OTIMIZAÇÃO DA POLÍTICA MONETÁRIA EM MODELOS COM EXPECTATIVAS RACIONAIS

Lucas Gurgel Praxedes
Departamento de Engenharia Eletrônica
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
05508 900 São Paulo SP Brasil
gurgel.lucas@gmail.com

Oswaldo Luiz do Valle Costa
Departamento de Engenharia Eletrônica
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
05508 900 São Paulo SP Brasil
oswaldo@lac.usp.br

RESUMO

Este artigo trata do problema de otimização da política monetária em horizonte infinito. A dinâmica macroeconômica é dada por um modelo com expectativas racionais e o custo a ser minimizado é uma função linear quadrática das variáveis de estado e do controle aplicado. O controle ótimo é determinado analiticamente em função dos multiplicadores de Lagrange, os quais são calculados a partir de uma equação recursiva. É também apresentado um exemplo de um modelo tendo como variáveis de estado a inflação, o hiato do produto e choques autorregressivos. Os parâmetros do modelo são estimados segundo os dados da economia brasileira e os pesos da função custo são arbitrados para a determinação numérica do controle ótimo. A política monetária ótima é determinada para o período entre 2008 e 2009 e comparada com a política monetária adotada pelo governo.

Palavras chaves: Política Monetária, Controle Ótimo, Expectativas Racionais.
Área: AdP - PO na Administração Pública

ABSTRACT

This article presents the monetary policy optimization problem for infinity time-horizon. The macroeconomic dynamic is given by a rational expectations model and the cost to be minimized is a linear quadratic function of the state variables and applied control. The optimal control is determined analytically as a function of the Lagrange multipliers, which are calculated from a recursive equation. It is also presented an example of a model taking as state variables the inflation, output-gap and autoregressive shocks. The model´s parameters are estimated for the Brazilian economy data and the weights from the cost function are assigned in order to calculate numerically the optimal control. The optimal monetary policy is determined to the period between 2008 and 2009 and compared to the governments monetary policy.

Keywords: Monetary Policy, Optimal Control, Rational Expectations
Main Area: AdP - PO na Administração Pública

1 Introdução

A administração pública, com o intuito de atingir metas econômicas, utiliza uma série de políticas para interferir na dinâmica econômica, dentre as quais se destaca a política monetária, que é o objeto de estudo deste trabalho.

O termo *Política Monetária* se refere às ações tomadas por um banco central para influenciar a disponibilidade e o custo do dinheiro e do crédito, com o objetivo de ajudar a promover as metas econômicas nacionais. Atualmente, a maior parte dos países adota o regime de Metas de Inflação, que consiste na definição de uma meta de inflação a ser cumprida, a qual é controlada por meio da taxa de juros. Em outras palavras, a política monetária é aplicada para manter a inflação dentro da meta.

No Brasil, o regime de metas de inflação foi adotado em junho de 1999. As metas são definidas pelo Conselho Monetário Nacional (CMN) e cabe ao Banco Central assegurar que a inflação siga a trajetória estabelecida pelo Conselho. O controle da inflação é feito de forma indireta, por meio do anúncio da meta da taxa de juros, denominada de taxa Selic. Essa taxa é determinada pelo Comitê de Política Monetária (Copom), e o Banco Central é responsável por controlar a oferta de moeda necessária para manter os juros no nível desejado. O livro de Simonsen e Cysne (2007) apresenta mais detalhes sobre o funcionamento do regime de metas no Brasil.

O problema dos formuladores da política econômica consiste em determinar a taxa de juros de tal modo que seja garantido o cumprimento das metas de inflação e, simultaneamente, não haja efeitos negativos para a economia. Os trabalhos mais recentes sobre o assunto, como Soderlind (1999) e Svensson (2000), consideram modelos com expectativas racionais para descrever a dinâmica da economia e aplicam a teoria de controle ótimo para a determinação das taxas de juros. Na literatura brasileira, pode-se mencionar o artigo de Bonomo e Brito (2001) que utiliza um modelo de expectativas racionais para a economia e realiza uma simulação numérica para várias regras de política monetária com o objetivo de selecionar a de melhor resultado.

