

Gráfico de controle baseado no filtro de Kalman

Francisco D. Moura Neto

Instituto Politécnico
Universidade do Estado do Rio de Janeiro
28630-050 – Nova Friburgo, RJ, Brazil
fmoura@iprj.uerj.br

Maysa S. de Magalhães

Escola Nacional de Ciências Estatísticas
Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
20231-050 – Rio de Janeiro, RJ, Brazil
maysademagalhaes@gmail.com

Viviany L. Fernandes

Instituto Politécnico
Universidade do Estado do Rio de Janeiro
28630-050 – Nova Friburgo, RJ, Brazil
vfernandes@iprj.uerj.br

Em sua investigação do monitoramento de um perfil linear, Kang e Albin (2000) propuseram um gráfico de controle qui-quadrado baseado em estimadores obtidos por mínimos quadrados e gráficos EWMA/R aplicados aos resíduos, ou seja, as diferenças entre a linha de referência e os perfis amostrais. O gráfico de EWMA monitora o desvio médio do perfil de controle e o gráfico da amplitude monitora a variação dos desvios. Estas duas abordagens foram aplicadas ao monitoramento de controladores do fluxo de massa. Eles compararam o desempenho destas abordagens através do número médio de amostras até um sinal, e concluíram que os gráficos EWMA/R combinados levam a uma detecção mais rápida de pequenas alterações nos atributos dos controladores de fluxo de massa. Desde então, vários trabalhos têm apresentado resultados de pesquisas para o monitoramento de perfis.

Considerando o exemplo de monitoramento de um perfil linear estudado por Kang e Albin (2000), Kim *et al.* (2003) propuseram, para a fase II, isto é, para o monitoramento do processo, três gráficos de controle EWMA, para o intercepto, a inclinação do perfil e para a variância do erro. Os autores usaram três gráficos conjuntamente, e estabeleceram que um sinal de qualquer um dos gráficos resultava em um alarme. Eles recodificaram os valores das variáveis independentes de tal forma a ter média zero, a qual leva à independência estocástica entre os estimadores do intercepto e da inclinação. Eles concluíram que este procedimento melhorou efetivamente a velocidade de detecção no monitoramento de perfis lineares simples. O número médio de amostras até um sinal foi a medida de desempenho adotadas por eles e simulações foram feitas para obter o seu valor para os diversos níveis de desvios dos parâmetros.

Nós investigamos o monitoramento de um processo, a fase II, quando a sua característica de qualidade é satisfatoriamente representada por um perfil linear. A estimação dos parâmetros de regressão é realizada pelo filtro de Kalman que é então combinado com um gráfico de controle qui-quadrado para monitorar os parâmetros do processo. Este gráfico leva em consideração todas as observações do processo de produção para decidir se o processo está em controle ou fora de controle. Uma estatística qui-quadrado é calculada para cada amostra, que é extraída do processo. Este estudo mostra por meio de extensa simulação numérica que é vantajoso usar o gráfico de controle proposto com base em estimativas do filtro de Kalman, quando comparado com gráficos baseados nas estimativas de mínimos quadrados ordinários, com gráficos EWMA/R de Kang e Albin (2000), bem como com o gráfico EWMA₃ proposto por Kim *et al.* (2003).

Palavras-chave: Controle Estatístico de Processos, filtro de Kalman, aplicação em calibração

Control chart based on Kalman filter

In their investigation on the monitoring of a linear profile, Kang and Albin (2000) proposed a chi-square based least squares control chart and EWMA/R charts applied to the residuals, that is, the differences between the reference line and the sample profiles. The EWMA chart monitors the average deviation from the in-control line and the range chart monitors the variation of the deviations. These two approaches were applied to the monitoring of mass flux controllers. They compared the performance of these approaches by computing the average number of samples until a signal, and concluded that EWMA/R chart combination is faster in the detection of small changes in the attributes of the controllers. Since then, several papers have presented research results for the monitoring of profiles.

Considering the linear profile monitoring application studied by Kang and Albin (2000), Kim *et al.* (2003) proposed for phase II, that is, for monitoring the process, three EWMA control charts, for the intercept, the declivity of the profile and the error variance. The authors use the three charts jointly, and established that one signal from any of the charts triggers an alarm. They recoded the values of the independent variable in such a way as to have zero mean, which lead to the stochastic independence between the intercept and declivity estimators. They concluded that this step effectively improved the speed of detection in the monitoring of simple linear profiles. The average number of samples until a signal was the performance measure adopted by them and simulations were done to obtain its value for the various levels of the shifts of the parameters.

We investigate the monitoring of a process, the phase II, when its quality characteristic is satisfactorily represented by a linear profile. The estimation of the regression parameters is accomplished by the Kalman filter which is then coupled with a chi-square control chart to monitor the process parameters. This chart takes into account all the observations of the process in the production run to decide whether the process is in or out-of-control. A chi-square statistic is computed for each sample that is drawn from the process. This study shows by extensive numerical simulation that it is advantageous to use the proposed control chart based on Kalman filter estimates when compared with charts based on ordinary least square estimates, and the EWMA/R chart of Kang and Albin (2000) as well as the EWMA₃ chart proposed by Kim *et al.* (2003).

Keywords: Statistical process control, Kalman filter, calibration applications

References:

- Kang, L. and Albin, S.L.** (2000), On-line monitoring when the process yields a linear profile, *Journal of Quality Technology*, 32, 418-426.
- Kim, K., Mahmoud, M.A., Woodall, W.H.** (2003), On the monitoring of linear profiles, *Journal of Quality Technology*, 35, 317-328.