

SEQUENCIAMENTO DE TAREFAS EM MÁQUINA DE MANUFATURA FLEXÍVEL PARA REDUZIR CUSTOS COM HORAS EXTRAS E ATRASOS DE ENTREGAS

Joaquim José da Cunha Júnior

Universidade Federal de Minas Gerais Av. Presidente Antônio Carlos, 6627, Belo Horizonte, MG jowcunha@yahoo.com.br

Mauricio Cardoso de Souza

Universidade Federal de Minas Gerais Av. Presidente Antônio Carlos, 6627, Belo Horizonte, MG mauricio.souza@pq.cnpq.br

RESUMO

Em máquinas de comando numérico computadorizado (CNC) as operações de fabricação são controladas por computador e empregam ferramentas dispostas numa caixa de ferramentas. O número de ferramentas que a caixa comporta é geralmente inferior ao total necessário para a execução de todos os produtos. Isso acarreta a parada da máquina para trocas de ferramentas. Essas paradas podem acarretar uso de horas extras e/ou atrasos nos prazos de entrega das tarefas. Nesse trabalho colocamos o problema de sequenciamento numa máquina CNC dentro de um horizonte conbrindo mais de um dia, e propomos modelos para minimizar o custo incorrido com horas extras e atrasos. O modelo foi testado em alguns cenários reais de chão-de-fábrica, evidenciando ganhos potenciais.

PALAVRAS CHAVE. Troca de ferramentas. Modelagem matemática. Sequenciamento de máquina. Área de classificação principal AG – Aplicações à Indústria.

ABSTRACT

Computer Numeric Control (CNC) machines perform manufacturing operations using tools disposed in a multi-tool magazine. Each job requires a subset of tools and the magazine cannot hold all tools at once. Thus there is the need of tool switches to perform jobs in succession. Setup to tool switching may lead to extra work or delay in due dates. We propose mathematical models to deal with these situations. We report numerical results with significant gains in comparison to the shop-floor practice where the study was conducted.

KEYWORDS. Tool switching problem. Mathematical modeling. Machine scheduling. Main area AG – Industrial Applications



1. Introdução

Problemas de sequenciamento de produção são amplamente abordados na literatura. Sua especificidade permite um vasto horizonte de pesquisa de acordo com os mais diversos processos de produção. Nesse artigo abordamos problemas de sequenciamento numa máquina que utilizada um conjunto de ferramentas agrupado de formas distintas para executar um conjunto de tarefas. Normalmente, máquinas controladas por comando numérico computadorizado (CNC), como tornos, puncionadeiras, fresas, etc., utilizam um conjunto de ferramentas necessárias à realização de suas atividades. É comum que a capacidade de alocação de ferramentas nessas máquinas seja inferior ao número total de ferramentas requeridas para o processamento de um conjunto de tarefas. Sendo assim, é necessário que ocorram trocas de ferramentas ao longo da produção para que seja possível a execução de todas as atividades.

O desenvolvimento cada vez mais veloz de novas tecnologias e o apoio estatal através de linhas de financiamento de fomento ao desenvolvimento industrial têm aumentado consideravelmente o acesso de pequenas e médias empresas a maquinários CNC. O salto tecnológico proposto por máquinas desse tipo pode proporcionar altos ganhos em qualidade e produtividade. Contudo, tais equipamentos incorrem em custos mais elevados e requerem técnicas de sequenciamento específicas. Na medida em que as máquinas se tornam cada vez mais flexíveis (através do desenvolvimento e uso de novas ferramentas) e processam um número maior de atividades a complexidade do sequenciamento focado na redução de trocas aumenta.

O trabalho em questão foi implementado em uma empresa de pequeno porte. Trata-se de uma caldeiraria leve especializada em metal-mecânica de precisão. A máquina é uma puncionadeira CNC com capacidade para utilizar 10 ferramentas de cada vez. As ferramentas trabalham aos pares. São matrizes (fêmeas) e punções (machos) com as mais distintas geometrias (redondos, quadrados, retângulos e etc.) capazes de realizar furos e cortes em chapas. Como o número total de ferramentas necessárias a fabricação de um conjunto de atividades normalmente excede a capacidade da caixa de ferramentas da máquina, trocas são necessárias.

