

UM MODELO MULTI-OBJETIVO DE OTIMIZAÇÃO APLICADO À SELEÇÃO DE PROJETOS DE INVESTIMENTOS

Eder Oliveira Abensur

Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências Sociais Aplicadas, UFABC
Av. dos Estados 5001 – CEP: 09210-580 - Santo Andre, SP – Brasil
e-mal: eder.abensur@ufabc.edu.br

RESUMO

O processo de orçamento de capital envolve a análise e seleção de projetos de longo prazo de maturação. Essas decisões de investimento são tradicionalmente feitas pela aplicação simultânea de vários métodos financeiros com uso de fluxo de caixa descontado. Apesar da longa e ampla disseminação dessas técnicas, são notórios os problemas de avaliação especialmente quando consideradas funções mono objetivas e projetos mutuamente excludentes. O objetivo deste trabalho é propor um modelo matemático multi-objetivo prático que auxilie na seleção de projetos de investimento submetidos simultaneamente a várias técnicas de desempenho. O modelo foi testado sobre uma amostra de quarenta e cinco projetos e os resultados demonstram que o modelo proposto é uma ferramenta gerencial prática e promissora.

Palavras-chave: Análise de Investimentos, Otimização Multicritério, Programação Linear Inteira

Área Principal: GF - Gestão Financeira

ABSTRACT

The capital budget process involves the analysis and selection of projects for long periods of development. These investment decisions are traditionally made by the simultaneous application of various financial techniques using discounted cash flow. Despite the long and wide dissemination of these techniques are notorious problems of inconsistency especially in mono-criterion functions and projects mutually exclusive. The purpose of this paper is to present a mathematical model that allows multi-criteria selection of investment projects submitted to various financial techniques and when there is not a consensus among the indicators chosen to indicate the best project. The model was tested on a sample of forty five projects and the results indicate that the proposed model is a practical and promising decision-making tool.

Keywords: Investment Analysis, Multi-criteria optimization, Integer Linear Programming

Main Area: GF – Financial Management

1. INTRODUÇÃO

A análise das propostas de orçamentos de capital ou de projetos de investimentos é uma crucial tarefa realizada pelas empresas para obtenção de crescimento ou manutenção da sobrevivência nos mercados em que atuam. Ao longo do tempo, diversas técnicas de análise foram desenvolvidas para dar suporte às decisões relacionadas à seleção, priorização e alocação de recursos limitados em projetos.

É comum, principalmente em grandes empresas, a concorrência dos projetos de investimento entre si pela alocação dos limitados recursos colocados à disposição para esta finalidade. Neste contexto, cabe aos gestores selecionar, dentre as várias alternativas apresentadas, aquelas que irão compor o *portfólio* de projetos do período em análise.

Eid Júnior (1996) analisou as técnicas de análise de investimentos utilizadas pelas empresas brasileiras e concluiu que: (i) 22% usam preferencialmente o *VPL*; (ii) 23% usam preferencialmente a *TIR*; (iii) 25% usam preferencialmente o *pay-back (PB)*; (iv) 6% usam *VPL + TIR*; (v) 3% usam *VPL + PB*; (vi) 13% usam *TIR + PB* e (vii) 10% usam todas. De acordo com a pesquisa, praticamente todas as empresas utilizam-se de mais de uma técnica ao mesmo tempo.

Há varias formas de classificação dos projetos de investimento, mas uma forma usual divide-os em: (i) independentes, quando a decisão de investir em um não impede a seleção de outros; (ii) dependentes (contingentes), quando a escolha de um projeto está condicionada a seleção de um ou de outros projetos e (iii) mutuamente excludentes, quando a seleção de um projeto impede a escolha de outros. Os projetos podem estar inseridos num contexto de restrição de capital, quando há um limite de investimento para os projetos ou sem restrição de capital. É comum, além de ser gerencialmente mais relevante, existir a combinação das três primeiras alternativas nas avaliações de propostas, ou seja, projetos independentes, dependentes e/ou mutuamente excludentes com restrição de capital. Vale ressaltar que a restrição de capital, por si só, já representa um tipo de dependência entre todos os projetos avaliados.

Como regra geral, os métodos financeiros baseiam-se na estimativa dos fluxos de caixa incrementais descontados dos projetos avaliados. Consideram-se como incrementais aqueles após o desconto de impostos e da depreciação. Tradicionalmente, os seis métodos mais empregados para classificar projetos e para decidir se devem ou não ser aceitos para inclusão no orçamento de capital são: (i) *pay-back (PB)*; (ii) *pay-back descontado (PBD)*; (iii) valor presente líquido (*VPL*); (iv) índice de lucratividade (*IL*); (v) taxa interna de retorno (*TIR*) e (vi) taxa interna de retorno modificada (*MTIR*) (Brigham *et al*, 2001). Com o intuito de aumentar o grau de conhecimento dos projetos analisados e a confiabilidade na tomada de decisão, vários métodos são usados na avaliação das propostas.

