

Estimativas de Tempos de Atividades em Projetos via Modelo de Programação Matemática

Luiza Cristina Jordão Braga Vilaça

Universidade Federal de Pernambuco, UFPE
Núcleo de Gestão – Centro Acadêmico do Agreste – CAA.
email: luiza.vilaca@hotmail.com

Diogo de Carvalho Bezerra

Universidade Federal de Pernambuco, UFPE
Núcleo de Gestão – Centro Acadêmico do Agreste – CAA.
email: dicbezerra@hotmail.com

Alane Alves Silva

Universidade Federal de Pernambuco, UFPE
Núcleo de Gestão – Centro Acadêmico do Agreste – CAA.
email: alaneas@yahoo.com.br

RESUMO

Estimar a duração das atividades que compõem um projeto é uma das fontes de incerteza na gestão de projetos. Este trabalho tem como objetivo mensurar tal incerteza, levando em conta o conhecimento *a priori* de especialistas uma vez que o caráter único apresentado nos projetos dificultam a utilização dos métodos clássicos de inferência. O protocolo de educação proposto por Campello(2007), baseando em um modelo de programação linear, será utilizado para estimar as durações das atividades.

PALAVRAS CHAVES. Educação, programação matemática, projetos.

ABSTRACT

To estimate the duration of activities that comprise a project is one of sources of uncertainty in project management. This study aims to measure such uncertainty, taking into account the *a priori* expert knowledge since the uniqueness in the designs presented hampers classical methods of inference. The protocol of elicitation proposed by Campello de Souza (2007), based in a linear programming model, will be used to estimate the durations of activities.

KEYWORDS: Probabilities families, elicitation, mathematical programming, uncertainty.

1 Introdução

O gerenciamento de projetos é uma ferramenta fundamental para manutenção da vantagem competitiva das organizações. A ênfase dada às etapas associadas à realização de projetos, isto é, as atividades organizacionais com início e fim bem definidos, resultam no desenvolvimento de produtos, sejam eles na forma de bens ou serviços, com menores custos e tempo despendido. Porém, a incerteza é algo presente na gestão de projetos e mensurá-la é um campo aberto para estudos.

De acordo com Khodakarami et al.(2007), uma das principais fontes de incerteza na gestão de projetos encontra-se na estimação da duração das atividades que compõem o projeto e consequentemente determinam a duração do mesmo. Mensurar tal incerteza será o objetivo deste trabalho, uma vez que a eficácia das técnicas de gestão de projetos depende de uma boa estimativa das durações das atividades (Hill et.al.(2000)). O caráter único, presente nos projetos, é uma das principais dificuldades no uso dos métodos clássicos de estatística para estimar a duração das atividades presentes em um projeto, uma vez que não existe um histórico de dados sobre o problema. Os métodos clássicos de inferência baseiam-se no conceito frequentista da probabilidade que se fundamenta na regularidade estatística das frequências relativas, que envolvem uma longa sequência de repetições da mesma situação (Silva(2007)).

Nesta situação o conhecimento que um especialista detenha a respeito do problema em questão assume importância acentuada. Ao se referir a um especialista esta-se pensando em um indivíduo com um grande e detalhado conhecimento sobre determinado assunto. Detalhes sobre essa definição podem ser encontrados em Campello de Souza (2007) e O'Hagan et.al. (2006). Desta forma, torna-se útil incorporar a experiência de especialistas na área do projeto para estimar a duração de tais atividades. Para tanto, far-se-á uso do modelo de educação do conhecimento a priori de especialistas proposto por Nadler e Campello(2001) e Campello(2007).

A inferência bayesiana trabalha neste contexto em que os dados são escassos. A probabilidade *a priori* usada no contexto bayesiano, também chamada de probabilidade subjetiva ou epistêmica, representa o grau de crença que um indivíduo tem na ocorrência de um evento que é representada em termos da variável aleatória θ e precisa ser eduzida de um especialista (em Khodakarami et al.(2007) utiliza a abordagem bayesiana na gestão de projetos). Um dos problemas dessa abordagem, como é exposto em (Nadler Lins & Campello de Souza, 2001), é que uma distribuição *a priori* precisa para a variável aleatória θ é requerida do especialista. Os modelos de probabilidades imprecisas tentam resolver essa desvantagem, como por exemplo probabilidades superior e inferior (Dempster, 1966), previsões superiores e inferiores (Walley, 1996) e outra opção é trabalhar com famílias de distribuição de probabilidade que é o caso do modelo adotado neste trabalho.

