Abordagem de Rotas de Proteção no Roteamento de Pacotes em Redes de Fibra Óptica

Rangel Silva Oliveira[1] **, Geraldo Robson Mateus**[1]

[1]Departamento de Ciência da Computação
Universidade Federal de Minas Gerais

{rangel,mateus}@dcc.ufmg.br

Resumo. *Este trabalho aborda técnicas de programação linear inteira aplicadas ao roteamento de pacotes em redes de fibra óptica com proteção. As rotas de proteção são utilizadas para garantir a qualidade de serviço requerida, necessária às redes tolerantes a falhas. O problema de Roteamento e Assinalamento de Comprimentos de Onda é modelado matematicamente e uma heurística é proposta. O objetivo principal é comparar as abordagens de acordo com os critérios de tempo de execução e qualidade da solução. O modelo matemático é testado utilizando o pacote comercial CPLEX. As soluções obtidas pela heurística são comparadas às soluções ótimas. Os resultados mostram a eficiência da heurística.*
Palavras-chave: *Redes ópticas, Roteamento, Proteção, Otimização.*

Abstract. *This paper deals with integer linear programming techniques applied to packet routing in fiber optic networks with protection. The protection routes are used to guarantee the quality of service required, which is necessary to fault-tolerant networks. The Routing and Wavelength Assignment problem is modeled mathematically and a heuristic is proposed. The main goal is to compare the approaches according to the execution time and quality of the solution criteria. The mathematical model is tested using the commercial package CPLEX. The solutions obtained by the heuristic are compared to the optimal solutions. The results show that the heuristic is efficient.*
Keywords: *Optical Networks, Routing, Protection, Optimization.*

1. Introdução

As redes de fibra óptica se tornaram objeto de estudo em diversas áreas da Computação. Em Otimização Combinatória e Programação Linear, foram desenvolvidas várias técnicas para se modelar certas características dessas redes afim de explorar todo o potencial que elas oferecem. Para enfatizar a importância do cenário em que as redes de fibra óptica estão inseridas, o presente trabalho apresenta um problema de minimização no processo de roteamento de pacotes que é realizado a nível de máquinas e dispositivos ópticos, que usam o meio de fibra óptica para trafegar fluxos de dados entre dois nós de uma rede.

Um meio físico com grande capacidade de transmissão não é o bastante para garantir que o serviço que está sendo fornecido é de boa qualidade. O escopo da qualidade de serviço neste trabalho refere-se à capacidade da rede em atender demandas sendo tolerante a falhas [Parameswaran et al., 2004]. Para isso, o trabalho apresenta algumas técnicas de proteção [Zang et al., 2003] em redes de fibra óptica capazes de prover uma solução que atenda a essa restrição e minimize o custo de implantação das mesmas, visto que investimentos em tecnologias ópticas configuram um cenário de custos elevados.

O problema proposto neste trabalho é tratado no contexto estático [Tuba, 2009]. Nesse tipo de problema, todas as demandas são conhecidas a priori, sendo que a otimização é realizada sobre um contexto estático e determinístico. Diferentemente do problema dinâmico, em que demandas são geradas seguindo determinadas curvas de distribuição em períodos de tempo.

Como redes de fibra óptica tem sido cada vez mais usadas como *backbones*[1], ou seja, são usadas para trafegar um volume muito grande de dados, tanto a otimização do processo de roteamento e assinalamento dos comprimentos de onda, quanto a adição de rotas alternativas para a proteção ao tráfego de pacotes é muito importante para se garantir qualidade de serviço à rede.

O roteamento e assinalamento de comprimentos de onda é um procedimento realizado pelos roteadores ópticos [Yang et al., 2002]. Estes por sua vez são capazes de gerar o que chamamos de topologia virtual, em que o sinal óptico é transmitido ao longo de nós intermediários sem a realização de conversão para o domínio eletrônico, caracterizando as redes transparentes [Seo and Prucnal, 1995]. Isso evita a comutação de alta velocidade para o meio eletrônico, o que melhora muito o desempenho da rede.

O objetivo deste artigo é apresentar modelos matemáticos definidos através de *Programação Linear Inteira* de tal forma que seja possível definir uma representação eficiente para se obter soluções ótimas para o problema de Roteamento e Assinalamento de Comprimentos de Onda com Proteção. Além disso, tais modelagens devem servir de apoio para a abordagem heurística implementada para o problema.

