

PLANEJAMENTO DE OPERAÇÕES DE LAVRA EM MINAS A CÉU ABERTO COM ALOCAÇÃO DE EQUIPAMENTOS DE CARGA E DE TRANSPORTE

Mônica do Amaral

Universidade Federal de São Carlos
Rodovia Washington Luís, km 235, Monjolinho, São Carlos – SP, CEP: 13.565-905
monica@dep.ufscar.br

Luiz Ricardo Pinto

Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Presidente Antônio Carlos, 6627, Pampulha, Belo Horizonte – MG, CEP: 31.270-010
luiz@dep.ufmg.br

RESUMO

As atividades de carregamento e transporte são críticas para as operações em minas a céu aberto, podendo representar entre 30% e 40% dos custos totais. O carregamento é gerido por um plano de lavra, que descreve as movimentações e as produções horárias dos equipamentos de carga ao longo do tempo. O transporte do material lavrado geralmente é realizado por caminhões, que podem ser alocados de forma estática ou dinâmica. A alocação estática é mais simples e é comumente utilizada por mineradoras de menor porte, devido ao elevado custo de aquisição dos sistemas de despacho. Nesse contexto, apresenta-se uma heurística construtiva híbrida para geração de planos de lavra com alocação simultânea de equipamentos de carga e de transporte, garantindo a solução ótima em cada período de planejamento. Alguns resultados obtidos para minas de ferro hipotéticas mostram que boas soluções podem ser obtidas em tempo computacional aceitável, considerando horizontes de médio prazo.

PALAVRAS CHAVE. Heurística híbrida. Planejamento da Produção. Alocação de Equipamentos. PO na Indústria.

ABSTRACT

The activities of loading and transport are critical for operations in open pit mines because they represent between 30% and 40% of total costs. The loading is managed by a mining plan, which describes the movement and the daily production quantities for the loaders over time. The transport of the mined material is usually performed by trucks, which can be allocated by static or dynamic dispatching rules. The static allocation is simpler and is commonly used by smaller mining companies, due to the high acquisition cost of dispatch systems. In this context, we present a hybrid constructive heuristic to generate mining plans with simultaneous allocation of load equipments and transport, ensuring the optimal solution in each planning period. Some results obtained for hypothetical iron mines show that good solutions can be obtained at reasonable computational time, considering the medium-term horizons.

KEYWORDS. Hybrid heuristic. Production planning. Equipment Allocation. OR in Industry.

1. Introdução

As operações de lavra em minas a céu aberto compreendem basicamente quatro atividades: perfuração, desmonte, carregamento e transporte, que representam entre 30% e 40% dos custos totais (QING-XIA, 1982). Dentre elas, as duas últimas são as mais críticas, pois dependendo do grau de agregação do material da mina, o desmonte pode ser realizado pelos próprios equipamentos de carga, dispensando a perfuração e o uso de explosivos. O transporte é realizado principalmente por caminhões, que podem ser alocados aos equipamentos de carga de forma estática ou dinâmica, sendo comum também o transporte por correias transportadoras.

O planejamento e o controle das atividades de carregamento são realizados por meio de um plano de lavra, que consiste na programação dos avanços a serem realizados na mina ao longo do tempo. Além de informações referentes à alocação e a produção horária a ser implementada por cada equipamento de carga, os planos de lavra possibilitam previsões precisas das quantidades lavradas de minério e estéril e a determinação da qualidade do ROM (*run-of-mine*). Outros critérios também devem ser atendidos, como o controle de custos de operação, a garantia das condições de segurança e a manutenção da vida útil da mina (AMARAL, 2008).

A alocação dos caminhões que fazem o transporte do material desde as frentes de lavra até as pilhas de estéril ou de homogeneização de minério ocorre principalmente de duas formas. Na alocação dinâmica são utilizados *softwares* específicos de despacho que, a cada viagem do caminhão, determinam os melhores pontos da mina para reabastecimento e descarga, de forma a minimizar o tempo de espera em fila. Devido aos custos de aquisição, esses sistemas são utilizados principalmente em minas de grande porte. Para as minas de pequeno porte, a alocação estática de caminhões é uma opção mais simples e barata, pois os caminhões fazem rotas fixas entre um único equipamento de carga e os locais de descarga de material. Porém, para se evitar perdas de produtividade, a designação dos caminhões aos equipamentos de carga precisa garantir a compatibilidade entre as capacidades operacionais das pás e das caçambas (COSTA, 2005).

Nesse contexto, apresenta-se uma heurística construtiva híbrida para o problema planejamento de operações de lavra em minas a céu aberto com alocação de equipamentos de carga e de transporte. Tem-se por objetivo apoiar decisões típicas de mineradoras que não utilizam sistemas de despacho de caminhões, uma vez que as rotas dos mesmos são definidas pelo plano de lavra. Esse trabalho pode ser visto como uma extensão de Amaral e Pinto (2009), em que o mesmo problema foi estudado, considerando-se apenas a alocação dos equipamentos de carga. A partir dessa introdução, o artigo apresenta a seguinte estrutura: na seção 2, apresenta-se uma breve revisão de literatura sobre aplicações de Pesquisa Operacional (PO) na mineração; na seção 3, a heurística para o problema e o modelo de alocação de equipamentos que garante a solução ótima em cada período de planejamento são formalizados; a seção 4 contém alguns resultados obtidos para instâncias realistas de minas de ferro, discutindo-se aspectos referentes à qualidade das soluções e ao desempenho computacional observados; na seção 5 encerra-se o trabalho, destacando-se as contribuições e as perspectivas futuras do trabalho.

