

INFLUÊNCIA DO FATOR DE PENALIDADE NA DISCRETIZAÇÃO DOS TAPS NO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

Edilaine Martins Soler

LASEE, Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade de São Paulo (USP) – Escola de Engenharia de São Carlos (EESC)
Av. Trabalhador São-carlense nº 400, Centro, 13566-590, São Carlos, SP, Brasil
edilaine@sc.usp.br

Geraldo R. M. da Costa

LASEE, Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade de São Paulo (USP) – Escola de Engenharia de São Carlos (EESC)
Av. Trabalhador São-carlense nº 400, Centro, 13566-590, São Carlos, SP, Brasil
geraldo@sc.usp.br

RESUMO

O objetivo do problema de Fluxo de Potência Ótimo é determinar o estado ótimo de um sistema de transmissão de energia elétrica, isto é, as magnitudes e os ângulos das tensões e os *taps* dos transformadores, enquanto otimiza um dado desempenho do sistema, satisfazendo suas restrições físicas e operacionais. Como os *taps* dos transformadores são discretos, e as magnitudes e os ângulos das tensões são variáveis contínuas, o problema de Fluxo de Potência Ótimo é modelado como um problema de programação não linear com variáveis contínuas e discretas. Neste trabalho, uma função, que penaliza a função objetivo quando as variáveis discretas assumem valores não discretos, é apresentada. Ao incorporar esta função penalidade na função objetivo um problema de programação não linear com somente variáveis contínuas é obtido. Testes numéricos com os sistemas elétricos IEEE 14, 30 e 118 barras analisaram a influência dos fatores de penalidade na discretização dos *taps*.

PALAVRAS CHAVE. Fluxo de Potência Ótimo. Programação não linear. Função Penalidade. PO na área de energia Elétrica.

ABSTRACT

The purpose of the Optimal Power Flow problem is to determine the optimal state of an electric energy transmission system, that is, bus-voltage magnitude, bus-voltage angles and tap ratios of transformers, while optimizing a given performance of the system, satisfying its physical and operating constraints. Since transformer tap ratios have a discrete nature, while bus-voltage magnitudes and angles are continuous variables, the Optimal Power Flow problem is modeled as a nonlinear programming problem containing discrete and continuous variables. In this work, a function that penalizes the objective function when discrete variables assume non-discrete values is presented. By including this penalty function into the objective function a nonlinear programming problem with only continuous variables is obtained. Numerical tests using the IEEE 14, 30 and 118-bus test systems study the effect of the penalty factors in makes the taps take on discrete values.

KEYWORDS. Optimal Power Flow. Nonlinear programming. Penalty function. RO in the area of Electric Energy.

1. Introdução

A energia elétrica é uma das formas de energia mais utilizadas no mundo, além de ser indispensável no dia-a-dia de toda a população, é essencial para o desenvolvimento econômico de um país. Os Sistemas de Energia Elétrica têm a função de fornecer energia elétrica aos usuários com qualidade e eficiência no instante em que for solicitada. O aumento da demanda nas últimas décadas e o crescente número de interligações entre os sistemas elétricos existentes tornaram a operação e o controle destes sistemas uma tarefa extremamente complexa. Um modo eficiente para se determinar o estado do sistema é através do problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO), um modelo de otimização em que a rede elétrica é representada por um conjunto de equações e inequações algébricas.

O problema de Fluxo de Potência Ótimo teve sua origem da década de 60 (Carpentier (1962)) e desde então surgiram na literatura inúmeros trabalhos com propostas na modelagem e nas abordagens de soluções para este problema.

O propósito do problema de FPO é determinar as variáveis controláveis de um sistema de transmissão de energia elétrica a fim de otimizar um determinado desempenho do sistema, satisfazendo as restrições físicas e operacionais do Sistema de Energia Elétrica. O problema de FPO é modelado como um problema de programação não linear, não convexo, de grande porte, com restrições de igualdade e desigualdade, e com variáveis contínuas e discretas.

A presença de variáveis discretas em problemas de programação não linear dificulta a resolução destes, por este motivo a maioria dos trabalhos da literatura consideram todas as variáveis do problema de FPO como contínuas. Estas formulações estão longe da realidade de um sistema elétrico, pois algumas variáveis somente podem ser ajustadas por passos discretos.

Um problema de programação não linear com variáveis discretas e contínuas é normalmente resolvido por métodos de programação inteira-mista, porém a complexidade computacional da abordagem combinatorial para as soluções possíveis de problemas deste tipo tende a aumentar exponencialmente com o número de variáveis discretas e, portanto, torna-se difícil a sua aplicação em problemas que envolvem um grande número de variáveis e restrições. Métodos como *Outer Approximation* (Leyffer (1993)), Decomposição de *Benders* (Geoffrion (1972)), *Branch-and-Bound* (Gupta e Ravindran (1985)) e Algoritmos de Planos de Corte (Westerlund e Petersson (1995)) são métodos que requerem grande esforço computacional quando aplicados a problemas de grande porte.

