et al., 2009)		
	Veículos	Custo Final	Veículos	Custo Final	GAP (%)	Veículos	Custo Final	GAP (%)
CMT01X	3	**464**	3	472	1,69	3	469,8	1,23
CMT01Y	3	**464**	3	470	1,28	3	469,8	1,23
CMT02X	7	703	7	695	-1,15	6	**684,21**	-2,75
CMT02Y	6	711	7	700	-1,57	6	**684,21**	-3,92
CMT03X	5	721	5	721	0,00	5	721,27	0,04
CMT03Y	5	725	5	**719**	-0,83	5	721,27	-0,52
CMT12X	7	702	6	675	-4,00	5	**662,22**	-6,01
CMT12Y	6	676	6	689	1,89	5	**662,22**	-2,08
CMT11X	4	879	4	900	2,33	4	**838,66**	-4,81
CMT11Y	4	882	5	910	3,08	4	**837,08**	-5,37
CMT04X	8	896	7	880	-1,82	7	**852,46**	-5,11
CMT04Y	8	896	7	878	-2,05	7	**852,46**	-5,11
CMT05X	10	1131	11	1098	-3,01	10	**1030,55**	-9,75
CMT05Y	10	1113	10	1083	-2,77	10	**1030,55**	-8,00
Média	6,14	783,07	6,14	777,86	-0,50	5,71	751,20	-3,64

Tabela 2: Comparação do algoritmo proposto utilizando instâncias criadas por Salhi e Nagy (1999)

Este método se mostrou bastante eficiente ao ser comparado com os melhores algoritmos encontrados na literatura, retornando soluções de boa qualidade. O GAP entre eles não foi muito inferior, na média quase 4%. Em algumas instâncias o método foi capaz de superar os resultados da literatura. A aplicação do *Path-Relinking* demonstrou boa capacidade em diversificar e aprimorar as soluções obtidas.

Trabalhos futuros podem ser direcionados na aplicação de técnicas paralelas para redução no tempo de processamento do algoritmo, bem como a aplicação dos métodos descritos neste trabalho para compor a metaheurística *Asynchronous Team* como agentes diversificadores e intensificadores.

Agradecimento

À **FAPEMIG** (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais) pelo financiamento dos recursos utilizados no desenvolvimento deste trabalho.

Referências

Ai, T. J. e Kachitvichyanukul, V., A particle swarm optimization for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery, *Comput. Oper. Res.*, 36(5):1693–1702, 2009, ISSN 0305-0548, doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2008.04.003.

Angelelli, E. e Mansini, R., *The Vehicle Routing Problem with Time Windows and Simultaneous Pick-up and Delivery*, volume 519 of *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Springer, 2002, Editado por Andreas Klose and M. Gracia Speranza and Luk N. Van Wassenhove.

Assis, L. P. e Ravetti, M. G., Heurísticas construtivas aplicadas ao problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultâneas, *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 2007.

Ballou, R. H., *Gerenciamento da cadeia de suprimentos: logística empresarial*, Artmend, São Paulo, 5/ed edition, 2006, I.S.B.N.: 8536305916.

Bianchessi, N., Algoritmi di ricerca locale per il vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery, Master's thesis, Technical University of Denmark, 2004.

Bianchessi, N. e Righini, G., Heuristic algorithms for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery, *Computers and Operations Research*, 34(2):578–594, 2007.

CNT e COPPEAD-UFRJ, Transporte de cargas no brasil: ameaças e oportunidades para o desenvolvimento do país, Disponível em www.cnt.org.br, 2006, Acessado em 2006.

Dell'Amico, M., Righini, G., e Salani, M., A branch-and-price algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous delivery and collection, *Transportation Science*, 40:235–247, 2005.

Freitas, L. M. B. e Montané, F. A. T., Metaheurísticas vns-vnd e grasp-vnd para problemas de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea, *Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha*, ago 2008.

Gajpal, Y. e Abad, P., An ant colony system (acs) for vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup, *Comput. Oper. Res.*, 36(12):3215–3223, 2009, ISSN 0305-0548, doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2009.02.017.

Glover, F. e Laguna, M., *Tabu Search*, Kluwer, Boston, July 1997, ISBN 0-7923-9965-X.

Glover, F. W. e Kochenberger, G. A., *Handbook of Metaheuristics (International Series in Operations Research & Management Science)*, Springer, January 2003, ISBN 1402072635.

Hipolito, H., Inmaculada, R., e Jose, S., A Hybrid Grasp/VND Heuristic For The One-commodity Pickup-and-delivery Traveling Salesman Problem, *Computers & Operations Research*, 36(5):1639–1645, 2009.

Ho, S. e Gendreau, M., Path relinking for the vehicle routing problem, *Journal of Heuristics*, 12(1):55–72, 2006.

Min, H., The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup points, *Transportation Research-A*, 23A(5):377–386, 1989.

Mine, M., Silva, M., Ochi, L., e Souza, M., Uma abordagem híbrida, baseada em metaheurísticas e na heurística genius, aplicada ao problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea, *Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha*, 2009.

Mladenović, N. e Hansen, P., Variable neighborhood search, *Comput. Oper. Res.*, 24(11):1097–1100, 1997, ISSN 0305-0548, doi: http://dx.doi.org/10.1016/S0305-0548(97)00031-2.

Montané, F. A. T. e Galvão, R. D., A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service, *Computers and Operations Research*, 33(3):595–619, 2006.

Morais, V., Assis, L., Caires, L., e Vivas, A., Algoritmo híbrido grasp/vnd/ils aplicado ao problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultâneas, *Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha*, 2009.

Salhi, S. e Nagy, G., A cluster insertion heuristic for single and multiple depot vehicle routing problems with backhauling, *Journal of Operational Research Society*, 50:345–355, 1999.

Subramanian, A., Ochi, L. S., e dos Anjos Formiga Cabral, L., An efficient ils heuristic for the vehicle routing problem with simultaneus pickup and delivery, *Relatório Técnico, Universidade Federal Fluminense, disponível em http://www. ic. uff. br/~ satoru/index. php*, 2008.

Toth, P. e Vigo, D., *The vehicle routing problem*, Society for Industrial Mathematics, 1987.

Vural, A. V. e Çatay, B., A GA based meta-heuristic for capacitated vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery, Master's thesis, Faculty of Management, Istanbul Technical University, 2003.

Zachariadis, E., Tarantilis, C., e Kiranoudis, C., A hybrid metaheuristic algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up service, *Expert Systems with Applications*, 36(2):1070–1081, 2009.

Zhang, T., xin Tian, W., jie Zhang, Y., e xin Liu, S., Improved ant colony system for vrpspd with maximum distance constraint, *Systems Engineering - Theory & Practice*, 28(1):132–140, 2008.

Çatay, B., An ant based algortihm for the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up, *INFORMS Meeting*, 2006.