2. Revisão de Literatura

A aplicação de técnicas de PO em minas a céu aberto tem atraído o interesse de pesquisadores desde 1965, quando foi publicado o algoritmo de programação dinâmica de Lerchs-Grossmann para obtenção da cava final ótima (HUSTRULID e KUCHTA, 1995). A partir desse marco, foram desenvolvidos muitos outros modelos e algoritmos para esse e outros problemas. Em comum, esses problemas apresentam grande escala quando se consideram instâncias reais e são considerados NP-difíceis, o que dificulta a sua solução por métodos exatos.

Dentre eles, os mais diretamente relacionados ao presente trabalho são o seqüenciamento de lavra e o planejamento operacional. O primeiro consiste em determinar a seqüência de avanços a serem realizados nas escavações da mina em um horizonte de longo prazo, garantindo a manutenção ângulos de talude adequados. O último consiste no planejamento

da lavra de curto prazo e contempla uma série de critérios a serem atendidos, como metas de produção de minério, critérios de controle de qualidade dos parâmetros químicos de controle e a relação estéril-minério (REM). Além do horizonte de planejamento, esses problemas diferem em outros aspectos, e não resultam, necessariamente, em uma relação hierárquica de resolução.

A figura 1 introduz alguns aspectos que explicam essas diferenças. A representação da mina nos problemas de seqüenciamento é feita por um modelo geológico, formado por blocos com massa, composição química e valores econômicos conhecidos, e cujas coordenadas são definidas tridimensionalmente, como se mostra na figura 1(a). Já nos problemas de planejamento operacional, os dados da mina são simplificados, admitindo-se a disponibilidade de frentes de lavra com massa infinita e características químicas homogêneas, como se observa na figura 1(b).

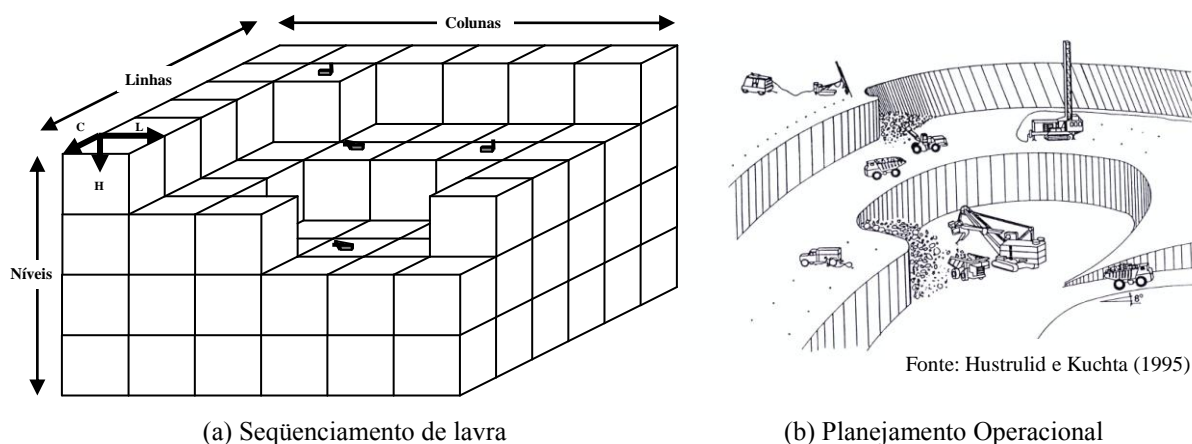


Figura 1: Representações das atividades operacionais em uma mina a céu aberto

Os problemas de seqüenciamento de lavra buscam a maximização da lucratividade do empreendimento, pela obtenção da cava final ótima e são comumente representados por problemas em grafos, tais como o problema de fluxo máximo e a árvore geradora mínima. A principal restrição é a de formação de taludes estáveis, de acordo com inclinações dadas (TOLWINSKI e UNDERWOOD, 1996). As retiradas de material podem ser feitas bloco a bloco, como no trabalho de Caccetta e Hill (2003) ou em pequenos grupos, como em Ramazan (2007), em que os agrupamentos consideraram diferentes teores de corte ou períodos de planejamento.

Por outro lado, os problemas de planejamento operacional são tipicamente problemas de programação por metas (*goal programming*), em que penalidades são atribuídas aos desvios relacionados aos desvios de produção, da qualidade da mistura de minérios em uma pilha de homogeneização e da relação estéril-minério requerida. Devido às restrições de capacidade dos equipamentos considerados, os modelos de planejamento operacional guardam forte relação com o problema da mochila (COSTA *et al.*, 2005). Pinto e Merschmann (2001) e Costa (2005) apresentam modelos com alocação dinâmica e estática de caminhões em contextos operacionais, sendo que o último apresenta ainda um conjunto de heurísticas para resolução desses problemas.

Essa divisão clara dificulta a construção de modelos mais flexíveis, que possam apoiar decisões em mais de um horizonte de planejamento. Impede também, muitas vezes, que as soluções ótimas de um modelo sejam viáveis para o outro, dificultando o uso integrado desses modelos na prática. Assim, a rigidez dos *softwares* disponíveis, requerendo projetos de customização caros e demorados (HACK, 2003) e a incapacidade de aproveitar informações periódicas enviadas diretamente da mina, tais como taxas de produção, qualidade do minério e localização dos equipamentos (BOULANGER *et al.*, 2000) são algumas das dificuldades a serem vencidas. Grandes oportunidades de pesquisa e investimento no planejamento de melhorias para o setor podem, portanto, ser relacionadas ao desenvolvimento de modelos integrados de planejamento em horizontes de médio prazo, que consideram tanto a retirada de blocos do modelo geológico como aspectos operacionais referentes à alocação de equipamentos na mina.