Devido à dificuldade de solução imposta pelas variáveis discretas em problemas de programação não linear, um método muito usado nestes casos é o método do arredondamento. Inicialmente resolve-se o problema assumindo que todas as variáveis são contínuas, em seguida, as variáveis discretas são arredondadas para os valores discretos mais próximos. Este método pode nos levar a soluções não-ótimas e até mesmo a soluções que não pertencem à região factível do problema.

Assim, tendo em vista a importância do problema de FPO e a dificuldade de se resolver este problema, ajustando de maneira ótima as variáveis contínuas e discretas do problema, propõe-se neste trabalho um método de solução para este problema. Uma função que penaliza a função objetivo quando as variáveis discretas assumem valores não discretos é apresentada. Ao incorporar esta função penalidade na função objetivo as variáveis discretas são tratadas como contínuas. Assim, um problema de Programação Não Linear com variáveis apenas contínuas (PNL) é obtido. O PNL obtido será resolvido pelo método da Função Lagrangiana Barreira Modificada proposto por Sousa (2006). Os testes numéricos realizados analisaram o efeito dos fatores de penalidade na solução obtida para este PNL, e a eficiência deste PNL penalizado em fornecer soluções discretas.

Na Seção 2 apresentamos a formulação matemática do problema de FPO. Na Seção 3 apresentamos um método de solução para ajustar as variáveis discretas e contínuas do problema de FPO. Na Seção 4 são apresentados os testes numéricos realizados e na Seção 5, estão as conclusões.

2. O problema de Fluxo de Potência Ótimo

O objetivo de um problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) é encontrar o ponto ótimo de operação para o sistema elétrico que otimize um determinado critério e que satisfaça as restrições físicas e operacionais do Sistema de Energia Elétrica.

O problema de FPO é modelado matematicamente como um problema de programação não linear com variáveis discretas e contínuas. As variáveis de decisão do problema de FPO são: a magnitude de tensão das barras (V), o ângulo de tensão das barras (θ) e o *tap* dos transformadores (t). Na formulação adotada neste trabalho o critério a ser otimizado é a minimização das perdas ativas nas linhas de transmissão. As restrições físicas e operacionais do sistema elétrico são representadas pelas restrições de igualdade e de desigualdade. As restrições de igualdade são as equações de fluxo de potência obtidas impondo-se as Leis de Kirchhoff à rede elétrica. As restrições de desigualdade representam restrições funcionais como a potência reativa nas barras de controle de reativos, potência ativa na barra *slack* e os fluxos ativos e reativos nas linhas de transmissão, entre outras.

O problema de FPO pode ser representado como:

$$\begin{aligned} & \text{Min } f(V, \theta, t) \\ & \left\{ \begin{array}{l} \Delta P_i(V, \theta, t) = 0, i = 1, 2, \dots, NBCCR \\ \Delta Q_j(V, \theta, t) = 0, j = 1, 2, \dots, NBC \\ \underline{Q}_k \leq Q_k(V, \theta, t) \leq \overline{Q}_k, k = 1, 2, \dots, NBCR \\ \underline{V}_p \leq V_p \leq \overline{V}_p, p = 1, 2, \dots, NB \\ \underline{t}_l \leq t_l \leq \overline{t}_l, \text{discreta}, l = 1, 2, \dots, NT \end{array} \right. \quad (P1) \end{aligned}$$

em que:

NB é o número de barras do sistema elétrico;

NBC é o número de barras de carga;

NBCR é o número de barras de controle de reativo;

NBCCR é número de barras de carga e de controle de reativos;

NT é o número de transformadores com *tap* variável;

\underline{Q}_k e \overline{Q}_k são os limites mínimos e máximos de geração de potência reativa, respectivamente;

\underline{V}_p e \overline{V}_p são os limites mínimos e máximos das magnitudes das tensões;

\underline{t}_l e \overline{t}_l são os limites mínimos e máximos dos *taps* variáveis dos transformadores.

Variáveis:

$V = (V_1, V_2, \dots, V_{NB})$: é o vetor das magnitude de tensão nas barras 1, 2, ..., NB;

$\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{NB})$: é o vetor dos ângulo de tensão nas barras 1, 2, ..., NB;

$t = (t_1, t_2, \dots, t_{NT})$: é vetor dos *tap* dos transformadores 1, 2, ..., NT.

As funções que aparecem no Problema (P1) serão descritas a seguir. Para isso considere:

Ω é o conjunto de todas as linhas de transmissão;

Ω_k é o conjunto de todas as barras vizinhas à barra k ;

$g_{km}, b_{km}, b_{km}^{sh}$: condutância, a susceptância e a susceptância *shunt* da linha km , respectivamente;

P_i^G e P_i^C são as potências ativas geradas e consumidas, respectivamente;

Q_j^G e Q_j^C são as potências reativas geradas e consumidas, respectivamente;

Com isso temos:

- $f(V, \theta, t)$ é um função escalar que representa as perdas de potência ativa na transmissão e é dada por:

$$f(V, \theta, t) = \sum_{(km \in \Omega)} g_{km} (V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos \theta_{km}), \text{ com } \theta_{km} = \theta_k - \theta_m$$