O tempo de processamento das atividades em máquinas CNC é difícil de ser melhorado. Essas máquinas, normalmente, têm baixa interação humana e trabalham programadas por softwares CAM (*computer aided manufacturing*). Esses fatores proporcionam bons níveis de produtividade. Por outro lado, normalmente, as atividades de *setup* podem ser complexas e requerem tempos elevados para sua execução.

O desenvolvimento de metodologias de sequenciamento com foco em redução do tempo de *setup* pode ser uma forma extremamente conveniente para aumentar a produtividade dos equipamentos CNC. O tempo requerido para a execução do *setup* está diretamente ligado a quantidade de ferramentas que deverão ser substituídas.

O emprego de horas extras é prática comum para atender aos altos volumes requeridos de produção. Os custos vinculados a essa alternativa são naturalmente maiores que os custos de fabricação em condições normais e impactam negativamente de forma relevante nos resultados.

Além dos custos com horas extras, os atrasos em prazos de entrega e a insatisfação de clientes representam custos difíceis de serem mensurados e altamente representativos. A redução do tempo de *setup* possibilita a redução desses custos, bem como o apoio a tomada de decisão, no



sentido que, algumas vezes é difícil optar entre empregar horas extras ou assumir o atraso.

Isto posto, propomos o uso de modelos matemáticos capazes de oferecer sequências de produção que, considerando o número de trocas requeridas, minimizam os custos com horas extras e com atrasos de entrega. Apresentamos algumas considerações adotadas neste trabalho: (i) em cada espaço da caixa de ferramentas cabe exatamente uma ferramenta; (ii) não existem trocas simultâneas de ferramentas; (iii) o tempo de troca é considerado o mesmo para qualquer que seja a ferramenta; (iv) qualquer ferramenta pode ser colocada em qualquer posição da caixa de ferramentas sem que isso afete o tempo de processamento das atividades.

Após um breve exame de literatura acerca de problemas de minimização de trocas de ferramentas na seção 2, apresentamos, na Seção 3, as formulações matemáticas propostas visando a redução dos custos discutidos acima. Na Seção 4, apresentamos alguns cenários (com dados obtidos no ambiente fabril), suas características e resultados de experimentos computacionais com os modelos propostos. Por fim, delineamos algumas conclusões e oportunidades para trabalhos futuros.

2. Exame de literatura

O problema de minimização de trocas de ferramentas (PMTF), ao nosso conhecimento, começou a ser estudado de forma sistemática na literatura a partir dos trabalhos de Bard (1988) e Tang e Denardo (1988) (embora haja referências que problema semelhante ao PMTF tenha sido abordado por Belady (1966) no contexto de gerenciamento de memória de computador). O PMTF é NPdifícil (ver Crama et al. (1994)). Com relação às ferramentas as quais devem ser trocadas, no entanto, Bard (1988) e Tang e Denardo (1988) demonstraram que, definida uma sequência de jobs a ser processada, a minimização do número de trocas é obtida em tempo polinomial seguindo a política "mantenha a ferramenta a ser utilizada mais cedo".

Bard (1988) formulou o PMTF como um problema de programação não linear inteira. Para a otimização local do problema o autor propôs uma heurística de relaxação baseada em informação dual capaz de encontrar rapidamente soluções de boa qualidade. Tang e Denardo (1988) propuseram um modelo de programação inteira baseado em variáveis binárias que relacionam jobs assim como ferramentas carregadas na máquina a posições na ordem de sequenciamento. A formulação, porém é fraca em termos de relaxação linear, visto que esta é sempre zero. Alternativamente, Laporte et al. (2003) propuseram uma formulação baseada no modelo de Dantzig et al. (1954) para o problema do caixeiro viajante aliada ao uso de variáveis binárias para garantir que uma ferramenta necessária ao processamento de um job esteja carregada na máquina ao início de sua execução. A formulação de Laporte et al. (2003) domina em termos de relaxação linear a de Tang e Denardo (1988). Adicionalmente Laporte et al. (2003) propuseram um algoritmo tipo branch and bound cujos procedimentos de cálculo de limites ao valor da solução ótima não fazem uso de relaxação linear, e que parece ter melhor desempenho computacional do que técnicas clássicas de programação matemática. Yanasse (2007) desenvolveu um procedimento de cálculo de limites inferiores para o PMTF baseado na resolução de subproblemas. O autor demonstrou que o valor ótimo do número mínimo de trocas de ferramentas para um subconjunto estrito do total de jobs a serem processados é menor ou igual ao valor ótimo do número mínimo de trocas necessário ao processamento de todos os jobs. Assim