Esses trabalhos mais recentes vêm seguindo a mesma linha desenvolvida por Ljungqvist e Sargent (2000), onde a interação entre os agentes econômicos - governo, famílias e empresas - é analisada segundo conceitos da Teoria dos Jogos. O governo é considerado o jogador líder enquanto os demais agentes econômicos (famílias e empresas) são os seguidores, isto é, tomam conhecimento da decisão feita pelo governo (taxa de juros) antes de fazerem as suas próprias decisões (consumo, investimento, poupança). O governo escolhe sua estratégia com base na função de reação esperada para os demais agentes e o efeito dessa reação nos agregados macroeconômicos.

O objetivo deste trabalho é a determinação da política juros ótima a ser utilizada pelo governo na Política Monetária. Será considerado um modelo com expectativas racionais para a dinâmica da economia e uma função custo linear quadrática a ser minimizada. Para fins de simulação, será analisado o período de 2002 a 2008 para estimação de parâmetros e o período de 2008 a 2009 para avaliação da lei de controle.

O artigo se organiza da seguinte forma: na seção 2 será apresentada a formulação, em espaço de estados, de modelos com expectativas racionais. Em seguida, na seção 3, o problema de controle ótimo é resolvido para um caso geral. Na seção 4 será apresentado um caso particular de modelo com expectativas racionais, restrito a quatro variáveis de estado. Os métodos de estimação de parâmetros são apresentados brevemente na seção 5. Assim, a política de controle ótimo é determinada numericamente, com base no modelo selecionado e no conjunto de parâmetros estimados. Isso possibilita a análise dos resultados com base em alguns cenários para as condições iniciais, o que é apresentado na seção 6. Por fim, o trabalho é concluído pela comparação entre a política ótima e as decisões efetivamente tomadas pelo governo no período compreendido entre 2008 e 2009.

2 Definição do Problema

O objetivo desta seção é apresentar o problema de controle ótimo e o modelo de espaços de estados para a dinâmica macroeconômica. Seguindo a modelagem Neo-Keynesiana, baseada na teoria das expectativas racionais de Muth (1961), Sargent e Wallace (1974) e Lucas (1976), há basicamente dois tipos de variáveis a serem consideradas. O primeiro tipo compreende as variáveis autorregressivas (ou *Backward-Looking*), onde o valor atual recebe influência dos valores passados. O segundo tipo é o das variáveis antecipativas (ou *Forward-Looking*), nas quais o valor atual depende das expectativas para o futuro, e não recebe influência dos dados do passado.

Seja z_t um vetor $n_z \times 1$ de variáveis autorregressivas, x_t um vetor $n_x \times 1$ de variáveis antecipativas e u_t um vetor com os instrumentos controle do governo. Seja $y_t = \begin{bmatrix} z_t \\ x_t \end{bmatrix}$. A função custo do governo no instante t é dada por

$$L_t = y_t^{'} R y_t + u_t^{'} Q u_t \tag{1}$$

com R e Q simétricas e positiva definida. O objetivo do governo é minimizar a função do custo total esperado (J)

$$J = E\left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t L_t\right] \tag{2}$$

onde β é um fator de desconto. O modelo é descrito pela equação:

$$\begin{bmatrix} z_{t+1} \\ E[x_{t+1}|t] \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} z_t \\ x_t \end{bmatrix} + Bu_t + \epsilon_t \tag{3}$$

onde $E[x_{t+1}|t]$ é o valor esperado da variável x no instante $t+$ condicional à toda informação disponível no instante t. ϵ_t é um ruído branco gaussiano.

Conforme enunciado em Ljungqvist e Sargent (2000)(pág.113), o Princípio da Equivalência à Certeza afirma que o controle ótimo em um problema linear quadrático estocástico é o mesmo do correspondente problema linear quadrático determinístico. Dessa forma, é possível simplificar o problema por meio da utilização de um modelo determinístico e pela substituição da expectativa condicional pelo valor da variável x_{t+1}. Além disso, particionando a matriz A, reescreve-se a equação (3) como:

$$\begin{bmatrix} z_{t+1} \\ x_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_t \\ x_t \end{bmatrix} + Bu_t \tag{4}$$

Há uma condição inicial z_0 para as variáveis autorregressivas, mas as variáveis antecipativas não possuem condição inicial. O valor inicial x_0 deve ser obtido em função de x_1 e z_0. O valor de x_1, por sua vez, é calculado a partir de x_2 e z_1. Nota-se que o sistema não está determinado, e pode permitir múltiplas realizações da variável x como solução para o problema. Assim, para obter uma solução única, deve-se impor uma condição de transversalidade, conforme será mostrado adiante na seção 3.2. Na próxima seção, será apresentado o problema de controle ótimo e serão aplicadas as condições de primeira ordem para o mínimo.

