PROGRAMAÇÃO LINEAR COMO FERRAMENTA DE APOIO A GESTÃO DE CUSTOS: UM ESTUDO DE CASO EM UMA INDÚSTRIA DE USINAGEM

Taciana Mareth
Mestre em Ciências Contábeis – UNISINOS
Universidade de Cruz Alta
Email: tacianamareth@yahoo.com.br

Eliane Suely Everling Paim
Mestre em Modelagem Matemática – UNIJUI
Universidade de Cruz Alta
Email: epaim@unicruz.edu.br

Luciana Paim Pieniz
Mestre em Extensão Rural – UFSM
Universidade de Cruz Alta
Email: lpieniz@unicruz.edu.br

Fabiane Santos Erthal
Graduada em Ciências Contábeis - UNICRUZ
Universidade de Cruz Alta
Email: fabiert@hotmail.com

RESUMO
O objetivo deste trabalho foi apresentar, através da programação linear, um modelo de gestão de produção, em que o gestor possa simular cenários, a partir do cálculo da margem de contribuição e lucro líquido, melhorando o processo de tomada de decisão. Para tanto, foi efetuado um estudo, em que se propôs maximizar a margem de contribuição e o lucro, levando em consideração uma gama de limitações, para gerar o volume de produção ideal e apontar os desperdícios de recursos escassos. A presente pesquisa é classificada como aplicada e quantitativa. Após a coleta, os dados foram analisados conforme as metodologias de custos e, posteriormente, foi construído o modelo de programação linear. Sendo assim, este trabalho contribuiu para a empresa em estudo, por desenvolver um diferenciado sistema de otimização de custos por meio da utilização de ferramentas de Pesquisa Operacional, resultando em uma maior segurança no auxilio a tomada de decisão.
Palavras-chave: Gestão de custos. Margem de contribuição. Programação linear.
ABSTRACT
The objective of this work presented, through the linear programming, a model of management of production, in which the administrator could simulate sceneries, from the calculation of the edge of contribution and net profit, improving the process of taking decision. For so much, there was effectuated a study, in which it was proposed to maximize the edge of contribution and the profit, taking into account a variety of limitations, to produce the volume of ideal production and to point to the wastes of scarce resources. The present inquiry is classified how hard-working and quantitative. After the collection, the data were analysed according to the costs methodologies and, subsequently, it was built the models of linear programming. Being so, this work contributed to the company in study, because of developing a differentiated system of optimized of costs through the use of tools of operational inquiry, when the taking decision is turning in a bigger security in the taking decision.
key words: Costs management. Marginal Profit. Linear programming.

1 INTRODUÇÃO

O tema central apresentado pelo artigo é a utilização da programação linear como ferramenta de apoio à decisão na gestão de custos de produção em uma indústria de pecas

usinadas para maquinas agrícolas. Este tema originou-se a partir do questionamento da validade dos dados de custos apurados a partir do modelo do sistema de Custeio por Absorção (modelo contabilmente utilizado no Brasil) para tomada de decisão, comparado aos obtidos pelo custeio variável (modelo da margem de contribuição) e sua interferência na composição do lucro final da empresa.

No sistema de custeio por absorção os custos totais são atribuídos aos produtos e com estes permanecem em estoque até serem comercializados. Na lógica defendida pelo sistema de custeio variável, os custos são tratados de forma diferenciada à medida que segrega os custos de produção em fixos e variáveis, deixando mais evidente quais os custos que se alteram de acordo com a quantidade produzida e quais não possuem e não sofrem qualquer interferência em relação ao volume produzido.

Os reflexos da utilização de ambos os métodos no lucro final das empresas são relacionados, primeiramente à formação do lucro e, não menos importante, à tomada de decisão no planejamento da utilização dos recursos da produção (matéria-prima e mão-de-obra), principalmente quando se tratam de recursos escassos ou restritos.

Neste estudo, utilizou-se a programação linear para analisar qual a quantidade a ser produzida de cada produto que maximizará a margem de contribuição e o lucro. E também quais os produtos com maior índice de rentabilidade também utilizando a margem de contribuição por fator restritivo e o lucro líquido dos referidos produtos. Para tanto, construiu-se o modelo matemático correspondente ao sistema em estudo.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este tópico tem como objetivo embasar a discussão do capítulo da análise dos resultados. Para tanto, o mesmo descreve a gestão de custos, juntamente com os métodos de custeio e, em seguida a pesquisa operacional, evidenciando a programação linear.

2.1 GESTÃO DE CUSTOS

Esta seção apresenta os métodos de custeio por absorção e variável, abordando a margem de contribuição.

2.1.1 Custeio por Absorção

Segundo Wernke (2004), o custeio por absorção e o método mais tradicional de custeio e empregado quando se deseja atribuir um valor de custos ao produto, atribuindo-lhe também uma parte dos custos indiretos. Consiste na apropriação de todos os custos de produção aos produtos, de forma direta ou indireta mediante a utilização de critérios de rateio.

