

UMA APLICAÇÃO DA TÉCNICA DE RECONEXÃO POR CAMINHOS NA OTIMIZAÇÃO INTEGRADA DE VEÍCULOS E TRIPULAÇÕES DO SISTEMA DE TRANSPORTE PÚBLICO

Gustavo Peixoto Silva

Universidade Federal de Ouro Preto
Departamento de Computação - ICEB
Gustavo@iceb.ufop.br

Claudio Barbieri da Cunha

Universidade de São Paulo
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes
cbcunha@usp.br

RESUMO

Neste trabalho é apresentada uma abordagem para resolver, de maneira integrada, o Problema de Programação de Veículos (PPV) e de Programação de Tripulações (PPT) de sistemas de transporte público. A estratégia se baseia em resolver uma sequência de PPVs, e para cada solução deste, o respectivo PPT. Assim, são obtidos pares de soluções compatíveis considerando, como dado de entrada, diferentes soluções de boa qualidade para o PPV. A sequência de soluções do PPV é obtida pelo procedimento *path-relinking* que conecta duas soluções selecionadas previamente. Para resolver o PPV, assim como o PPT, foi utilizada a metaheurística GRASP combinada com o procedimento de busca denominado *Very Large-scale Neighborhood Search*. Este procedimento pesquisa vizinhanças mais complexas das aquelas baseadas em realocação e troca de viagens entre apenas dois veículos/tripulações. O procedimento foi testado com dados reais de uma empresa de médio porte e mostrou ser eficiente, tirando proveito da integração dos problemas.

PALAVRAS CHAVE. Programação Integrada de Veículos e Tripulações, Busca em Vizinhança de Grande Porte, Reconexão por Caminhos. Logística e Transportes.

ABSTRACT

This paper presents an approach for solving the Mass Transit Vehicle Scheduling Problem (VSP) and the Crew Scheduling Problem (CSP), exploring the integration of both problems. This approach solves a sequence of VSPs, and, for each VSP's solution, the CSP is solved. So, a pair of compatible solutions is achieved. Thus, different VSP's solutions are used as input to solve the CSP. The sequence of VSPs is built through a path-relinking procedure connecting two high quality solutions. In order to solve the VSP and CSP, a GRASP algorithm was implemented in conjunction with a Very Large-scale Neighborhood Search procedure, that can exploring more complex neighborhoods through reassigning and swapping trips/tasks among several vehicles/crews. The approach was applied to a problem of a company operating in Belo Horizonte-Brazil. The best paired solution was compared with the best solution of vehicle and crew reached without considering the cost of the other problem.

KEYWORDS. Integrated Vehicle and Crew Scheduling, Very Large-scale Neighborhood Search, Path-relinking. Logistic and Transport

1. Introdução

O planejamento e a programação dos veículos e das tripulações de uma empresa que operam em um Sistema de Transporte Público é uma tarefa complexa que compreendem uma série de etapas consecutivas, sendo que os dados de saída de uma etapa servem como entrada para a etapa subsequente. As principais etapas deste processo são: o planejamento das rotas, a definição da tabela de horários, a programação dos veículos, a programação das tripulações e, finalmente, o rodízio das tripulações. Neste trabalho estamos interessados na resolução dos problemas de programação dos veículos (PPV) e de programação de suas respectivas tripulações (PPT). Nas abordagens clássicas estes dois problemas são resolvidos sequencialmente, ou seja, primeiro o PPV depois o PPT. Esta ordem de resolução restringe o espaço de busca do PPT devido ao fato de que a programação dos veículos está previamente estabelecida. Em outras palavras, as restrições da frota são impostas às soluções do PPT. Entretanto, segundo Bouzada (2003) os custos operacionais com os veículos são inferiores aos custos da mão de obra. Portanto, presume-se que quanto maior a variabilidade na resolução do último problema (PPT), melhor deverá ser a solução global. Esta é a principal motivação para se pesquisar modelos que integram a resolução dos dois problemas, ou seja, o Problema de Programação de Veículos Integrado ao Problema de Programação de Tripulações.

Segundo Freling et al. (2003), existem três tipos de abordagens para a resolução da programação dos veículos e das tripulações: A tradicional, a integrada e a independente. Em seu estudo, modelos matemáticos são apresentados para o problema integrado e para o problema tradicional. As técnicas de relaxação lagrangeana e heurísticas lagrangeanas são desenvolvidas para o problema integrado, onde os dois problemas são resolvidos simultaneamente. O modelo associado é o de recobrimento e sua resolução se dá utilizando a técnica de geração de colunas, com aplicação limitada a casos com algumas dezenas de viagens, o que está longe de representar problemas reais.

A abordagem tradicional mencionada por Freling et al. (2003) foi a primeira a ser estudada e é normalmente adotada pelas empresas. Ela consiste em resolver o PPV e, em seguida, considerando a solução deste, resolver o PPT. Sua maior utilização se deu a partir de 1960, no Reino Unido, por Antony Wren com o desenvolvimento, testes e a implementação de soluções computacionais no âmbito da programação de ônibus, assim como trens e suas tripulações (Wren, 2004).

Recentemente têm surgido modelos do segundo tipo, isto é, modelos que consideram a integração completa da programação dos veículos com suas tripulações. Uma das primeiras formulações matemáticas foi proposta por Freling et al. (1995) cuja solução se baseia na geração de colunas aplicada a um modelo de particionamento. Haase e Friberg (1999) propuseram um algoritmo exato que modela a programação dos veículos e das tripulações por meio de restrições de particionamento de conjuntos. Os autores propõem um algoritmo do tipo *branch-and-cut-and-price*, isto é, a geração de colunas e a geração de cortes são combinadas em um algoritmo do tipo *branch-and-bound*. O problema mestre da geração de colunas corresponde à relaxação do modelo de programação linear, enquanto o problema de *pricing* corresponde a um problema de caminho mínimo para gerar a programação dos veículos, e um problema de caminho mínimo com restrições de recursos é resolvido pelo algoritmo proposto por Desrochers (1988).