Recapitulando, o problema do governo é minimizar a equação (2), sujeito à dinâmica (4) e à condição inicial x_0, por meio da escolha da sequência de controle $\{u_t\}_{t=0}^{\infty}$.

3 Controle Ótimo

3.1 Método do Lagrangiano

O primeiro passo para a determinação da política de controle ótimo consiste em escrever o Lagrangiano, considerando o sistema determinístico (4) e o custo (2) sem o valor esperado, visto que o sistema é determinístico.

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[y_t' R y_t + u_t' Q u_t + 2\beta \mu_{t+1}' (A y_t + B u_t - y_{t+1}) \right] \tag{5}$$

onde μ_t é o multiplicador de Lagrange.

A seguir, determinam-se as condições de primeira ordem para u_t e y_t que são:

$$\frac{\partial L}{\partial u_t} = 2u_t' Q + 2\beta \mu_{t+1}' B = 0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_t} = 2y_t' R + 2\beta \mu_{t+1}' A - 2\mu_t' = 0 \tag{7}$$

Então fica:

$$u_t = -Q^{-1} \beta B' \mu_{t+1} \tag{8}$$

$$\beta A' \mu_{t+1} = \mu_t - R y_t \tag{9}$$

Substituindo a expressão para u_t (8) na dinâmica do sistema (4), fica:

$$y_{t+1} = A y_t - \beta B Q^{-1} B' \mu_{t+1}$$

Juntando essa equação com a condição de primeira ordem para y_t, equação (9), pode-se montar o sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} I & \beta B Q^{-1} B' \\ 0 & \beta A' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t+1} \\ \mu_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -R & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t \\ \mu_t \end{bmatrix} \tag{10}$$

O próximo passo consiste em reescrever o sistema de equações separando as parcelas antecipativas e as parcelas autorregressivas. Para isso, decompõe-se o multiplicador de Lagrange em duas parcelas:

$$\mu_t = \begin{bmatrix} \mu_{zt} \\ \mu_{xt} \end{bmatrix}$$

onde μ_{zt} é a parcela associada às variáveis autorregressivas e μ_{xt} é associada às variáveis antecipativas. Em seguida, definem-se os novos vetores de variáveis autorregressivas e antecipativas como

$$F_t = \begin{bmatrix} z_t \\ \mu_{zt} \end{bmatrix} \quad e \quad f_t = \begin{bmatrix} x_t \\ \mu_{xt} \end{bmatrix}$$

o que leva, finalmente, a

$$H \begin{bmatrix} F_{t+1} \\ f_{t+1} \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} F_t \\ f_t \end{bmatrix} \tag{11}$$

onde H e D são as matrizes proveniente da equação (10), após as trocas das ordens das linhas para agrupar as variáveis antecipativas e as variáveis autorregressivas. Nesse ponto, o controle ótimo está definido pela equação (8), sendo necessário encontrar o multiplicador de Lagrange para calcular o valor do controle. Para encontrar o multiplicador de Lagrange, deve-se resolver a equação de diferenças (11), para $t = 0$ a ∞, conforme apresentado no próximo tópico. Nota-se que para que a equação de diferenças possa ser resolvida, algumas condições devem ser satisfeitas para garantir a convergência da séries.

3.2 Solução de uma equação de diferenças com expectativas racionais

O objetivo desta seção é resolver a equação de diferenças (11) para encontrar os valores dos multiplicadores de Lagrange e então calcular o controle ótimo pela equação (8). Conforme o procedimento dos trabalhos de Soderlind (1999) e Blanchard e Kahn (1980), aplica-se a decomposição generalizada de Schur às matrizes H e D, encontrando-se as matrizes Q, S e T, tal que

$$D = Q^{'}TZ^{'} \quad e \quad H = Q^{'}SZ^{'} \tag{12}$$

As matrizes Q e Z são unitárias ($Q'Q = Z'Z = I$), enquanto T e S são triangulares (superior). Os elementos das matrizes T e S definem os autovalores generalizados da decomposição: $\lambda_j = t_{jj}/s_{jj}$. A existência de solução para a equação de diferença é garantida pelo Teorema (3.1).