Para o autor, o custeio por absorção atribui aos produtos todos os custos da área de fabricação, sejam esses definidos como custos diretos ou indiretos, ou como custos fixos ou variáveis.

Assim, devem integrar os custos dos bens ou serviços vendidos:

a) O custo de aquisição de matérias-primas e quaisquer outros bens ou serviços aplicados ou consumidos na produção;

b) O custo de pessoal aplicado na produção, inclusive de supervisão direta, manutenção e guarda das instalações de produção;

c) Os custos de locação, manutenção e reparo e os encargos de depreciação dos bens aplicados na produção.

De acordo com Warren, Reeve e Fess (2006), o método do custeio por absorção determina que todos os custos sejam absorvidos pelos produtos e que assim permaneçam (no ativo) ate serem comercializados. O custeio por absorção atende, basicamente, as exigências fiscais da legislação vigente.

2.1.2 Custeio Variável

Segundo Wernke (2004), a importância básica do custeio variável e a de que somente os custos que forem claramente identificados com os produtos e serviços vendidos (chamados de diretos ou variáveis) devem ser apropriados. Os demais custos necessários para manter a capacidade instalada da empresa (indiretos ou fixos) devem ser desconsiderados em termos de custo de produto.

Para o autor este método considera apenas os custos variáveis de produção e de comercialização do produto ou serviço como: matéria - prima, mão-de-obra direta, serviços de terceiros aplicados ao produto, tributos sobre vendas, comissões de vendas etc. Os demais gastos não são apropriados aos produtos fabricados.

Santos (1994) atribui vantagens e desvantagens ao custeio variável:

a) Prioriza o aspecto gerencial, enfatizando a rentabilidade de cada produto sem as distorções ocasionadas pelos rateios de custos fixos aos produtos;
b) Não e aceita pela legislação tributaria para fins de avaliação de estoques;
c) Não envolve rateios e critérios de distribuição de gastos, facilitando o calculo;
d) Exige uma estrutura de classificação rígida entre os gastos de natureza fixa e variável.

No entanto, o custeio variável e uma alternativa mais eficaz na tomada de decisões, justamente por que o referido método afasta a arbitrariedade da atribuição dos custos de produção, ou seja, à medida que atribui aos produtos apenas aqueles custos que efetivamente foram consumidos por ele. Entende-se que os demais custos, não relacionados à produção, não tenham, ou não sejam influenciados pelo volume de produção, consequentemente podem ser classificados como despesas do período e não como custos. . Finalmente, é importante lembrar que a comparação dos resultados entre custeio variável e custeio por absorção só é válida quando houver geração de estoque de um período para períodos futuros.

2.1.3 Modelo da Margem de Contribuição

O modelo da margem de contribuição é aquele que classifica os custos entre variáveis e fixas, segregando-os no demonstrativo de resultado de exercício, de modo a apresentar um primeiro resultado, chamado Margem de Contribuição (Receita total – custos e despesas variáveis) ou lucro marginal.

Esse resultado e o que efetivamente contribui para a cobertura das despesas fixas e custos fixos do período e a seguir para a formação do lucro. O modelo permite que se distingam claramente os fatores que influenciam na formação do resultado operacional da empresa, possibilitando assim maior agilidade na tomada de decisão (GARRISON e NOREEN, 2001).

2.2 PESQUISA OPERACIONAL

Nas empresas, os gestores estão ocupando a maioria de seu tempo construindo estratégicas que possam fundamentar suas decisões, para tanto é oportuno iniciar esse tópico com a teoria de pesquisa operacional tendo em vista a utilização da programação linear como ferramenta básica.

Para Ehrlich (1991, p.13), a “Pesquisa Operacional é uma metodologia de estruturar processos aparentemente não estruturados por meio da construção de modelos. Utiliza um conjunto de técnicas quantitativas com o intuito de resolver os aspectos matemáticos dos modelos”.

Do ponto de vista gerencial, segundo Corrar e Theóphilo (2004), a pesquisa operacional fornece um conjunto de procedimentos utilizados para tratar, de maneira sistêmica, problemas que envolvem a utilização de recursos escassos. Além do mais, a economia de recursos e a experiência adquirida com a experimentação justificam a utilização da PO como um instrumento de gerenciamento.

2.2.1 Programação linear

Para Hillier e Lieberman (2005, p.25) o desenvolvimento da programação linear tem sido colocado como um dos mais importantes avanços da ciência do meio do século XX.

Na programação linear é abordado o problema da alocação ótima de recursos. Segundo Prado (2004, p. 34), “a Programação Linear é uma técnica que permite estabelecer a ‘mistura’ ótima de diversas variáveis segundo uma função linear de efetividade (ou função-objetivo) e satisfazendo a um conjunto de restrições lineares para estas variáveis”. E de acordo com Luenberger (2003), os problemas de programação linear, conforme o próprio nome diz, são caracterizados por equações e inequações lineares desconhecidas, representando o objetivo e as limitações do problema em estudo.