3. Planejamento de operações de lavra com alocação de equipamentos de carga e transporte

O problema a ser resolvido consiste na geração de um plano de lavra em que as alocações dos equipamentos de carga e dos caminhões das frotas disponíveis são descritas ao longo de um horizonte de planejamento discretizado em períodos.

A mina é representada por um modelo de blocos, em que cada elemento recebe um número seqüencial que é utilizado no mapeamento de sua localização, descrita por um conjunto de coordenadas linha (L), coluna (C) e nível (H), como já foi mostrado na figura 1(a). Associa-se a cada bloco um conjunto de valores referentes aos parâmetros químicos de controle de qualidade, permitindo também a classificação do material contido em minério ou estéril, de acordo com um teor de corte estabelecido.

A lavra é realizada simultaneamente em diferentes pontos da mina, desde que existam equipamentos disponíveis para isso. Os equipamentos de carga, uma vez alocados, permanecem em operação até que um bloco do modelo seja totalmente lavrado. Esse período de tempo entre a alocação dos equipamentos e o término da lavra de um dos blocos é denominado ordem de lavra. Assim que uma ordem de lavra é encerrada, os equipamentos estão livres para se locomoverem até outro bloco e reiniciarem o trabalho de desmonte e carregamento.

O transporte do material lavrado é feito por um conjunto de caminhões, divididos em frotas formadas por equipamentos idênticos. Um equipamento de carga deve trabalhar em conjunto com caminhões compatíveis, o que ocorre nos casos em que o número de ciclos de operação necessários para encher a caçamba do caminhão pode ser expresso por um número inteiro, resultando na maximização da utilização dos dois tipos de equipamento.

3.1. Heurística construtiva híbrida

Com a finalidade de gerar soluções viáveis para esse problema, propõe-se uma heurística construtiva híbrida, que realiza otimização seqüencial de cada ordem de lavra, por meio do uso de um *software* de otimização como “caixa-preta”, para resolver na otimalidade um modelo de alocação de equipamentos para cada período. A figura 2 mostra o fluxograma de execução dessa heurística, que pode ser dividida em sete passos principais.

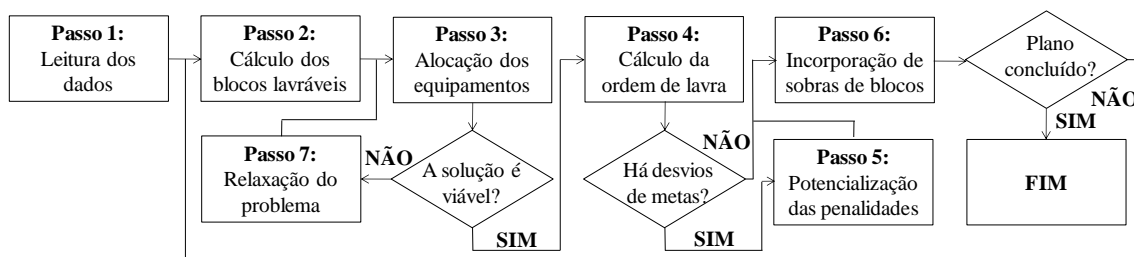


Figura 2: Fluxograma de execução da heurística construtiva híbrida

No passo 1, os dados do problema são lidos e carregados no sistema. No passo 2, as relações de precedência, que garantem inclinações adequadas aos taludes e a estabilidade da cava, são calculadas de acordo com os ângulos determinados, considerando-se as opções de 30°, 45° e 60°, na direção de cada um dos pontos cardeais. Conforme mostrado na figura 3, os blocos apresentam números distintos de vizinhos precedentes, dependendo dos ângulos requeridos. Com base nessas regras, os blocos, dados por um conjunto B , são divididos em dois grupos: dos blocos lavráveis, aos quais os equipamentos de carga podem ser alocados e dos blocos impedidos, que ainda necessitam ter vizinhos lavrados para que possam ser acessados com segurança.

No passo 3, um modelo de otimização é resolvido de forma ótima utilizando-se um *software* de otimização. Esse modelo de programação por metas realiza a alocação dos equipamentos de carga e de transporte na mina em uma única ordem de lavra, considerando apenas os blocos lavráveis e garantindo a manutenção de ângulos de talude adequados. Os

objetivos do problema incluem (i) a maximização da produção horária dos equipamentos de carga e de transporte; (ii) a obtenção em cada ordem de produção, sempre que possível, do ROM que atenda a todos os requisitos de qualidade; (iii) a obediência da REM em cada ordem de produção; (iv) a redução dos custos de deslocamentos dos equipamentos de carga, que estabelece uma estrutura de vizinhança que minimiza os deslocamentos excessivos para ajuste da qualidade do ROM e evita o aprofundamento desnecessário da cava.

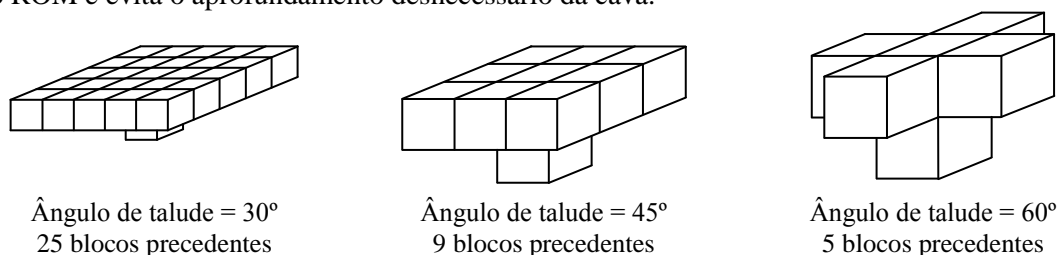


Figura 3: Relações de precedência de lavra

As principais restrições incluem (i) o respeito às capacidades horárias mínimas e máximas de produção dos equipamentos de carga e de transporte, que são definidas em função de custos de operação economicamente viáveis e de restrições técnicas de uso recomendadas pelos fabricantes, respectivamente; (ii) o estabelecimento de um ritmo mínimo para a produção de minério, em função da necessidade de abastecimento da planta de tratamento; (iii) o número de níveis que se deseja lavar simultaneamente, atendendo a critérios operacionais de lavra.