Teorema 3.1 *Blanchard e Kahn (1980): Existe uma solução para a equação de diferenças (11) se o número de autovalores generalizados λ_j cujo módulo é maior que 1 (autovalores instáveis) é igual ao número de variáveis antecipativas.*

Definem-se variáveis auxiliares $\hat{y}_1$ e $\hat{y}_2$ como uma transformação linear de F e f:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_{1t} \\ \hat{y}_{2t} \end{bmatrix} \equiv Z^{'} \begin{bmatrix} F_t \\ f_t \end{bmatrix} \tag{13}$$

Em seguida, usando a definição inicial (11) e multiplicando por Q nos dois lados da igualdade, chega-se a:

$$QH \begin{bmatrix} F_{t+1} \\ f_{t+1} \end{bmatrix} = QD \begin{bmatrix} F_t \\ f_t \end{bmatrix} \tag{14}$$

O próximo passo é aplicar as definições (12), (13), o fato de Q e Z serem matrizes unitárias e o fato de S e T serem triangulares superiores. Assim, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ 0 & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}_{1,t+1} \\ \hat{y}_{2,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ 0 & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}_{1t} \\ \hat{y}_{2t} \end{bmatrix} \tag{15}$$

Observando o bloco inferior da equação (15):

$$S_{22}\hat{y}_{2,t+1} = T_{22}\hat{y}_{2t}$$

Supondo que o módulo dos autovalores generalizados desse bloco são maiores que 1, implica que a solução para $\hat{y}_{2t}$ é instável. Isso significa que para se obter uma solução estável é preciso incluir uma condição de transversalidade, fazendo com que essa variável seja sempre nula:

$$\hat{y}_{2t} = T_{22}^{-1}S_{22}\hat{y}_{2,t+1} = 0 \tag{16}$$

Voltando à equação (13), multiplica-se por Z nos dois lados da igualdade, usando o fato que $ZZ' = I$ e aplicando a condição de transversalidade, fica:

$$Z\begin{bmatrix} \hat{y}_{1t} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{y}_{1t} \\ 0 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} F_t \\ f_t \end{bmatrix} \tag{17}$$

Ou seja, pode-se escrever as seguintes identidades:

$$F_t = Z_{11}\hat{y}_{1t} \quad e \quad f_t = Z_{21}\hat{y}_{1t} \tag{18}$$

Conforme mostrado em Blanchard e Kahn (1980), Z_{11} é uma matriz quadrada. Além disso, assume-se que Z_{11} é inversível. Dessa forma, a solução da equação para as variáveis antecipativas é:

$$f_t = Z_{21}Z_{11}^{-1}F_t \tag{19}$$

Resta encontrar a solução para as variáveis autorregressivas. Observando agora o bloco superior da equação (15):

$$S_{11}\hat{y}_{1,t+1} = T_{11}\hat{y}_{1t} \quad \Leftrightarrow \quad \hat{y}_{1,t+1} = S_{11}^{-1}T_{11}\hat{y}_{1t}$$

Usando a equação (18), fica:

$$F_{t+1} = Z_{11}\hat{y}_{1,t+1}$$

$$F_{t+1} = Z_{11}S_{11}^{-1}T_{11}\hat{y}_{1t}$$

$$F_{t+1} = Z_{11}S_{11}^{-1}T_{11}Z_{11}^{-1}F_t$$

Definindo $M = Z_{11}S_{11}^{-1}T_{11}Z_{11}^{-1}$, a solução para as variáveis autorregressivas é:

$$F_{t+1} = MF_t \tag{20}$$

com $F_0' = [z_0 \quad \mu_{x,0}]$ e $mu_{x,0} = 0$. O procedimento apresentado permite resolver a equação (11) usando as equações (19) e (20). Com a solução da equação (11), determina-se os valores dos multiplicadores de Lagrange e permite-se determinar o controle ótimo por meio da equação (8). Em seguida, é apresentado um modelo simplificado para a economia e posteriormente a solução ótima é determinada utilizando o procedimento desta seção.

4 Um modelo Neo-Keynesiano simples

O modelo Novo-Keynesiano (ou Neo-Keynesiano) procura partir de microfundamentos para gerar um modelo agregado da economia. Assim, a economia é dividida em três setores: famílias, empresas e governo. As famílias estão constantemente tentando maximizar sua capacidade de consumo, as empresas tentam maximizar o lucro e o governo tenta maximizar uma função de bem estar da sociedade. A dinâmica da economia deriva da interação entre as decisões desses três agentes. Esse tipo de modelo é também chamado de DSGE (*Dynamic Stochastic General Equilibrium*).