O modelo matemático é uma reprodução do sistema empresarial que está sendo estudado. Segundo Prado (2004), um modelo matemático é a representação de um sistema,

quando são analisados por um conjunto de equações matemáticas. Conforme Andrade (2002, p. 12) "os modelos matemáticos baseiam-se na pressuposição de que todas as informações e variáveis relevantes do problema de tomada de decisão podem ser quantificadas. Isso nos leva a utilizar símbolos matemáticos para representá-las e usar funções matemáticas para descrever as ligações entre elas e a operação do sistema".

Ainda segundo Prado (2004), para criar um modelo matemático de um problema é necessário cumprir duas etapas: a primeira consiste em definir as variáveis do problema e a função-objetivo e a segunda etapa deve-se definir o conjunto de restrições. Segundo Corrar e Theóphilo (2004), a função-objetivo é uma expressão matemática em que se relacionam as variáveis de decisão e o objetivo a ser atingido.

Conforme Lachtermacher (2007, p.20) o modelo matemático genérico pode ser apresentado da seguinte forma:

$$
\begin{aligned}
&Otimizar \;\; Z = f(x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots\ldots\ldots, x_n) \\
&s/a \\
&\left.\begin{matrix} g_1(x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots\ldots, x_n) \\ g_2(x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots\ldots, x_n) \\ \text{M} \\ g_n(x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots\ldots, x_n) \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \leq \\ = \\ \geq \end{matrix} \left\{\begin{matrix} b_1 \\ b_2 \\ \text{M} \\ b_n \end{matrix}\right.
\end{aligned}
$$

Onde:

$$f_i(x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots\ldots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \Lambda + c_nx_n$$

$$g_i(x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots\ldots, x_n) = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 + \Lambda + a_{in}x_n \quad i = 1, \Lambda, m$$

n é o número de variáveis
m é o número de restrições
i é o índice de uma determinada restrição

Conforme Moreira (2007), as restrições representam limitações da situação atual como escassez de recursos, limitações legais ou de mercado, entre outras. Corrar e Theóphilo (2004) acrescentam ainda, que as restrições são limitações impostas sobre os possíveis valores que podem ser assumidos pelas variáveis de decisão.

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

A presente pesquisa é classificada como aplicada e quantitativa. Aplicada, poisserão gerados conhecimentos que, na prática, buscarão solucionar problemas específicos. Quantitativa, pois foram apurados valores de custos, apresentando também, uma simulação da margem de contribuição e do lucro líquido da empresa em estudo.

Foram coletados dados junto à empresa e tabulados para serem utilizados no presente estudo. Após a coleta, esses dados foram analisados conforme as metodologias de custos e, posteriormente, foi construído o modelo de programação linear (utilizando o *software Lindo*) para a análise final. Classifica-se também como estudo de caso, que, de acordo com Gil (2002), é quando envolve o estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos de maneira que se permitam conhecimentos profundos.

4 SÍNTESE DOS RESULTADOS

Neste tópico analisa-se a gestão de custos na empresa em estudo e, posteriormente, apresenta-se o modelo de programação linear evidenciando a sua contribuição na tomada de decisão.

4.1 APURAÇÃO E GESTÃO DE CUSTOS

Nesta seção é descrita a apuração e análise dos custos da indústria de usinagem em estudo. Para tanto, os custos foram identificados através dos processos produtivos e, em seguida, realizou-se a apuração e análise dos mesmos.

No Quadro 1 evidenciam-se os oito produtos em estudo (identificados por código), os processos produtivos e o tempo de fabricação de cada um.

Processo Produtivo/Produtos	**260**	**376**	**32162**	**49153**	**29575**	**345**	**17893**	**42727**
Cortar serra fita	0,733	1		0,73				1
Usinagem CNC	1,5	1	0,5	6,5		1,5	3,75	4,73
Usinar torno revolver	1							
Furar	1,33					1		10
Escarear furadeira	0,33							
Solda MIG			1		9			
Montagem								20
Total	**4,89**	**2,00**	**1,50**	**7,23**	**9,00**	**2,50**	**3,75**	**35,73**

Quadro 1 - Tempo (em minutos) utilizado na fabricação dos produtos
Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando os tempos de fabricação de cada produto no Quadro 1, destacam-se os produtos 29575 e o 49153 com maior tempo, os quais representaram 13,51% e 10,85%, respectivamente. A capacidade de trabalho da indústria em estudo é de 218.887,20 minutos mensais, conforme dados coletados na própria empresa.

Baseado no Quadro 1 foi calculado o valor da mão-de-obra direta para cada um dos produtos, conforme o Quadro 2.