Este artigo está organizado da seguinte forma: *Seção 2* apresenta os *Trabalhos Relacionados*, a *Seção 3* contém a *Definição do Problema*, a *Seção 4* detalha a *Modelagem Matemática* para o problema em questão. A *Seção 5* apresenta a proposta de heurística e suas implicações no contexto do problema. A *Seção 6* apresenta os *Testes e Análise dos Resultados* obtidos e por fim as *Conclusões* na

[1] *backbone* (traduzindo para português, espinha dorsal) designa o esquema de ligações centrais de um sistema complexo com capacidade de alta transmissão de dados e elevado desempenho.

Seção 7 e as *Referências*.

2. Revisão Bibliográfica

O problema abordado pode ser formulado com um modelo de Programação Linear Inteira [Bazaraa et al., 1990] e é encontrado na literatura basicamente como *RWA* [2][Zang et al., 2003]. O enfoque deste trabalho está no processo de proteção de rotas. Para simplificar vamos supor um grafo $G(V, A)$ em que V é o conjunto de vértices e A o conjunto de arestas. Seja um par origem-destino (i, j) que caracteriza uma demanda k da rede. Pretende-se atender todas as demandas d_k, sendo $i, j \in V$ e d_k a quantidade de unidades do produto[3] k.

Uma formulação do problema tratado neste artigo, que também leva em consideração a segurança na transmissão de dados utilizando o tipo de proteção *SNC-P*, pode ser vista em [O'Carvalho, 2007]. A ênfase de seu trabalho é aplicar a proteção em uma rede em anel, em que no caso de alguma falha em um arco da rede, os pacotes possam ser roteados através de uma rota alternativa. Como se trata de um anel, essa rota seria construída em sentido oposto. A diferença entre o trabalho mencionado anteriormente e o artigo em questão é que este aplica a proteção em uma rede em malha e permite apenas uma rota principal a cada demanda a ser trafegada. Diferente da formulação proposta por [O'Carvalho, 2007], que permite que o tráfego seja dividido em várias partes e cada parte possa agir como se fosse um produto, tendo suas próprias rotas definidas na rede.

Um trabalho sobre modelagens de roteamento de pacotes pode ser encontrado em [Resendo, 2008]. Neste último, o autor apresenta uma série de formulações para o problema, uma baseado em arcos, outra em caminhos. Esta última propõe a definição previamente das rotas para o tráfego de comunicações na rede, ou seja, um conjunto de melhores caminhos entre o par origem-destino do produto k. Esta abordagem de obtenção de rotas pode ser visto em [Shier, 1976]. Para o desenvolvimento deste artigo, foi levado em consideração esses dois aspectos citados, ambos utilizados para a implementação da heurística proposta para o problema.

3. Definição do Problema

Seja dada uma rede de telecomunicações em que é necessário transmitir pacotes em alta velocidade e que deve haver uma garantia de que os pacotes transmitidos chegarão ao seus respectivos destinos. Então dado um conjunto K de produtos a serem transportados na rede, cada demanda d_k deve ser enviada por um nó da rede i e recebida pelo seu destino j minimizando o custo de alocação de comprimentos de onda ao longo do caminho origem-destino selecionado.

O conjunto de arestas que ligam o vértice i ao vértice j da rede constituem uma rota. As rotas selecionadas devem ser suficientes para atender todas as demandas d_k de sua origem i para seu destino j utilizando o menor número de comprimentos de onda ao longo das mesmas. Para se aplicar a proteção, é necessário que haja uma rota de trabalho e uma alternativa, chamada rota de proteção, para cada demanda d_k, de modo que no caso de uma falha em algum arco da rota

[2]Do termo em inglês *Routing Wavelength Assignment*: Roteamento e Assinalamento de Comprimentos de Onda

[3]Commodity ou tráfego de comunicações, ou seja, um fluxo de *bits* que representa um pacote de dados na rede

principal, a rota alternativa passa ser usada para seu atendimento, mantendo o fluxo de dados contínuo.