Os economistas da linha Neo-Keynesiana argumentam que uma política monetária expansionista (baixa de juros) para aumentar o consumo e reduzir o desemprego não é recomendável, pois aumenta a inflação no futuro. Entretanto, eles recomendam a utilização de política monetária ativa para a correção dos choques que atingem a economia. Por exemplo, um choque inflacionário deve ter como resposta um aumento na taxa de juro. Assim, o estudo de otimização em modelos DSGE foca em estabelecer a resposta do governo aos choques na economia.

O modelo Novo-Keynesiano é definido pelas equações:

$$\pi_t = \alpha E[\pi_{t+1}|t] + \lambda y_t + \epsilon_{\pi t} \tag{21}$$

$$E[y_{t+1}|t] = y_t + \sigma\left(i_t - E[\pi_{t+1}|t]\right) + \epsilon_{yt} \tag{22}$$

onde π é a inflação, y é o hiato do produto (definido como a diferença entre a produção da economia e a produção que poderia ser obtida sem causar pressões inflacionárias), i é a taxa de juros nominal (variável de controle no modelo), ϵ_π e ϵ_y são choques no modelo.

A equação (21) é a curva de Phillips antecipativa (*forward-looking*), que é obtida por meio da maximização da função utilidade das famílias. Já a equação (22) é a curva IS *forward-looking*, obtida por meio da maximização dos lucros das empresas. O artigo de Clarida et al. (1999) apresenta mais detalhes sobre a formulação neo-keynesiana.

Há duas fontes de ruído (ou choque) no modelo, $\epsilon_{\pi t}$ e ϵ_{yt}, que seguem um processo auto-regressivo AR(1) definido por:

$$\epsilon_{\pi t+1} = \tau_\pi \epsilon_{\pi t} + \varsigma_{\pi t} \tag{23}$$

$$\epsilon_{yt+1} = \tau_y \epsilon_{yt} + \varsigma_{yt} \tag{24}$$

Onde ς_π e ς_y são ruídos branco independentes. Pode-se reescrever as equações (21) a (24) como:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \sigma & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{\pi t+1} \\ \epsilon_{yt+1} \\ E[\pi_{t+1}|t] \\ E[y_{t+1}|t] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_\pi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tau_y & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -\lambda \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{\pi t} \\ \epsilon_{yt} \\ \pi_t \\ y_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sigma \end{bmatrix} i_t + \begin{bmatrix} \varsigma_{\pi t} \\ \varsigma_{yt} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{25}$$

Usando uma notação mais compacta, fica:

$$G \begin{bmatrix} z_{t+1} \\ E[x_{t+1}|t] \end{bmatrix} = \hat{A} \begin{bmatrix} z_t \\ x_t \end{bmatrix} + \hat{B} i_t + \hat{C}\xi_t \tag{26}$$

onde z_t é um vetor de variáveis autorregressivas, ou *backward-looking* (neste caso ϵ_{yt} e $\epsilon_{\pi t}$), e x_t é um vetor de varáveis antecipativas, ou *forward-looking* (neste caso π_t e y_t). Como o fator de desconto α é não nulo, então a matriz G é inversível e pode-se escrever o modelo na forma da equação (3).

$$\begin{bmatrix} z_{t+1} \\ E[x_{t+1}|t] \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} z_t \\ x_t \end{bmatrix} + Bi_t + \epsilon_t \tag{27}$$

O modelo escrito na forma da equação (3) corresponde à formulação da teoria das expectativas racionais e o controle ótimo pode ser determinado pelo método apresentado na seção 3.

5 Estimação de Parâmetros

Para determinar os parâmetros σ, τ, λ e α é necessário ter as séries temporais de todas as variáveis. No caso da inflação, é usada a série do IPCA, pois é esse é o indicador que o Banco Central utiliza na meta de inflação. Já a expectativa da inflação pode ser obtida pelo relatório *Focus*, publicado semanalmente pelo Banco Central. Infelizmente, esse relatório começou a ser publicado em 2001, o que implica em uma série de dados relativamente curta. Um outro problema é que o hiato do produto é uma variável não observável, ou seja, precisa ser estimada.