- As equações de balanço do sistema elétrico são dadas por:
- Balanço de potência ativa pra as barras de cargas e de controle reativo:

$$\Delta P_i(V, \theta, t) = P_i^G - P_i^C - \sum_{m \in \Omega_i} [(tV_i)^2 g_{im} - (tV_i)V_m (g_{im} \cos \theta_{im} + b_{im} \text{sen} \theta_{im})]$$

- Balanço de potência reativa para as barras de carga:

$$\Delta Q_j(V, \theta, t) = Q_j^G - Q_j^C - \sum_{m \in \Omega_j} [-(tV_j)^2 (b_{jm} + b_{jm}^{sh}) + (tV_j)V_m (b_{jm} \cos \theta_{jm} - g_{jm} \text{sen} \theta_{jm})]$$

- Geração de potência reativa injetada nas barras de controle de reativo:

$$Q_k(V, \theta, t) = \sum_{m \in \Omega_k} [-(tV_k)^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + (tV_k)V_m (b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \text{sen} \theta_{km})]$$

Destacamos que $Q_k(V, \theta, t)$ associados com geradores são grandezas contínuas, e $Q_k(V, \theta, t)$ associados com capacitores e reatores *shunt* são grandezas discretas, porém todas serão tratadas como grandezas contínuas neste trabalho.

O modelo matemático para o Problema de FPO, apresentado em (P1), é de difícil resolução, pois é um problema de programação não linear, de grande porte, com funções não convexas, e com variáveis discretas e contínuas. A função objetivo em (P1) representa as perdas ativas nas linhas de transmissão, essa função é não separável e não permite simplificações, segundo Monticelli e Liu (1992) este fato dificulta ainda mais a resolução do problema de FPO.

3. Método de Solução

Propomos um método para ajustar as variáveis discretas em problemas de otimização com não linearidades. O método consiste em resolver um Problema de Programação Não Linear com variáveis contínuas somente (PNL) cuja solução é equivalente a solução do Problema de Programação Não Linear com Variáveis Discretas e Contínuas (PNLDC). O PNL é obtido incorporando na função objetivo do problema original uma função que penaliza a função objetivo quando as variáveis discretas assumem valores não discretos. Ao incorporar esta função na função objetivo as variáveis discretas podem ser tratadas como contínuas. A solução desse PNL é equivalente a solução do PNLDC. O PNL pode ser resolvido pelos métodos de programação não linear existentes na literatura. O PNL obtido a partir do modelo do FPO dado em (P1) será resolvido pelo Método da Função Lagrangiana Barreira Modificada (Sousa (2006)).

A vantagem da função penalidade apresentada é que esta é derivável, assim, os métodos de otimização não linear existentes na literatura que fazem uso do cálculo de derivadas podem ser usados na resolução do problema penalizado.

A seguir detalhamos o método proposto.

3.1 PNL equivalente ao PNLDC

Considere um problema de programação não linear com variáveis discretas e contínuas dado por:

$$\begin{aligned} & \text{Min } f(x, y) \\ & \text{s.a. } \begin{cases} h(x, y) = 0 \\ g(x, y) \geq 0 \\ \underline{x} \leq x \leq \bar{x} \\ \underline{y} \leq y \leq \bar{y}, \text{discreta} \end{cases} \quad (\text{P2}) \end{aligned}$$

em que $x = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ e $y = (y_1, y_2, \dots, y_l)$ são variáveis de decisão. As funções $f(x, y)$, $h(x, y) = (h_1(x, y), h_2(x, y), \dots, h_m(x, y))$ e $g(x, y) = (g_1(x, y), g_2(x, y), \dots, g_p(x, y))$ são não lineares. Os vetores $\underline{x} \in \mathfrak{R}^k$ e $\bar{x} \in \mathfrak{R}^k$ indicam os limites inferior e superior da variável x . Os vetores $\underline{y} \in \mathfrak{R}^l$ e $\bar{y} \in \mathfrak{R}^l$ indicam os limites inferior e superior da variável y .

Baseado nos trabalhos de Davydov e Sigal (1972) e Fu *et al.* (1991), propomos uma função penalidade $p(y)$ dada por:

$$p(y) = \gamma \sum_{j=1}^l \left[\text{sen} \left(\frac{y_j}{s_j^u - s_j^l} \pi + \alpha \right) \right]^{2\beta} \quad (1)$$

em que:

$\gamma > 0$ é a amplitude da penalidade;

β é um número inteiro positivo;

s_j^l é o valor discreto mais próximo inferiormente de y_j ;

s_j^u é o valor discreto mais próximo superiormente de y_j ;

α é uma constante tal que $0 \leq \alpha < 2\pi$ escolhida de modo que a função $p(y)$ se anule somente nos valores discretos de y .

Temos que:

$$p(y) = \begin{cases} 0, & \text{se } y \text{ é discreta} \\ \delta > 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2)$$

ou seja, $p(y)$ assume valores positivos somente se y não assumir valores discretos.