Um caso especial do problema de programação integrada é considerado por Fischetti et. al. (2001). O problema é modelado como de programação inteira que resulta em uma relaxação linear, mas pode ser restringida por meio de novas famílias de desigualdades válidas, ou seja, com a inclusão de restrições de cortes. Estes cortes são baseados em um algoritmo do tipo *branch-and-cut*. Testes computacionais com um conjunto de problemas gerados aleatoriamente e um conjunto de características reais mostram que o método é competitivo para alguns tipos de problemas.

Outro tipo de abordagem utilizada para a resolução do PPV e do PPT é a independente. Nessa abordagem, tanto o PPV quanto o PPT são resolvidos de forma independente, sendo que geralmente, as escalas obtidas são incompatíveis do ponto de vista operacional. Pois, mesmo obtendo soluções com os menores custos para o PPV e para o PPT, as atividades das tripulações

não se referem às atividades previstas na escala dos veículos. Uma referência para a abordagem independente é o trabalho de Yunes (2000). Nele, foram estudadas diversas técnicas como algoritmos de Programação por Restrições, *branch-and-bound*, *branch-and-price* com Programação Dinâmica, *branch-and-price* com Programação por Restrições e heurística Lagrangeana aplicados aos problemas de programação e rodízio de tripulações. No caso da programação de tripulações, a interação entre Programação Linear Inteira e Programação por Restrições produziram resultados altamente satisfatórios, provando a otimalidade para instâncias maiores do problema em tempos de execução mais curtos.

As heurísticas propostas na literatura na verdade não resolvem o problema integrado propriamente, mas consideram modificações em um dos problemas, tomado aleatoriamente ou não, e ajusta da melhor maneira possível o outro problema correspondente. Desta forma, diferentes pares de soluções compatíveis são geradas e o processo guarda o par que levar ao melhor valor global, ou seja, o valor dado pela soma das soluções dos problemas. Esta é a estratégia adotada nos trabalhos de Atzingen et al. (2007) e Souza et al. (2008). Esta é a única maneira de se resolver problemas práticos tendo em mente a interação dos dois problemas, uma vez que o problema integrado é NP-Completo (Haase e Friberg, 1999).

Neste trabalho é proposta uma heurística que resolve o problema integrado seguindo os mesmos princípios das heurísticas encontradas na literatura. A metodologia proposta utiliza a heurística GRASP (Feo e Resende 1995) combinada com o método de Busca em Vizinhança de Grande Porte (Ahuja et al. 2000) para resolver os problemas sequencialmente, sendo o PPV primeiro e o PPT depois. Como forma de integração, é utilizada a técnica de reconexão por caminhos (*path relinking*) que explora diferentes soluções de boa qualidade para o PPV. Para cada uma das soluções do PPV é resolvido o respectivo PPT e avaliada a solução global. Assim, é possível verificar que pequenas modificações na solução do PPV levam a melhorias na solução do PPT, de tal forma que haja uma melhora na solução global.

Este trabalho está dividido da seguinte maneira: na seção 2 são apresentadas as características do problema integrado. A seção 3 mostra a metodologia proposta e na seção 4 são apresentados os resultados obtidos. Finalmente, na seção 5 são apresentadas as conclusões do trabalho.

2. O Problema Integrado de Programação de Veículos e Tripulações

O Problema de Programação dos Veículos (PPV) de uma empresa de transporte público tem como dados de entrada uma tabela com os horários e durações das viagens sob a responsabilidade da empresa e consiste em encontrar a frota com o menor número de veículos e cuja operação contenha o mínimo de viagens vazias e de tempo de ociosidade nos terminais. Para definir a frota mínima são consideradas algumas restrições operacionais associadas ao problema. A solução obtida para o PPV, com o detalhamento da operação de cada veículo, assim como a legislação trabalhista e as regras operacionais da empresa constituem os dados de entrada para a resolução do Problema de Programação das Tripulações (PPT). Este problema contém um número maior de restrições que o torna NP-Completo. Sua solução deve minimizar o total de tripulações (motoristas e cobradores, ou duplas) e ainda minimizar a quantidade de horas extras associadas à escala. Nesta etapa do planejamento os problemas são resolvidos para cada tipo de dia, pois existe uma tabela de viagens para os dias úteis, uma para os sábados e outra para os domingos. Neste trabalho está sendo considerada a programação diária dos veículos e de suas respectivas tripulações.

Mais especificamente, o PPV corresponde à atribuição de um conjunto de viagens programadas, cujos locais e horários de origem e destino são conhecidos, a um número de veículos de tal forma que: i) de cada viagem é executada exatamente uma vez; ii) cada veículo deve começar e terminar seu dia de trabalho na garagem, iii) os custos capital e operacional sejam mínimos. O conjunto de viagens consecutivas atribuído a um determinado veículo é chamado de um *bloco*, composto por uma sequência de viagens de serviço, bem como viagens ociosas (*deadhead*), incluindo as viagens de/para a garagem no início/final da operação. Para cada bloco, os *pontos de troca* são locais e horários onde uma dupla pode sair do ônibus, para

fazer uma pausa ou terminar a sua jornada, e uma outra dupla pode assumir a operação do ônibus, iniciando a sua jornada, ou já tendo trabalhado em outro ônibus. Uma *tarefa* corresponde a um conjunto de viagens realizadas por uma dupla entre dois pontos de troca. Portanto, uma tarefa constitui a menor porção de trabalho que uma dupla pode realizar. Uma *jornada* de uma tripulação, é definida pelo conjunto de tarefas atribuídas à tripulação e deve satisfazer várias restrições trabalhistas, acordos sindicais e regras operacionais da empresa. As jornadas podem ser classificadas em dois tipos. As *jornadas diretas* são as que realizam as tarefas que estão mais próximas no tempo, de modo que as lacunas existentes entre elas são sempre menores do que um dado valor limite, geralmente de duas horas. Quando uma jornada atribuída a uma equipe tem o tempo ocioso entre duas tarefas consecutivas superiores ao valor limite, ela é chamada de jornada do tipo *dupla pegada*. Jornadas com dupla pegada são necessárias, pois existem os picos da manhã e da tarde, quando deve aumentar o número de ônibus em operação. Neste caso, o tempo ocioso entre as duas pegadas não está incluído na remuneração da tripulação. O conjunto de todas as jornadas das tripulações constitui uma solução para o PPT, e é chamada de solução viável se elas estiverem em conformidade com as normas e regulamentos, e se cada tarefa for executada por exatamente uma tripulação.