Com o tempo, os métodos tradicionalmente aplicados ao suporte de decisões financeiras foram questionados quanto a sua capacidade de tratar eficazmente problemas que aumentavam em grau de complexidade, número de variáveis envolvidas e que possuíam não apenas um, mas múltiplos objetivos de otimização. Os métodos multicriteriais incorporaram uma perspectiva multidimensional para o tratamento de situações financeiras ao levarem em consideração vários objetivos organizacionais.

O propósito deste trabalho foi investigar a viabilidade de aplicação de um modelo prático multi-objetivo como suporte às decisões de orçamento de capital de projetos de diferentes naturezas submetidos a múltiplos indicadores de desempenho e com restrição orçamentária no início da análise dos projetos. Para tanto, os seguintes objetivos foram definidos: (i) identificar as variáveis relevantes; e (ii) apresentar uma seleção e classificação de projetos conforme os resultados da aplicação do modelo. Uma revisão bibliográfica definiu os métodos de análise de investimentos mais praticados, suas vantagens e desvantagens em relação à natureza dos projetos analisados. Esta revisão serviu, também, para definição dos indicadores a serem empregados na função objetivo do modelo proposto e na forma de comparação dos resultados obtidos.

Um obstáculo encontrado no estudo foi a obtenção de dados para a validação do modelo. Decidiu-se, para efeitos de demonstração, pela coleta de dados de exemplos teóricos publicados. Esta opção em nada afetou o desempenho ou a qualidade dos resultados obtidos. Quarenta e cinco (45) projetos de investimento foram levantados na literatura especializada e divididos em 16 grupos formando uma amostra diversificada e heterogênea em termos de: (i) magnitude dos investimentos iniciais; (ii) vidas úteis; (iii) taxas mínimas de atratividade (*TMA*) e (iv) natureza dos projetos (independentes, dependentes, mutuamente excludentes). Os projetos foram selecionados em função do modelo matemático proposto e comparados com a seleção oferecida pelos métodos tradicionais de análise de investimentos.

Os resultados foram obtidos pela aplicação da Programação Linear Inteira (PLI) dividido em dois estágios. Para realização das simulações foi desenvolvido um aplicativo baseado em planilha *Excel* com uso do pacote *Solver* de Programação Linear. O trabalho está estruturado como segue. As seções 2 e 3 descrevem, respectivamente, os métodos de análise de investimento, a justificativa da medida de risco criada para as análises. A seção 4 mostra a formulação do modelo proposto. Na seção 5 os testes aplicados são caracterizados e os resultados apresentados. A seção 6 mostra as conclusões do estudo.

2. MÉTODOS TRADICIONAIS DE ANÁLISE DE INVESTIMENTOS

Os métodos tradicionais de análise de investimentos partem do fluxo de caixa descontado (FCD) para suas aplicações. O objetivo do fluxo de caixa é projetar o resultado futuro da empresa fruto de suas atividades atuais ou o valor agregado por um novo projeto de investimentos. Eles refletem o resultado líquido das entradas menos as saídas previstas para o projeto durante a sua vida útil. Fluxos passados não são considerados para a análise. O fluxo de caixa líquido (FCL) resultante já desconta os impactos fiscais (impostos) e de depreciação.

Conforme sua natureza, os FCLs podem ser divididos em: (i) certos ou determinísticos, quando há uma boa previsibilidade e confiabilidade na formação e constituição do fluxo previsto do projeto, ou (ii) incertos e estocásticos, quando há um risco assumido na formação do fluxo. A maioria das aplicações e análises praticadas em âmbito gerencial está contida no primeiro grupo. As aplicações do segundo grupo demandam um maior grau de sofisticação com emprego de técnicas como Teoria de Opções Reais, Árvores Binomiais, Simulação de Monte Carlo etc.

De forma geral, um fluxo de caixa é composto dos seguintes componentes: (i) investimento ou desembolso inicial (*DI*), que envolve as aquisições de ativos para início do projeto; (ii) fluxo de caixa líquido, resultado do incremento das entradas menos saídas previstas do projeto; (iii) taxa mínima de atratividade (*TMA*); (iv) vida útil e (v) valor residual, que envolve num impacto monetário no caixa do projeto ao final de sua vida útil estimada.