Assim, encontrar uma solução ótima para o Problema (P2) é equivalente a resolver o PNL (P3), que contém apenas variáveis contínuas:

$$\begin{aligned} & \text{Min } f(x, y) + p(y) \\ & \text{s.a. } \begin{cases} h(x, y) = 0 \\ g(x, y) \geq 0 \\ \underline{x} \leq x \leq \bar{x} \\ \underline{y} \leq y \leq \bar{y} \end{cases} \quad (P3) \end{aligned}$$

Referimo-nos a função objetivo de (P3) dada por $f(x, y) + p(y)$ como função objetivo aumentada, pois esta consiste da função objetivo do problema original acrescida da função penalidade $p(y)$.

É possível alterar a forma e a amplitude da função $p(y)$ dada em (1) alterando os valores de β e γ . A Figura 1 ilustra a função penalidade $p(y)$ para o caso unidimensional, para diferentes valores de γ e β . Nas Figuras 1-3 as notações d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 e d_6 representam os valores discretos que a variável pode assumir.

As Figuras 2 e 3 mostram que a função objetivo aumentada é fortemente influenciada pelo valor de γ . A escolha de γ influencia na semelhança da função objetivo aumentada com a função objetivo original. Para valores de γ grandes a função objetivo aumentada perde características da função objetivo original, como pode ser observado na Figura 2, neste caso a solução de (P3) pode não ser equivalente a solução de (P2). Para valores de γ muito pequenos a solução de (P3) pode não assumir valores discretos para as variáveis y e conseqüentemente uma solução de (P3) não será uma solução de (P2).

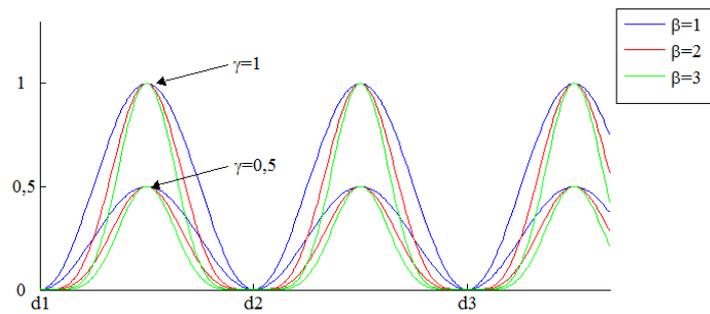


Figura 1: Efeito de γ e β na função $p(y)$.

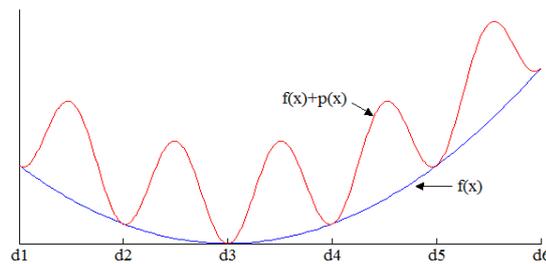


Figura 2: $\gamma = 5$ e $\beta = 1$.

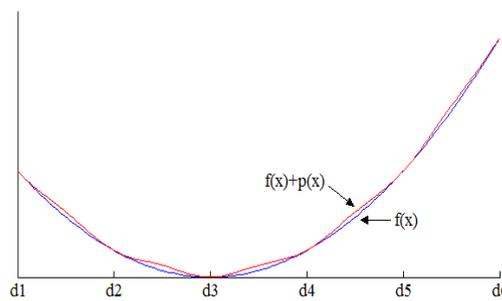


Figura 3: $\gamma = 0,2$ e $\beta = 1$.

Os valores de β influenciam a forma da função objetivo aumentada, como pode ser observado na Figura 1.

Nos testes realizados foi analisada a influência dos fatores γ e β na discretização dos *taps* no problema de FPO.

Para resolver o PNL (P3) usa-se os métodos de otimização não linear existentes na literatura; escolhe-se o método de programação não linear mais adequado dependendo das características de cada problema. Neste trabalho, para resolver o PNL obtido a partir do modelo do FPO (P1), propomos usar o Método da FLBM (Sousa (2006)) descrito na Seção 3.2.

3.2 Método da Função Lagrangiana Barreira Modificada (FLBM)

O modelo (P3) pode ser escrito da forma dada em (P4) em que $z = (x, y)$.

$$\begin{aligned} & \text{Min } q(z) \\ & \text{s.a. } \begin{cases} h_j(z) = 0, j = 1, 2, \dots, m \\ g_i(z) \geq 0, i = 1, 2, \dots, p \\ \underline{z}_l \leq z_l \leq \overline{z}_l, l = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (\text{P4}) \end{aligned}$$

Acrescentando variáveis de folga e excesso positivas transformamos o Problema (P4) no Problema equivalente (P5).