A rede mencionada anteriormente pode ser representada através de um grafo $G = (V, A)$, em que V é o conjunto de nós (roteadores, *switches* ópticos ou computadores alvo), e A é o conjunto de arestas do grafo, que representam o meio físico (fibra óptica) em que os pacotes são transmitidos. Os aspectos mais específicos da modelagem das restrições de atendimento das demandas serão detalhados na Seção 4.

4. Modelagem Matemática

Primeiramente é necessário definir os conjuntos, os parâmetros e as variáveis que fazem parte das modelagens matemáticas que os seguem.

Conjuntos:

- N : conjunto dos nós da rede;
- A : conjunto das arestas da rede;
- S : conjunto dos comprimentos de onda disponíveis em cada aresta;
- K : conjunto dos produtos a serem trafegados na rede.

Parâmetros:

- d_k : demanda do produto k associada a um par origem-destino;
- Q_s : capacidade do comprimento de onda s em unidades de produto;
- W_{ij} : número total de comprimentos de onda suportados na aresta $(i, j) \in A$;
- $origem_k$: nó de origem do produto k;
- $destino_k$: nó de destino do produto k.

Variáveis:

- x_{ij}^k : 1 se o produto k usa a aresta (i, j) na rota de trabalho, 0 caso contrário
- x_{ij}^{kp} : 1 se o produto k usa a aresta (i, j) na rota de proteção, 0 caso contrário
- t_k^{sij} : 1 se o comprimento de onda s é utilizado na aresta (i, j) para o produto k

4.1. Rotas disjuntas de arestas

Um modelo que trata a proteção com disjunção de arcos é mostrado a seguir. Basicamente, ele agrega ao *RWA* a proteção de rotas e é usado para o desenvolvimento da heurística que será mostrada na Seção 5.

$$min \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} t_k^{sij} \tag{1}$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^k - \sum_{(l,i) \in A} x_{li}^k = \begin{cases} 1, & se \quad i = origem_k, \quad \forall k \in K \\ -1, & se \quad i = destino_k, \quad \forall k \in K \\ 0 & \text{, caso contrário} \end{cases} \tag{2}$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^{kp} - \sum_{(l,i) \in A} x_{li}^{kp} = \begin{cases} 1, & se \quad i = origem_k, \quad \forall k \in K \\ -1, & se \quad i = destino_k, \quad \forall k \in K \\ 0 & \text{, caso contrário} \end{cases} \tag{3}$$

$$\sum_{s \in S} Q_s t_k^{sij} \geq d_k (x_{(i,j)}^k + x_{(i,j)}^{kp}), \quad \forall k \in K, \forall (i,j) \in A \tag{4}$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{s \in S} t_k^{sij} \leq W_{ij}, \quad \forall (i,j) \in A \tag{5}$$

$$t_k^{sij} \leq t_k^{s-1,ij}, \quad \forall k \in K, \forall s \in S, \forall (i,j) \in A \tag{6}$$

$$x_{ij}^{kp} + x_{ij}^k \leq 1, \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in K \tag{7}$$

$$x_{ij}^k, x_{ij}^{kp}, t_k^{sij} \in \{0,1\} \tag{8}$$

Função Objetivo: o número de comprimentos de onda alocados para trafegar os produtos deve ser minimizado no processo de roteamento;

Restrições 2 e 3: equações de fluxo para rotas de trabalho e proteção. Para cada produto k duas rotas serão escolhidas;

Restrições 4: a capacidade de transmissão de cada arco da rede deve ser maior que a demanda d_k, ou seja, escolhido um determinado arco na rede para trafegar o produto k, deve haver número de comprimentos de onda suficientes para suportar a demanda d_k;

Restrições 5: todo arco é limitado em sua utilização pelo parâmetro W_{ij} que define o número de comprimentos de onda que podem ser alocados naquele arco;

Restrições 6: estabelece que os comprimentos de onda devem ser alocados de forma sequencial para cada produto na rede;

Restrições 7: seja A_T o conjunto de arestas da rota de trabalho e A_P o da rota de proteção, a restrição define que $A_T \cap A_P = \varnothing$, ou seja, as rotas devem ser disjuntas de arcos;

Restrições 8: todas as variáveis do modelo são binárias.

4.2. Rotas disjuntas de nós

Este modelo é semelhante ao mostrado na Seção 4.1, a única diferença é que ele restringe a busca de rotas alternativas àquelas que sejam disjuntas de nós em relação à rota de trabalho escolhida. As restrições 9 definem essa característica.