2.1. Valor Presente Líquido (*VPL*) e Índice de Lucratividade (*IL*)

Pelo método do *VPL*, os fluxos de caixa do projeto são convertidos ao valor presente (momento inicial t_0) através da aplicação de uma taxa de desconto determinada que pode corresponder ao custo de capital da empresa ou à taxa mínima de atratividade (*TMA*) aceitável em face do risco envolvido. Embora qualquer período da vida útil do projeto possa ser escolhido para avaliação dos resultados, o momento inicial t_0 é geralmente adotado para este propósito, pois é no momento presente que há mais condições dos gestores de avaliarem os valores monetários resultantes da aplicação do método. Seriam aceitos todos os projetos que apresentassem *VPL* positivo. As premissas do *VPL* são: (i) conhecimento do custo de capital ou da *TMA* para os projetos avaliados e (ii) definição das vidas úteis dos projetos.

As principais desvantagens da aplicação do *VPL* são: (i) definição e confiabilidade da *TMA* e dos fluxos de caixa futuros do projeto, que nem sempre é uma tarefa simples; (ii) simplificação da realidade pela suposição que todas as entradas e saídas do fluxo de caixa são aplicados à mesma *TMA*; (iii) o resultado do método é um valor absoluto expresso em termos monetários acarretando numa perda de referência do desembolso inicial investido no projeto e (iv) é considerado inadequado para comparações de projetos mutuamente excludentes com vidas úteis desiguais sendo mais apropriado para projetos independentes (Casarotto Filho e Kopittke, 2010; Hirschfeld, 2009). Quando o método do *VPL* é aplicado a projetos de diferentes grandezas ele dá como resultado valores absolutos dificultando a classificação dos mesmos em função dos seus retornos.

O índice de lucratividade (*IL*) ou de rentabilidade foi criado para permitir a classificação de projetos em função do retorno. O resultado do Valor Presente do fluxo é dividido pelo seu respectivo desembolso inicial propiciando um valor relativo comparável com diferentes projetos de diferentes vidas úteis. Um $IL = 1$ representa a obtenção da taxa mínima de retorno exigida durante o período de vida útil do projeto. O excesso em relação a $IL = 1$ (ex: $1,03 - 1 = 0,03$) representa o retorno total obtido além do mínimo exigido. Seriam aceitos os projetos com $IL > 1$. As principais desvantagens do método são: (i) definição e confiabilidade da *TMA* e dos fluxos de caixa futuros do projeto; (ii) simplificação da realidade pela suposição que todas as entradas e saídas do fluxo de caixa são aplicados à mesma *TMA* e (iii) para projetos mutuamente excludentes, não há garantias de que os projetos com maior *IL* sejam os melhores (Ross *et al*, 2008).

Conforme Ross *et al* (2008), em situações de racionamento de capital em um único período, os projetos devem ser classificados de acordo com o *IL* ao invés do *VPL*. Portanto, o método do *IL* possui especial emprego na ordenação de projetos em situações de restrição de capital por maximizar a eficiência da rentabilidade do projeto por unidade monetária investida (Samanez, 2009).

2.2. Taxa Interna de Retorno (*TIR*) e Taxa Interna de Retorno Modificada (*MTIR*)

A Taxa Interna de Retorno (*TIR*) é a taxa de desconto que iguala o valor presente das entradas líquidas de caixa ao valor presente dos desembolsos relativos ao investimento. A denominação de taxa interna é oriunda do fato de que o valor é calculado, exclusivamente, em função dos fluxos de caixa do projeto e independe dos juros de mercado. A *TIR* deve ser comparada a uma taxa mínima estipulada, por exemplo, ao custo de capital da empresa ou a *TMA*. Se a *TIR* for maior ou igual à taxa mínima, o projeto poderá ser aprovado. Se a *TIR* for inferior à taxa mínima, o projeto deve ser rejeitado.

Ao longo do tempo os gestores empresariais demonstraram simpatia e preferência por este método, pois ele resume a avaliação do projeto a um percentual que pode ser comparado aos outros analisados. No entanto, há vários problemas de ordem operacional e conceitual inerentes a sua aplicação como:

- a) Alguns fluxos de caixa não têm *TIR*

A *TIR* é a taxa que torna nulo o valor presente líquido (*VPL*) do fluxo de caixa. Como o fluxo de caixa pode ter n períodos de apuração, a expressão matemática da *TIR* recai na solução de uma equação matemática de grau n ou de um polinômio de grau n com n possíveis raízes;

- b) Fluxos de caixa com múltiplas raízes

É uma possibilidade inerente a uma equação de grau n ;

- c) Fluxos de caixa de projetos mutuamente excludentes

Geralmente, o *VPL* e a *TIR* apontam para a mesma decisão de aceitar ou rejeitar um projeto, quando estes são independentes. Entretanto, quando analisados projetos mutuamente excludentes, especialmente, de desembolsos iniciais diferentes, a seleção pela *TIR* pode levar a decisões inconsistentes;

- d) Reaplicação do investimento

O método pressupõe que todo o fluxo de caixa gerado é aplicado à *TIR*. Esta suposição é de difícil aceitação, principalmente, em projetos que apuram valores de *TIR* muito acima das taxas praticadas pelo mercado.