$$\begin{aligned} & \text{Min } q(z) \\ & \left\{ \begin{array}{l} h_j(z) = 0, j = 1, 2, \dots, m \\ g_i(z) - s_{1i} = 0, i = 1, 2, \dots, p \\ z_l + s_{2l} = \bar{z}_l, l = 1, 2, \dots, n \\ z_l - s_{3l} = \underline{z}_l \\ s_{1i}, s_{2l}, s_{3l} \geq 0 \end{array} \right. \quad (\text{P5}) \end{aligned}$$

Relaxando as condições de não negatividade das variáveis de folga e de excesso, expandimos a região factível do Problema (P5) e obtemos o Problema (P6):

$$\begin{aligned} & \text{Min } q(z) \\ & \left\{ \begin{array}{l} h_j(z) = 0, j = 1, 2, \dots, m \\ g_i(z) - s_{1i} = 0, i = 1, 2, \dots, p \\ z_l + s_{2l} = \bar{z}_l, l = 1, 2, \dots, n \\ z_l - s_{3l} = \underline{z}_l \\ s_{1i}, s_{2l}, s_{3l} \geq -\mu \end{array} \right. \quad (\text{P6}) \end{aligned}$$

em que $\mu > 0$ será usado como parâmetro de barreira.

O método proposto por Polyak (1992) transforma o Problema (P6) no Problema (P7).

$$\begin{aligned} & \text{Min } q(z) \\ & \left\{ \begin{array}{l} h_j(z) = 0, j = 1, 2, \dots, m \\ g_i(z) - s_{1i} = 0, i = 1, 2, \dots, p \\ z_l + s_{2l} = \bar{z}_l, l = 1, 2, \dots, n \\ z_l - s_{3l} = \underline{z}_l \\ \mu \ln(\mu^{-1} s_{1i} + 1) \geq 0 \\ \mu \ln(\mu^{-1} s_{2l} + 1) \geq 0 \\ \mu \ln(\mu^{-1} s_{3l} + 1) \geq 0 \end{array} \right. \quad (\text{P7}) \end{aligned}$$

Resolver o Problema (P4) é equivalente a resolver o Problema (P7). Para resolver este problema associamos a Função Lagrangiana dada na equação (3), denominada de Função Lagrangiana Barreira Modificada, em que $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$, $\pi_1 = (\pi_{11}, \pi_{12}, \dots, \pi_{1p})$, $\pi_2 = (\pi_{21}, \pi_{22}, \dots, \pi_{2n})$, $\pi_3 = (\pi_{31}, \pi_{32}, \dots, \pi_{3n})$, $u_1 = (u_{11}, u_{12}, \dots, u_{1p})$, $u_2 = (u_{21}, u_{22}, \dots, u_{2n})$ e $u_3 = (u_{31}, u_{32}, \dots, u_{3n})$ são os multiplicadores de Lagrange.

$$\begin{aligned} L(z, s_1, s_2, s_3, \lambda, \pi_1, \pi_2, \pi_3) = & q(z) - \sum_{j=1}^m \lambda_j h_j(z) - \sum_{i=1}^p \pi_{1i} (g_i(z) - s_{1i}) - \sum_{l=1}^n \pi_{2l} (z_l + s_{2l} - \bar{z}_l) + \\ & - \sum_{l=1}^n \pi_{3l} (z_l - s_{3l} - \underline{z}_l) - \mu \sum_{i=1}^p u_{1i} \ln(\mu^{-1} s_{1i} + 1) - \mu \sum_{l=1}^n u_{2l} \ln(\mu^{-1} s_{2l} + 1) - \mu \sum_{l=1}^n u_{3l} \ln(\mu^{-1} s_{3l} + 1) \end{aligned} \quad (3)$$

Aplicando as Condições Necessárias de Primeira Ordem à Função Lagrangiana Barreira Modificada ($\nabla L = 0$) obtemos um sistema de equações não lineares em que as variáveis são as componentes dos vetores $z, s_1, s_2, s_3, \lambda, \pi_1, \pi_2$ e π_3 (z, s_1, s_2 e s_3 são variáveis primais e λ, π_1, π_2 e π_3 são variáveis duais). Esse sistema é resolvido pelo Método de Newton. A solução desse sistema é uma solução ótima para o Problema (P4). Seja J a Matriz Jacobiana associada ao

sistema $\nabla L = 0$. A solução do sistema linear $J\Delta d = -\nabla L$ gera direções $\Delta d = (\Delta z, \Delta s_1, \Delta s_2, \Delta s_3, \Delta \lambda, \Delta \pi_1, \Delta \pi_2, \Delta \pi_3)$ para atualização das variáveis.

O Método da Função Lagrangiana Barreira Modificada consiste em usar o Método de Newton para obter direções de busca para atualização das variáveis. Em cada iteração do Método de Newton as variáveis, o parâmetro de barreira e os multiplicadores de Lagrange são atualizados. Os passos primal e dual para atualização das variáveis primais e duais, respectivamente, são calculados com base na estratégia usada por Granville (1994) e Quintana *et al.* (1995), entre outros. Os multiplicadores de Lagrange são atualizados pela Regra de Polyak (1992), e o parâmetro de barreira é atualizado pela regra de Melman e Polyak (1996). As iterações do Método de Newton prosseguem até que as restrições do Problema (P4) sejam satisfeitas e a atualização das variáveis não altere o valor da função objetivo. A seguir apresentamos o Algoritmo FLBM proposto em Sousa (2006). Considere: $s = (s_1, s_2, s_3)$, $\pi = (\pi_1, \pi_2, \pi_3)$ e $u = (u_1, u_2, u_3)$.