Processo Produtivo	**Custo Total MOD/min**	**260**	**376**	**32162**	**49153**	**29575**	**345**	**17893**	**42727**
Cortar serra fita	0,08	0,05864	0,08		0,059				0,08
Usinagem CNC	0,1	0,15	0,1	0,05	0,65		0,15	0,375	0,473
Usinar torno revolver	0,13	0,13							
Furar	0,06	0,0798					0,06		0,6
Escarear furadeira	0,06	0,0198							
Solda MIG	0,1			0,1		0,9			
Montagem	0,09								1,8
Temperar*	-					2,89		1,8	
Zincagem*	-						0,71	0,65	
Gerar dentes*	-							2,5	
Pintura*	-								10
Total	-	**0,41**	**0,18**	**0,15**	**0,71**	**3,79**	**0,92**	**5,33**	**12,95**

*Serviços terceirizados
Quadro 2: Custo com mão-de-obra direta (em R$) por unidade
Fonte: Dados da pesquisa.

No Quadro 2 é evidenciado o custo total de mão-de-obra direta (MOD) para cada um dos produtos e, apesar dos produtos 29575 e o 49153 necessitarem de maior tempo para fabricação, não são eles que detêm a maior parcela desse custo. Os custos mais relevantes com MOD são dos produtos 42727 e 17893, os quais representaram 52,95% e 21,79% respectivamente. Além disso, a empresa tem custo mensal de R$ 6.977,76 com mão-de-obra direta, considerando o valor dos salários, da insalubridade, das provisões de 13º salário e férias e do fundo de garantia por tempo de serviço (FGTS).

Outro custo direto é a matéria-prima, que foi identificada em cada produto (Quadro 3).

Produtos	**Matéria-prima**	**Total unitário**
260	Aço 30 mm	R$ 2,40

376	Tubo trefilado	R$ 5,50
32162	Aço 1020 trefilado e engrenagem	R$ 7,38
49153	Aço laminado	R$ 9,73
29575	Aço trefilado e chapa	R$ 17,76
345	Aço redondo trefilado	R$ 2,90
17893	Aço redondo laminado	R$ 9,73
42727	Aço redondo laminado, condutor adubo, ponteira kit, tampa tubo disco de corte, suporte esquerdo e direito do disco, cubo disco de corte, disco de corte, retentor, rolamento, anel, parafuso, porca, arruela, graxeira, anel elástico	R$ 241,70

Quadro 3: Custo com matéria-prima por unidade
Fonte: Dados da pesquisa.

Os custos mais significantes com matéria-prima (MP), conforme Quadro 3, são dos produtos 42727 e 29575, sendo que o produto 42727 é também o que detêm a maior parcela de MOD. Além disso, conforme dados da empresa, a demanda mínima de cada produto é de 50 unidades, exceto para o produto 42727 (em experimentação), ou seja, a empresa tem um custo mínimo mensal de MP de R$ 2.770,00.

Após a apuração de todos os custos de cada um dos produtos, foi elaborado o demonstrativo de resultado pelo método de custeio por absorção, conforme o Quadro 5. Evidencia-se que os preços de venda foram coletados na empresa em estudo.

Itens/Produtos	**260**	**376**	**32162**	**49153**	**29575**	**345**	**17893**	**42727**	**Total**
Preço de venda	6,02	11,85	22,87	24,65	54,6	8,18	28,11	673,98	830,26
Custo variável	2,81	5,68	7,54	10,42	21,59	2,82	15,06	254,66	320,58
Custos e despesas fixos	2,25	4,09	16,24	11,90	29,99	5,51	5,81	151,97	227,76
Resultado operacional	**0,96**	**2,08**	**(0,91)**	**2,33**	**3,02**	**(0,15)**	**7,24**	**267,35**	**281,92**

Quadro 4: Demonstrativo de resultado pelo método de custeio por absorção
Fonte: Dados da pesquisa.

Observa-se no Quadro 4, que dois produtos (32162 e 345) apresentam resultado operacional negativo. Como o método de custeio por absorção, apesar de ser o único aceito pela legislação, geralmente não é utilizado na tomada de decisão, foi elaborado o demonstrativo de resultado pelo método de custeio variável evidenciando a margem de contribuição unitária, (Quadro 5).

Itens/Produtos	**260**	**376**	**32162**	**49153**	**29575**	**345**	**17893**	**42727**	**Total**
Preço de venda	6,02	11,85	22,87	24,65	54,6	8,18	28,11	673,98	830,26
Custo variável	2,81	5,68	7,54	10,42	21,59	2,82	15,06	254,66	320,58
Margem de contribuição	**3,21**	**6,17**	**15,33**	**14,23**	**33,01**	**5,36**	**13,05**	**419,32**	**509,68**

Quadro 5: Margem de contribuição unitária (R$)
Fonte: Dados da pesquisa.

No Quadro 5 evidencia-se a margem de contribuição unitária obtida por meio da diferença entre os preços de venda praticados pela empresa e os custos variáveis (MOD e MP - quadros 2 e 4). Conclui-se que os produtos que mais contribuem para o pagamento dos custos e despesas fixas são o 42727, representando 82,27%, seguido dos produtos, 29575 e 32162, com 6,48% e 2%, respectivamente.