O problema de programação integrada entre veículos e tripulações consiste em encontrar um par de soluções compatíveis para ambos os problemas, tendo como objetivo minimizar o custo dos veículos e das tripulações e de tal forma que todas as restrições sejam satisfeitas. As restrições que devem ser respeitadas pelos operadores de ônibus incluem regras operacionais impostas pelas autoridades de trânsito, normas de trabalho e acordos sindicais. Eles são por vezes referidas como restrições fortes (*hard constraints*), indicando que são restrições práticas que têm necessariamente de ser cumpridos, caso contrário, a solução é considerada inviável. As restrições fortes relacionadas com a programação dos veículos são as seguintes:

- a) a um veículo não pode ser atribuídas duas viagens que se sobrepõem, em termos de horários de partida e de chegada;
- b) cada veículo deve começar e terminar a sua operação diária na garagem;
- c) o número total de trocas de linhas realizadas por cada veículo é limitado;
- d) o tempo total de operação não pode ultrapassar um dado valor limite.

Para a programação das tripulações, as restrições fortes são:

- a) a uma dupla não podem ser atribuídas duas tarefas com sobreposição de tempo;
- b) as trocas de tripulações só podem ocorrer nos pontos de troca pré-definidos;
- c) o número total trocas de veículos realizadas pelas duplas é limitado;
- d) as jornadas tem uma duração pré-definida, que é de 6 horas e 40 minutos;
- e) as jornadas diretas devem ter uma pausa tem pelo menos 20 minutos para descanso e refeição;
- f) as jornadas não podem conter mais do que duas horas-extras de trabalho;
- g) o intervalo de tempo entre o final de uma jornada e o início no dia seguinte deve ser de pelo menos 11 horas.

O custo total a ser minimizado envolve, para veículos, o custo capital de propriedade dos ônibus e os custos variáveis com base na distância ociosa percorrida pela frota (combustível e manutenção); para as tripulações, os salários fixos e o pagamento das horas extras. Embora os custos devam considerar cada uma das componentes acima, é usual na prática que as soluções sejam comparadas em relação ao número de ônibus e tripulações exigidas, ao total de horas extras pagas às tripulações, e ao número de jornadas com duplas pegadas (Freling et al., 2003 e Haase et al. 2001). Neste trabalho, a avaliação e a comparação das soluções se baseiam nos seguintes atributos. Para os veículos, minimizar (i) o número total de veículos regulares, (ii) o tempo total ocioso dos veículos durante a operação, e (iii) o tempo de viagem ociosa. Por as duplas, minimizar (i) o número de tripulações necessárias, (ii) o número total de horas-extras, e (iii) o número total de duplas pegadas.

3. Metodologia Proposta para o Problema Integrado

Este trabalho trata da integração *soft* de veículos e tripulações utilizando a técnica de Busca em Vizinhança de Grande Porte - BVGP, como o método de busca local incorporado à metaheurística GRASP para resolver tanto o PPV quanto o PPT sequencialmente. A integração se dá variando a solução do PPV, a partir da qual é resolvido o respectivo PPT. As diferentes soluções do PPV são obtidas pela técnica de reconexão por caminhos, que na verdade é uma técnica de intensificação de busca conhecida na literatura como *path-relinking* (Glover, 1996). O par de soluções compatíveis (PPV, PPT) com menor valor global é armazenado e retornado ao final do processo.

3.1 Heurística GRASP - *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*

A heurística GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) é do tipo *multi-start* proposta por Feo e Resende (1995) que consiste de duas fases: uma fase de construção, na qual uma solução é gerada, elemento a elemento, e outra fase de busca local, onde um ótimo local na vizinhança da solução construída é pesquisado. A melhor solução encontrada ao longo de todas as iterações GRASP realizadas é retornada como resultado.

Na fase de construção, uma solução é obtida por meio da inclusão de seus elementos, um a um, segundo uma função de avaliação. A cada iteração, os próximos elementos candidatos a serem incluídos na solução são colocados em uma lista, seguindo um critério de ordenação pré-determinado. Esse processo de seleção é baseado em uma função de avaliação adaptativa gulosa que estima o benefício da seleção de cada elemento. A componente probabilística do procedimento reside no fato de que cada elemento que faz parte da solução é selecionado aleatoriamente a partir de um subconjunto restrito dos melhores elementos que compõem a lista de candidatos. Este subconjunto recebe o nome de lista restrita de candidatos (LRC). Esta técnica de escolha permite que diferentes soluções, de boa qualidade, sejam geradas em cada iteração GRASP.

O parâmetro α , que determina o tamanho da lista restrita de candidatos, é o único a ser ajustado na implementação do GRASP. Feo e Resende (1995) discutem o efeito do valor de α na qualidade da solução e na diversidade das soluções geradas durante a fase de construção. Valores de α que levam a uma lista restrita de candidatos de tamanho limitado implicam em soluções de qualidade muito próxima àquela obtida de forma gulosa, obtidas com um baixo esforço computacional. Em contrapartida, provoca uma baixa diversidade de soluções construídas. Já uma escolha de α próxima da seleção puramente aleatória leva a uma grande diversidade de soluções construídas mas, por outro lado, muitas das soluções são de qualidade inferior, tornando mais lento o processo de busca local.