3.1.1. Modelo de alocação de equipamentos de carga e transporte

A formulação do modelo utiliza como parâmetros os seguintes conjuntos de dados:

Dados da Mina:

- B' = Conjunto de índices para os blocos lavráveis da mina, $B' \subseteq B$, $|B'| \ll |B|$
 R = Conjunto de coordenadas para representação do modelo geológico
 V = Conjunto de variáveis químicas para controle da qualidade
 T_{vb} = Teor da variável química de controle v no bloco b (%)
 p_{br} = Posição do bloco b em relação à coordenada r no modelo geológico
 $s_b = \begin{cases} 1, & \text{se o bloco } b \text{ é de minério} \\ 0, & \text{se o bloco } b \text{ é de estéril} \end{cases}$

Dados dos Equipamentos de Carga:

- I = Conjunto de equipamentos de carga disponíveis
 po_r^i = Posição inicial do equipamento de carga i em relação à coordenada r
 $Pmin^i$ = Produção horária mínima para operação do equipamento i (t/h)
 $Pmax^i$ = Produção horária máxima para operação do equipamento i (t/h)

Dados dos Equipamentos de Transporte:

- J = Conjunto de índices para as frotas de caminhões disponíveis
 F_j = Número de caminhões disponíveis na frota j
 TC_b = Tempo de ciclo para o caminhão que trabalha alocado ao bloco b (h)
 CM_j = Capacidade dos caminhões da frota j para transporte de minério (t)
 CE_j = Capacidade dos caminhões da frota j para transporte de estéril (t)

$$comp_j^i = \begin{cases} 1, & \text{se os caminhões da frota } j \text{ são compatíveis com o equipamento de carga } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$t_{carga} = \text{Tempo de carga dos caminhões (h)}$$

Conjunto de Metas e Requisitos de Operação:

$$tc = \text{Teor de corte (\%)}$$

$$Pr = \text{Produção mínima de minério requerida (t/h)}$$

$$Tmin_v = \text{Teor mínimo recomendado para a variável química } v \text{ no ROM (\%)}$$

$$Tmax_v = \text{Teor máximo recomendado para a variável química } v \text{ no ROM (\%)}$$

$$REM = \text{REM requerida}$$

$$Dmax_r = \text{Número máximo de deslocamentos permitidos para os equipamentos de carga em relação à coordenada } r$$

$$NNLS = \text{Número máximo de níveis da mina que podem ser lavrados simultaneamente}$$

Dados de Acompanhamento da Produção:

$$PM = \text{Produção de minério acumulada (t)}$$

$$PE = \text{Produção de estéril acumulada (t)}$$

$$DTA_v = \text{Desvio de teor acumulado para a variável química de controle } v \text{ (\%)}$$

Conjunto de Penalidades a Serem Aplicadas:

$$\alpha_v^- = \text{Penalidade por desvio negativo em relação ao limite inferior da variável } v$$

$$\alpha_v^+ = \text{Penalidade por desvio positivo em relação ao limite superior da variável } v$$

$$\beta^- = \text{Penalidade por desvio negativo em relação à REM}$$

$$\beta^+ = \text{Penalidade por desvio positivo em relação à REM}$$

$$\gamma_r = \text{Custo de deslocamento dos equipamentos de carga em relação à coordenada } r$$

E as seguintes variáveis:

$$P_b : \text{Produção horária no bloco } b \text{ (t/h)}$$

$$y_b^i : \begin{cases} 1, & \text{se o equipamento de carga } i \text{ for alocado ao bloco } b \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$d_r^i : \text{Número de deslocamentos realizado pelo equipamento de carga } i \text{ em relação à coordenada } r$$

$$Nmin : \text{Número do menor nível com equipamento de carga alocado}$$

$$Nmax : \text{Número do maior nível com equipamento de carga alocado}$$

$$dN : \text{Diferença entre o maior e o menor nível com equipamento de carga alocado}$$

$$dT_v^- : \text{Desvio negativo em relação ao teor mínimo recomendado para a variável } v$$

$$dT_v^+ : \text{Desvio positivo em relação ao teor máximo recomendado para a variável } v$$

$$fT_v^- : \text{Folga de qualidade em relação ao teor mínimo recomendado para a variável } v$$

$$fT_v^+ : \text{Folga de qualidade em relação ao teor máximo recomendado para a variável } v$$

$$dREM^- : \text{Desvio negativo em relação à REM requerida}$$

$$dREM^+ : \text{Desvio positivo em relação à REM requerida}$$

$$NC_{jb} : \text{Número de caminhões da frota } j \text{ que estão alocados ao bloco } b$$