Outro ponto a destacar é que uma classe dos métodos de educação que são utilizados impõem uma estrutura para a distribuição que será usada para representar o conhecimento do especialista. Deste modo, os métodos assumem que tal conhecimento pode ser bem representado por algum membro de alguma família específica de distribuição paramétrica. Exemplos podem ser encontrados em Gosling (2005), O'Hagan (1998) onde são apresentados métodos usando as distribuições uniforme e beta. Oakley e O'Hagan (2007) aponta desvantagens no uso deste tipo de abordagem uma vez que a mesma força as crenças do especialista a se ajustarem a uma distribuição dada, não levando em consideração que outras densidades de probabilidade poderiam se ajustar muito bem aos *inputs* fornecidos pelo especialista. Winkler (1967) argumenta que o especialista não tem uma “verdadeira” função de densidade esperando para ser eduzida. Sendo assim, diferentes métodos podem eduzir diferentes distribuições do mesmo especialista sobre o mesmo fenômeno. Oakley & Hagan (2007) propõem um método não paramétrico para educação que oferece maior flexibilidade e uma maior acurácia ao modelar a opinião do especialista.

2 Gerenciamento de Projetos

A PMI (*Project Management Institute*) define um projeto como “um esforço temporário para produzir um único produto, serviço ou resultado”(PMBOK(2008)). Outra forma de definir um projeto e visualizá-lo como uma rede de atividades interrelacionadas e finitas que buscam atingir um dado resultado em um

determinado tempo e utilizando uma alocação específica de recursos. Conforme Correa(2008) , cada projeto é delimitado por seus resultados, tempo e recursos, sendo necessário fazer um *trade-offs* entre eles.

Na sua grande maioria, os projetos se destacam por seu caráter único, ou seja, um conjunto de atividades que serão executados uma única vez, muito embora algumas de suas atividades possam ser aproveitadas em outras situações ou contextos.

De acordo com Meredith(2002), os projetos na verdade são processos executados sem frequência ou *ad hoc*, isto é, são sistemas que cuidam das decisões únicas, decisões que precisam ser tomadas apenas uma ou poucas vezes durante o tempo de vida de uma organização. Estes projetos, para que tenham êxito, dependem da clareza de seus objetivos e da sinergia com que a equipe coordena às atividades relativas a ele. Sobre essa questão Meredith (2002) afirma

"O procedimento de programação de operações de projeto deve ser capaz não só de identificar e lidar com uma série de tarefas que devem ser executadas, mas também de lidar com o sequenciamento de tempo. Além disso, deve ser capaz de integrar o desempenho e o timing de todas as tarefas com o projeto como um todo, para que se possa exercer um controle, por exemplo, deslocando recursos de operações com folgas para outras operações cujo atraso ameace a conclusão do projeto na data prevista."

Segundo Heizer e Render(2001), tais projetos são considerados projetos especiais e sua gestão engloba três fases: planejamento, programação e controle. Para o desenvolvimento dessas fases, assim como o gerenciamento dos *trade-offs*, faz-se necessário o uso de algumas técnicas que auxiliem o trabalho dos gerentes.

Há uma série de técnicas que dão suporte a gerência de projetos tais como: PERT (*Program Evaluation and Review Technique*), CPM (*Critical Path Method*), CCS (*Critical Chain Scheduling*) and MCS(*Monte Carlo Simulation*) entre outras. Mais detalhes sobre cada uma delas podem ser encontrados em Khodakarami et. al.(2007). O PERT e CPM, ambos criados na década de 50, são métodos independentes que representam um projeto graficamente por meio de uma rede de precedência que permite visualizar a sequência lógica do projeto com as interdependências das atividades que o compõem. O objetivo destas técnicas é a de facilitar a gestão, coordenação e controle das várias atividades envolvidas em um projeto.

A técnica CPM considera que os tempos ou duração de cada atividade são conhecidos com certeza, ou seja é uma técnica puramente determinística (Mummolo(1997)). A atenção desta técnica concentra-se em determinar um "caminho crítico" o qual é composto pelas atividades que não têm folga em sua duração; qualquer atraso em qualquer uma delas implicará em atraso na execução do projeto. Diferentemente a técnica PERT incorpora a incerteza presente na duração das atividades que compõem o projeto. Tal incerteza é mensurada por uma distribuição de probabilidade para cada atividade, a distribuição beta, que leva em conta três diferentes estimativas de tempo (pessimista, mais provável e otimista) ao invés de uma única medida para a duração destas atividades como no método CPM. Com as estimativas para a duração de cada atividade, é calculada a duração esperada do projeto. Por incorporar a incerteza, o PERT é uma abordagem mais realista que o CPM. No entanto, o método PERT não deixa claro como obter as medidas de tempos (pessimista, mais provável e otimista) (detalhes em Khodakarami et.al (2007)).