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^k + x_{ij}^{kp} \leq 1, \quad \forall k \in K, \forall i \neq origem_k, \forall i \neq destino_k, \forall i \in N \tag{9}$$

Restrições 9: as rotas de trabalho e de proteção de um determinado produto não podem utilizar um mesmo nó da rede para trafegar a demanda d_k.

5. Heurística e Geração de Solução Inicial

A heurística implementada tem caráter construtivo e o objetivo é a obtenção de uma solução inicial para o problema. Como o problema tratado neste artigo é de minimização, o resolvedor *CPLEX* recebe como parâmetro a solução obtida pela heurística e define seu limite superior. Sendo assim, o *CPLEX* é executado para tenta obter a solução exata a partir do valor fornecido pela heurística, ou provando a otimalidade da solução encontrada ou obtendo a ótima a partir dela. Como resultado deste processo, é possível calcular o *gap* entre as soluções, havendo a possibilidade de comparar as abordagens em relação ao tempo de execução e ao valor encontrado para a função objetivo.

5.1. Descrição do Algoritmo

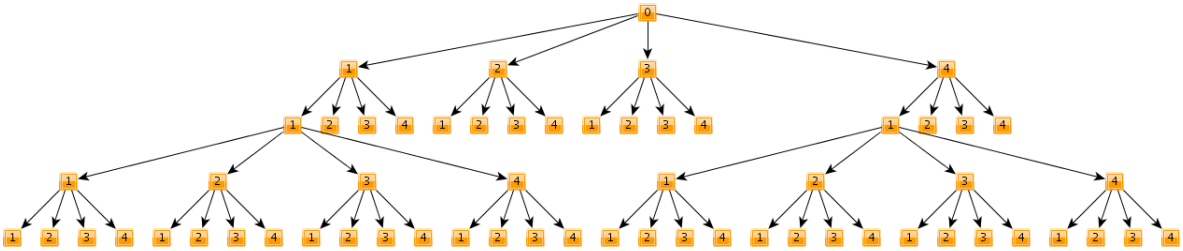

Figura 1. Árvore de Soluções

Para entender melhor a solução heurística proposta é necessário definir alguns conceitos. Seja P o conjunto dos p menores caminhos entre um par origem-destino (i, j). Esse conjunto é composto por rotas ordenadas por seus custos que são disjuntas em pelo menos um arco. A idéia central é explorar a árvore de soluções (Figura 1) alocando rotas para cada demanda d_k na rede, com base nas restrições do modelo matemático. As demandas podem ser atendidas em ordem crescente ou decrescente, mas para os testes elaborados, a ordem adotada foi a decrescente, por esta possibilitar um menor tempo de execução. Cada nó da árvore mostrada na Figura 1 representa um caminho para o produto que se encontra naquele nível da árvore, ou seja, a cada nível uma rota de trabalho e uma de proteção é alocada para um produto e cada nível corresponde ao atendimento de uma demanda d_k. Como a proteção é feita com disjunção de arcos, para cada demanda duas rotas disjuntas de arcos devem ser escolhidas de tal forma a minimizar o custo de alocação dos comprimentos de onda. Ao atingir um nó folha da árvore, o algoritmo já alocou todas as rotas necessárias para fornecer uma solução viável para o problema. Cortes e eliminações de soluções inviáveis são realizados em níveis intermediários, como mostrado na Figura 2.

O algoritmo implementado é recursivo e a cada nível i da árvore ele aloca uma rota para o produto i, gerando também a respectiva rota de proteção. Os $|P|$ menores caminhos estão em ordem crescente de custo, então aqueles que são analisados primeiro tem capacidade de fornecer as melhores soluções, sendo estas construídas nas iterações iniciais do algoritmo. Não há uma garantia de que toda solução encontrada será ótima, mas há uma boa aproximação visto que a obtenção das rotas é otimizada. A cada passo de execução do algoritmo, a rota selecionada é processada e ao mesmo tempo é feita a verificação da não violação das restrições do modelo. Como se trata de um algoritmo exponencial, optou-se por abortar a busca por soluções assim que uma solução viável seja encontrada.