O modelo pode então ser expresso pelas equações (1) – (24), a seguir:

$$Max z' = \sum_{b \in B'} P_b - \sum_{r \in R} \sum_{i \in I} \gamma_r d_r^i - \sum_{v \in V} (\alpha_v^- dT_v^- + \alpha_v^+ dT_v^+) - \beta^- dREM^- - \beta^+ dREM^+ \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{b \in B'} y_b^i = 1 \quad \forall i \in I \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I} y_b^i \leq 1 \quad \forall b \in B' \quad (3)$$

$$d_r^i = \left| \sum_{b \in B'} p_{br} y_b^i - p o_r^i \right| \quad \forall i \in I, r \in R \quad (4)$$

$$d_r^i \leq Dmax_r \quad \forall i \in I, r \in R \quad (5)$$

$$P_b - \sum_{i \in I} y_b^i Pmin^i \geq 0 \quad \forall b \in B' \quad (6)$$

$$\sum_{i \in I} y_b^i Pmax^i - P_b \geq 0 \quad \forall b \in B' \quad (7)$$

$$\sum_{b \in B', T_{Fe} \geq tc} P_b \geq Pr \quad (8)$$

$$P_b \leq \frac{1}{TC_b} \sum_{j \in J} (s_b \times CM_j + (1-s_b) \times CE_j) \times NC_{jb} \quad \forall b \in B \quad (9)$$

$$NC_{jb} \leq \frac{TC_b}{t_{carga}} \times \sum_{i \in I} y_b^i \times comp_j^i \quad \forall b \in B, \forall j \in J \quad (10)$$

$$\sum_{b \in B} NC_{jb} \leq F_j \quad \forall j \in J \quad (11)$$

$$\sum_{b \in B', T_{Fe} \geq tc} T_{vb} P_b - Tmin_v \sum_{b \in B', T_{Fe} \geq tc} P_b + DTA_v + dT^- - fT^- = 0 \quad \forall v \in V \quad (12)$$

$$Tmax_v \sum_{b \in B', T_{Fe} \geq tc} P_b - \sum_{b \in B', T_{Fe} \geq tc} T_{vb} P_b + DTA_v + dT^+ - fT^+ = 0 \quad \forall v \in V \quad (13)$$

$$(PE + \sum_{b \in B', T_{Fe} < tc} P_b) - REM (PM + \sum_{b \in B', T_{Fe} \geq tc} P_b) + dREM^- - dREM^+ = 0 \quad (14)$$

$$Nmin = \left[\sum_{b \in B'} p_{br} y_b^i \right] \quad \forall i \in I, r = H \quad (15)$$

$$Nmax = \left[\sum_{b \in B'} p_{br} y_b^i \right] \quad \forall i \in I, r = H \quad (16)$$

$$dN = Nmax - Nmin \quad (17)$$

$$dN \leq NNLS \quad (18)$$

$$P_b \geq 0 \quad \forall b \in B' \quad (19)$$

$$y_b^i \in \{0, 1\} \quad \forall b \in B', i \in I \quad (20)$$

$$d_r^i \geq 0 \quad \forall i \in I, r \in R \quad (21)$$

$$Nmin \geq 0, Mmax \geq 0, dN \geq 0, dREM^- \geq 0, dREM^+ \geq 0 \quad (22)$$

$$dT_v^- \geq 0, dT_v^+ \geq 0, fT_v^- \geq 0, fT_v^+ \geq 0 \quad \forall v \in V \quad (23)$$

$$NC_{jb} \in \mathbb{N} \quad \forall j \in J, \forall b \in B \quad (24)$$

A função objetivo (1) tem por finalidade maximizar a produção dos equipamentos de carga e minimizar seus deslocamentos, além dos desvios apurados para as metas de qualidade e REM. Os deslocamentos dos equipamentos de carga são representados pelo número de movimentos entre coordenadas de linha, coluna e nível, não correspondendo às distâncias reais a serem percorridas. Na prática, as rotas de escoamento de material são planejadas de acordo com os avanços das escavações e novas pistas são construídas quando necessário. Para as metas de qualidade e REM, as penalidades podem receber valores distintos para desvios negativos e positivos. Essa consideração também é realista do ponto de vista prático, pois a baixa concentração de minério e a alta concentração de contaminantes no ROM são mais prejudiciais aos processos de concentração que o contrário, e levam a prejudiciais incrementos nos custos.

As restrições (2) – (5) se referem à alocação e aos deslocamentos dos equipamentos de carga. Cada equipamento deve estar alocado a um bloco, sendo que cada bloco pode ser lavrado por um único equipamento a cada ordem de lavra, e devendo ainda o número de deslocamentos de cada equipamento respeitar os limites de movimentação estabelecidos para cada uma das direções r . O grupo de restrições (6) – (9) controla a produtividade dos equipamentos de carga, que deve estar entre os limites inferior $Pmin^i$ e superior $Pmax^i$ para cada equipamento i . Além disso, a produção dos equipamentos de carga deve obedecer a uma meta mínima de produção de minério em (8) e considerar os tempos de ciclo e as quantidades de material que podem ser transportadas pelos caminhões alocados àquele bloco da mina em (9). Em (10) – (11) garante-se que cada caminhão só seja alocado a um equipamento de carga compatível e que o número total de caminhões alocados não exceda ao tamanho das frotas disponíveis. De (12) – (14), computam-se os desvios observados em relação às metas de qualidade e REM. São estabelecidas faixas de limites recomendáveis de operação para os critérios de qualidade, não tornando inviáveis soluções fora desses limites. Na prática, nem sempre é possível, devido ao impedimento de lavra de muitos blocos, trabalhar dentro das faixas requeridas. As restrições (15) – (18) garantem que as alocações dos equipamentos de carga sejam feitas dentro do limite máximo do número de níveis que podem ser lavrados simultaneamente. De (20) – (24) são estabelecidos os domínios para as variáveis, sendo binárias as variáveis de alocação dos equipamentos de carga, inteiras as referentes às alocações dos caminhões das frotas disponíveis e as demais são não-negativas.