Estabelecida a rede que representa o projeto com a duração de todas as atividades, é possível determinar o tempo mínimo necessário para execução do projeto. Para tanto, basta calcular o caminho mais longo da rede, o qual é denominado de caminho crítico, que é determinado pelos seguintes parâmetros:

- **D** - duração (*duration*)
- **ES** - data mais cedo de início da atividade
- **EF** - data mais cedo de término da atividade
- **LF** - data mais tarde de término da atividade

- LS - data mais tarde de início da atividade
- S - tempo de folga da atividade

As datas mais cedo de início e de término de uma atividade j são determinadas pelas seguintes expressões:

$$\left. \begin{aligned} ES_j &= \max[ES_i + D_i] \\ EF_j &= [ES_j + D_j] \end{aligned} \right\} \text{onde } i \text{ é a atividade que precede } j.$$

Para as datas mais tarde de término e início de uma atividade i , admite-se as expressões:

$$\left. \begin{aligned} LF_i &= \min[LF_j - D_j] \\ LS_i &= [LF_i + D_i] \end{aligned} \right\} \text{onde } j \text{ é a atividade que sucede } i$$

A folga de cada atividade pode ser determinada das duas maneiras a seguir:

$$S = LS - ES \quad \text{ou} \quad S = LF - EF$$

Considere a rede a seguir que representa um projeto composto por 5 atividades e cuja duração das atividades encontra-se entre parênteses.

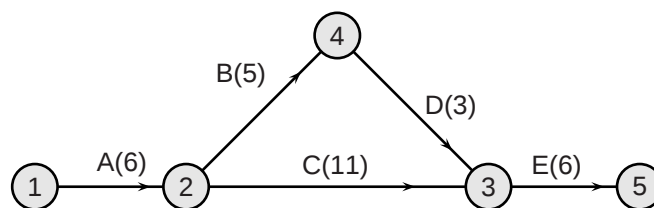


Figura 2.1: Rede de atividades.

Fazendo os cálculos das quantidades descritas anteriormente, tem-se o seguinte:

Atividade	D	ES	EF	LS	LF	S
A	6	0	6	0	6	0
B	5	6	11	9	14	3
C	11	6	17	6	17	0
D	3	11	14	14	17	3
E	6	17	23	17	23	0

A partir deste ponto é possível identificar as atividades que têm folga nula, estas serão as atividades críticas as quais ao atrasarem atrasam todo o projeto. Além disso, de acordo com o método CPM estas atividades irão compor o chamado caminho crítico. Desta forma, no presente exemplo as atividades que compõem o caminho crítico serão A, C e E. O método PERT usa a mesma abordagem para determinar o caminho crítico, no entanto, assume que as durações das atividades são incertas. Como mencionado anteriormente leva-se em conta três estimativas de tempo para cada atividade afim de mensurar a incerteza por meio da distribuição beta, que são elas:

- Pessimista (b)
- Mais Provável (m)
- Otimista (a)

De posse dessas medidas é possível calcular a duração média de cada atividade com suas respectivas variâncias dadas pelas expressões a seguir:

$$\mu = \frac{a + 4m + b}{6} \quad (2.1)$$

$$\sigma^2 = \frac{b - a}{6} \quad (2.2)$$

Sendo assim, as durações médias de cada atividade são utilizadas na determinação do caminho crítico.

A seção seguinte descreve um método de estimar estas durações quando não se dispõe de dados históricos sobre a duração das atividades e neste contexto, não se pode utilizar a abordagem da estatística clássica.

3 Método de Educação do Conhecimento de Especialistas

O conhecimento de especialistas sobre determinado assunto pode ser representado por meio de distribuições de probabilidade, muitas vezes chamada de probabilidade subjetiva ou epistêmica. Tal probabilidade representa o grau de crença que um indivíduo tem na ocorrência de um evento que é representado em termos de uma variável aleatória θ (mais detalhes em Berger(1985), Campello(2007), Keeney e Raiffa(1976) e Silva(2007)). O conhecimento destes especialistas pode ser mensurado e expresso em termos de famílias de distribuições de probabilidade por meio do protocolo de educação proposto em Nadler Lins(2000) e Nadler Lins e Campello de Souza (2001) e desenvolvido em Campello de Souza(2007) e Silva(2007). No presente trabalho o interesse concentrasse em estimar, por meio do protocolo de educação, a duração das atividades que compõem um projeto. Em outras palavras, a variável de interesse será θ o tempo que dura cada atividade. Para que se possa aplicar o questionário é necessário descrever o cenário no qual cada atividade encontra-se inserida, fornecendo assim evidências ao especialista com base nas quais ele responderá ao questionário.

O método é um procedimento sistemático para eduzir a distribuição *a priori* de um especialista para algum valor real de uma variável aleatória contínua θ . Para tanto, o especialista precisa informar um valor máximo e um mínimo plausível para θ . Isto quer dizer, que em sua mente o especialista avalia que a probabilidade do verdadeiro valor de θ estar fora desses dois limites, θ_{min} e θ_{max} , é zero.



O método assume que θ está distribuída no intervalo $[\theta_{min}, \theta_{max}]$ de acordo com uma densidade de probabilidade π . Em seguida, particiona-se o intervalo em $2n$ subintervalos de igual medida de Lebesgue, $[\theta_{j-1}, \theta_j], j = 1, \dots, 2n-1; [\theta_{2n-1}, \theta_{2n}]$. De acordo com a precisão almejada é que será escolhido o valor de n . Caso deseje-se uma precisão de 5% para o especialista então pode-se adotar $n = 10$ (o que corresponde a 20 sub-intervalos de 5%). O intervalo $[\theta_{j-1}, \theta_j]$ será representado por θ_j . Define-se também $\pi_j = Pr\{\theta \in [\theta_{j-1}, \theta_j]\} = \pi(\theta_j)$, a probabilidade de que θ_j pertença ao j -ésimo sub-intervalo. A probabilidade de que θ pertença ao intervalo $[\theta_{j-1}, \theta_{j+k}]$ é $\sum_{i=1}^k \pi_{j+i}$ para $j+k \leq 2n$. É

claro que $\sum_{j=1}^{2n} \pi_j = 1$.