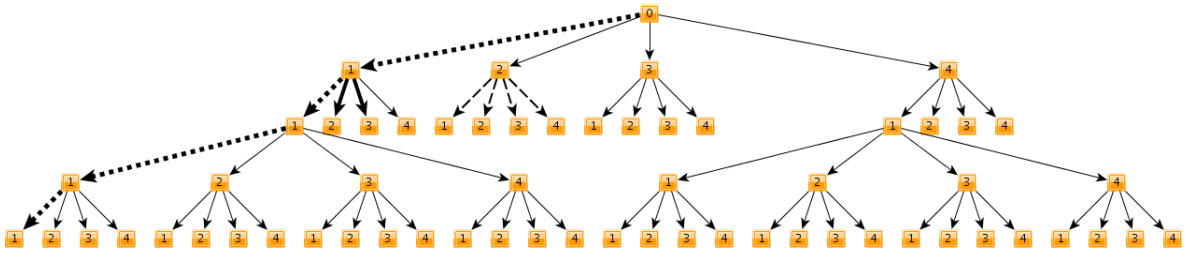

Figura 2. Cortes Realizados na Árvore de Soluções

5.2. Obtenção de Rotas e Otimizações

Na modelagem matemática as restrições de fluxo garantem que um caminho será escolhido para a rota de trabalho e um outro para a rota de proteção. A garantia dada pela heurística em relação à rotas é a geração, de forma sistemática, de um conjunto de caminhos para cada produto (demanda associada a um par origem-destino) na rede. Uma solução simples para gerar esse conjunto de caminhos é realizar uma busca em profundidade na qual todas as rotas entre o par origem-destino são encontradas. Entretanto, estes caminhos constituem um conjunto que possivelmente terá um grande número de elementos. Logo, tem-se a necessidade da geração de um conjunto menor, em que os elementos contribuam para a minimização da função objetivo.

Foi implementado um procedimento iterativo para gerar um conjunto de caminhos a serem utilizados no processo de roteamento. A idéia desenvolvida foi aplicar o algoritmo de *Dijkstra* à rede obtendo o menor caminho entre um par origem-destino. De posse das arestas do menor caminho encontrado, retira-se cada uma delas do grafo, uma de cada vez, calculando o próximo menor caminho entre a origem e o destino de referência. A retirada da aresta a que resultou na obtenção do menor caminho é mantida fora do grafo original, de tal forma que em outras iterações aquela aresta não seja utilizada para formação de novos caminhos.

O procedimento descrito anteriormente resulta no cálculo das rotas a serem analisadas no processo construtivo da solução. O método recursivo mencionado na Seção 5.1 tem a responsabilidade de eliminar as soluções inviáveis do problema através da eliminação das rotas de proteção que não sejam disjuntas de arcos com a rota de trabalho selecionada.

Para o modelo que considera rotas de proteção disjuntas de nós, o algoritmo pode ser modificado para atender a essa restrição com a seguinte mudança: ao alocar a rota de proteção para o produto k, selecionar apenas aquelas que cumpram esse requisito, aplicando uma função que detecta a disjunção de nós entre os dois caminhos selecionados.

Apesar de a complexidade em tempo de execução ser exponencial, o algoritmo se comporta bem em relação ao tempo de execução e memória consumida. Em relação aos cortes na busca, as possibilidades de aplicação dos mesmos se baseiam no fato de que ao não escolher uma rota r, as próximas a serem processadas na lista possuem custo maior. Isso implica na não necessidade de se analisar o restante dos caminhos para uma demanda d_k. Entre as podas realizadas estão as parciais, em que se a solução corrente já ultrapassa o valor da

melhor solução obtida até o momento, ela é descartada. Um outro tipo de poda proposta é uma estimativa da quantidade de comprimentos de onda que serão alocados para os produtos.

A estimativa mencionada anteriormente é feita da seguinte forma: é feito um pré-processamento da quantidade de comprimentos de onda necessária para cada tráfego de comunicação. A rota de menor caminho para cada produto é analisada e é calculado o número mínimo de comprimentos de onda que serão gastos nesse caminho. Como é necessário uma rota de trabalho e uma de proteção, o valor dessa estimativa é dobrado. No processo de construção da solução, as podas podem ser feitas da seguinte forma: se a soma entre todas as estimativas dos produtos ainda a serem processados e o valor corrente da solução for maior que a melhor solução obtida até o momento, a solução corrente é descartada. Analisando a Figura 2 é possível esclarecer como isso procede. Várias podas podem ser feitas nas subárvores definidas por cada uma das rotas, entretanto isso não modifica a complexidade do algoritmo, que continua sendo exponencial no pior caso.