Depois de resolvido, os resultados do modelo referentes à alocação dos equipamentos de carga e transporte são, então, devolvidos à heurística. No passo 4, a duração da ordem k , t^k , a quantidade de material lavrada no bloco b na ordem k , x_b^k , e a massa restante no bloco b após a ordem k , M_b^k , são calculados pelas equações (25) – (29), a seguir, bem como os valores para a função objetivo (1) e a heurística avança no tempo, passando para ordem de lavra $k + 1$.

$$t^k = \left\lceil \frac{M_b}{P_b^k} \right\rceil \quad \forall b \in B, k=1 \quad (25)$$

$$t^k = \left\lceil \frac{M_b^{k-1}}{P_b^k} \right\rceil \quad \forall b \in B, k>1 \quad (26)$$

$$x_b^k = P_b^k t^k \quad \forall b \in B, \forall k \in K \quad (27)$$

$$M_b^k = M_b - x_b^k \quad \forall b \in B, k=1 \quad (28)$$

$$M_b^k = M_b^{k-1} - x_b^k \quad \forall b \in B, k>1 \quad (29)$$

Se houver desvios de qualidade computados ainda na ordem corrente k , a potencialização das penalidades é executada no passo 5, utilizando os parâmetros μ_α^f , considerando-se uma pilha

de homogeneização de tamanho tam_{pilha} , definido em toneladas de minério. Uma vez que os desvios que geraram as intensificações nas penalizações sejam corrigidos, as penalidades voltam aos valores fornecidos originalmente. Senão, a heurística segue para o passo 6.

Em alguns casos, quando uma ordem de produção termina, condição alcançada quando um bloco que está sendo lavrado é exaurido, algum dos equipamentos de carga está muito próximo de também terminar de lavar o bloco ao qual está alocado. Para evitar que essa pequena sobra seja lavrada em uma ordem de lavra futura, com poucos minutos de duração, foi estabelecido um limite mínimo para a duração das ordens tam_{ordem} , em minutos. Nos casos em que a quantidade que sobra no bloco é insuficiente para gerar uma ordem com a duração permitida utilizando o equipamento de carga a ele alocado, no passo 6 essa quantidade restante é incorporada a um bloco adjacente, recalculando-se a sua massa e os seus parâmetros para controle da qualidade por meio de uma média ponderada para cada dado do bloco e priorizando-se a união de blocos de mesma natureza, ou seja, minério com minério e estéril com estéril.

O passo 7 é executado quando a solução do modelo de otimização é inviável, como por exemplo, quando ocorre o estrangulamento da mina, isto é, todo o minério está coberto por blocos de estéril. Foram implementadas duas estratégias para permitir a viabilização do plano de lavra em caso de estrangulamento da mina: (i) a retirada da restrição (8), mantendo-se penalidade nula para desvios positivos em relação à REM ($\beta^+ = 0$), viabilizando uma solução em 91,45% dos casos testados; (ii) o aumento progressivo do espaço de busca de soluções, incrementando-se, a cada tentativa, os limites estabelecidos nas restrições (5), primeiramente, para os deslocamentos entre níveis, até o limite nH e depois para os limites horizontais, simultaneamente.

4. Resultados Computacionais

Todos os experimentos foram realizados em um computador Core 2 Duo T6400 2.0 GHz, 4.00 Gb de RAM, com Windows Vista Home Premium. Para o modelo de otimização, utilizou-se o AMPL/CPLEX 11.1 e o compilador Dev C++, v. 4.9.9.2 foi usado para a implementação da heurística e a geração das instâncias de teste.

Foram utilizadas quatro minas de dimensão 30Lx30Cx12H, totalizando 10.800 blocos cada uma, reproduzindo distribuições minerais em forma de esfera, veio inclinado, cone e geóide assimétrico (“batata”). Foram utilizados 5 equipamentos de carga com capacidades operacionais distintas, 3 frotas de caminhões e a lavra de 6.000 blocos. Mais detalhes sobre os parâmetros utilizados nos testes estão descritos em Amaral (2008) e não serão reproduzidos aqui novamente.

4.1. Desempenho Computacional

Os resultados obtidos em termos dos tempos de execução se revelaram bastante promissores, uma vez que tempos considerados aceitáveis para o seqüenciamento em minas do porte das aqui consideradas costumam ser da ordem de 24 h. Por exemplo, Caccetta e Hill (2003) relatam obtenção de GAP de otimalidade de 0,7766% para o seqüenciamento de uma mina de 52.416 blocos após 20 h de processamento, não tendo sido informado o número de blocos que foram seqüenciados. Em relação à heurística proposta neste trabalho, cerca de 80% do tempo total de execução é gasto com a execução do passo 3, ou seja, na resolução do modelo de alocação dos equipamentos de carga e de transporte, como mostrado na tabela 1.

Tabela 1: Comparação dos tempos totais de execução do passo 3 e da heurística

Mina	Tempo de Execução	Execução do Passo 3	% Passo 3
(i)	4.486,47 s = 1,25 h	3.745,82 s = 1,04 h	0,83
(ii)	2.634,22 s = 0,73 h	2.080,11 s = 0,58 h	0,79
(iii)	3.143,02 s = 0,87 h	2.556,37 s = 0,71 h	0,81
(iv)	3.383,67 s = 0,94 h	2.628,76 s = 0,73 h	0,78
Média	3.411,85 s = 0,95 h	2.752,76 s = 0,76 h	0,80

Os tempos gastos para a execução do passo 3 da heurística não são constantes e variam a cada período de planejamento, como mostrado na figura 4. Essa variação é esperada, não só pela variação do número de blocos lavráveis à medida que a heurística avança no tempo, como ilustrado pela figura 5, mas também devido às variações nos teores dos parâmetros químicos de controle e da localização dos blocos lavráveis na superfície da mina, levando a uma maior ou menor exploração da árvore de *branch-and-cut* pelo CPLEX..