As perguntas apresentadas ao especialista têm a seguinte forma: Qual delas é maior que a outra

$$Pr\{\theta \in [\theta_j, \theta_{j+k}]\} \quad \text{ou} \quad Pr\{\theta \in [\theta_l, \theta_{l+m}]\}?$$

As possíveis respostas a cada uma das questões seriam: maior do que, menor do que, ou em branco (caso o especialista não consiga comparar as probabilidades dos dois intervalos). Respostas do tipo “igual a” não são consideradas, por requerer do especialista uma precisão infinita.

O método considera que a superposição de intervalos pode causar confusão para o especialista, então não pode haver superposição dos dois intervalos presentes em cada questão. Com base nesta consideração há um indicador para a construção do questionário de educação, detalhes podem ser vistos em (Nadler Lins & Campello de Souza, 2001) e (Nadler Lins, 2000). O método propõe que a primeira questão apresentada ao especialista deve ser a mais fácil (qual das metades do intervalo é o mais provável) como definido pelo indicador presente em (Nadler Lins & Campello de Souza, 2001). A questão seguinte é um pouco mais difícil, os intervalos são progressivamente refinados. As questões também não devem ser repetidas com o intuito de evitar os efeitos da ancoragem psicológica. Além de garantir a simetria e evitar a indução de viés o questionário construído baseado em tais indicadores garante que o especialista tenha uma percepção progressiva, gradual e suave do parâmetro (estado da natureza; a variável aleatória θ , no presente trabalho o tempo de duração da atividade), a medida que vai respondendo ao questionário. A idéia na construção proposta em (Nadler Lins & Campello de Souza, 2001) foi de não confundir o especialista com retrocessos de raciocínio. O especialista pode escolher não responder a alguma questão por não se sentir seguro em escolher qual dos intervalos é mais provável. Caso isso ocorra ele não deverá responder as questões subsequentes uma vez que o questionário foi construído com um nível de dificuldade crescente.

O questionário, que segue as orientações que constam em (Nadler Lins & Campello de Souza, 2001) e vem sendo utilizado em (Campello de Souza, 2007), é mostrado na Tabela 3.1 a seguir. Este foi construído supondo um intervalo de 0% a 100% (ou seja $\theta_{min} = 0\%$ e $\theta_{max} = 100\%$) que foi particionado em 20 intervalos elementares e 42 questões são apresentadas. Os 20 subintervalos de θ são: $[0, 5)$, $[5, 10)$, $[10, 15)$, $\dots$, $[90, 95)$, $[95, 100]$, todos em percentual.

Tabela 3.1: Questionário de educação da distribuição *a priori*.

	%	1 0	%		%	1 0	%
1	[0 – 50]		[50 – 100]	22	[0 – 50]		[75 – 100]
2	[0 – 40]		[40 – 100]	23	[0 – 25]		[25 – 75]
3	[0 – 60]		[60 – 100]	24	[0 – 45]		[50 – 75]
4	[0 – 65]		[65 – 100]	25	[25 – 50]		[55 – 100]
5	[0 – 35]		[35 – 100]	26	[0 – 40]		[50 – 75]
6	[0 – 70]		[70 – 100]	27	[25 – 50]		[60 – 100]
7	[0 – 30]		[30 – 100]	28	[0 – 40]		[40 – 60]
8	[0 – 45]		[55 – 100]	29	[40 – 60]		[60 – 100]
9	[10 – 50]		[50 – 100]	30	[40 – 80]		[80 – 100]
10	[0 – 50]		[50 – 90]	31	[0 – 20]		[40 – 80]
11	[0 – 25]		[25 – 100]	32	[25 – 50]		[75 – 100]
12	[0 – 75]		[75 – 100]	33	[0 – 25]		[25 – 50]
13	[5 – 45]		[55 – 100]	34	[25 – 50]		[50 – 75]
14	[0 – 45]		[55 – 95]	35	[0 – 25]		[50 – 75]
15	[0 – 40]		[60 – 100]	36	[0 – 25]		[75 – 100]
16	[10 – 45]		[55 – 95]	37	[50 – 75]		[75 – 100]
17	[5 – 45]		[55 – 90]	38	[30 – 50]		[50 – 70]
18	[25 – 75]		[75 – 100]	39	[0 – 10]		[70 – 100]
19	[0 – 50]		[50 – 75]	40	[0 – 30]		[90 – 100]
20	[25 – 50]		[50 – 100]	41	[20 – 30]		[70 – 80]
21	[0 – 25]		[50 – 100]	42	[0 – 10]		[90 – 100]

A primeira pergunta do questionário, por exemplo, é a seguinte:

Qual é mais provável, que a probabilidade de ocorrência de θ esteja entre 0 e 50% ou entre 50% e 100%?