O interessante é que a estimativa pode por acaso ser feita sobre caminhos inviáveis, mas é garantido que o custo de um caminho viável é maior, pois os caminhos estão dispostos em ordem crescente de custo no conjunto dos p menores caminhos. Sendo assim, essa estratégia ainda garante a viabilidade das soluções e permite uma redução significativa no tempo de execução.

6. Testes e Análise dos Resultados

As instâncias foram testadas com o resolvedor *CPLEX 12.1.0* sem nenhuma modificação de seus parâmetros de execução. Para a heurística foi usado um conjunto com 20 caminhos possíveis para cada demanda d_k, mas na prática apenas um sub-conjunto é usado. A configuração da máquina de referência para os testes é a seguinte:

- Linux 2.6.28-13-server Ubuntu x86_64 GNU/Linux;
- Processador *QuadCore Intel(R) Xeon(R) CPU E5405, 2.00GHz*;
- $8GB$ de memória *RAM* e $6MB$ de cache $L2$.

6.1. Entradas

As entradas são constituídas por quatro grupos de dados. O primeiro contém o conjunto do tráfego de comunicações, onde para cada produto são dados o seu identificador (id), origem, destino e demanda. No segundo, para cada comprimento de onda tem-se seu id e sua capacidade máxima. O terceiro parâmetro representa o número de vértices da rede e o quarto é o arquivo que contém a representação da rede, ou seja, o grafo. Esse grafo é constituído pelos custos associados a cada uma das arestas e das suas respectivas capacidades em número de comprimentos de onda que podem ser alocados nelas. Segue abaixo um exemplo simples de entrada.

Listagem 1. Exemplo de Entrada

```
# produtos (id origem destino demanda) {
1 1 3 20
2 4 2 30 }
# comprimentos de onda (id capacidade) {
1 10
2 10
3 10 }
# numero de vertices da rede
{ 4 }
{ arquivo_grafo }
```

Dentre os testes se encontram as instâncias clássicas, que são caracterizadas pelos grafos: $carrier_0$, $dora_1$, $mesh_2$, nsf_3, $ring_4$ e sul_5.

Foram gerados 60 problemas testes identificados por $test_\alpha\beta$, onde os índices são definidos como:

- α o identificador da rede que representa uma das 6 instâncias clássicas na ordem mostrada acima;
- β a configuração dos produtos utilizados, em que: $0 - 5$ correspondem a demandas de $0 - 200$ e $6 - 10$ correspondem a demandas de $201 - 1000$. Os testes variam de 20 em 20 produtos a serem atendidos na rede, começando em 20 e sendo incrementado até 100 para cada 5 testes consecutivos. Exemplo: $test_1 \Rightarrow 20$, $test_2 \Rightarrow 40$, ..., $test_5 \Rightarrow 100$, $test_6 \Rightarrow 20$, $test_7 \Rightarrow 40$, ..., $test_10 \Rightarrow 100$.

6.2. Análise dos Resultados

O resultado para as instâncias é mostrado na Tabela 1. É importante destacar que o tempo da solução exata, obtida pelo *CPLEX* e mostrada na tabela a seguir, corresponde apenas ao tempo de execução do *CPLEX*, medido em segundos. O tempo gasto na montagem do modelo, que envolve gerenciamento de memória e disco, não é levado em consideração devido à diferença existente entre as linguagens de programação usadas para a modelagem exata e para a heurística.