o procedimento seleciona um subconjunto de jobs e resolve de maneira ótima o subproblema que lhe é associado. Em seguida, é acrescentado um job por vez ao subproblema enquanto o esforço computacional para tal for considerado aceitável (Yanasse (2007)). Yanasse et al. (2008) propuseram que para o cálculo de limites superiores ao valor ótimo do PMTF seja mantido apenas as melhores (s = 1, 2, 3, ...) sequências parciais em cada nível da árvore num esquema de enumeração.

Crama et al. (1994) observam que o PMTF pode ser transformado num problema do caixeiro viajante equivalente se todos os jobs requererem exatamente Q ferramentas (jobs são associados a nós do grafo). Sendo assim, Crama et al. (1994) propuseram diversas heurísticas baseadas em algoritmos para o problema do caixeiro viajante para serem aplicadas na existência de jobs que requerem menos de Q ferramentas. Tais heurísticas empregam diferentes estimativas ao número de trocas de ferramentas entre dois jobs como distâncias entre dois nós no problema do caixeiro viajante. Seguindo essa linha, Hertz et al. (1998) propuseram novas estimativas ao número de trocas de ferramentas como distâncias entre nós, e desenvolveram heurísticas para o PMTF fazendo uso de heurísticas refinadas para o problema do caixeiro viajante desenvolvidas por Gendreau et al. (1992). AlFawzan e AlSultan (2003) exploraram, dada uma sequência de jobs, vizinhanças de trocas de jobs e de realocação de blocos de jobs na sequência dentro de um esquema de busca tabu. Os autores empregaram memórias de curto e longo prazo para penalizar movimentos que tenham sido realizados mais frequentemente ao longo da busca.

3. Modelagem matemática

Consideramos dadas J tarefas a serem sequenciadas numa máquina CNC dentro de um horizonte composto por T períodos. Cada período corresponde a um dia de trabalho. Cada dia é dividido em N posições que identificam a ordem de execução das atividades no dia; ou seja, se uma tarefa for executada na posição n=2, essa então é a segunda tarefa processada pela máquina no dia. Ao todo são requeridas M ferramentas para executar todas as tarefas, e C, C < M, é a capacidade da máquina (número de ferramentas que podem ser carregadas simultaneamente).

Propomos um modelo que objetiva minimizar o número de horas extras. Essas horas extras podem possuir custos unitários variáveis de acordo com a o dia da semana, quantidade realizada por um determinado colaborador ou, ainda, pela hora no dia em que ela é realizada. Abordamos primeiramente um problema com dois tipos de horas extras: tipo 1 e tipo 2. O modelo possui as variáveis O(t) e V(t) que indicam a quantidade de horas extras do tipo 1 e 2, respectivamente, que foram realizadas no período t, t = 1,...,T. A essas horas extras são associados custos unitários o e v, respectivamente. Os limites de horas extras que podem ser realizadas num período t são B(t) e G(t) para as horas do tipo 1 e 2, respectivamente. A capacidade de produção (em horas) em cada período t é dada por U(t).

Para estabelecer as ferramentas disponíveis na máquina em um determinado período e as ferramentas que devem entrar ou sair, utilizamos as seguintes variáveis binárias, para m = 1,...,M, n = 1,...,N, t = 1,...,T: Q(m,t) que indica através do valor 1 as ferramentas que entram na máquina no instante inicial de cada período (antes de processar a primeira atividade); W(m,n,t) que indica com o valor 1 as ferramentas que estão na máquina na posição n do período t e P(m,n,t) que indica com valor 1 as ferramentas que entram na máquina após executada a tarefa da



posição n do período t. Vale notar que a variável P(m,n,t), para n < N, controla as ferramentas que entram na máquina antes de iniciar a tarefa n + 1; e, para n = N, controla as ferramentas que entram na máquina ao final do período t, visando, se vantajoso, adiantar o *setup* para a primeira tarefa do período t + 1.