A taxa interna de retorno modificada (*MTIR*) foi concebida para corrigir os problemas de raízes múltiplas ou inexistentes e da taxa de reaplicação do investimento da *TIR*. Os fluxos de caixa são levados ao valor futuro pelo custo de capital ou pela *TMA*. O valor futuro final é comparado ao desembolso inicial para determinação da taxa de equilíbrio (*MTIR*). Em termos práticos, a *MTIR* oferece valores inferiores e mais realistas do que a *TIR*.

2.3. Payback (*PB*) e Payback Descontado (*PB*)

O método do *Payback* é considerado como o primeiro método formal utilizado para avaliar projetos de orçamento de capital (Brigham *et al*, 2001). Ele tem origem numa concepção simples que determina o tempo necessário ou o prazo de retorno para recuperar os recursos investidos (*DI*) em um período. O cálculo do prazo de retorno é feito da seguinte forma: (i) se as entradas líquidas de caixa forem constantes, bastará dividir o investimento inicial (*DI*) pelas entradas anuais de caixa ou (ii) se as entradas líquidas forem diferentes, elas deverão ser acumuladas até recuperar o valor investido, apurando-se o prazo de retorno.

De forma geral, seriam aceitos todos os projetos que apresentassem um *payback* inferior a um prazo limite e arbitrário estabelecido pela empresa. As principais desvantagens apresentadas pelo método são: (i) não reconhece as entradas de caixa previstas para ocorrerem após a recuperação do investimento, ou seja, após o prazo máximo estabelecido; (ii) não avalia adequadamente o valor do dinheiro no tempo e (iii) é influenciado pela distribuição dos fluxos de caixa dentro do período de *payback*, ou seja, o método privilegia os projetos cujas entradas maiores aconteçam mais cedo, mas que não são, necessariamente, os de melhor rentabilidade.

Com o intuito de corrigir as falhas do método de *payback* tradicional (*PB*), criou-se uma variante denominada de *payback* descontado (*PBD*). Este método determina o tempo necessário para recuperar os recursos investidos em um período considerando os fluxos de caixa descontados. O *PBD* corrige o fato do *payback* clássico desconsiderar o valor do dinheiro no tempo. Entretanto, ele possui a mesma deficiência de desconsiderar as entradas de caixa previstas para ocorrerem após a recuperação do investimento.

Apesar das limitações expostas pelos métodos do *PB* e do *PBD*, eles são usados em muitas decisões de investimento que compreendem, especialmente, curtos espaços de tempo ou que envolvem montantes de pequeno porte (Hirschfeld, 2009; Ross *et al.*, 2008). Por refletirem a velocidade de recuperação do capital investido, eles também são considerados como medidas de liquidez. Devido a sua simplicidade, os métodos de *PB* e *PBD* são usados de forma complementar ou como filtros na tomada de numerosas decisões de investimento (Ross *et al.*, 2008).

Os métodos apresentados são os mais destacados na literatura e amplamente usados no ambiente empresarial. Academicamente, há uma preferência pelo método do *VPL*, entretanto as mesmas fontes reforçam que diante do racionamento de capital o método do *IL* deve ser preferido. O critério da *TIR* ou da *MTIR* não é recomendado para hierarquizar projetos em situações de restrição de capital.

3. MEDIDA DE RISCO DOS PROJETOS DE INVESTIMENTOS

Esta seção apresenta e discute várias medidas de risco aplicáveis a seleção de projetos. O risco pode ser compreendido como a probabilidade de insucesso. Uma condição de risco pode ser entendida como uma situação onde probabilidades objetivas podem ser associadas aos resultados do projeto. Ao contrário, numa situação de incerteza, não há possibilidades de se associar uma distribuição de probabilidade de ocorrência ou somente se pode associar uma distribuição subjetiva (Casarotto Filho e Kopittke, 2010).

No Brasil, a NBR ISO 31000 estabelece um processo de gestão de risco composto por sete etapas que incluem a identificação (fonte dos riscos), análise (relação causa-conseqüência), avaliação (decisão baseada no risco) e tratamento dos riscos (ações para enfrentar os riscos identificados). A norma ainda estabelece que devem ser utilizadas as melhores informações disponíveis para a avaliação e priorização dos riscos. Na forma de fluxo de caixa convencional, alguns fatores de risco podem ser identificados para os projetos de investimento, tais como: (i) risco da taxa de juros ou da *TMA*; (ii) risco de estimativa da vida útil; (iii) risco da data de ocorrência do fluxo de caixa e (iv) risco sobre o valor estimado do fluxo de caixa.