Algoritmo FLBM

1. Entrada $k = 0, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, z^{(0)}, s^{(0)}, \lambda^{(0)}, \pi^{(0)}, \mu^{(0)}, u^{(0)}$
 2. Faça
 3. Calcule J e $-\nabla L$
 4. Resolva o sistema $J\Delta d = -\nabla L$, em que $\Delta d = (\Delta z, \Delta s_1, \Delta s_2, \Delta s_3, \Delta \lambda, \Delta \pi_1, \Delta \pi_2, \Delta \pi_3)$
 5. Calcule os passos primal (α_p) e dual (α_d)
 6. Atualize as variáveis do problema:
 $z^{(k+1)} = z^{(k)} + \alpha_p \Delta z, s^{(k+1)} = s^{(k)} + \alpha_p \Delta s$
 $\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \alpha_d \Delta \lambda, \pi^{(k+1)} = \pi^{(k)} + \alpha_d \Delta \pi$
 7. Atualize o parâmetro de barreira $\mu^{(k+1)}$ e os multiplicadores de Lagrange $u^{(k+1)}$
 8. $k = k + 1$
 9. Até que: $\|h(z)\|_\infty \leq \zeta_1, \frac{|f(z^{(k)}) - f(z^{(k-1)})|}{|1 + f(z^{(k)})|} \leq \zeta_2, \text{ e } \max\{g_i(z), i = 1, 2, \dots, p\} \leq \zeta_3$.
-

4. Resultados Numéricos

4.1 Sistemas Elétricos IEEE 14, 30 e 118 barras

Os sistemas elétricos de potência usados nos testes numéricos realizados foram IEEE 14, 30 e 118 barras. Os dados destes sistemas foram obtidos na página www.ee.washington.edu/research/pstca (acessado em outubro de 2009). As principais características desses sistemas elétricos são descritas na Tabela 1.

Tabela 1: Características dos Sistemas Elétricos IEEE 14, 30 e 118 barras.

Sistema Elétrico	Barras de Geração	Barras de Controle de Reativos	Barras de Carga	Linhas de Transmissão	Transformadores com <i>tap</i> variável
IEEE 14	1	4	9	20	3
IEEE 30	1	5	24	41	4
IEEE 118	1	53	64	186	9

Em todos os testes realizados os *taps*, variáveis de natureza discreta, devem pertencer ao conjunto $\{0,96;0,98;1;1,02;1,04\}$. **A Erro! Fonte de referência não encontrada.** descreve o modelo de PNLDC para o problema de FPO (P1) para os sistemas elétricos utilizados nos testes.

Tabela 2: Características do modelo do problema de FPO para os sistemas elétricos IEEE 14, 30 e 118 barras.

Sistema Elétrico	Nº de Variáveis Discretas	Nº de Variáveis Contínuas	Nº de restrições de igualdade	Nº de restrições de desigualdade
IEEE 14 barras	3	27	22	42
IEEE 30 barras	4	59	53	78
IEEE 118 barras	9	235	181	360

4.2 O problema penalizado para o problema de FPO

Para encontrar uma solução para problema de FPO (P1) (um problema de programação não linear com variáveis contínuas e discretas) propomos na Seção 3, que um problema penalizado, com variáveis contínuas somente, seja resolvido. O problema penalizado para o problema de FPO (P1) é dado por (P8), nesta formulação, os limites dos *taps* foram tomados como $\underline{t}_l = 0,95$ e $\overline{t}_l = 1,05$.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } f(V, \theta, t) + \gamma \sum_{l=1}^{NT} \left[\text{sen} \left(\frac{t_l}{0,02} \pi \right) \right]^{2\beta} \\
 & \text{s.a. } \begin{cases} \Delta P_i(V, \theta, t) = 0, i = 1, 2, \dots, NBCCR \\ \Delta Q_j(V, \theta, t) = 0, j = 1, 2, \dots, NBC \\ \underline{Q}_k \leq Q_k(V, \theta, t) \leq \overline{Q}_k, k = 1, 2, \dots, NBCR \\ \underline{V}_p \leq V_p \leq \overline{V}_p, p = 1, 2, \dots, NB \\ \underline{t}_l \leq t_l \leq \overline{t}_l, l = 1, 2, \dots, NT \end{cases} \quad (P8)
 \end{aligned}$$

A fim de avaliar a eficiência da função penalidade apresentada neste trabalho e consequentemente a capacidade do problema penalizado (P8) em fornecer soluções discretas (soluções para o problema (P1)), foram realizados testes numéricos a fim de analisar o impacto dos escalares γ e β na solução obtida para o problema penalizado.

Primeiramente foi analisada a influência do fator γ na solução do problema penalizado (P8), e em seguida a influência do β na solução deste problema.