Tabela 1: Resultado dos Testes:

Teste	Heurística		Solução Exata		Gap %
	Valor	Tempo(s)	Valor	Tempo(s)	
test_01	569	0,005009	569,000	3,649	0
test_02	1356	0,010534	1351,000	19,866	0,3700
test_03	2224	0,015086	2218,999	35,643	0,2200
test_04	3075	0,020509	3070,000	58,384	0,1600
test_05	3785	0,025733	3780,000	79,486	0,1300
test_06	4208	0,007790	4208,000	67,600	0
test_07	8960	0,015839	8960,000	231,052	0
test_08	12242	0,020388	12242,000	441,298	0
test_09	15537	0,025665	15501,000	1589,387	0,2300
test_10	20526	0,030407	20490,000	2737,827	0,1700
test_11	393	0,002937	393,000	1,324	0
test_12	907	0,005024	907,000	9,635	0
test_13	1506	0,007527	1506,000	17,617	0
test_14	2190	0,011485	2190,000	28,813	0
test_15	2744	0,014591	2744,000	45,300	0
test_16	3084	0,002835	3071,000	38,105	0,4200
test_17	6963	0,005967	6861,000	122,431	1,4800
test_18	10742	0,008082	10640,000	288,700	0,9500
test_19	13615	0,010303	13498,000	363,651	0,8600
test_20	16969	0,012890	16813,000	525,844	0,9278
test_21	465	0,000512	465,000	0,286	0
test_22	963	0,001031	963,000	0,813	0

Tabela 1 – continuação da página anterior

Teste	Heurística		Cplex		Gap %
	Valor	Tempo(s)	Valor	Tempo(s)	
test_23	1468	0,001517	1468,000	1,519	0
test_24	1755	0,001990	1755,000	2,278	0
test_25	2225	0,002551	2225,000	3,622	0
test_26	2018	0,000484	2017,999	2,480	0
test_27	4402	0,000934	4402,000	16,749	0
test_28	6881	0,001436	6881,000	28,725	0
test_29	9041	0,001983	9041,000	51,362	0
test_30	11330	0,002519	11330,000	76,712	0
test_31	741	0,001751	741,000	1,183	0
test_32	1386	0,003993	1386,000	3,366	0
test_33	2072	0,006200	2072,000	8,878	0
test_34	2790	0,008136	2790,000	18,642	0
test_35	3465	0,009920	3465,000	32,333	0
test_36	4558	0,002056	4558,000	20,897	0
test_37	8303	0,004326	8302,999	69,534	0
test_38	12313	0,006636	12313,000	126,332	0
test_39	15884	0,008520	15884,000	228,927	0
test_40	19800	0,010386	19800,000	312,774	0
test_41	688	0,003118	679,000	1,185	1,3200
test_42	1298	0,006312	1289,000	7,071	0,6900
test_43	2082	0,009239	2057,999	8,426	1,1600
test_44	2736	0,012289	2705,000	12,369	1,1400
test_45	3402	0,015696	3354,000	25,069	1,4300
test_46	3674	0,005147	3674,000	21,413	0
test_47	7398	0,007367	7310,000	81,457	1,2000
test_48	11400	0,010371	11325,000	146,812	0,6600
test_49	14853	2,264661	14735,000	254,118	0,8000
test_50	18446	0,046653	18308,000	1416,656	0,7500
test_51	443	0,001066	443,000	1,093	0
test_52	878	0,002099	878,000	3,285	0
test_53	1353	0,003230	1353,000	9,280	0
test_54	1819	0,004334	1819,000	13,219	0
test_55	2269	0,005581	2268,999	16,646	0
test_56	2091	0,001310	2091,000	16,531	0
test_57	4383	0,002601	4383,000	45,241	0
test_58	7061	0,003647	7061,000	86,447	0
test_59	9463	0,004745	9463,000	137,668	0
test_60	-	-	-	-	-

Calculando matematicamente a aproximação dos valores obtidos pela heurística em relação à soluções exatas apresentadas, temos:

Desvio padrão:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \times \sum_{1}^{n} x_i - media^2} = 0.44174\%$$

O cálculo do desvio padrão facilita a visualização da qualidade da solução que heurística proposta fornece.

Através dos testes é possível justificar o que foi mencionado em seções anteriores sobre a otimização realizada na obtenção das rotas. O método implementado foi capaz de fornecer uma solução de boa qualidade, visto que o *gap* entre a solução heurística e a exata é muito baixo, menor que 2%.

Como exemplo de validade da heurística proposta, o $test_60$ se mostrou inviável para ambas as modelagens, o que mostra que a heurística não explora soluções inviáveis na obtenção de uma solução.