A heurística GRASP foi adotada neste trabalho por sua simplicidade e por apresentar apenas um parâmetro a ser calibrado. Esta é uma característica desejável para os problemas abordados uma vez que não são conhecidos os custos monetários de todas as grandezas envolvidas na função objetivo. Existe uma grande dificuldade em estabelecer os custos dos tempos de viagem ociosa realizadas pelos veículos, assim como estabelecer uma relação entre o custo fixo de uma dupla e o custo de cada hora extra realizada pelas duplas. Ao utilizar heurísticas com um grande número de parâmetros, a variação desses parâmetros pode interferir ou mesmo mascarar a qualidade das soluções.

3.2 Algoritmo de Busca em Vizinhança de Grande Porte - BVGP

A heurística GRASP pode ser vista como um método de busca em vizinhança, que parte de diferentes soluções iniciais atingindo um ótimo local, até que algum critério de parada seja atingido (Feo e Resende, 1995). Segundo Ahuja et al. (2000), um aspecto crítico em algoritmos de busca em vizinhança está na escolha da estrutura da vizinhança, isto é, na maneira como a vizinhança é definida. Essa escolha define, em grande parte, se a estratégia de busca permitirá obter soluções de boa qualidade ou não. Em geral, quanto maior a vizinhança, melhor é a qualidade das soluções ótimas locais. Por outro lado, quanto maior a dimensão da vizinhança, maior o tempo para examiná-la. Considerando-se que em geral são realizados vários

processamentos de um algoritmo de busca em vizinhança, partindo-se de diferentes soluções iniciais, um tempo de processamento elevado por iteração leva a um menor número de processamentos por unidade de tempo. Por essa razão, uma vizinhança maior não necessariamente significa uma heurística melhor, exceto se a vizinhança maior for explorada de uma maneira eficiente.

Na literatura, tais algoritmos são denominados Métodos de Busca em Vizinhança de Grande Porte (*Very Large-scale Neighborhood Search Methods*), aplicáveis a problemas de particionamento (Ahuja et al, 2000). Esses métodos permitem explorar vizinhanças com trilhões de soluções adjacentes; mesmo assim o tempo de processamento para varrê-las e encontrar vizinhos melhores é bem reduzido. Uma forma de alcançar tal eficiência é com a utilização de modelos de fluxo em rede para enumerar, de forma implícita, uma vizinhança, com a finalidade de encontrar soluções melhores.

Os métodos clássicos de busca em vizinhança se baseiam em trocas aos pares, onde dois elementos são trocados entre os dois subconjuntos aos quais pertencem. Uma *troca cíclica* pode ser definida por uma sequência de elementos $i_1-i_2-i_3-\dots-i_r-i_1$, onde estes elementos pertencem a diferentes subconjuntos do particionamento. Considerando $S[i_k]$ o subconjunto ao qual pertence o elemento i_k , então a troca cíclica $i_1-i_2-i_3-\dots-i_r-i_1$ representa as seguintes alterações: o elemento i_1 é movido de $S[i_1]$ para $S[i_2]$, o elemento i_2 de $S[i_2]$ para $S[i_3]$, e assim por diante. Finalmente, o elemento i_r é movido de $S[i_r]$ para $S[i_1]$. Uma *troca de caminho* (*path exchange*) é definida por uma sequência de nós $i_1-i_2-i_3-\dots-i_r$ e difere da troca cíclica pelo fato de que o último elemento i_r não é movido de $S[i_r]$ para $S[i_1]$.

Note que a vizinhança de troca cíclica contém a troca aos pares e ainda explora uma infinidade de outras soluções não alcançáveis pela troca aos pares. Portanto, é de se esperar que soluções ótimas locais obtidas por meio de múltiplas trocas sejam, em média, superiores àquelas obtidas por trocas aos pares. Entretanto, uma vez que o tamanho da vizinhança em trocas múltiplas cresce exponencialmente com o tamanho do problema, torna-se necessário um método eficiente para encontrar um vizinho de menor custo na vizinhança. Thompson e Psaraftis (1993) desenvolveram um método que utiliza o conceito de *grafo de melhoria* para contornar o problema.

Um *grafo de melhoria* (*improvement graph*) para uma vizinhança com múltiplas trocas é definido para uma solução viável S do problema de particionamento, sendo representado por $G(S)$. Como anteriormente, seja $S[a_j]$ o subconjunto que contém o elemento a_j . O grafo $G(S)$ é um grafo direcionado com n nós, onde cada nó i corresponde ao elemento $a_i \in S$. Um arco direcionado (i, j) em $G(S)$ significa que o elemento a_i deixa seu subconjunto atual e é movido para o subconjunto contendo o elemento a_j , ou seja, o subconjunto $S[a_j]$; simultaneamente, o elemento a_j deixa $S[a_j]$. Para se construir $G(S)$ são considerados todos os pares de elementos a_i e a_j em S . O arco (i, j) é adicionado a $G(S)$ se: (i) os elementos a_i e a_j pertencerem a diferentes subconjuntos; (ii) o subconjunto $\{a_i\} \cup S[a_j] \setminus \{a_j\}$ for viável. O custo c_{ij} no arco (i, j) é definido como $c(\{a_i\} \cup S[a_j] \setminus \{a_j\}) - c(S[a_j])$.