Se o especialista sentir que é mais provável que a probabilidade de ocorrência de θ se situe no

primeiro intervalo, ele deve colocar 1 na coluna do meio. Caso contrário deve colocar 0 na respectiva coluna.

O método de educação é baseado na solução de dois problemas de programação linear:

$$\text{Max}_{\pi_j} (\text{Min}) \sum_{j=1}^{2n} c_j \pi_j \quad (3.1)$$

sujeito a:

$$a_{jk} \sum_{i=0}^k \pi_{j+i} - a_{lm} \sum_{i=0}^m \pi_{l+i} \leq b_s \quad (3.2)$$

(ou $\geq$, dependendo da resposta do especialista) onde, $k < l, a_{ik} > 0, a_{lm} > 0, s = 1, 2, \dots, q$, sendo q o número de questões feitas ao especialista, desta forma ter-se-á q restrições do tipo 3.2

$$\alpha_j \pi_j \leq \pi_{j+1}, j = 1, 2, \dots, 2n - 1, \alpha_j > 0 \quad (3.3)$$

$$\beta_j \pi_{j+1} \leq \pi_j, j = 1, 2, \dots, 2n - 1, \beta_j > 0 \quad (3.4)$$

$$\pi_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, 2n \quad (3.5)$$

$$\sum_{j=1}^{2n} \pi_j = 1 \quad (3.6)$$

A evidência expressa pelo especialista pode ser captada pelo modelo de diversas formas, com o uso dos parâmetros a_{ik}, a_{lm} e b_s . Aqui os seguintes valores $a_{ik} = a_{lm} = 1; b_s = 0$ foram utilizados. As restrições envolvendo α_j e β_j não foram usadas.

Para a escolha de c'_j s há diversas possibilidades. No presente trabalho foi escolhido o c_j de forma a encontrar uma distribuição com valor esperado mínimo para θ e uma distribuição com máximo valor esperado para θ . Logo:

$$c_j = 2n - j + 1$$

mais detalhes podem ser encontrados em Silva e Campello de Souza (2007) e Silva(2007).

O *input* do especialista consiste então em responder a certo número de comparações entre duas probabilidades, uma de cada evento. Tipicamente a solução dos problemas de programação linear são diferentes e serão obtidas duas funções de distribuição como mostrado na Figura 3.1.

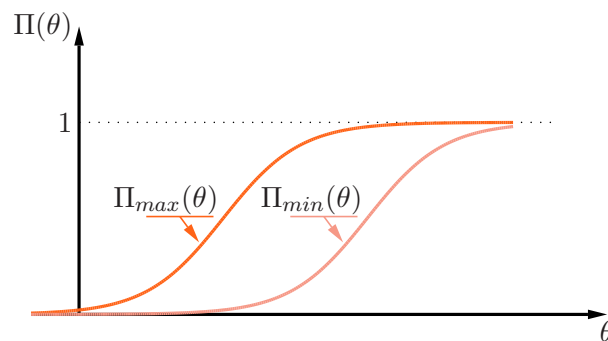


Figura 3.1: Conjunto convexo das Distribuições de Probabilidade.

O conhecimento *a priori* do especialista é então representado por uma família de distribuições de probabilidade contendo uma distribuição estocasticamente maior do que todas as outras distribuições compatíveis com as respostas dadas pelo especialista e por uma distribuição estocasticamente menor

do que todas as outras. Todas as combinações convexas destas duas distribuições formam a família de distribuição de probabilidade.

Se o número de perguntas do questionário for pequeno, umas poucas perguntas, não se vai obter muita informação sobre o parâmetro. Uma distribuição vai ficar muito afastada da outra. Por outro lado, se o número de perguntas for muito elevado, provavelmente o especialista não terá paciência para responder a todas e se o fizer é maior a chance dele cometer erros. Há que se pensar então num número adequado. Tem-se feito uma série de eduções usando um questionário com 42 perguntas no qual o intervalo $[\theta_{min}, \theta_{max}]$ foi dividido em 20 subintervalos e os resultados encontram-se em (Silva, 2002; Bezerra, 2003; Moraes, 2003). Em (Nadler Lins, 2000; Nadler Lins & Campello de Souza, 2001) e (Campello de Souza, 2007) são apresentados e estudados detalhadamente indicadores de detalhamento da questão e do intervalo elementar. Esses indicadores permitiram uma sistemática de elaboração de questionários de educação de conhecimento de especialistas que sejam de dificuldade progressiva e tenham simetria, de modo a serem receptivos a qualquer forma de distribuição de probabilidade. Todos os detalhes deste método assim como os de um método que também usa a programação linear para a educação da função utilidade podem ser encontrados em (Campello de Souza, 2007).