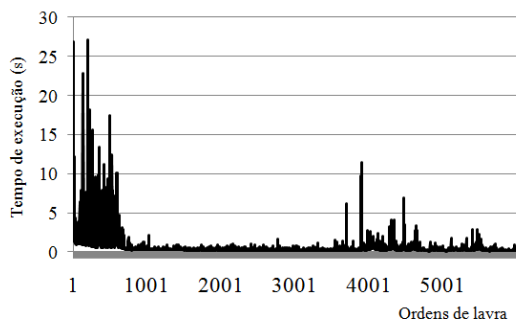


Figura 4: Tempos de execução do passo 3

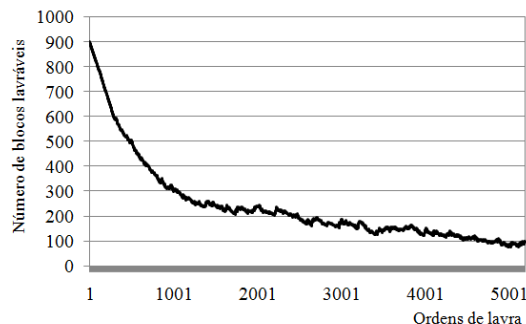


Figura 5: Número de blocos lavráveis por ordem

4. 2. Qualidade das soluções geradas

Considerando-se critérios de desempenho utilizados na prática, tais como produção de minério, relação estéril-minério e o tempo de permanência dos equipamentos de carga em um único local da mina, os resultados obtidos também foram considerados bastante satisfatórios. No entanto, não é possível comparar esses resultados com outros trabalhos, pela indisponibilidade de informações para isso nas fontes consultadas. A tabela 1 resume alguns desses resultados. As quantidades de minério e estéril lavradas em todos os planos gerados atenderam às especificações da REM, de modo a garantir condições de manutenção da vida útil da mina.

A duração média das ordens de lavra, pouco acima de uma hora em todos os casos, evita as perdas de produtividade ocasionadas por excessivos deslocamentos dos equipamentos de carga. Vale ressaltar que um dos motivos para a obtenção desses resultados pode ser relacionado ao estabelecimento de um limite inferior para a duração das ordens. Observa-se, pelas duas últimas colunas, que uma quantidade significativa de sobras de blocos foi incorporada a blocos vizinhos na mina. No entanto, as quantidades de material incorporado se mantiveram baixas, em torno da capacidade de um caminhão. Esse resultado também é condizente com a lavra que ocorre na prática, pois é praticamente impossível lavar cada bloco individualmente.

Tabela 2: Indicadores de qualidade em relação à produção das ordens de lavra

Mina	Produção (t)		REM	Duração média da ordem (min)	Blocos incorporados	
	Minério	Estéril			N. Total	Massa média (t)
(i)	11.705.748,66	15.206.696,84	1,3	61,98	757	90,27
(ii)	17.120.552,14	15.206.696,84	0,9	77,08	636	78,55
(iii)	14.831.036,87	12.208.188,11	0,8	63,19	777	88,44
(iv)	9.427.397,62	12.208.188,11	1,3	60,46	815	92,68

O atendimento dos critérios de qualidade das soluções é mostrado na tabela 3. Foram considerados quatro parâmetros químicos de controle: ferro, fósforo, alumina e sílica. O ferro é o mineral de interesse, ou seja, o minério de fato. O fósforo e a alumina são contaminantes e a sílica é o principal componente do estéril. Mais uma vez, os resultados obtidos para as quatro minas indicam um desempenho satisfatório. A presença de algum tipo de desvio para quase todos os parâmetros de interesse para todas as minas é condizente com o que se observa na prática, pois a lavra exclusiva de material dentro dos parâmetros requeridos nem sempre é possível.

Também é importante observar que a presença de desvios nem sempre ocasiona em aumento dos custos de processamento na planta de tratamento para gerar o minério concentrado. Por exemplo, o desvio positivo de 5,910% no teor de ferro observado em uma pilha de homogeneização da mina (ii) não ocasiona prejuízos, pois o propósito do tratamento do material é aumentar os teores de ferro contido. Por outro lado, observa-se que a mina (iv), por apresentar desvios positivos dos contaminantes e do estéril, realmente produziu minério fora das especificações e recebeu penalizações durante a execução da heurística.

Tabela 3: Controle dos parâmetros de qualidade nos planos de lavra gerados

Mina	Tipo de desvio	% Pilhas de Homogeneização com Desvio				Maior Desvio Apurado			
		Ferro	Fósforo	Alumina	Sílica	Ferro	Fósforo	Alumina	Sílica
(i)	(-)	-	0,075	0,263	0,010	-	0,007	0,280	0,199
	(+)	0,014	0,007	0,010	-	0,907	0,007	0,125	-
(ii)	(-)	-	0,053	0,254	0,005	-	0,008	0,256	0,139
	(+)	0,029	0,006	0,005	-	5,910	0,030	0,024	-
(iii)	(-)	-	0,061	0,235	0,004	-	0,009	0,269	1,191
	(+)	0,012	0,007	-	-	1,201	0,003	-	-
(iv)	(-)	-	0,068	0,291	0,023	-	0,090	0,386	0,914
	(+)	0,002	0,017	0,017	0,004	0,916	0,040	0,063	0,248

Os níveis de produtividade dos equipamentos de carga se mantiveram altos nos testes realizados, o que reforça a necessidade de inserção de dados acurados para os limites mínimos e máximos de operação desses equipamentos. A tabela 4 mostra os valores de produtividade apurados e confirma ainda que os equipamentos foram utilizados de forma bastante uniforme, o que é desejado para se evitar o desgaste excessivo de algum equipamento isolado.