4.3 Influência do fator γ

Nestes testes foi tomado $\beta = 1$ no problema (P8), e então este problema foi resolvido para diferentes valores do fator de penalidade γ . As Tabelas 3, 4 e 5 apresentam os valores dos *taps* (variáveis discretas no problema de FPO) nas soluções obtidas para o problema penalizado (P8) para os sistemas elétricos IEEE 14, 30 e 118 barras, para diferentes valores do fator de penalidade γ .

Tabela 3: Valores dos *taps* - Influência do fator γ - IEEE 14 barras.

FPO Sistema IEEE 14 barras			
γ	t_1	t_2	t_3
0,00001	1,019	1,050	1,004
0,00002	1,020	1,042	1,002
0,00004	1,002	1,042	1,000
0,00008	1,020	1,041	1,017
0,0001	1,020	1,040	1,000

Tabela 4: Valores dos *taps* - Influência do fator γ - IEEE 30 barras.

FPO Sistema IEEE 30 barras				
γ	t_1	t_2	t_3	t_4
0,00001	0,959	1,050	0,995	1,038
0,0001	0,960	1,040	0,984	1,039
0,0005	0,960	1,020	0,981	1,040
0,001	0,960	1,020	0,961	1,040
0,0012	0,960	1,040	0,980	1,040

Tabela 5: Valores dos *taps* - Influência do fator γ - IEEE 118 barras.

FPO Sistema IEEE 118 barras									
γ	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9
0,00001	1,028	0,950	1,018	1,027	1,022	1,006	1,005	1,050	1,015
0,0001	1,024	0,950	1,018	1,022	1,020	1,017	1,004	1,041	1,019
0,001	1,021	0,980	1,001	1,003	0,981	1,021	1,003	0,961	1,002
0,005	1,020	0,980	0,961	0,981	1,000	1,020	0,961	0,960	0,961
0,013	1,020	0,960	0,980	0,980	1,000	0,980	0,980	0,960	1,000

Observa-se nestas tabelas que a escolha de um fator de penalidade γ apropriado obriga a solução do problema (P8) assumir valores discretos para os *taps*. A medida que aumentamos o valor de γ os *taps* assumem valores cada vez mais próximos dos valores discretos. Ressaltamos que o valor de γ não pode ser muito grande, pois desta maneira a função objetivo aumentada perde características da função objetivo do problema original.

4.4 Influência do β

Nestes testes resolvemos o problema (P8) para diferentes valores de β . Em todos os testes mantivemos $\gamma = 0,00001$, nesta etapa de testes esse valor não foi alterado. Os valores dos *taps* nas soluções obtidas são apresentados nas Tabelas 6, 7 e 8.

Tabela 6: Valores dos *taps* - Influência do fator β - IEEE 14 barras.

FPO Sistema IEEE 14 barras			
β	t_1	t_2	t_3
1	1,019	1,050	1,004
2	1,020	1,045	1,004
3	1,019	1,050	1,005
4	1,021	1,046	1,005

Tabela 7: Valores dos *taps* - Influência do fator β - IEEE 30 barras.

FPO Sistema IEEE 30 barras				
β	t_1	t_2	t_3	t_4
1	0,959	1,050	0,995	1,038
2	0,958	1,050	0,995	1,037
3	0,960	1,045	0,995	1,037
4	0,957	1,050	0,995	1,037

Tabela 8: Valores dos *taps* - Influência do fator β - IEEE 118 barras.

FPO Sistema IEEE 118 barras									
β	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9
1	1,028	0,950	1,018	1,027	1,022	1,006	1,005	1,050	1,015
2	1,028	0,950	1,017	1,027	1,022	1,006	1,005	1,050	1,015
3	1,028	0,950	1,017	1,027	1,023	1,006	1,005	1,050	1,015
4	1,027	0,950	1,017	1,027	1,023	1,006	1,005	1,050	1,015

4.5 Análise dos resultados

Nas Tabelas 3, 4 e 5 observa-se que o escalar γ no problema penalizado (P8) obriga os *taps* a assumirem valores discretos, mesmo estes sendo considerados variáveis contínuas no problema penalizado. Analisando as Tabelas 6, 7 e 8 vemos que o escalar β pouco afeta os valores dos *taps* se o fator γ não assumir uma amplitude apropriada.

Na Tabela 3 observa-se que problema penalizado para o sistema IEEE 14 barras com $\gamma=0,0001$ e $\beta=1$ fornece uma solução discreta para os *taps*. Nesta solução as perdas de potência ativa do sistema são 12,275 MW.

Na Tabela 4 vemos que o problema penalizado para o sistema IEEE 30 barras com $\gamma=0,0012$ e $\beta=1$ fornece uma solução discreta para os *taps*. Nesta solução as perdas de potência ativa do sistema são 16,154 MW.

Na Tabela 5 vemos que o problema penalizado para o sistema IEEE 118 barras com $\gamma=0,013$ e $\beta=1$ fornece uma solução discreta para os *taps*. Nesta solução as perdas de potência ativa do sistema são 112,56 MW. Ressaltamos que os valores dos *taps* dessa solução são diferentes dos valores dos *taps* da solução do problema contínuo arredondado.