Denomina-se um *ciclo direcionado* W no grafo de melhoria $G(S)$ se os elementos em S correspondentes aos nós em W pertencem a diferentes subconjuntos. Define-se um *ciclo válido* como um ciclo direcionado de custo negativo em $G(S)$. Assim, um ciclo válido em $G(S)$ corresponde a uma troca cíclica que leva a uma melhoria no valor da função objetivo do problema. Esta é uma forma eficiente de realizar buscas por soluções que melhoram o valor objetivo na vizinhança de S . Portanto, é necessário encontrar ciclos válidos no grafo de melhoramentos $G(S)$. Nesse trabalho foi utilizado o algoritmo do rotulamento modificado com a disciplina de fila *primeiro que entra – primeiro que sai* para identificar um ciclo válido (Ahuja et al., 1993).

A idéia dos algoritmos do tipo BVGP consiste em construir um grafo $G(S)$ para uma dada solução S , e encontrar um ciclo direcionado em $G(S)$ que forneça um vizinho melhor de S . Após efetuar a troca cíclica, inerente ao ciclo válido, o grafo é atualizado e é procurado um novo ciclo válido. A busca termina quando o grafo de melhoria não apresentar qualquer ciclo válido.

3.3 Reconexão por Caminho – Path Relinking

A técnica de Reconexão por Caminhos (*Path Relinking*) foi proposta por Glover (1996) como uma estratégia de intensificação, que explora trajetórias que conectam soluções elite obtidas pelas metaheurísticas Busca Tabu (Glover 1986; Hansen 1986) e *Scatter Search* (Glover e Laguna 1997). Na sua versão original, a cada solução intermediária obtida na trajetória de conexão entre a solução inicial e a solução guia é aplicada uma busca local, explorando desta forma um conjunto de soluções iniciais de boa qualidade.

Neste trabalho a técnica foi utilizada com a finalidade de gerar soluções diversificadas de boa qualidade para o PPV, a partir das quais são resolvidos os respectivos PPTs. A estratégia adotada inicia com a escolha de duas soluções do PPV, a partir de um conjunto de soluções elite fornecidas pelo GRASP+BVGP, sendo uma inicial e outra a guia. Partindo da solução inicial é aplicada a reconexão por caminho que gera uma sequência de soluções, selecionando modificações que introduzem na solução inicial atributos da solução guia. A cada passo, são avaliadas todas as modificações que levam à solução guia e a modificação que produz o melhor resultado é selecionada. A partir desta solução é aplicado um método de busca para que o respectivo ótimo local seja encontrado. Desta maneira a solução inicial é transformada paulatinamente na solução guia e cada solução do caminho é utilizada como partida de uma busca local.

O funcionamento desta técnica aplicada ao PPV é ilustrado na Figura 1, onde cada “caixa” representa uma solução com três veículos (linhas), cada veículo realizando três viagens (colunas). Na solução inicial, o veículo 1 (Vc 1) realiza as viagens 1, 4 e 7; o veículo 2 realiza as viagens 2, 6 e 8 e o veículo 3 as viagens 3, 5 e 9. A solução guia fica à direita da Figura 1. Portanto, o veículo 1 tem duas viagens diferentes do veículo 1 na solução guia. Estas diferenças são corrigidas viagem a viagem. Assim, na primeira solução da Etapa 1 a viagem 4 do veículo 1 é substituída pela viagem 5, que antes estava atribuída ao veículo 3. Na segunda solução desta mesma etapa é feita a substituição da viagem 7 do veículo 1 pela viagem 9 do veículo 3. Observe que neste caso, uma única troca levou a uma correção dupla, sendo uma em cada um dos veículos envolvidos. O processo é repetido para cada viagem fora de sua posição em relação à solução guia. A solução desta etapa com menor custo será a próxima solução corrente, a partir da qual serão realizadas as novas correções. E assim sucessivamente até que a solução guia seja atingida.

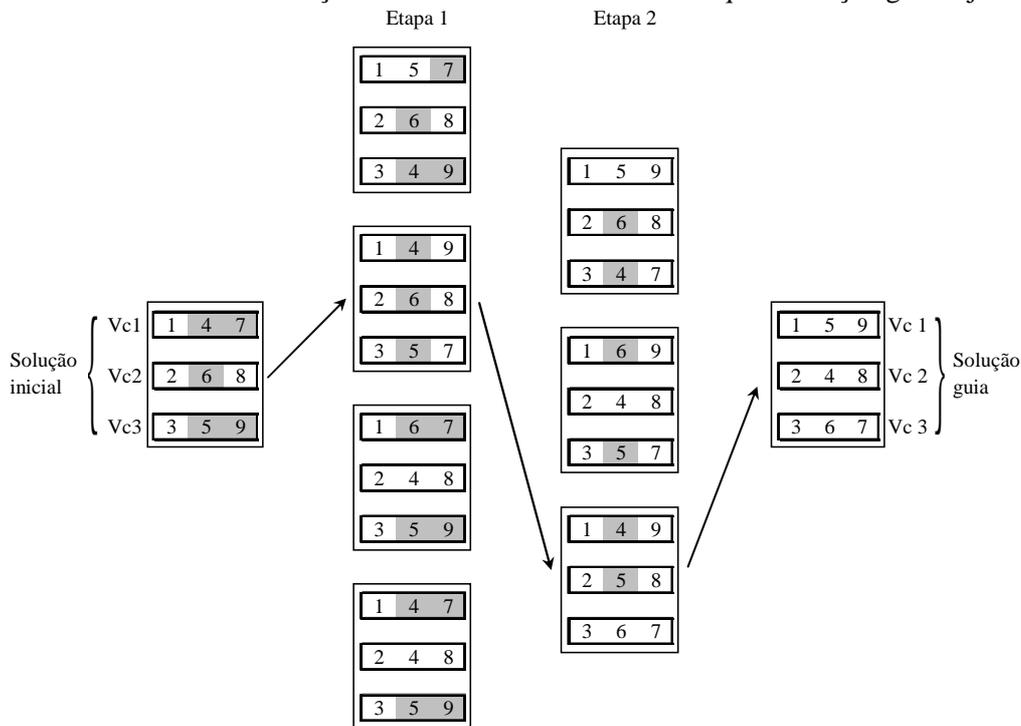


Figura 1. Reconexão por caminho aplicada ao PPV.