Para as instâncias com menor número de demandas a serem atendidas, quase todas as soluções encontradas foram ótimas. Isso acontece porque as arestas não chegam ao seu limite de tráfego, o que possibilita à heurística explorar um subespaço de soluções menor e convergir para a solução ótima em um curto intervalo de tempo.

No caso de instâncias maiores, a heurística não consegue convergir rapidamente, porque o gasto computacional aumenta em se procurar novas rotas que não estejam sobrecarregadas e em se eliminar as soluções inviáveis geradas ao longo da busca.

Em relação ao tempo de execução, a heurística se mostrou melhor em todos os casos. Mas há exceções em que a heurística não consegue nem obter uma solução viável. Isso serve para exemplificar que a heurística nem sempre é tão boa e pode não convergir facilmente por dois motivos: o método de cálculo dos menores caminhos implementado não é ótimo e uma solução viável não se encontra entre as primeiras rotas alocadas para os produtos $k \in K$. Este último caso caracteriza o comportamento exponencial, fazendo com que o programa realize diversas buscas recursivas sem encontrar uma solução viável.

7. Conclusões

O estudo sobre redes de fibra óptica tem se tornado cada vez mais importante no contexto de transmissão de dados em redes de telecomunicações. O desenvolvimento de técnicas para melhorar a utilização dessas redes tem atraído a atenção de pesquisadores e vem sendo amplamente discutidas em trabalhos científicos como este.

Baseado nisso, este artigo possibilitou um estudo mais detalhado sobre modelagem de roteamento de pacotes em redes de fibra óptica na qual é necessário prover uma certa garantia de qualidade da transmissão do fluxo de dados. A abordagem de rotas de proteção para fornecer alternativas no caso de falha de algum arco da rede, tem como principal objetivo o planejamento de uma rede tolerante a falhas.

Entretanto, a solução exata para instâncias maiores, ou seja, redes densas com grande número de nós e arestas, mostra-se inviável no tempo de execução. Com a implementação de um algoritmo que provê uma boa solução para o problema, foi possível diminuir o tempo de execução e detalhar vários aspectos, tais como possibilidades de podas de soluções, e até algumas falhas de modelagem foram possíveis de serem descobertas.

Os resultados obtidos para as modelagens exata e heurística serviram como base para comparações entre tais abordagens, no que diz respeito ao valor obtido para a função objetivo e ao tempo respectivo para obtê-lo.

Referências

Bazaraa, M. S., Jarvis, J. J., and Sherali, H. D. (1990). *Linear programming and network flows (2nd ed.)*. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, USA.

O'Carvalho, H. (2007). Alocação de tráfego em redes ópticas em anel com proteção. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais.

Parameswaran, A., Labrador, M. A., Habib, I., and Moreno, W. A. (2004). Improving bandwidth efficiency in fault-tolerant opaque IP over optical mesh networks. *International Journal of Network Management*, 14(1):19–27.

Resendo, L. C. (2008). Contribuições para o projeto de grooming de tráfego sobre redes ópticas WDM. Tese de doutorado, Universidade Federal do Espírito Santo.

Seo, S.-W. and Prucnal, P. R. (1995). Transparent optical networks for high-performance distributed computing. In *FTDCS '95: Proceedings of the 5th IEEE Workshop on Future Trends of Distributed Computing Systems*, page 178, Washington, DC, USA. IEEE Computer Society.

Shier, D. R. (1976). Algorithms for finding the k shortest paths in a network. *ORSA/TIMS Joint National Meeting*, page 115.

Tuba, M. (2009). Relation between static and dynamic optimization in computer network routing. In *AIKED'09: Proceedings of the 8th WSEAS International Conference on Artificial Intelligence, Knowledge Engineering and Data Bases*, pages 484–489, Stevens Point, Wisconsin, USA. World Scientific and Engineering Academy and Society (WSEAS).

Yang, X., Zhang, M., Mao, Y., Dang, M., and Li, L. (2002). All-optical WDM-Based IP Router Experimental Architectural Design and Analysis. In *ICA3PP '02: Proceedings of the Fifth International Conference on Algorithms and Architectures for Parallel Processing*, page 348, Washington, DC, USA. IEEE Computer Society.

Zang, H., Ou, C., and Mukherjee, B. (2003). Path-protection routing and wavelength assignment (RWA) in WDM mesh networks under duct-layer constraints. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 11(2):248–258.