A variável binária x(j,n,t) indica com o valor 1, se a tarefa j, j=1,...,J, deve ser executada na posição n, n=1,...,N, do período t, t=1,...,T. O parâmetro A(j,m) indica se a tarefa j, j=1,...,J, requer a ferramenta m, m=1,...,M; e o tempo de processamento de cada tarefa é dado pelo parâmetro d(j). O tempo gasto com cada troca de ferramenta é constante, dado pelo parâmetro s.

3.1 - Modelo de Minimização de Custos com Horas Extras (MCHE)

Com as variáveis e parâmetros definidos acima, o modelo para minimização de custos com horas extras, denominado MCHE, no sequenciamento de tarefas numa máquina CNC se escreve da seguinte forma:

Função Objetivo: Minimizar
$$L = o \sum_{t=1}^{T} O(t) + \sum_{t=1}^{T} V(t)$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} 1: & (\sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} P(m, n, t) \\ & + \sum_{m}^{M} Q(m, t)) * s \sum_{j=1}^{J} \sum_{n=1}^{N} x(j, n, t) * d(j) \leq U(t) + O(t) + V(t) \quad \forall \ t = 1, ..., T \end{aligned}$$

$$2: O(t) \leq B(t)$$
 $\forall t = 1, ..., T$

$$3: V(t) \leq G(t)$$
 $\forall t = 1, ..., T$

$$4: P(m,n,t) \geq W(m,n+1,t) - W(m,n,t) \qquad \forall \ m=1,\dots,M; n=1,\dots,N-1; t=1,\dots,T$$

$$5: Q(m,t) + P(m,N,t-1) \ \geq \ W(m,1,t) - W(m,N,t-1) \qquad \forall \ m=1,\dots,M; t=2,\dots,T$$

6:
$$W(m, 1,1) - Q(m,1) \le 0$$
 $\forall m = 1, ..., M$

7:
$$\sum_{m=1}^{M} W(m, n, t) \le C$$
 $\forall n = 1, ..., N; t = 1, ..., T$

$$8: x(j,n,t)*A(j,m) \leq W(m,n,t) \qquad \forall \, m=1,\dots,M; \, j=1,\dots,J; \, n=1,\dots,N; \, t=1,\dots,T$$

9:
$$\sum_{n=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} x(j, n, t) = 1$$
 $\forall j = 1, ..., J$

$$10: \sum_{j=1}^{J} x(j,1,t) = 1 \qquad \forall t = 1, ..., T$$

$$11: \sum_{j=1}^{J} x(j,n+1,t) \leq \sum_{j=1}^{J} x(j,n,t) \qquad \forall n = 1, ..., N-1; \ t = 1, ..., T$$

$$12: x(j,n,t) \in \{0,1\} \qquad \forall m = 1, ..., N; \ t = 1, ..., T$$

$$13: W(m,n,t) \in \{0,1\} \qquad \forall m = 1, ..., M; \ n = 1, ..., N; \ t = 1, ..., T$$

$$14: P(m,n,t) \in \{0,1\} \qquad \forall m = 1, ..., M; \ n = 1, ..., N; \ t = 1, ..., T$$

$$15: Q(m,t) \in \{0,1\} \qquad \forall m = 1, ..., M; \ t = 1, ..., T$$

A função objetivo do modelo é composta por dois termos, relativos ao somatório dos custos com horas extras do tipo 1 e com horas extras do tipo 2.

A restrição (1) garante que o tempo total gasto com as trocas de ferramentas somado ao tempo de processamento das atividades não exceda a capacidade de processamento (capacidade de realização de horas normais acrescidas das horas extras do tipo 1 e do tipo 2). As restrições (2) e (3) garantem que a realização de horas extras não exceda o limite. A restrição (4) controla a troca de ferramentas para que aquelas necessárias numa posição n + 1 e que não estão na máquina na posição n sejam inseridas (entrando com valor 1 na variável P(m,n,t)).