A solução de menor custo selecionada em cada etapa é utilizada como solução inicial, ou solução de partida do método de busca. Desta maneira, para cada etapa é encontrado uma nova solução que é um ótimo local. Este trabalho utiliza a busca em vizinhança de grande porte para encontrar os ótimos locais. A idéia deste procedimento é apresentada na Figura 2, que faz parte de técnica de reconexão por caminho.

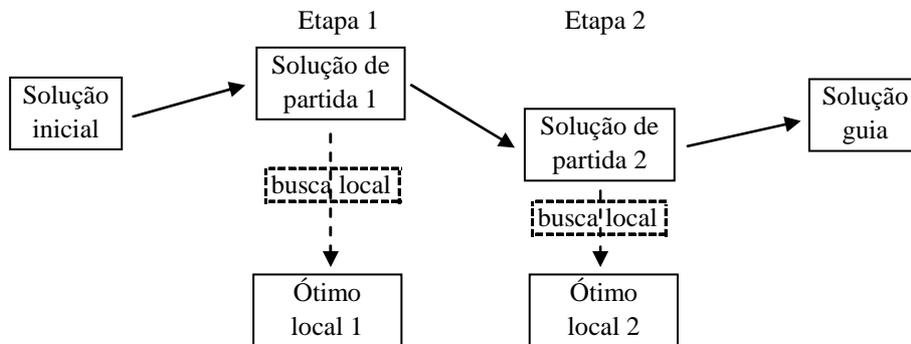


Figura 2. Procedimento de busca local que ocorre durante a reconexão por caminho.

3.4 A Resolução do Problema Integrado

Neste trabalho os problemas de programação dos veículos e de suas tripulações são resolvidos na sequencia tradicional, sendo primeiro o PPV, que fornece os dados de entrada para a resolução do respectivo PPT, resultando assim em um par de soluções compatíveis (PPV, PPT). Cada problema, seja o PPV ou o PPT, é resolvido pela heurística GRASP que emprega a técnica de busca em vizinhança de grande porte para atingir um ótimo local a partir das diferentes soluções iniciais.

A integração entre os dois problemas se dá iniciando a resolução sequencial com diferentes soluções do PPV obtidas pela técnica de reconexão por caminho. Para aplicar a reconexão foi gerado um conjunto de dez soluções para o PPV e foram escolhidas as duas soluções extremas do problema. A melhor solução, que prioriza a frota com menor custo, e a pior solução por considerar que uma solução não muito boa para o PPV pode favorecer a resolução do PPT, uma vez que contém uma quantidade maior de tempo de terminal. Desta forma, partindo da melhor solução para o PPV são geradas diferentes soluções de boa qualidade para a frota, via reconexão por caminho. E para cada solução otimizada do PPV é resolvido o respectivo PPT. Desta forma é gerada uma série de pares de soluções compatíveis para os dois problemas. O par de soluções (PPV, PPT) com menor valor global é armazenado e retornado ao final do processo. A Figura 3 apresenta um esquema que sintetiza o procedimento de integração adotado.

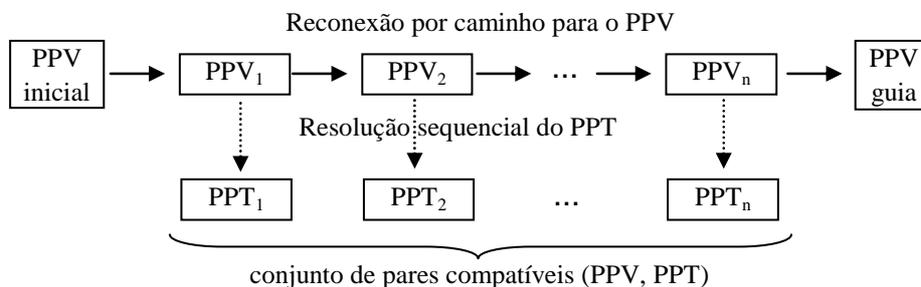


Figura 3. Integração PPV – PPT utilizando reconexão por caminho.

3.5 Função Objetivo

Para calcular o custo associado a uma solução do PPV, foi utilizada uma função clássica que é a combinação linear do custo de capital com os custos variáveis que são: i) o tempo de ociosidade do veículo nos terminais, ii) o tempo de deslocamento em viagens ociosas e iii) o

número de retornos temporários à garagem durante a operação. A expressão para o custo de uma solução do PPV é:

$$C_{ppv} = \sum_{i=1}^{tot_veic} Custo_Cap + p_1 \times ocioso_i + p_2 \times viagem_ociosa_i + p_3 \times retorno_temp_i \quad (1)$$

onde $Custo_Cap$ é o custo capital, p_1 é o peso por minutos de ociosidade e $ocioso_i$ o total de minutos ociosos do veículo i , p_2 é o peso por minuto de viagem ociosa e $viagem_ociosa_i$ o total de minutos de viagens ociosas do veículo i . Finalmente p_3 é o peso por retorno temporário e $retorno_temp_i$ é o total de retornos temporários que o veículo i realiza durante sua programação.

O custo associado a uma solução do PPT segue os mesmos moldes de uma solução do PPV. A função utilizada é uma combinação linear do custo fixo com os custos variáveis associados a uma dupla, que são: i) o tempo de horas extras e ii) se a dupla faz dupla pegada ou não. A expressão final para o custo de uma solução do PPT é:

$$C_{ppt} = \sum_{i=1}^{tot_trip} Custo_Fixo + w_1 \times hora_extra_i + w_2 \times dupla_peg_i \quad (2)$$

onde $Custo_Fixo$ é o custo fixo associado a uma tripulação, w_1 é o peso por minutos de hora extra e $hora_extra_i$ o total de horas extras da tripulação i , expresso em minutos. Finalmente, $dupla_peg_i$ é igual a 1 se a tripulação i faz uma dupla pegada em sua jornada e 0 caso contrário. O custo de um par de soluções (PPV, PPT) é dado pela respectiva soma $C_{ppv} + C_{ppt}$.