Para avaliar a qualidade das soluções obtidas para o Problema (P1) pelo método proposto, estas soluções foram comparadas com as soluções do Problema (P1) relaxado. A Tabela 9 apresenta a comparação das seguintes soluções para os sistemas elétricos testados:

- **Solução Discreta:** Solução obtida pelo método apresentado neste trabalho (para resolver o problema (P1) resolve-se o problema penalizado (P8), com γ e β apropriados).
- **Solução Contínua:** Solução obtida pelo *software* GAMS para o problema relaxado (o problema relaxado consiste do problema original (P1) com todas as variáveis sendo contínuas). O *solver* utilizado pelo GAMS para resolver este PNL foi o CONOPT.

O *gap* é dado por:

$$gap = \frac{f^{disc} - f^{cont}}{f^{cont}} \times 100$$

em que f^{disc} é o valor da função objetivo na solução discreta e f^{cont} é o valor da função objetivo na solução contínua.

Tabela 9: *Gap*.

Sistema Elétrico	Sol. Discreta		<i>Gap</i>
	γ	β	
IEEE 14 barras	0,0001	1	0,04%
IEEE 30 barras	0,0012	1	0,14%
IEEE 118 barras	0,013	1	1,77%

Nesta tabela vemos que os *gaps* para as soluções discretas obtidas são muitos pequenos o que mostra que as soluções discretas são ótimas ou fornecem valores para a função objetivo bem próximos do ótimo. Os valores de γ que fazem com o problema penalizado forneça

soluções cujos *taps* assumem valores discretos dependem da ordem de grandeza do valor da função objetivo.

5. Conclusões

A função penalidade apresentada neste trabalho obriga os *taps*, variáveis discretas do problema de FPO, assumirem valores discretos na solução do problema penalizado. Assim, o problema penalizado, um problema de programação não linear que contem somente variáveis contínuas, pode ser utilizado para encontrar uma solução para o problema de FPO, um problema de programação não linear com variáveis contínuas e discretas.

Nos testes numéricos realizados constatou-se que o fator γ , da função penalidade apresentada, exerce influência significativa na discretização dos *taps* na solução do problema penalizado. Assim, o método proposto pode ser utilizado para resolver o problema de FPO, obtendo soluções de boa qualidade com os *taps* assumindo valores discretos.

Futuramente as funções $Q_k(V, \theta, t)$ associados com capacitores e reatores *shunt*, grandezas de natureza discreta, também serão incorporadas na Função Penalidade para serem tratadas como grandezas discretas.

Agradecimentos

Esta pesquisa contou com o apoio financeiro da FAPESP e do CNPq.

Referências Bibliográficas

- Carpentier, J. L.** (1960), Contribution a l'Étude du Dispatching Économique, *Bulletin de la Société Française des Electriciens*, 3, 431-447.
- Davydov, E. G. and Sigal, I. Kh.** (1972), Application of the penalty function method in integer programming problems, *Engineering Cybernetics*, 10, 21-24.
- Fu, J.-F., Fenton, R. G. and Cleghorn, W. L.** (1991), A mixed integer-discrete-continuous programming method and its application to engineering design optimization, *Engineering Optimization*, 17(4), 263-280.
- Geoffrion, A. M.** (1972), Generalized Benders Decomposition, *Journal of Optimization Theory and Applications*, 10, 237-260.
- Granville, S.** (1994), Optimal Reactive Dispatch through Interior Point Method, *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(1), 136-146.
- Gupta, O. K. and Ravindran, A.** (1985), Branch and bound experiments in convex nonlinear integer programming, *Management Science*, 31, 1533-1546.
- Leyffer, S.** (1993), *Deterministic Methods for Mixed Integer Nonlinear Programming*, Tese (Doutorado), Department of Mathematics and Computer Science, University of Dundee.
- Melman, A. and Polyak, R. A.** (1996), The Newton Modified Barrier Method for QP Problems, *Annals of Operations Research*, 54, 465-519.
- Monticelli, A., Liu, W. H. E.** (1992), Adaptive Movement Penalty Method for the Newton Optimal Power Flow, *IEEE Transactions on Power Systems*, 7(1), 334-341.
- Polyak, R. A.** (1992), Modified barrier functions, *Mathematical Programming*, 54(2), 177-222.
- Quintana, V. H., Gomez, A. and Martinez, J. L.** (1995), Nonlinear Optimal Power Flows by Logarithmic-Barrier Primal-Dual Algorithm, *IEEE NAPS Meeting*.
- Sousa, V. A.** (2006), *Resolução do problema de fluxo de potência ótimo via método da Função Lagrangiana Barreira Modificada*, Tese (Doutorado), Departamento de Engenharia Elétrica, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Westerlund, T. and Petersson, F.** (1995), A cutting plane method for solving convex MINLP problems, *Computers and Chemical Engineering*, 19, 131-136.