Observa-se que o produto 32162, pelo método absorção, apresentou um prejuízo operacional e, por outro lado, analisando o método variável, esse produto é o terceiro que mais contribui para o pagamento dos custos e despesas fixas. Neste contexto, conclui-se que a alocação de parcelas dos custos e despesas fixas para o cálculo do custo final do produto, pode distorcer a análise por parte dos gestores levando a uma decisão equivocada da situação.

Apesar de serem métodos de gestão de custos que auxiliam na tomada de decisões, um problema enfrentado pelos gestores é saber, por exemplo, qual a quantidade deve ser produzida que maximize o lucro ou a margem de contribuição, observando as restrições como à capacidade produtiva da indústria – seja de horas máquina, horas homem, matéria-prima, dentre outros.

Neste sentido, uma ferramenta de auxilio para realizar esta análise é a programação linear. No intuito de verificar a sua contribuição para esses problemas, apresenta-se no próximo item, a aplicação desta ferramenta.

4.2 UTILIZAÇÃO DAS FERRAMENTAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

Neste estudo, utilizou-se a PL para analisar qual a quantidade a ser produzida de cada produto que maximizará a margem de contribuição e o lucro e, além disso, para identificar quais os produtos tem o maior índice de rentabilidade. Para tanto, construiu-se o modelo matemático dividido em variáveis de decisão, função-objetivo e restrições do modelo matemático.

No modelo em estudo, as variáveis de decisão são mostradas no Quadro 6.

x_i	**Variáveis**
x_1	quantidade a ser produzida do item 260 (Eixo D.)
x_2	quantidade a ser produzida do item 376 (Tubo Porta Bucha)
x_3	quantidade a ser produzida do item 32162 (Conjunto Eixo)
x_4	quantidade a ser produzida do item 49153 (Rolete Esticador Rodado)
x_5	quantidade a ser produzida do item 29575 (Conjunto Roda Dentada)
x_6	quantidade a ser produzida do item 345 (Haste Roscada)
x_7	quantidade a ser produzida do item 17893 (Roda Dentada Movida)
x_8	quantidade a ser produzida do item 42727 (Kit de Plantio)

Quadro 6: Variáveis de decisão do modelo
Fonte: Dados da pesquisa.

Essas variáveis de decisão,, representam as quantidades a serem produzidas pela empresa e estão indicadas pela expressão "x_i" onde "i" é o índice de determinada variável de decisão. Como o objetivo é utilizar modelos para maximizar a margem de contribuição e/ou o lucro líquido, construiu-se as respectivas funções-objetivo correspondentes:

$$Z_{\max} = \sum_{i=1}^{8} mc_i x_i \qquad (1)$$

onde: mc_i = margem de contribuição unitária dos produtos e

$$Z_{\max} = \sum_{i=1}^{8} l_i x_i \qquad (2)$$

onde: l_i =lucro líquido unitário

Observe-se que os dados que compõem os coeficientes da margem de contribuição unitária são apresentados no Quadro 6 e os coeficientes representantes do lucro líquido unitário estão no Quadro 5 com a denominação "resultado operacional".

Em seguida, a partir das limitações da empresa, construíram-se as restrições da produção atual, definidas de acordo com os recursos de produção, limitações legais ou de mercado, disponibilidade de horas para a produção, demanda, custo, entre outras:

a) restrição referente ao tempo de máquina utilizado representada por:

$$\sum_{i=1}^{8} tm_i x_i \leq 218.887{,}20 \qquad (3)$$

onde: tm_i =tempo de máquina (em minutos)

Foram considerados os dados de tempos de máquina mostrados no Quadro 1. O valor total R$ 218.887,20 foi coletado a partir de documentos históricos da própria empresa.

b) restrição de mão-de-obra representada por:

$$\sum_{i=1}^{8} mo_i x_i \leq 6.977{,}76 \qquad (4)$$

onde: mo_i = valor unitário (em reais) do custo com mão-de-obra

Os custos unitários da mão-de-obra por produto são mostrados no Quadro 2, já o valor do custo total com mão-de-obra foi calculado a partir desses dados.

c) restrição de matéria-prima representada por:

$$\sum_{i=1}^{8} mp_i x_i \geq 2.770 \qquad (5)$$

onde: mp_i = custo unitário da matéria-prima (em reais)

No Quadro 3 é possível observar os custos unitários de matéria-prima. O valor de R$ 2.770,00 é correspondente ao custo da matéria-prima necessário para produzir a quantidade prevista pela demanda mínima que é de 50 unidades de cada produto. É possível confirmar esses valores através da Equação (6).

d) restrições de demanda dos produtos é representada por:

$$\sum_{i=1}^{7} x_i \geq 50 \qquad (6)$$

$$x_4 = 50 \qquad (7)$$

$$x_5 = 50 \qquad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{8} x_i \geq dem\ máx \qquad (9)$$

onde: $dem\ máx$ = quantidade referente à demanda máxima por produto

Observar que a demanda mínima, representada pela Equação (6), foi definida a partir da produção mínima que a empresa precisa disponibilizar para clientes especiais. Já as Equações (7) e (8) apresentam sinal de igualdade, tendo em vista que são produtos lançados recentemente e nesse caso a empresa determina que seja produzido somente a quantidade mínima até que o produto esteja efetivamente "pronto". E em relação ao item correspondente à variável x_8, não foi definido demanda mínima tendo em vista que esse item é produzido somente por encomenda.