A partir de princípios estatísticos (covariância, variância, média, desvio-padrão) e probabilísticos (retorno esperado de uma variável aleatória), Markowitz (1952) formulou o risco de uma carteira genérica de ativos admitindo-se que os retornos dos ativos individuais estão relacionados entre si. Markowitz formulou que a variância (ou risco) de um *portfolio* genérico composto por n ativos depende das variâncias individuais dos títulos e das covariâncias entre os pares de ativos. Para os propósitos dos projetos de investimento analisados neste estudo, dados históricos são praticamente inexistentes especialmente em se tratando de novos projetos.

Sharpe (1964) desenvolveu os fundamentos do modelo de precificação de ativos financeiros (CAPM). Entre as principais conclusões deste modelo está a definição de uma medida de risco expressa por beta (β) que significa a sensibilidade do retorno do título a oscilações de mercado. Entretanto, o CAPM não é diretamente aplicável às decisões de orçamento de capital, pois baseia-se num suposto mercado eficiente, que não existe para ativos corporativos reais (não financeiros), como edificações e equipamentos (Gitman e Madura, 2003).

Hirschfeld (2009) apresentou o cálculo da probabilidade de um determinado projeto não gerar riqueza, ou seja, do *VPL* ser negativo ($VPL < 0$). Uma probabilidade de ocorrência é associada a cada entrada do fluxo de caixa e, a partir disso, calcula-se o *VPL* médio e assume-se a distribuição de probabilidade normal para geração dos desvios-padrões e cálculo da probabilidade de inviabilidade do projeto. Apesar da praticidade e da fundamentação estatística, o procedimento apresenta a desvantagem de assumir que a distribuição de probabilidade seja normal para todos os casos. A distribuição normal representa adequadamente muitas distribuições empíricas, mas isto não é verdade para projetos com poucas entradas (Jorion, 2003).

O *Value at Risk* (*VAR*) sintetiza a maior (ou pior) perda esperada dentro de determinados período de tempo e intervalo de confiança (Jorion, 2003). Uma das formas mais práticas de cálculo do *VAR* é a forma paramétrica simplificada, que parte da suposição de distribuição normal para estimativa da perda esperada. Assim como na proposta anterior, há a desvantagem conhecida de assumir a distribuição de probabilidade como sendo normal para todas as situações.

A proposta de medida de risco para avaliação dos projetos surge da combinação dos conceitos de análise de sensibilidade de fluxo (Gitman e Madura, 2003; Hirschfeld, 2009) e da gestão de risco da NBR ISO 31000. Conforme Eid Júnior (1996), o ajuste de risco mais comum praticado pelas empresas brasileiras é o feito pelo fluxo. Gitman e Madura (2003) esclarecem que nos projetos de orçamento de capital convencionais, o risco vem quase que totalmente das entradas de caixa, porque o investimento inicial geralmente é conhecido com relativa certeza.

Avaliou-se o impacto de um aumento de 10% nas entradas do fluxo de caixa sobre o *VP*. O resultado foi medido pelo aumento percentual em relação ao *VP* anterior. Nesta forma, o risco avaliado foi o que ocorreu sobre o valor estimado das entradas. A fórmula geral do risco sobre o fluxo ou grau de alavancagem do fluxo (GA_F) é apresentada a seguir.

$$GA_F = \left| \frac{\text{aumento no } VP \text{ inicial (R\$)}}{VP \text{ inicial (R\$)}} \times 100 \right| = \Delta\% \quad (1)$$

O indicador proposto apresenta as seguintes vantagens: (i) incorpora uma avaliação individual de risco dos projetos; (ii) não trabalha com suposições de distribuições de probabilidade; (iii) apresenta um resultado em escala comparável aos outros componentes da função objetivo; (iv) apresenta riscos diferentes para projetos com a mesma *TMA* e (v) pode ser obtido com os dados disponíveis do fluxo de caixa. Como desvantagens há a escolha arbitrária do aumento percentual usado e de a avaliação ser feita em uma única dimensão.

4. O MODELO PROPOSTO

O modelo proposto segue as linhas gerais apresentadas pelos modelos multi-objetivos de programação linear inteira (Hillier e Lieberman, 2006; Padovani *et al*, 2010; Souza *et al*, 2010). A programação linear inteira trabalha com variáveis do tipo $\{0,1\}$ e oferece garantia de solução ótima ao contrário de outras técnicas como a programação de metas (Colin, 2007; Macedo, 2005; Taha, 2008).