Tabela 4: Produtividade dos equipamentos de carga

Equipamento de Carga	Produtividade (%)			
	Mina (i)	Mina (ii)	Mina (iii)	Mina (iv)
A	96,07	94,85	91,92	96,30
B	94,99	93,33	93,23	97,11
C	93,72	92,53	94,23	97,25
D	94,55	92,41	94,14	97,12
E	94,13	90,69	94,11	96,93

As alocações dos caminhões aos equipamentos de carga mudam a cada ordem de lavra, como ocorre quando se usa um *software* de despacho para fazer alocação dinâmica. A cada ordem, uma nova alocação é privilegiada em função da produção horária do equipamento de carga no bloco ao qual está alocado. Assim, as compatibilidades entre os equipamentos de carga e os caminhões são reavaliadas, resultando em uma nova alocação ótima. A tabela 5 mostra os valores médios e máximos obtidos para o número de caminhões pertencentes a três frotas distintas durante todo o horizonte de planejamento em cada uma das minas. Outros testes poderiam ser realizados, limitando-se o número de caminhões em cada frota, de forma a verificar se esse conjunto de caminhões é suficiente para a se atingir a uma determinada meta de produção. Caso não haja caminhões suficientes disponíveis, as produtividades dos equipamentos de carga são reduzidas em função do tempo em que ficam ociosos aguardando um caminhão para ser carregado.

Tabela 5: Alocações dos caminhões aos equipamentos de carga

Mina	Núm. Médio de caminhões por ordem			Núm. Máximo de caminhões por ordem		
	Frota 1	Frota 2	Frota 3	Frota 1	Frota 2	Frota 3
(i)	3	3	2	7	7	7
(ii)	3	3	2	7	6	4
(iii)	4	3	2	7	7	4
(iv)	3	3	2	7	6	7

5. Considerações Finais

Embora existam diversos modelos de PO para auxílio ao planejamento de operações de lavra em minas a céu aberto, aplicados a diversos horizontes de tempo, ainda existe uma lacuna tanto teórica quanto prática entre os horizontes de curto e de longo prazo. Contribuem para isso a falta de modelos que sejam capazes de relacionar metas de produção a horizontes mais longos e a incapacidade dos modelos de curto prazo na utilização dos dados do modelo geológico.

No presente trabalho, apresentou-se uma heurística construtiva híbrida para o planejamento de operações de lavra em minas a céu aberto com alocação de equipamentos de carga e de transporte para apoiar decisões de mineradoras que não usam sistemas de despacho de caminhões. Essa heurística é capaz de atender às lacunas citadas, obtendo resultados satisfatórios em termos de qualidade das soluções geradas e em relação ao tempo de processamento.

Dessa forma, a heurística pode ser utilizada no planejamento de curto prazo, inclusive utilizando informações disponíveis em tempo real, como o acompanhamento das metas de produção, de qualidade e a localização dos equipamentos de carga. E ainda como ferramenta de auxílio ao controle da produção, ajudando a corrigir defasagens em relação ao plano previsto. E, devido à velocidade de processamento, também é possível apoiar decisões de médio e de longo prazo. Nesses casos, testes de cenários podem responder questões relativas à quantidade de equipamentos necessária para se atingir uma determinada meta anual ou à necessidade de se alterar a relação estéril-minério requerida para evitar o estrangulamento da mina.

A partir desse trabalho, muitas possibilidades de pesquisas futuras podem ser relacionadas, algumas das quais já se encontram em execução, como a inclusão de um algoritmo de determinação da cava final ótima, entre os passos 1 e 2 da heurística e a construção de metaheurísticas para refinamento da solução da heurística construtiva híbrida apresentada.

Referências Bibliográficas

- Amaral, M.**, Modelos matemáticos e heurísticas para auxílio ao planejamento de operações de lavra em minas a céu aberto, *Mestrado em Engenharia de Produção*, Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 108 p., 2008.
- Amaral, M. e Pinto, L. R.** (2009), Planejamento de operações de lavra em minas a céu aberto com alocação de equipamentos de carga, *Anais do XLI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 907-918.
- Boulanger, P., Lapoint, J. F. e Wong, W.** (2000), Virtualized reality: an application to open-pit mine monitoring, *Proceedings of XXXIII IAPRS*, 7 p.
- Caccetta, L. e Hill, S. P.** (2003), An application of branch and cut to open pit mine scheduling, *Journal of Global Optimization*, v. 27, p. 349-365.
- Costa, F. P.** Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto, *Mestrado em Engenharia Mineral*, Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto, 128 p., 2005.
- Costa, F. P., Souza, M. J. F. e Pinto, L. R.** (2005), Um modelo de programação matemática para alocação estática de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade, *Revista Escola de Minas*, 58 (1), 77-81.
- Hack, D. R.** (2003), Utilization of scripting languages for customization of mine planning packages by specialized users, *Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industries*, 115-122.
- Hustrulid, W. e Kuchta, M.** *Open pit mine planning & design*, Irradiação Sul Ltda, Porto Alegre, Vol. 1: Fundamentals, 1995.
- Pinto, L. R. e Merschmann, L. H. C.** (2001), Planejamento operacional de mina usando modelos matemáticos, *Revista Escola de Minas*, 54 (3), 211-214.
- Qing-Xia, Y.** (1982), Computer simulation of drill-rig/shovel operations in open-pit mines, *Proceedings of 1982 Winter Simulation Conference*, 463-468.
- Ramazan, S.** (2007), The new fundamental tree algorithm for production scheduling of open pit mines, *European Journal of Operational Research*, 177, 1153-1166.
- Tolwinski, B. e Underwood, R.** (1996), A scheduling algorithm for open pit mines, *IMA Journal of Mathematics Applied in Business & Industry*, 7, 247-270.