O método utilizado neste trabalho para estimar o hiato do produto é um modelo de componentes não observáveis: o método de Harvey e Clark, apresentado em Harvey (1985), o qual decompõe o PIB em um termo de tendência e um termo cíclico e assume que o produto potencial segue um passeio aleatório com *drift*, onde esse *drift* é dado por um passeio aleatório normal. Além disso, assume que o hiato do produto segue um processo autorregressivo de segunda ordem AR(2). Escrevendo na forma de um sistema de equações:

$$p_t = p_t^* + y_t \tag{28}$$
$$p_t^* = \mu_{t-1} + p_{t-1}^* + \nu_t \tag{29}$$
$$\mu_t = \mu_{t-1} + \omega_t \tag{30}$$
$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \epsilon_t \tag{31}$$

Os processos aleatórios ν_t, ω_t e ϵ_t são não correlacionados com distribuição normal. Reescrevendo o modelo na forma de espaço de estados fica:

$$\begin{bmatrix} p_t^* \\ y_t \\ y_{t-1} \\ \mu_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \phi_1 & \phi_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{t-1}^* \\ y_{t-1} \\ y_{t-2} \\ \mu_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \nu_t \\ \epsilon_t \\ 0 \\ \omega_t \end{bmatrix} \tag{32}$$

$$p_t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_t^* \\ y_t \\ y_{t-1} \\ \mu_t \end{bmatrix} \tag{33}$$

Os parâmetros desconhecidos são ϕ_1, ϕ_2 e as variâncias dos processos ν, ϵ e ω. Esses cinco parâmetros são determinados por máxima verossimilhança. As variáveis de estado são estimadas por um filtro de Kalman. Assim é necessário implementar um processo iterativo onde a cada iteração um conjunto de parâmetros é fornecido, o filtro de Kalman fornece as estimativas dos estados e da saída, e a verossimilhança é determinada pelo erro entre a saída fornecida pelo filtro de Kalman e os valores reais. O algoritmo apresentado em Kin e Nelson (1999) mostra a solução do problema.

Uma vez que todas as séries temporais do modelo estão disponíveis, o próximo passo é a determinação dos parâmetros do modelo (σ, τ, λ e α). A forma mais imediata de resolver o problema é utilizar o estimador de mínimos quadrados (*Ordinary Least Squares - OLS*), que determina os parâmetros que minimizam o erro médio quadrático entre o valor previsto pelo modelo e o valor medido. Entretanto, esse estimador só é ótimo se os erros tiverem uma distribuição normal, o que nem sempre ocorre nas séries de dados econômicas.

O estimador *OLS* pode ser visto como um caso particular do método generalizado dos momentos (GMM), que parte da hipótese que os resíduos são descorrelacionados das variáveis estimadas. O artigo de Gali et al. (2005) apresenta um exemplo de aplicação do GMM para a estimativa dos parâmetros de um modelo Novo-Keynesiano. Os valores obtidos pelo método do GMM são apresentados na tabela 1.

Parâmetro	Valor (desvio)
α	0,756 (0,351)
σ	0,295 (0,152)
λ	0,321 (0,284)
τ_π	0,852 (0,299)
τ_y	0,608 (0,305)

Tabela 1: Parâmetros Estimados

6 Resultados das Simulações Numéricas

6.1 Análise de cenários para condições iniciais

Para resolver numericamente o problema de controle ótimo, é necessário definir as matrizes Q e R da equação (1) e o fator de desconto β. Assim foi escolhido $\beta = 0,7$, $Q = 0,5$ e R é uma matriz diagonal com parâmetros $R_{11} = R_{22} = 0,01$ e $R_{33} = R_{44} = 0,8$.

Uma vez definido os parâmetros, a política de controle ótimo é calculada pela equação (8) em função do multiplicador de Lagrange, que é determinado pelas equações (19 e 20). Fica faltando somente as condições iniciais para as variáveis autorregressivas (choque da inflação e choque do hiato do produto). Assim, o objetivo desta seção é determinar a solução ótima para algumas condições iniciais de interesse:

- Expectativa de inflação acima da meta e produção econômica em forte expansão (hiato do produto positivo). Nesse cenário, a expansão da atividade econômica provoca a redução no desemprego e a pressão por salários reais maiores para os trabalhadores ao mesmo tempo que a capacidade de produção se torna um limitante para a oferta de bens e serviços, pressionando o aumento da inflação.