Conforme visto na seção 2, o modelo incorpora o índice de lucratividade (*IL*) como medida de rentabilidade considerada a mais apropriada para as comparações. Além disso, incluiu-se a medida de liquidez do *payback* descontado (*PBD*) e a medida de risco (*GA_F*) adotada para avaliação dos projetos de investimentos. Outra diferenciação na função objetivo, em relação a outros modelos propostos, refere-se nas relações dos seus componentes. Sendo a função objetivo de maximização, as parcelas com sinais negativos tendem a ser minimizadas, ou seja, menores *PBD* e *GA_F*.

As restrições dividem-se em: (i) num grupo tradicional de relações de mútua exclusão e dependência dos projetos; (ii) numa também tradicional relação de controle do orçamento previsto para os projetos e (iii) em relações extras que garantam que os projetos da solução ótima, tenham respectivamente, *MTIR* superior a *TMA*, *IL* superior a 1 e *PBD* inferior ou igual a vida útil.

Além disso, as seguintes premissas foram consideradas:

- a) Todos os indicadores financeiros são previamente conhecidos;
- b) Os grupos de projetos são independentes entre si;
- c) Há grupos com projetos mutuamente excluídos;
- d) Há projetos independentes;
- e) Há projetos com relação de dependência;
- f) A restrição de orçamento de capital ocorre uma única vez na data inicial de análise dos projetos;
- g) Assumiu-se o mesmo peso (*w*) para todos os componentes da função objetivo do modelo de PLI.

Um problema operacional inerente à geração independente de diferentes indicadores está nas suas escalas, pois embora em unidades compatíveis (ex: percentual) as grandezas podem estar expressas em valores distantes (ex: dezenas versus centenas). Em razão disto, o modelo foi dividido em dois estágios: (i) geração dos coeficientes de escala e (ii) seleção dos projetos. A função do primeiro estágio é determinar os coeficientes que serão empregados na função objetivo do segundo estágio para neutralizar o problema de escala das variáveis de decisão. Os modelos matemáticos propostos são apresentados a seguir.

$$Z = f_1 \sum_{i=1}^N IL_i + f_2 \sum_{i=1}^N PBD_i + f_3 \sum_{i=1}^N GAVP_i = 0$$

s.a.

$$f_i \geq 1$$

Onde:

f_i = coeficiente de neutralização de escala do indicador i

N = quantidade de projetos analisados com indicadores positivos

O segundo estágio do modelo é mostrado a seguir.

$$\max Z = \sum_{i=1}^P f_1 w_1 x_i IL_i - f_2 w_2 x_i PBD_i - f_3 w_3 x_i GA_{Fi}$$

sujeito a:

$$-x_{32} - x_{34} + x_{42} \leq 1 \quad (\text{restrição de dependência})$$

$$\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^G x_{ji} \leq 1 \quad (\text{restrição de mútua exclusão})$$

$$\sum_{i=1}^S x_i DI_i \leq O \quad (\text{restrição de orçamento})$$

$$\sum_{i=1}^P x_i MTIR_i \geq x_i TMA_i \quad (\text{restrição de rentabilidade})$$

$$\sum_{i=1}^P x_i IL_i > 1 \quad (\text{restrição de rentabilidade})$$

$$\sum_{i=1}^P x_i PBD_i \leq x_i VU_i \quad (\text{restrição de liquidez})$$

$$x_i \in \{0, 1\}$$

Onde:

IL_i = índice de lucratividade do projeto i ;

$MTIR_i$ = taxa interna de retorno modificada do projeto i ;

PBD_i = *payback* descontado do projeto i ;

GA_{Fi} = grau de alavancagem sobre o *VP* do projeto i ;

TMA_i = taxa mínima de atratividade do projeto i ;

f_i = coeficiente de neutralização de escala proveniente do primeiro estágio;

w = peso de cada componente da função objetivo;

p = conjunto de projetos analisados, $p \in \{1, 2, 3, \dots, P\}$;

m = conjunto de projetos mutuamente excludentes, $m \in \{0, 1, 2, 3, \dots, M\}$;

g = quantidade de projetos por grupo mutuamente excludente, $g \in \{1, 2, 3, \dots, G\}$;

DI_i = desembolso inicial do projeto i ;

O = orçamento total disponível para os projetos;

VU_i = vida útil do projeto i ;

x_i = projeto i participa da solução ótima.

5. RESULTADOS

A relação dos projetos analisados, seus respectivos indicadores financeiros e de risco são apresentadas na tabela 2 a seguir. Os exemplos foram coletados de: Abensur (2009), Brigham et al. (2001), Hirschfeld (2009) e Samanez (2009). Todos os grupos são independentes entre si. Os projetos dos grupos A a O são mutuamente excludentes. Os projetos do grupo P são independentes em relação a todos os outros. Os projetos 7-8; 11-

12; 13-14; 15-17; 20-21; 24-26; 27-28; 30-31 e 36-39 apresentam, ao menos, dois indicadores contraditórios de comparação. O projeto 42 é dependente dos projetos 32 e 34. Há um limite orçamentário definido de R\$ 452.000,00.