Ao aplicar-se o método para estimar a duração de cada atividade que compõe o projeto será aplicado um questionário de educação para cada uma destas atividades que não necessariamente será respondido pelo mesmo especialista. E, portanto, para cada atividade ter-se-á uma família de distribuição de probabilidade para cada atividade do projeto.

3.1 Simulações

Para comparar o método de educação do conhecimento *a priori* apresentado neste trabalho com o método de estimativas utilizados pelo modelo PERT foram feitas algumas simulações. Tais simulações consistem em comparar a média estimada pelo modelo de programação linear com a média estimada pelo método PERT, além de comparar estas médias com a média calculada pela frequência relativa.

Algumas amostras de distribuições de médias conhecidas foram geradas para fazer a comparação dos métodos. A distribuição beta foi a escolhida por apresentar uma maior flexibilidade para representar uma grande variedade de possíveis distribuições sobre θ 's. Outra particularidade desta distribuição é o fato de os valores gerados por ela encontrarem-se entre zero e um. Desta forma os valores máximo e mínimo utilizados no questionário serão zero e um, que irão determinar o intervalo a ser particionado como descrito na seção anterior. Responder ao questionário utilizando dados segue o procedimento descrito a seguir:

1. Identifica-se o mínimo e o máximo da amostra.
2. O intervalo entre o mínimo e o máximo deve ser dividido em vinte partes iguais, definindo-se, desta forma, $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{20}$. O questionário é então montado automaticamente.
3. O questionário será respondido em função do número de observações presentes em cada um dos dois intervalos não superpostos que representam cada uma das perguntas de comparação.

Mais detalhes sobre a abordagem do método de educação sendo respondido a partir de dados de experimentos observacionais pode ser encontrado em Silva(2007).

Seguem algumas propriedades dessa distribuição:

$$\text{Valor esperado} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad (3.7)$$

$$\text{Variância} = \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)} \quad (3.8)$$

Considerou-se a situação para uma distribuição simétrica. Na análise foi construída uma base de dados com 50 variáveis, $X_1, X_2, \dots, X_{50}$, seguindo uma distribuição beta com parâmetros α e β conhecidos. Assumiu-se $\alpha = 2$ e $\beta = 2$ o que leva a uma média de 0,5 e uma variância de 0,05. Com os

dados dessas variáveis, respondeu-se ao questionário para diferentes tamanhos de amostra, 10, 15, e 20, respectivamente.

Além disso, para cada uma dessas variáveis foram calculados seus valores para o modelo PERT:

- Máximos – para representar o tempo pessimista;
- Mínimo – para representar o tempo otimista;
- Moda – representando o tempo mais provável;

Com base nestes dados, foi calculada a média do modelo PERT, seguindo a expressão 2.1, para cada uma das 50 variáveis em questão.

Para o cálculo da média da distribuição obtida pelo questionário foi utilizada a expressão $\sum_{j=1}^{2n} \theta_j \pi_j$ (esta foi a expressão usada em todos os experimentos desta Seção). As Figuras 3.2, 3.3, 3.4, apresentam gráficos com a frequência acumulada das médias dos três mecanismos: modelo de programação matemática, modelo PERT e frequência relativa.

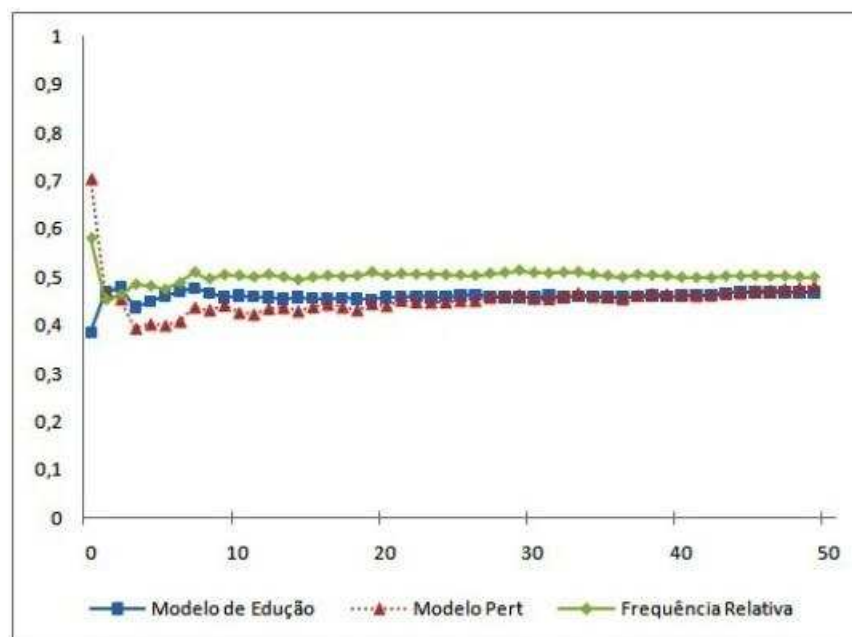


Figura 3.2: Frequência acumulada dos dados dos três métodos para $N = 10$ usando a distribuição beta(2,2).