Em relação à demanda máxima, foi definida a partir dos dados históricos da instituição, sendo: x_1 = 2774, x_2 = 1050, x_3 = 302, x_6 = 1084, x_7 = 2649 e x_8 = 25.

d) restrição correspondente aos custos e despesas fixas, utilizadas somente nas simulações de maximização do lucro líquido. É representada por:

$$\sum_{i=1}^{8} cdf_i x_i \leq 25.328{,}24 \qquad (10)$$

onde: cdf_i = custos e despesas fixas unitárias (em reais)

No Quadro 5 são apresentados os custos e despesas fixas por produto. Evidencia-se que o valor de Zmax que será obtido através das simulações do modelo da margem de contribuição, deverá cobrir os custos e despesas fixas totai no valor de R$ 25.328,24, para apurar o lucro líquido.

Após a construção do modelo matemático, foram realizadas simulações no *software* Lindo®, buscando a otimização da solução para os problemas propostos, conforme apresenta o Quadro 7.

Margem de Contribuição			**Lucro Líquido**		
Objective function value			**Objective function value**		
1	Zmax = 48.404,93		2	Zmax = 18.332,17	
Variable	**Value**		**Variable**	**Value**	
x1	2.774,00		x1	2.774,00	
x2	1.050,00		x2	1.050,00	
x3	302,00		x3	199,15	
x4	50,00		x4	50,00	
x5	50,00		x5	50,00	
x6	1.084,00		x6	50,00	
x7	746,13		x7	927,50	
x8	25,00		x8	25,00	
Row (restrições)	**Slack or Surplus**	**Dual Prices**	**Row**	**Slack or Surplus**	**Dual Prices**

Tempo de máquina	195.556,61	0,00	3	197.615,73	0,00
Mão-de-obra	0,00	2,45	4	0,00	1,43
Matéria-prima	29.711,80	0,00	5	27.718,91	0,00

Quadro 7: Resultado parcial da simulação do software Lindo para o modelo matemático correspondente à margem de contribuição e ao lucro líquido
Fonte: Simulação utilizando o software Lindo®

Neste relatório do Quadro 7, através da simulação realizada observou-se um resultado otimizado de Zmax = R$ 48.404,93 e de R$ 18.332,17, respectivamente para os modelos da margem de contribuição e do lucro líquido. Ou seja, esse é o valor maximizado, tanto de margem de contribuição como de lucro líquido e, no intuito de atingir esses valores, a indústria em estudo poderá produzir as quantidades de unidades sugeridas de modo a otimizar sua rentabilidade.

Observando os resultados, conclui-se que, além da diferença entre os valores máximos, os produtos x_3, x_6 e x_7, também apresentam variação de volume a ser produzido. Consequentemente, como o objetivo da simulação dos modelos é diverso (um dos modelos refere-se a margem de contribuição e o outro refere-se a lucro líquido), houve diferenças também nas sobras de recursos disponíveis ("Slack or Surplus") na maioria das restrições. Neste sentido, na restrição referente a equação (3), que representa o tempo de máquina (em minutos), existe um gargalo de 195.556,61 minutos, ou seja, 2.259,28 horas mensais não utilizadas, gerando com isso aumento nos custos de produção. Por outro lado, em relação a restrição de matéria-prima, conforme inequação (5), sugere-se que seja alocado o valor de R$ 29.711,80, além do mínimo já representado na limitação mencionada.

A expressão "DUAL PRICE" (Quadro 7) representa quanto será acrescido ao resultado final para cada unidade de recurso adicionada. Ao utilizar a inequação (4), para cada real acrescido de mão-de-obra, é possível gerar um incremento de R$ 2,45 ao resultado final no caso da simulação relativa a margem de contribuição, já em relação ao lucro líquido o valor passa a ser de R$ 1.43. As limitações representadas pelas Inequações (3) e (5) aparecem com preço sombra nulo, tendo em vista que essas limitações apresentaram sobra de recursos. Por exemplo, se for detectado sobra de recursos nessas limitações, entende-se que mesmo com o aumento de volume desses recursos não é possível aumentar a produção, nesse caso o valor de Zmax também ficará inalterado.

Essa diferença entre os modelos se explica pelo fato de que o modelo da MC é utilizado para decisões gerenciais enquanto o modelo do lucro líquido é específico para fins fiscais.

4.2.1 Simulação da margem de contribuição/lucro líquido excluindo a produção de um dos itens

Nesta seção apresenta-se mais uma aplicação da programação linear na gestão das empresas, a simulação de eliminação de produtos ou de linhas de produção. A análise é realizada a partir do valor zero à produção de um dos produtos, sendo que os recursos são distribuídos de acordo com as novas quantidades produzidas.