As seleções obtidas pelo método tradicional (mono-objetivo/*IL*) e pelo método proposto são mostradas na tabela 1. Conforme esperado, os projetos 9, 18, 32 e 42 não aparecem na solução final de nenhum dos métodos, pois apresentam *VPL* negativo. Também, conforme esperado, a seleção oferecida pelo modelo multi-objetivo é menor do que a do método tradicional, pois há mais critérios de avaliação. Parte da diferença entre as duas seleções pode ser atribuída à parcela de risco que contrabalanceou as parcelas de rentabilidade e ao *PBD* muito próximo ou igual à vida útil dos projetos. Estas características não seriam percebidas numa função mono-objetivo.

O modelo proposto contribui na escolha dos projetos mesmo quando há indicadores contraditórios, pois há mais critérios de desempate ao longo da análise de todos os componentes da função multi-objetivo. O modelo também pode ser ajustado para favorecer algum critério conforme o peso atribuído na função objetivo.

Tabela 1 – Projetos Selecionados

Método		PLI	Método Tradicional		<i>IL</i>
Grupo	Projeto	DI (R\$)	Grupo	Projeto	DI (R\$)
E	10	120.000	A	1	1.000
F	12	28.000	B	4	1.000
K	28	5	C	5	22.000
M	35	1.500	E	10	120.000
P	45	200	F	12	28.000
			G	19	6.000
			J	24	480
			K	28	5
			L	30	5.000
			M	35	1.500
			N	37	150.000
			P	43	20.000
			P	44	500
			P	45	200
Total	5	149.705		14	375.685

Fonte: Elaborado pelo autor

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nenhum método tradicional de análise de investimentos atende, isoladamente, a todos os critérios para uma decisiva seleção de projetos de diferentes naturezas. Isto restringe o uso de funções mono objetivas como forma de otimização.

O modelo proposto está alinhado com os conceitos da moderna teoria financeira e com as práticas das empresas brasileiras. A introdução de um componente de risco trouxe equilíbrio ao processo de seleção por meio da dualidade retorno versus risco. Uma interessante linha de pesquisa seria a avaliação de outras dimensões para a análise do risco do projeto.

Conforme apresentado na seção 1, o modelo foi testado sobre exemplos teóricos oferecidos pela literatura sem prejuízo de qualidade sobre os resultados, pois representam situações hipotéticas factíveis. Seria interessante testá-lo sobre dados reais para avaliar a aderência dos resultados com as opiniões dos gestores.

Tabela 2 – Projetos Analisados e seus respectivos Indicadores Financeiros e de Risco

Grupo	Projeto	DI (R\$)	TMA (% aa)	N (anos)	FCE (R\$)	VPL (R\$)	IL (%)	MTIR (%)	PBD (anos)	GA _F (%)
A	1	1.000	10	4	327	39	3,91	11,06	2,90	14,31
	2	1.000	10	4	332	53	5,35	11,44	4,70	15,89
B	3	1.000	12	4	348	58	5,80	13,59	4,60	18,24
	4	1.000	12	4	342	39	3,99	13,10	3,70	14,39
C	5	22.000	12	6	6.290	3.860	17,55	15,06	5,30	29,30
	6	17.500	12	6	5.000	3.057	17,47	15,05	5,30	29,22
D	7	10.000	12	5	3.000	814	8,14	13,77	5,10	18,96
	8	25.000	12	5	7.400	1.675	6,70	13,46	5,10	17,37
E	9	300.000	9	5	66.000	-43.883	-14,43	5,66	20,00	5,87
	10	120.000	9	5	96.000	253.406	211,17	36,78	2,40	242,29
F	11	68.000	10	10	24.800	84.385	124,10	19,24	4,20	146,51
	12	28.000	10	5	19.200	44.783	159,94	33,16	2,70	185,93
G	13	5.000	8	4	1.721	701	14,03	11,60	4,60	25,43
	14	10.000	8	3	4.256	970	9,70	11,39	3,80	20,67
	15	10.000	8	4	4.000	3.248	32,49	15,87	3,80	45,73
	16	12.000	8	3	5.000	885	7,38	10,59	3,70	18,12
	17	8.000	8	2	6.000	2.699	33,74	24,90	2,50	47,12
	18	5.000	8	2	2.682	-216	-4,32	5,64	10,00	5,25
	19	6.000	8	4	2.461	2.153	35,89	16,60	3,90	49,47
H	20	100	10	2	80	38	38,84	29,61	2,40	52,73
	21	80	10	2	65	32	41,01	30,62	2,40	55,11
I	22	100	10	2	68	17	17,36	19,16	2,80	29,09
	23	100	10	2	67	16	16,74	18,85	2,40	28,41
J	24	480	9	7	129	170	35,46	13,83	5,90	49,01
	25	620	9	7	141	92	14,97	11,19	6,80	26,47
	26	750	9	7	187	192	25,60	12,61	6,30	38,16
K	27	10	10	2	18	21	214,05	94,94	0,60	245,45
	28	5	10	2	12	16	321,49	125,83	2,00	363,64
	29	5	10	2	9	11	238,84	102,48	2,00	272,73
L	30	5.000	10	5	1.672	1.338	26,76	15,34	4,50	39,44
	31	8.000	10	10	1.594	1.794	22,43	12,35	6,90	34,67
M	32	1.500	10	5	234	-610	-40,68	2,16	10,00	34,75
	33	1.500	10	5	597	766	51,07	19,46	5,20	66,18
	34	1.500	10	5	605	796	53,09	19,78	5,20	68,8
	35	1.500	10	5	601	779	51,95	19,60	4,40	67,14
N	36	85.000	20	4	40.000	18.549	21,82	26,07	3,90	34,01
	37	150.000	20	4	78.000	51.921	34,61	29,26	3,60	48,08
	38	250.000	20	4	130.402	87.577	35,03	29,36	4,50	48,53
	39	378.000	20	4	153.487	19.337	5,12	21,51	4,10	15,63
O	40	100.000	10	5	30.000	84.337	84,34	16,94	5,2	102,77
	41	70.000	10	5	20.000	52.891	75,56	16,37	5,5	93,11
P	42	80.000	10	5	18.640	-9.339	-11,67	7,30	10,00	2,84
	43	20.000	15	7	5.384	2.399	12,00	16,88	6,50	23,2
	44	500	20	10	150	128	25,70	22,78	7,00	38,55
	45	200	20	10	100	219	109,62	29,22	3,82	130,59
Total	45	1.805.450								