- Expectativa de inflação baixa e produção econômica estagnada. Esse cenário se caracteriza por altas taxas de desemprego e uma grande capacidade ociosa na indústria. A expectativa de inflação baixa e incertezas quando ao emprego, fazem com que as famílias reduzam o consumo e aumentem as economias.

O primeiro dos cenários é mostrado na figura 1. Neste caso há um choque inflacionário juntamente com um aquecimento da economia. Uma vez que o governo registra a inflação acima da meta, as taxas de juros são elevadas em mais de 1%. Entretanto, a política monetária não tem efeito imediato, e o aquecimento da atividade econômica provoca um aumento ainda maior da inflação. A partir do segundo período, as taxas de juros mais altas começam a surtir efeito e a inflação começa a cair. Em seguida, o governo começa a diminuir gradativamente a taxa de juros até chegar a um ponto de equilíbrio.

O segundo cenário, mostrado na 2, apresenta uma situação de atividade econômica e inflação baixas. Nesse caso, a resposta do governo segundo o modelo deveria ser uma redução na taxa de juros de pouco mais de 1%. Essa política permitiria um incentivo à atividade econômica com a posterior retomada da inflação ao centro da meta.

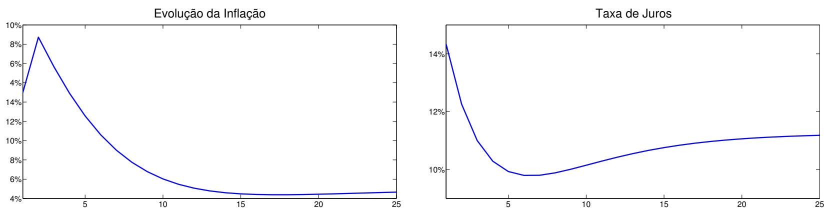

Figura 1: Resultado da simulação para o cenário de inflação inicial alta

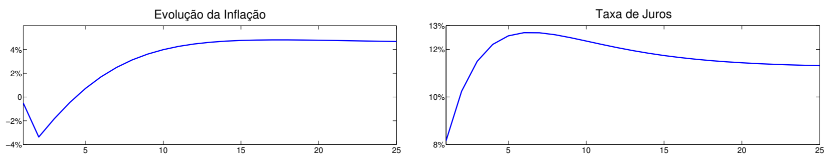

Figura 2: Resultado da simulação para o cenário de inflação inicial baixa

6.2 Comparação entre a política ótima e a política implementada no Brasil

O objetivo desta seção é comparar a política monetária sugerida pelo modelo com a política implementada pelo governo. O período entre 2008 e 2009 foi escolhido pois apresenta características singulares, como o aumento da inflação juntamente com um forte crescimento econômico no começo de 2008, seguido de um período recessivo que se estendeu dos últimos meses de 2008 ao início de 2009.

Em março de 2008 a taxa Selic estava em 11,25% e a expectativa de inflação estava próxima à meta de inflação de 4.5%. Nos meses seguintes, a expectativa de inflação começou a subir, chegando a atingir 5,23% em junho. Nesse momento a taxa selic estava 12,25%, e foi elevada continuamente até atingir 13,75% em setembro daquele ano. A taxa foi mantida nesse patamar até janeiro de 2009, quando a expectativa de inflação já estava próxima da meta e a economia já dava amplos sinais de estar entrando em recessão (hiato do produto negativo). Mesmo assim, o governo reduziu levemente a Selic para 12,75%, ainda muito acima dos valores registrados em março de 2008. Entre janeiro e julho de 2009, o governo reduziu a taxa Selic para 8,75%, quando a expectativa de inflação já se encontrava em 4,10%, bem abaixo da meta.

Conclui-se que o governo brasileiro optou por uma política de movimentos graduais na taxa de juros. Entretanto, conforme verificado nas simulações, tal política não é ótima. Os resultados da pesquisa desenvolvida neste trabalho sugerem que a aplicação de choques na política monetária gera um resultado melhor que a modificação gradual das taxas de juros. Utilizando o cenário de junho de 2008, o modelo sugeriria um aumento próximo de 3% na taxa selic. O efeito desse salto na taxa de juros seria manter a expectativa de inflação perto da meta e evitar o superaquecimento da economia visto nos meses seguintes. Isso permitiria ao governo baixar rapidamente as taxas de juros até o mês de setembro, quando o cenário já tinha mudado totalmente.