4. Resultados e Discussões

A abordagem proposta foi aplicada aos dados de uma empresa de médio porte que atua no município de Belo Horizonte, MG. Visto que a abordagem deve resolver uma série com dois problemas para cada ponto intermediário, foram considerados os dados de sábado com 372 viagens distribuídas em quatro linhas, duas delas com duas e quatro sublinhas respectivamente. A empresa opera ao longo de todo o dia, sendo que a primeira partida ocorre às 00:05 e a última chegada às 00:45 do dia seguinte.

Para testar a metodologia, a reconexão por caminho foi iniciada pela solução do PPV com custo total de 33.570 e solução guia com custo de 35.303. A sequência total de problemas conta com 28 soluções, as quais partiram de uma solução heurística do PPV de boa qualidade e chegaram a uma segunda solução também heurística do PPV, mas de qualidade um pouco inferior. No caso, ambas as soluções utilizadas na reconexão contam com 29 veículos da frota. Foram usados os pesos contidos na Tabela 1 para calcular o custo de um par de soluções (PPV, PPT).

Tabela 1. Pesos adotados para o cálculo do valor de um par de soluções (PPV, PPT).

Pesos para calcular o valor de uma solução do PPV		
Atributo	Peso	Valor
Custo Capital	$Custo_Cap$	1000
Ociosidade	p_1	1
Viagem ociosa	p_2	2
Retorno temporário	p_3	60
Pesos para calcular o valor de uma solução do PPT		
Atributo	Peso	Valor
Custo Fixo	$Custo_Fixo$	1000
Hora extra	w_1	4
Dupla pegada	w_2	60

Na Tabela 2 são apresentados os valores das funções objetivo do PPV, do PPT assim como a soma desses dois valores. Desta forma pode-se verificar que o menor valor da soma das funções

objetivo, na solução 3 não está associada à melhor solução do PPV, que se encontra na solução 1, nem mesmo ao melhor valor do PPT, obtido na solução 8.

Tabela 2. Desempenho dos algoritmos de resolução do PPV e PPT

Soluções da reconexão	Função Objetivo		
	PPV	PPT	PPV + PPT
1	33.570	70.792	104.362
2	33.636	70.200	103.836
3	33.850	69.880	103.730
4	34.864	70.680	105.544
5	34.943	70.612	105.555
6	35.040	70.364	105.404
7	35.948	70.356	106.304
8	36.073	69.808	105.881
9	36.130	70.000	106.130
10	36.229	70.476	106.705
11	36.209	70.500	106.709
12	36.498	70.788	107.286
13	36.514	71.332	107.846
14	36.739	72.048	108.787
15	36.807	72.208	109.015
16	36.946	71.876	108.822
17	37.811	71.344	109.155
18	37.852	71.536	109.388
19	38.874	70.564	109.438
20	38.058	72.056	110.114
21	39.076	72.788	111.864
22	39.139	73.488	112.627
23	38.242	72.752	110.994
24	37.237	72.296	109.533
25	37.255	72.032	109.287
26	37.255	72.108	109.363
27	35.303	72.876	108.179
28	35.303	72.044	107.347

O fato do menor valor para a soma PPV + PPT não estar associado à solução do PPV com menor valor, nem mesmo à solução do PPT de menor valor, vai de encontro à hipótese levantada neste trabalho de que nem sempre o melhor valor para um dos problemas é o mais interessante para o par (PPV, PPT). Para realizar uma análise detalhada deste fato, são apresentados os dados qualitativos de cada par de soluções destacadas na Tabela 2, a saber, as soluções 1, 3 e 8.

Tabela 3. Par de soluções compatíveis considerando a melhor solução do PPV.

Par de soluções compatíveis (PPV, PPT)			
Solução do PPV independente		Solução do PPT dependente	
Função Objetivo	33.570	Função Objetivo	70.792
Veículos	29	Tripulações	68
Viagem Ociosa	12:26	Hora Ociosa	52:41
Espera no Terminal	43:18	Hora Extra	02:23
Retornos à Garagem	8	Duplas Pegadas	37
Função Objetivo Total 104.362			

Considerando a Tabela 3 com o melhor valor para o PPV, a solução para o PPT conta com 68 duplas. Este número de duplas é superior às 66 duplas encontradas na melhor solução para o PPT apresentada na Tabela 4.

Tabela 4. Par de soluções compatíveis considerando a melhor solução do PPT.

Par de soluções compatíveis (PPV, PPT)			
<i>Solução do PPV independente</i>		<i>Solução do PPT dependente</i>	
Função Objetivo	36.073	Função Objetivo	69.808
Veículos	31	Tripulações	66
Viagem Ociosa	14:43	Hora Ociosa	45:20
Espera no Terminal	44:07	Hora Extra	08:22
Retornos à Garagem	11	Duplas Pegadas	30
Função Objetivo Total 105.881			

Analisando o par com a melhor solução para o PPT, na Tabela 4, pode-se observar que o número de veículos cresce em relação à Tabela 3, elevando consideravelmente o custo associado ao par.

Tabela 5. Par de soluções compatíveis considerando o melhor valor da soma PPV + PPT.