As ferramentas necessárias à realização da primeira tarefa do dia podem ser colocadas na caixa de ferramentas através de trocas ao final do período anterior ou, antes do seu processamento, no início do dia. A restrição (5) garante que se um ferramenta requerida no instante 1 de um determinado período não está na máquina no último instante do período anterior ela deve ser colocada ou através de uma troca ao final do período anterior (P(m,N,t-1)) ou através de uma troca no início do próprio período (Q(m,t)). No caso do período 1, as ferramentas requeridas ao processamento da primeira tarefa devem, necessariamente, ser inseridas antes do seu processamento, conforme prevê a restrição (6).

A restrição (7) implica que o total de ferramentas na caixa de ferramentas não exceda sua capacidade. Todas as ferramentas necessárias à realização de uma tarefa devem estar na caixa de ferramentas na posição em que essa tarefa é processada, conforme garante a restrição (8).

A restrição (9) impõe que todas as atividades devem ser processadas uma única vez dentro do horizonte de planejamento. A restrição (10) exige que a primeira posição de cada dia seja ocupada por exatamente uma tarefa, e a restrição (11) que uma posição só deve ser ocupada se a anterior tiver sido. As restrições (10) e (11) em conjunto garantem que não serão alocadas duas tarefas a uma mesma posição. As restrições (12) a (15) impõem os domínios das variáveis.

3.2 – Modelo de Minimização de Custos com Hora Extras e Atrasos de Entrega (MCHEA)

A partir de algumas modificações no modelo MCHE é possível obter um novo modelo com penalização por atrasos. Nessa variante, à cada tarefa j, j = 1,...J, está associado um período



de entrega Tj(j), até o qual se a tarefa for realizada não há custo de atraso. Definimos a variável binária y(j,k) com atribui valor 1 se a atividade j foi executada no k-ésimo dia após Tj(j), k = 1,...,T-Tj(j)+1, e atribuímos um custo Cdd(j,k) de atraso no k-ésimo dia. O atraso equivalente a T-Tj(j)+1 significa que a tarefa não foi executada no período. A função objetivo incorpora mais uma parcela de custo, dada pelos custos de atraso:

Função Objetivo: Minimizar
$$L = o\sum_{t=1}^{T} O(t) + \sum_{t=1}^{T} V(t) + \sum_{n=1}^{N} \sum_{t=1}^{T+1-Tj(j)} Cdd(j,t) * y(j,t)$$

A exceção da restrição (9) as demais permanecem inalteradas e são aplicáveis ao modelo MCHEA. A restrição (9) é retirada, pois, como foi dito, no modelo MCHEA existe a possibilidade de não se processar uma determinada tarefa dentro do horizonte de planejamento caso, por exemplo, o custo com as horas extras necessárias exceda o custo de atraso.

Mais três restrições são necessárias para garantir a viabilidade do modelo, a restrição (16), que contabiliza os dias de atraso com relação à data de entrega da tarefa *j*. A restrição (17) que atribui zero aos atrasos maiores que o horizonte de planejamento (casos em que a atividade não será realizada dentro do horizonte). A restrição (18) faz o encadeamento da variável y(j,t) para contabilizar os dias de atraso de cada atividade. As restrições (16), (17) e (18) podem ser vistas a seguir.

16:
$$\sum_{n=1}^{N} \sum_{t=1}^{k} x(j,n,t) + y(j,k+1-Tj(j)) = 1 \qquad \forall j = 1,...,J; k = Tj(j),...,T-1$$

17:
$$\sum_{t=T+2-T_{j}(j)}^{T} y(j,t) = 0 \qquad \forall j = 1,...,J$$

18:
$$y(j,t) - y(j,t+1) \ge 0$$
 $\forall j = 1,...,J; t = 1,...,T+1-Tj(j)$

4. Resultados computacionais preliminares

Os modelos foram implementados em quatro problemas testes a partir de dois cenários obtidos através de dados reais. Os dados correspondem a três dias de produção gerando dois problemas testes com 2 e 3 períodos. No cenário 1 foram realizadas 14 tarefas nos primeiros dois dias (J=14 e T=2) e 21 tarefas nos três dias (J=21 e T=3). Nos dois problemas teste do cenário 1 foram utilizadas 25 ferramentas distintas (M = 25). No cenário 2 foram realizadas 26 tarefas ao longo de três dias (J = 26 e T=3), das quais 17 foram realizadas nos dois primeiros dias (J=17 e T=2). No cenário dois foram utilizadas 30 ferramentas distintas (M = 30). O tempo necessário para realizar a troca de qualquer ferramenta foi de 4 minutos (S = 4).