No quadro 8, são apresentados os resultados das simulações referentes à eliminação de cada um dos produtos, levando em conta a maximização das duas funções-objetivo: lucro líquido e margem de contribuição.

Lucro líquido:		**Margem de contribuição:**	
Item com produção nula	Valor otimizado	Item com produção nula	Valor otimizado
x_1	16.200,00	x_1	42.488,82
x_2	15.534,16	x_2	42.389,18
x_3	17.559,71	x_3	43.886,18
x_4	18.225,35	x_4	47.780,25
x_5	18.349,00	x_5	47.218,40
x_6	18.386,54	x_6	45.036,43
x_7	11.479,25	x_7	38.667,94
x_8	11.409,36	x_8	38.714,60

Quadro 8: Simulação da eliminação de produtos
Fonte: Dados da pesquisa.

Na primeira simulação, referente aos valores correspondentes ao lucro líquido, quando não acontecer produção de x_1 prevalece à produção otimizada dos outros produtos gerando um resultado de Zmax = R$ 16.200,00. Ou seja, caso a empresa decida eliminar o produto que agrega menor valor, deverá escolher a variável x_6 (item 345), que gera um resultado de R$ 18.386,54.

A mesma análise se aplica também à margem de contribuição. Nesse caso, o produto a ser eliminado do mix de produção será o x_4 (item 49153), o que gera um resultado de R$ 47.780,25.

4.2.2 Cálculo do ponto de equilíbrio

Outra contribuição advinda da pesquisa operacional é o cálculo do ponto de equilíbrio. O ponto de equilíbrio é utilizado pelos gestores com o intuito de verificar o momento em que as receitas totais se igualam aos gastos totais, ou seja, lucro igual a zero. Neste caso, foram apurados os valores do ponto de equilíbrio contábil e do ponto de equilíbrio por meio da programação linear, com resultado representado no quadro 9.

Item	Ponto de Equilíbrio (em unidades)	
	Contábil	Programação linear
260	710	50
376	287	50
32162	165	302
49153	249	50
29575	138	50
345	284	1084
17893	466	120,64
42727	7	25
Total	**2307**	**1732**

Quadro 4: Ponto de equilíbrio contábil e pela programação linear
Fonte: Dados da pesquisa.

Nas simulações realizadas a partir do ponto de equilíbrio, observam-se diferenças significativas no volume de produção. Estima-se que essas diferenças possam ser explicadas pelo fato de que, utilizando o modelo de programação linear no cálculo do ponto de equilíbrio, são consideradas simultaneamente todas as limitações do sistema em estudo, diferentemente do que ocorre no cálculo contábil.

4.2.3 Estudos similares encontrados na literatura

Neste contexto, em Bodanese *et al.* (2005), é apresentada uma metodologia chamada teoria das restrições utilizada na otimização dos recursos da empresa. O objetivo do estudo foi desenvolver um modelo de gestão de produção, em que o administrador possa interagir e simular cenários e, conseqüentemente, melhorar o processo de tomada de decisões. Diante disso, os resultados apresentaram uma série de informações estratégicas, possibilitando escolher o melhor produto a ser fabricado, incentivar a venda dos produtos existentes, dentre outras.

Em outro trabalho, apresentado por Costa e Silva (2010), é utilizado a programação linear inteira mista para controlar a produção industrial de uma panificadora. Ao elaborar o modelo são considerados dados de tempos de processo, produtos e equipamentos utilizados na indústria, além da demanda real. Nesse caso também é prioridade aproveitar os recursos escassos da melhor forma.

5 CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo apresentar, através da programação linear, um modelo de gestão de produção, em que o gestor possa simular cenários, a partir do cálculo da margem de contribuição e lucro líquido, melhorando o processo de tomada de decisão.

Após apresentar a premissa inicial, analisando os dados coletados e sistematizados, percebe-se que o método do custeio variável fornece informações mais detalhadas principalmente em relação ao planejamento do mix a ser produzido. Ao estabelecer a análise de dados, cuidou-se para atender a uma preocupação latente dentro da empresa: estabelecer uma forma de mensurar

qual a melhor combinação de recursos que poderá aperfeiçoar resultados ao final do período. O método do custeio por absorção mostrou-se útil ao que se refere à análise do lucro unitário por produto. No entanto ao utilizar os dados originários do método por custeio variável e da margem de contribuição, foi possível observar no detalhamento das informações de custos, que à medida que são segregados os valores do custo direto do produto é originado uma diversidade de dados para o estabelecimento dos coeficientes da função-objetivo.