Par de soluções compatíveis (PPV, PPT)			
<i>Solução do PPV independente</i>		<i>Solução do PPT dependente</i>	
Função Objetivo	33.850	Função Objetivo	69.880
Veículos	29	Tripulações	66
Viagem Ociosa	13:12	Hora Ociosa	43:12
Espera no Terminal	41:26	Hora Extra	07:25
Retornos à Garagem	13	Duplas Pegadas	35
Função Objetivo Total 103.730			

A Tabela 5 mostra as características das soluções do par (PPV, PPT) cuja soma é mínima. Neste caso, é encontrada uma solução que apresenta o mesmo número de veículos da Tabela 3 e o mesmo número de tripulações da Tabela 4.

5. Considerações Finais

Este trabalho descreve um mecanismo para a integração do problema de programação de veículos e tripulações por meio da geração de uma série de soluções compatíveis (PPT-PPV) a partir de uma trajetória de reconexão entre duas soluções elite do PPV. Essa estratégia viabilizou a redução de custos com as tripulações mediante a obtenção de um par de soluções que apresenta custo mínimo para o PPT e PPV.

Uma vantagem da estratégia utilizada é que, por meio da série de soluções obtida, a abordagem empregada permite ao usuário escolher livremente o par de soluções que lhe for mais conveniente. Essa escolha depende da matriz de custos envolvidos com veículos e tripulações. Em geral, quanto maiores forem os gastos com mão-de-obra, maior será o custo total. Assim, a tendência é de se optar por pares de soluções geradas no início da reconexão, pois se trata da região de menores globais.

Este trabalho é de grande importância, pois explora uma estratégia inovadora para a resolução integrada dos problemas de programação dos veículos e tripulações no sistema de transporte público. Como extensão deste trabalho, propõe-se a incorporação de custos financeiros reais de ambos os problemas, tais como o custo capital do veículo, o custo fixo de um motorista, o valor de uma hora extra, entre outros. Desta forma é possível obtidas soluções mais próximas da realidade no que tange à minimização do custo total de operação do sistema inerente a uma realidade específica.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq e à Fapemig pelo apoio recebido no desenvolvimento deste trabalho.

Referência Bibliográfica

- Ahuja, R. K.; Orlin, J. B.; Sharma D.** (2000) Very large scale neighborhood search. *International Transactions in Operations Research* v.7, p. 301-317.
- Ahuja, R. K.; Magnanti, T. L.; Orlin, J. B.** (1993). *Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications*. Prentice Hall, N. J.
- Atzingen, J.; Barbieri, C. B.; Silva, G. P.** (2007) Uma Abordagem Integrada para o Problema de Programação de Veículos e Tripulantes de Ônibus. Anais do XXI ANPET - Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes, 2007, Rio de Janeiro, p. 1-12.
- Bouzada, C. F.** (2003) *Custo do Transporte Coletivo por Ônibus*. Editora C/Arte. Belo Horizonte.
- Desrochers, M.** (1988) Shortest path problems with resource constraints. *Technical Report GERAD G-88-27*. École des Hautes Études Commerciales, Montreal.
- Feo, T.A.; Resende, M.G.C.** (1995) Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of Global Optimization*, v. 6, p. 109-133.
- Fischetti, M.; Lodi, A.; Martello, S.; Toth, P.** (2001) A polyhedral approach to simplified crew scheduling and vehicle scheduling problems. *Management Science*, v. 47(6), p. 833–850.
- Freling, R.; Boender, C. G. E.; Paixão, J. M. P.** (1995) An integrated approach to the vehicle and crew scheduling. *Technical Report 9503/A*. Econometric Institute, Erasmus University Rotterdam, Rotterdam.
- Freling, R.; Huisman, D.; Wagelmans, A.** (2003) Models and Algorithms for Integration of Vehicle and Crew Scheduling. *Journal of Scheduling*, v. 6(1), p. 63–85.
- Glover, F.** (1986) Future paths for integer programming and artificial intelligence. *Computers and Operations Research*, v.13(5), p. 533-549.
- Glover, F.** (1996) Tabu search and adaptive memory programming – Advances, applications and challenges. In R.S. Barr, R.V. Helgason, and J.L. Kennington, editors, *Interfaces in Computer Science and Operations Research*, p. 1–75. Kluwer.
- Glover, F.; Laguna, M.** (1997) *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers.
- Haase, K.; Friberg, C.** (1999) An Exact Branch and Cut Algorithm for the Vehicle and Crew Scheduling Problem. In: *Computer-Aided Transit Scheduling*, N. H. M. Wilson (ed.), Springer-Verlag, Berlin, p. 63-80.
- Haase, K.; Desaulniers, G.; Desrosiers, J.** (2001) Simultaneous vehicle and crew scheduling in urban mass transit systems. *Transportation Science* v. 35 (3), p. 286–303.
- Hansen, P.** (1986) The steepest ascent mildest descent heuristic for combinatorial programming. In: *Congress on Numerical Methods in Combinatorial Optimization*.
- Resende, M.G.C., Ribeiro, C.C.** (2005) GRASP with path-relinking: Recent advances and applications. In: T. Ibaraki, K. Nonobe, M. Yagiura (Eds.), *Metaheuristics: Progress as Real Problem Solvers*, Springer, p. 29–63.
- Souza, M. J. F.; Silva, G. P.; Ribas, S.** (2008) An algorithm based on Iterated Local Search, Variable Neighborhood Descent and Tabu Search for the Integrated Vehicle and Crew Scheduling Problem. In: *Proceedings of the EngOpt 2008*, v. 1. p. 1-9, Rio de Janeiro.
- Thompson, P. M.; Psaraftis, H. N.** (1993) Cyclic transfer algorithms for multivehicle routing and scheduling problems. *Operations Research*, 41, 935-946.
- Yunes, T. H.** (2000), Problemas de Escalonamento no Transporte Coletivo: Programação por Restrições e outras técnicas. Dissertação de Mestrado, Instituto de Computação, Universidade de Campinas.
- Wren, A.** (2004), Scheduling Vehicles and Their Drivers – Forty Years’ Experience. In: 9th International Conference on Computer-Aided Scheduling of Public Transport – CASPT