Para o cálculo dos custos incorridos com a prática de horas extras levamos em consideração o custo horário do operador. O custo normal de um operador desse tipo de maquinário é de R\$3.750,00 (salário mais despesas trabalhistas). O custo unitário para uma



jornada mensal de 220 horas é de R\$17,05. Para o cálculo das horas extras, adicionamos percentuais sobre o custo normal da hora de acordo com o tipo, 65% e 100%, para horas extras do tipo 1 e 2, respectivamente. Sobre os valores obtidos ainda incidem cerca de 20% relativos a custos trabalhistas adicionais que são pagos sobre as horas extras. Desta forma, os custos relativos a horas extras do tipo 1 (*o*) e 2 (*v*), nessa ordem, são R\$33,50 e R\$42,00.

Os custos associados aos atrasos em prazos de entregas de pedidos foram obtidos em termos dos valores das horas extras. Esses custos foram divididos em três tipos de acordo com as características de cada cliente (prioridade alta, média e baixa). Esses custos variam linearmente com a quantidade de dias em que houve atraso, ou seja, o custo de atrasar dois dias é o dobro do custo de atrasar um dia. Os custos de atraso de um dia para os três grupos são: R\$120,00; R \$60,00 e R\$10,00 para clientes de alta, média e baixa prioridade.

Os modelos foram implementados utilizando o CPLEX 11.0 em um computador com processador CORE i3 de 2,13GHz com 4 GB de memória RAM. O tempo limite para o processamento dos cenários com dois dias foi de 2 horas, para a implementação do cenário 1 com três períodos utilizou-se 4 horas. Para o cenário 2 com três períodos, o modelo não localizou solução viável após testes com até 10 horas de processamento.

4.1 - Cenário 1

Os dados do cenário 1 abrangem 3 dias (de quinta-feira a sábado) quando a empresa realizou um total de 16 horas e 16 minutos extras sendo que, 10 horas foram do tipo 1 e 6 horas e 16 minutos foram do tipo 2. O custo total com horas extras foi de R\$593,20. Somado a isso, verificou-se nesse período um custo adicional de R\$300,00 com não atendimento a prazos de entrega, chegando a um total de R\$893,20. Os resultados com a implementação dos modelos MCHE e MCHEA podem ser vistos nas tabelas 1, 2 e 3.

	Caso Real - Cenário 1						
Horas Extras Horas Extras Tipo 1 Tipo 2		Custos c/ Horas Extras	Custos c/ Atrasos	Custo Total			
t=2	6	4	R\$ 366,00	R\$ 300,00	R\$ 666,00		
t=3	10	6,27	R\$ 593,20	R\$ 300,00	R\$ 893,20		

Tabela 1 – Custos verificados no Cenário 1

	Resultados do modelo MCHE para o cenário 1						
Horas Extras Tipo 1		Horas Extras Tipo 2	Custos c/ Horas Extras	Redução	Redução Percentual		
t=2	6	2,57	R\$ 305,80	R\$ 60,20	16,45%		
t=3	10	1,67	R\$ 400,00	R\$ 193,20	32,57%		

Tabela 2 – Resultados obtidos com o modelo MCHE para o cenário 1

	Resultados do modelo MCHEA para o cenário 1						
	Horas Extras Tipo 1	Horas Extras Tipo 2	Custos c/ Horas Extras	Custos c/ Atrasos	Custo Total	Redução	Redução Percentual
t=2	74	0	R\$ 40,70	R\$ 110,00	R\$ 150,70	R\$ 515,30	77,37%
t=2 t=3	232	0	R\$ 127,60	R\$ 80,00	R\$ 207,60	R\$ 685,60	76,76%

Tabela 3 – Resultados obtidos com o modelo MCHEA para o cenário 1

Nos problemas teste do cenário 1 foi possível se chegar, ao final do tempo de processamento, a uma diferença percentual entre os limites inferiores e superiores de 3,70% e 1,93% para T=2 nas tabelas 2 e 3, respectivamente; e de 10,14% e 0,03% para T=3 nas tabelas 2 e 3, respectivamente.