Um dos problemas do gradualismo adotado na política monetária é que os ciclos econômicos podem mudar de modo rápido, o que faz com que a política seja aplicada em um momento inadequado. Assim, a política monetária aplicada em 2008 acabou por aumentar os efeitos dos ciclos econômicos, o que se evidenciou no resultado do produto interno bruto que apresentou uma queda acumulada de 6% entre julho e dezembro de 2008.

7 Conclusão

Este trabalho utiliza ferramentas de controle ótimo aplicadas em modelos econômicos com expectativas racionais com o objetivo de obter a política monetária ótima para a estabilização dos ciclos da economia. É empregado um modelo relativamente simples para a dinâmica macroeconômica, englobando quatro variáveis de estado. Os parâmetros do modelo são estimados pelo método generalizado dos momentos.

Depreende-se, das simulações analisadas, que a resposta ótima do governo sempre é na forma de um salto inicial nas taxas de juros, com um gradual retorno aos valores de equilíbrio. Entretanto, analisando a Política Monetária implementada pelo governo brasileiro nos últimos anos, percebe-se que têm prevalecido um movimento gradual, tanto no aumento quanto na diminuição, das taxas de juros. Conforme mostrado, esse tipo de política gradualista não é compatível com a política ótima simulada neste trabalho.

Por outro lado, a crítica que se faz a esse tipo de modelo é que os parâmetros permanecem constante durante todo o período. Essa hipótese pode ser verdadeira quando o intervalo de tempo analisado é de poucos anos. Entretanto, para analisar ciclos durantes décadas não se pode assumir um modelo invariante no tempo. Uma possibilidade seria a utilização de modelos com saltos markovianos, onde cada estado possui um conjunto de parâmetros fixos e é associado à determinado modo de operação da economia. O problema para a aplicação desses modelos com saltos na analise econômica brasileira é a limitação na série de dados para estimar os parâmetros do modelo. Fica como sugestão para pesquisa futura a utilização de modelos com saltos markovianos e, ainda mais simples, a utilização de modelos com mais variáveis de estado, incluindo outras variáveis relevantes, como a taxa de câmbio, o desemprego e os gastos do governo (política fiscal).

Agradecimento

Esse artigo teve o apoio do Núcleo de Apoio à Pesquisa da USP em Matemática, Computação, Linguagem e Cérebro.

Referências Bibliográficas

Blanchard, O. J. e Kahn, C. M. (1980). The solution of linear difference models under rational expectations. *Econometrica*, 48(5):1305–11.

Bonomo, M. A. e Brito, R. D. (2001). Regras monetárias e dinâmica macroeconômica no brasil: uma abordagem de expectativas racionais. Technical report, Central Bank of Brazil, Research Department.

Clarida, R.; Galí, J. e Gertler, M. (1999). The science of monetary policy: A new keynesian perspective. *Journal of Economic Literature*.

Gali, J.; Gertler, M. e David Lopez-Salido, J. (2005). Robustness of the estimates of the hybrid new keynesian phillips curve. *Journal of Monetary Economics*, 52(6):1107–1118.

Harvey, A. C. (1985). Trends and cycles in macroeconomic time series. *Journal of Business & Economic Statistics*, 3(3):216–27.

Kin, C.-J. K. e Nelson, C. R. (1999). *State-Space Models with Regime Switching: Classical and Gibbs-Sampling Approaches with Applications*, volume 1. The MIT Press, 1 edição.

Ljungqvist, L. e Sargent, T. J. (2000). *Recursive Macroeconomic Theory*. MIT Press, Cambridge, Mass. [u.a.].

Lucas, R. E. (1976). Econometric policy evaluation: A critique. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 1(1):19–46.

Muth, J. F. (1961). Rational expectations and the theory of price movements. *Econometrica*, 29(3):315–335.

Sargent, T. e Wallace, N. (1974). Rational expectations and the theory of economic policy. Working Papers 29, Federal Reserve Bank of Minneapolis.

Simonsen, M. H. e Cysne, R. P. (2007). *Macroeconomia*. Editora Atlas, 3ª edição.

Soderlind, P. (1999). Solution and estimation of re macromodels with optimal policy. *European Economic Review*, 43(4-6):813–823.

Svensson, L. E. O. (2000). Open-economy inflation targeting. *Journal of International Economics*, 50(1):155–183.