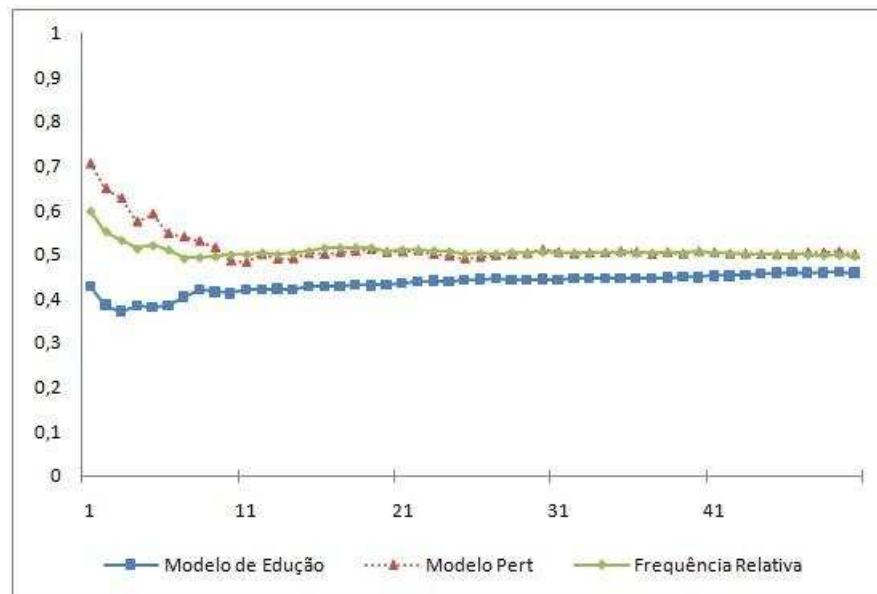


Figura 3.3: Frequência acumulada dos dados dos três métodos para $N = 15$ usando a distribuição $\text{beta}(2,2)$.

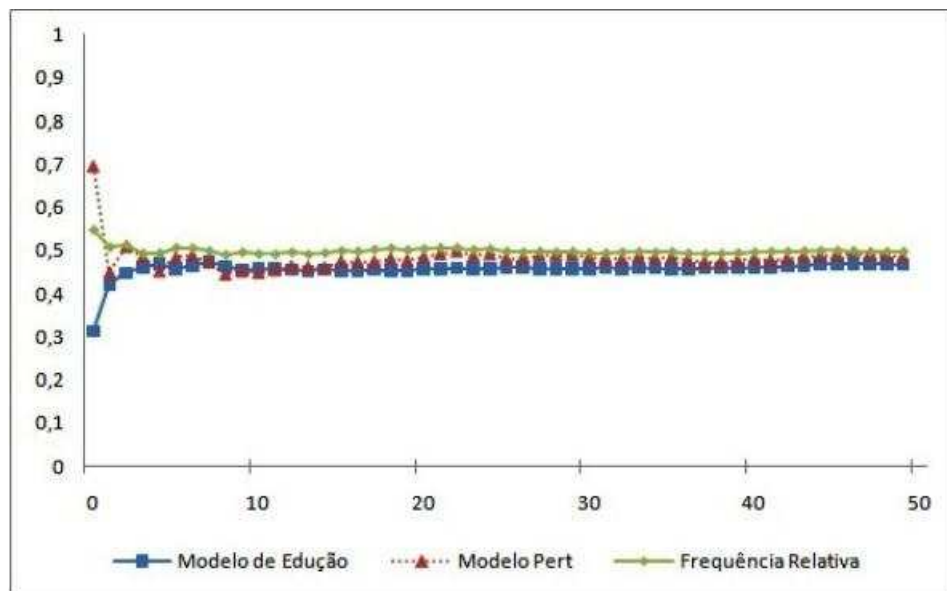


Figura 3.4: Frequência acumulada dos dados dos três métodos para $N = 20$ usando a distribuição $\text{beta}(2,2)$.

Analisando os gráficos percebe-se que tanto o modelo de programação linear quanto o método PERT convergem para a média da distribuição em todas as situações apresentadas. O que leva a entender que ambos os métodos estejam medindo a mesma coisa, ou seja, o tempo médio da duração de uma atividade em um projeto.

Porém, o modelo de programação linear apresenta uma série de vantagens. Em primeiro lugar propõe uma sistemática para educação do conhecimento do especialista, além de não demandar muita precisão do

mesmo.

Outro ponto a destacar é o fato do modelo de programação linear não exigir que o conhecimento do especialista molde-se a alguma distribuição conhecida, como fazem os métodos de educação paramétricos. O modelo gera famílias de distribuições de probabilidade compatíveis com o conhecimento do especialista. Se o conhecimento do especialista for vago ou escasso sobre a duração da atividade do projeto este fato será refletido nas distribuições eduzidas.