4.2 – Cenário 2

Os dados do cenário 2 são similares aos cenário 1. Escolhemos um cenário com utilização maior de ferramentas distintas (*M*=30) abrangendo 3 dias (também de quinta-feira a sábado) quando a empresa realizou um total de 20 horas extras sendo que, 15 horas foram do tipo 1 e 5 horas foram do tipo 2. O custo total com horas extras foi de R\$402,00. Além dos custos com horas extras, os custos por atraso representaram R\$420,00, somando um total de R\$822,00. Os resultados com a implementação dos modelos MCHE e MCHEA são apresentados nas tabelas 4, 5 e 6.

	Caso Real - Cenário 2					
	Horas Extras Horas Extras Custos c/ Custos c/					
	Tipo 1	Tipo 2	Horas Extras	Atrasos	Custo Total	
t=2	6	2,5	R\$ 303,00	R\$ 420,00	R\$ 723,00	
t=3	9	2,5	R\$ 402,00	R\$ 420,00	R\$ 822,00	

Tabela 4 - Custos verificados no Cenário 2

	Resultados do modelo MCHE para o cenário 2						
	Horas Extras Tipo 1	Horas Extras Tipo 2	Custos c/ Horas Extras	Redução	Redução Percentual		
t=2	3,68	0,00	R\$ 121,55	R\$ 181,45	59,88%		
t=3							

Tabela 5 – Resultados obtidos com o modelo MCHE para o cenário 2



	Resultados do modelo MCHEA para o cenário 2						
	Horas Extras Tipo 1	Horas Extras Tipo 2	Custos c/ Horas Extras	Custos c/ Atrasos	Custo Total	Redução	Redução Percentual
t=2 t=3	180	5	R\$ 102,50	R\$ 30,00	R\$ 132,50	R\$ 590,50	81,67%
t=3	254	5	R\$ 143,20	R\$ 80,00	R\$ 223,20	R\$ 598,80	72,85%

Tabela 6 – Resultados obtidos com o modelo MCHEA para o cenário 2

Nos problemas teste do cenário 2 foi possível se chegar, ao final do tempo de processamento, a uma diferença percentual entre os limites inferiores e superiores de 31,56% e 21,51% para T=2 nas tabelas 5 e 6, respectivamente; e de 16,39% para T=3 na tabela 6.

4.3 – Síntese dos Resultados

As reduções do número de troca de ferramentas e o planejamento com foco em redução de custos demonstraram potencial prático expressivo. Verificamos reduções de até 81,67% conforme resultado apresentado para o cenário 2 com dois dias. Por outro lado, não obtivemos sequer uma solução viável para o planejamento de 3 dias no cenários 2. Isso indica a complexidade do problema e a dificuldade de obter respostas ótimas.

É importante notar que ganhos da ordem de duzentos (quinhentos) Reais no cenário 1 (2) em dois dias geram economias da ordem de 25 (65) mil Reais no ano. Além disso, para as situações com maior número de tarefas e ferramentas, cenário 2, as soluções obtidas nos testes preliminares podem ser passíveis de melhoria, tendo em vista que os *gaps* entre limites inferiores e superiores estão acima de 15%.

Os ganhos obtidos através da implementação dos modelos MCHE e MCHEA foram sintetizados e podem ser avaliados na figura 1.

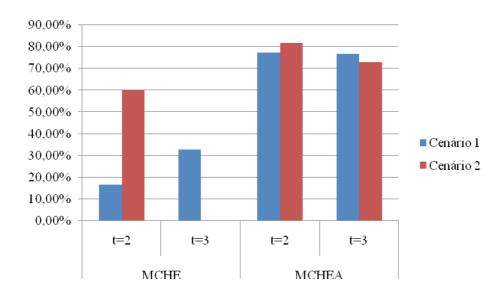


Figura 1 – Gráfico de reduções com a implementação dos modelos.