Fonte: Elaborado pelo autor

 Fonte: Abensur (2009), Brigham *et al* (2001), Hirschfeld (2009) e Samanez (2009)

REFERÊNCIAS

Abensur, E.O. *Finanças Corporativas: Fundamentos, Práticas Brasileiras e Aplicações em Planilha Eletrônica e Calculadora Financeira*. São Paulo: Scortecci, 2009.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. *NBR ISO 31000: Gestão de riscos, princípios e diretrizes*. Rio de Janeiro: ABNT, 2009.

Brigham, E.F.; Gapenski, L.C.; Ehrhardt, M.C. *Administração Financeira: Teoria e Prática*. São Paulo: Atlas, 2001.

Casarotto Filho, N.; Kopittke, B.H. *Análise de Investimentos: matemática financeira, engenharia econômica, tomada de decisão, estratégia empresarial*. São Paulo: Atlas, 2010.

Colin, Emerson C. *Pesquisa Operacional: 170 Aplicações em Estratégias, Finanças, Logística, Produção, Marketing e Venda*. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

Eid Júnior, W. (1996), Custo e estrutura de capital: o comportamento das empresas brasileiras. *Revista de Administração de Empresas*, 36, 51-59.

Gitman, L.J.; Madura, J. *Administração Financeira: uma Abordagem Gerencial*. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2003.

Hillier, F.S. ; Lieberman, G.J. *Introdução à Pesquisa Operacional*. São Paulo: McGraw-Hill, 2006.

Hirschfeld, H. *Engenharia Econômica e Análise de Custos*. São Paulo: Atlas, 2009.

Jorion, P. *Value at Risk: A Nova Fonte de Referência para a Gestão do Risco Financeiro*. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2003.

Macedo, M.A.S. (2005), Seleção de Projetos de Investimento: uma Proposta de Modelagem Apoiada em Programação Multi-Objetivo. *Atas do 5º Encontro Brasileiro de Finanças*.

Markowitz, H. (1952), Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 7, 77-91.

Padovani, M.; Carvalho, M.M.; Muscat, A.R.N. (2010), Seleção e Alocação de Recursos em Portfólio de Projetos: Estudo de Caso no Setor Químico. *Gestão & Produção*, 17, 157-180.

Ross, S.A.; Westerfield, R.W. ; Jaffe, J.F. *Administração Financeira*. São Paulo: McGraw-Hill, 2008.

Samanez, C.P. *Engenharia Econômica*. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.

Sharpe, W. (1964), Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *Journal of Finance*, 19, 425-442.

Souza, J.S.; Neto, F.J.K.; Filomena, T.P. (2010), Definição de Portfólio de Investimentos em uma Empresa usando Análise Multicriterial. *Revista Produção On-Line*, 10, 168-196.

Taha, H.A. *Pesquisa Operacional*. São Paulo: Prentice Hall, 2008.