Sabe-se que a escassez de recursos é uma realidade marcante dentro das empresas e que, não considerar fatores como esses no planejamento das atividades da empresa e assumir sérios riscos para o futuro. A ferramenta utilizada (software Lindo®) possibilitou estabelecer um arranjo entre as variáveis apresentadas de modo a visualizar as inúmeras possibilidades de formação de resultado, dadas às restrições estabelecidas. A empresa em estudo, como qualquer outra vislumbra estabelecer seu mix de produção, onde a combinação de recursos seja tão eficientemente aplicada, de forma a gerar sempre o melhor resultado, a melhor margem e o melhor lucro.

Neste sentido, por meio da aplicação da ferramenta de programação linear foi possível verificar o melhor *mix* de produção em se tratando de duas situações distintas, quais sejam, utilizar a margem de contribuição ou lucro líquido para compor os coeficientes da função a ser maximizada. Esse comparativo é importante para a tomada de decisões, visto que são duas alternativas diferentes de análise que podem ser oferecidas a partir de dados disponíveis pela área contábil.

Efetuando-se várias simulações foi possível a comprovação de que os modelos oferecem vários resultados relevantes do ponto de vista gerencial. Portanto os gestores poderão utilizar esses resultados como alternativa de decisões no que diz respeito:

a) Ao planejamento financeiro, já que é possível definir quanto é possível produzir de cada produto com os recursos disponíveis, utilizando como base de cálculo, tanto a margem de contribuição quanto o lucro líquido;
b) Às quantidades de recursos disponíveis para quantidades de produção estratégicas, de forma a evitar desperdícios nos referidos recursos;
c) À quantidade de horas de mão-de-obra disponíveis, e no caso de incremento unitário desse recurso, é possível verificar aumento de produção e consequentemente aumento de resultados, nesse caso, quanto é possível aumentarem o resultado final.

Neste estudo também foram elaboradas simulações para auxiliar na decisão estratégica do gestor no caso de necessidade de redução de itens de produção (verificar quadro 10). Neste caso é importante decidir que produto terá o menor resultado levando em consideração tanto o cálculo com margem de contribuição como com o lucro líquido. Com isso é possível observar individualmente, quais produtos apresentam melhores/piores resultados.

Por último, apresenta-se os resultados referentes a simulações do ponto de equilíbrio contábil e por meio da programação linear. A partir dessa ferramenta foi possível determinar o ponto de equilíbrio sob outro ponto de vista, ou seja, apresentou-se a produção necessária para que a empresa atinja o ponto de equilíbrio levando em conta todas as restrições que a mesma contém, e o fato de a empresa possuir estoques remanescentes de um período para períodos futuros

Importante mencionar aqui que as informações provenientes da programação linear não substituem aquelas oriundas do sistema de custos, mas complementam-nas, mostrando um viés diferente ao tomador de decisões.

BIBLIOGRAFIA

ANDRADE, Eduardo Leopoldino de. *Introdução à pesquisa operacional: métodos e modelos para análise de decisões.* 3° ed. Rio de Janeiro: LTC-Livros técnicos e científicos editora S.A., 2002.

BODANESE, Ronaldo E.; OLIVEIRA, José A.; SCALABRIN, Idionir; MORAES, Claudionor J.. *Teoria das restrições, pesquisa operacional e programação linear, estudo de caso com a utilização do solver*. In: IX Congresso Internacional de Custos, Florianópolis, 2005.
CORRAR, Luiz J.; THEÓPHILO, Carlos Renato. *Pesquisa operacional para decisão em contabilidade e administração: contabilometria*. São Paulo: Atlas, 2004.
COSTA, Aline R. N., SILVA, Arinei L. *O planejamento do processo produtivo de uma indústria de panificação por modelos matemáticos.* Produção On Line, v. X, n. I, p. 198-222, Florianópolis, 2010.
EHRLICH, Pierre Jacques. *Pesquisa operacional: curso introdutório*. São Paulo: Atlas, 1991
GIL, Antonio Carlos. *Como Elaborar Projetos de Pesquisa.* 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2002.
HILLIER, Frederick S.; LIEBERMAN, Gerald J. *Introduction To Operations Research*; 8ª edition; Ed. McGraw-Hill; New York/USA; 2005.
LACHTERMACHER, Gerson. *Pesquisa Operacional*. São Paulo: Campus Elsevier, 2007.
LUENBERGER, David G. *Linear and Nonlinar Programming*. 2 ad. P.Am. Pearson Education: 2005
MOREIRA, Daniel Augusto. *Pesquisa operacional: curso introdutório*. São Paulo: Thomson Learning, 2007.
PRADO, Darci Santos do. *Programação linear*. 4° ed. Nova Lima (MG): INDG Tecnologia e serviços Ltda., 2004.
SANTOS, Joel J. Formação do preço e do lucro: *custos marginais para formação de preços referenciais*. São Paulo: Atlas, 1994.
WARREN, Carl S.; REEVE, James M.; e FESS, Philip E.. *Contabilidade gerencial*. 1ª ed. São Paulo: Pioneira Thompson Learning, 2006.
WERNKE, Rodney. *Gestão de Custos*. 2a ed. São Paulo: Atlas, 2004.