5. Conclusão e trabalhos futuros

Os resultados obtidos durante a implementação computacional atestam a viabilidade e conveniência da aplicação de modelos de otimização no ambiente fabril. Embora a complexidade matemática do problema não tenha permitido operar com resultados ótimos, as soluções apresentadas com tempos relativamente baixos de processamento computacional trazem ganhos bastante interessantes.

Algumas extensões ao trabalho estão sendo estudadas como, por exemplo, a aplicação de rotinas do tipo "mantenha as ferramentas que serão utilizadas mais cedo na máquina" sobre uma dada sequência de tarefas *j* para reduzir ainda mais o número de trocas de ferramentas.

Futuramente, pretendemos desenvolver métodos de resolução que permitam tratar instâncias maiores, por exemplo para um horizonte dom cinco períodos, cobrindo uma semana de planejamento. Esses métodos podem metaheurísitcas que venham enventualmente fazer uso de modelos para resolver de forma exata subproblemas menores. É importante também vir a estudar o modelo com algumas características adicionais que permitam incorporar, por exemplo, (i) reduções em instantes de trocas e (ii) aplicação a equipamentos com mais de uma caixa de ferramenta.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Professor Horácio Yanasse pelas valiosas contribuições na modelagem do problema.

Referências

AlFawzan, M.A., e AlSultan, K.S., (2002), A tabu search based algorithm for minimizing the number of tool switches on a flexible machine, *Computers and Industrial Engineering*, 44, 3547. **Belady**, L.A., (1966), A study of replacement algorithms for virtual storage computers, *IBM*

Systems Journal, 5, 78101. **Bard, J.F.**, (1988), A heuristic for minimizing the number of tool switches on flexible machine,

IIE Transactions, 20, 382391.

Crama, Y., Kolen, A.W.J., Oelermans, A.G., e Spieksma, F.C.R., (1994), Minimizing the number of tool switches on a flexible machine, *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 6, 3354.

Cunha Júnior, J. J., e de Souza, M.C., (2009), Minimização de troca de ferramentas numa máquina CNC: Aplicação de uma heurística gulosa a um caso real, XLI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Porto Seguro, Brasil

Dantzig, G.R., Fulkerson, D.R., e Johnson, S.M., (1954), Solution of a largescale traveling salesman problem, *Operations Research*, 2, 393-410.

Feo, T.A., e Resende, M.G.C., (1995), Greedy randomized adaptive search procedures, *Journal of Global Optimization*, 6, 109-133.



Gendreau, M., Hertz, A., e Laporte, G., (1992), New insertion and postoptimization procedures for the traveling salesman problem, *Operations Research*, 40, 1086-1094.

Hertz, A., Laporte, G., Mittaz, M., e Stecke, K., (1998), Heuristics for minimizing tool switches when scheduling part types on a flexible machine, *IIE Transactions*, 30, 689-694.

Laporte, G., Salazar, J.J., e Semet, F., (2003), Exact algorithms for the job sequencing and tool switching problem, *IIE Transactions*, 35, 1-9.

Resende, M.G.C., e Ribeiro, C.C., (2003), Greedy randomized adaptive search procedures, In: Glover, F., e Kochenberger, G., (Editores.), *Handbooks of Metaheuristics*, Kluwer Academic Publishers, 219–249.

Tang, C.S., e Denardo, E.V., (1988), Models arising from a flexible manufacturing machine. Part I: Minimization of the number of tool switches, *Operations Research*, 36, 767-777.

Yanasse, H.H., (2007), Limitante inferior para o problema de minimizar o número de trocas de ferramentas. In: *Anais do XXXIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 1886-1892.

Yanasse H.H., Senne E.L.F., e **Rodrigues R.C.M.,** (2008), An improved ordering scheme for solving the minimization of tool switches problem, *Annales del XIV Congresso Latino Ibero Americano de Investigatión Operativa, Cartagena, Colômbia.*