4 Conclusões

Por seu caráter único, fica inviável usar as técnicas clássicas de inferência. Neste contexto, faz sentido usar o conhecimento de especialistas para fazer uma estimativa mais realista das durações das atividades que compõem o projeto. Para tanto, foi proposto o uso do método de educação do conhecimento *a priori* de especialista presente em Campello(2007). O método apresenta alguns vantagens do que os encontrados na literatura.

Primeiro, o método não exige grande precisão do especialista. O questionário, fruto de pesquisas sobre novos métodos para se eduzir famílias de distribuições *a priori* de um especialista, tem como uma das características principais o fato de não pretender ser “preciso demais”; seria uma incongruência se assim não o fosse. O conhecimento *a priori*, por melhor que seja, tem sempre um grau de vagueza. Há que se abandonar o dogma bayesiano da precisão.

Além disso, não requer que o conhecimento do especialista molde-se a forma de alguma distribuição de probabilidade conhecida (caso dos métodos de educação paramétricos). Para tanto, o método trabalha com famílias de distribuição de probabilidade condizentes com as respostas dadas pelo especialista. Qualquer distribuição pertencente à família de distribuições poderá ser utilizada como estimativa para a duração da atividade do projeto.

Referências Bibliográficas

- Berger, James O. 1985. *Statistical decision theory and baysian analysis*. 2 edn. Springer Series in Statistics. New York: Springer- Velag New York, Inc.
- Bezerra, Diogo de Carvalho. 2003. *Carteira de investimento usando teoria de dacição*. M.Phil. thesis, 110f. Dissertação (Mestrado em engenharia de produção) — Universidade Federal de Pernambuco. Recife.
- Campello de Souza, F. M. 2007. *Decisões racionais em situações de incerteza*. 2 edn. Recife: Editora Universitária da Universidade Federal de Pernambuco.
- Correa, H. L. 2008. *Administração da produção e operações: manufatura e serviços: uma abordagem estratégica*. 2 edn. São Paulo: Atlas.
- Dempster, Arthur P. 1966. New methods for reasoning towards posterior distributions based on sample data. *Ann. math. statist*, **37**, 355–374.
- Gosling, John Paul. 2005. *Elicitation: a nonparametric view*. Ph.D. thesis, 180f. Thesis (Doctor of philosophy) — University of Sheffield. Sheffield.
- Heizer, J., & Render, B. 2001. *Administração de operações - bens e serviços*. 5 edn. LTC.
- Hill, J., Tomas, L. C., & Allen, D. E. 2000. Experts estimates of task durations in software development projects. *International journal of project management*, **18**, 13 – 21.
- Keeney, Ralph L.& Raiffa, H. 1976. *Decisions with multiple objectives*. Jonh Wiley e Sons, Inc.

- Khodakarami, V., Fenton, N., & Neil, M. 2007. Project scheduling: improved approach to incorporate uncertainty using bayesian networks. *Project management journal*, **18**(2), 39 – 49.
- Meredith, J. R., & Shafer, S. M. 2002. *Administração da produção para mbas*. Porto Alegre: Bookman Editora.
- Moraes, Alessandra Berenguer de. 2003. *Estudo sobre a educação da utilidade e do conhecimento a priori*. M.Phil. thesis, 71f. Dissertação (Mestrado em engenharia de produção) — Universidade Federal de Pernambuco. Recife.
- Mummolo, G. 1997. Measuring uncertainty and criticality in network planning by pert-path technique. *International journal of project management*, **15**(6), 377 – 387.
- Nadler Lins, G. C. 2000. *Contribuições a um protocolo de educação do conhecimento a priori*. M.Phil. thesis, 67f. Dissertação (Mestrado em engenharia de produção) — Universidade Federal de Pernambuco. Recife.
- Nadler Lins, G. C., & Campello de Souza, F. M. 2001. A protocol for the elicitation of prior distributions. *Istpa'01*, June 26 - 29, 265–273. Publicado na íntegra nos Proceedings of the Second International Symposium on Imprecise Probabilities and their Applications; Shaker Publishing, The Netherlands, ISBN 90-423-0130-9.
- Oakley, Jeremy E., & O'Hagan, Anthony. 2007. Uncertainty in prior elicitations: a nonparametric approach. *Biometrika*.
- O'Hagan, Anthony, Buck, Caittlin E., & et. al. 2006. *Uncertain judgements: eliciting experts' probabilities*. England: Jonh Wiley.
- PMI, Project Management Institute. 2008. *A guide to the project management body of knowledge – pmbok guide*.
- Silva, A. A. 2007. *Estudo do modelo de famílias de distribuições de probabilidade baseado em programação matemática*. M.Phil. thesis, 123f. Tese (Doutorado em engenharia de produção) — Universidade Federal de Pernambuco. Recife.
- Silva, Alane Alves. 2002. *Teoria da decisão em cardiologia*. M.Phil. thesis, 156f. Dissertação (Mestrado em engenharia de produção) — Universidade Federal de Pernambuco. Recife.
- Walley, Peter. 1996. *Statistical reasoning with imprecise probability*. Chapman and Hall.