Um modelo para o problema de planejamento da produção de pedidos em fundições de pequeno porte

Maria Gabriela Stevanato Furtado
Erika Vergine
Victor Claudio Bento Camargo
Franklina Maria Bragion Toledo
Universidade de São Paulo-USP
Av. Trabalhador São-carlense, 400 - Centro
Caixa Postal: 668 - CEP: 13560-970 - São Carlos - SP
e-mail: {gabisfur, victor, fran}@icmc.usp.br; zipkika@gmail.com

Resumo

O setor de fundições é importante para a economia brasileira e como destacado na literatura, aprimorar seu planejamento da produção é uma questão relevante para melhorar sua eficiência. Nos últimos anos, vários trabalhos focaram o planejamento visando a redução do atraso da produção de itens em fundições. No entanto, a carteira de muitas fundições é composta por pedidos de clientes que podem conter diferentes itens. Para alguns casos reais, entregar parte de um pedido gera custos adicionais de expedição; além disso, um pedido pode conter itens que compõe um mesmo produto final, logo não devem ser entregues separadamente. Neste trabalho, propomos um modelo matemático para representar o problema de planejamento da produção de pedidos em fundições, cujo objetivo é minimizar custos de atraso e estoque dos pedidos. Testes computacionais utilizando o *software* de otimização CPLEX mostraram que a proposta é adequada para o problema.

PALAVRAS CHAVE: **fundições, dimensionamento de lotes, modelo matemático**.

Abstract

The foundry sector is important for the Brazilian economy. As highlighted in the literature, improving its production planning is an important issue to boost its efficiency. In recent years, various studies have focused on planning aimed at reducing the delay in producing items in foundries. However, many foundries have client orders, which can be of a wide range of items. For some real cases, delivering only part of an order can mean additional shipping costs, as well as the fact that an order can contain items that make up one final product, and therefore should not be delivered separately. We propose a mathematical model to represent the production planning problem of orders from foundries, whose aim it is to minimize costs due to delay and orders in stock. Computational tests using the optimization software CPLEX showed that the proposal is appropriate for the problem.

KEYWORDS: **Foundries, lot-sizing, mathematical model**.

1. Introdução

O setor de fundições no Brasil é hoje responsável pela geração de mais de 60.000 empregos e movimenta milhares de reais todo o ano (ABIFA - Associação Brasileira de Fundição, 2011). Logo, é necessário promover melhorias de sua competitividade junto ao cenário mundial e aumentar a eficiência deste importante setor da economia brasileira. Segundo Fernandes e Leite (2002), uma das questões mais relevantes para a eficiência do setor é o planejamento adequado de sua produção.

As fundições brasileiras produzem peças para diferentes setores, como por exemplo, os setores automobilístico e sucroalcooleiro, o que resulta numa grande diversidade de produtos fabricados. Esta diversidade de produtos torna o planejamento da produção de fundições um problema de difícil solução, logo, tanto do ponto de vista prático, quanto do ponto de vista acadêmico ele é relevante.

Nos últimos anos, o problema de planejamento da produção em fundições tem sido abordado por diferentes autores. Como destacado na literatura, em especial para indústrias de pequeno porte, este é um problema de planejamento operacional em que as decisões a serem tomadas são: quais ligas devem ser fundidas; e quais peças devem ser vazadas a partir das ligas fundidas. Duas questões são fundamentais no planejamento da produção: a minimização da subutilização do forno, ou seja, o melhor aproveitamento da capacidade da fundição; e a minimização dos atrasos ao atender os pedidos dos clientes. Estes são objetivos conflitantes e uma solução de boa qualidade para o problema deve considerar o compromisso entre eles.

Do ponto de vista acadêmico, vários autores abordaram problemas de fundições de pequeno porte tendo como objetivo minimizar o atraso na produção dos itens (Araujo et al. (2004); Araujo et al. (2008); Tonaki e Toledo (2010); Fink (2007) e Camargo et al. (2012)). A pesquisa desenvolvida indica que os modelos matemáticos e métodos de solução propostos encontram planos de produção capazes de reduzir o atraso na produção dos itens quando comparados aos planos utilizados na prática. No entanto, Camargo (2009) destaca que os trabalhos até então tratam apenas do planejamento da produção de itens e não o planejamento da produção dos pedidos de um cliente. O autor argumenta que ao planejar a produção de itens de um mesmo pedido podemos incorrer em custos adicionais de expedição ou estoque, que não foram computados durante o planejamento. Outra questão a ser considerada é que diferentes itens de um pedido podem ser partes de um produto mais complexo, logo não é interessante para o cliente a entrega de parte dos componentes de um pedido.

Diante deste contexto, propomos neste artigo um modelo de programação inteira mista para o planejamento da produção de pedidos em fundições de pequeno porte, visando à minimização dos atrasos dos pedidos e a redução de seus custos de estoque. O modelo proposto foi avaliado utilizando o software de otimização CPLEX e os resultados mostraram que a abordagem adotada é apropriada para o problema estudado.

Este texto está organizado da seguinte maneira: na Seção 2, descrevemos o problema de planejamento da produção de pedidos. Na Seção 3, detalhamos o modelo proposto, na Seção 4, apresentamos os resultados computacionais e na Seção 5, apresentamos as conclusões e as perspectivas para trabalhos futuros.

2. Problema de Planejamento da Produção de Pedidos

O problema aqui estudado foi inspirado numa fundição de pequeno porte (fundição de mercado) do interior do estado de São Paulo. Esta fundição possui apenas um forno com capacidade limitada a 360 quilos. Durante um dia, o forno pode ser utilizado até dez vezes. Esta fundição opera no sistema *"make to order"*, ou seja, fabrica os produtos sob

encomenda. O conjunto de clientes é extenso e a carteira de pedidos dos clientes tem algumas características particulares, tais como grande variedade de peças (com pesos e quantidades distintos) e grande diversidade de ligas a serem fundidas.

Um pedido pode conter desde um único item até dezenas de itens diferentes, que podem inclusive ser de diferentes tipos de ligas. Para considerar um pedido como atendido, todos os itens que o compõe devem ser produzidos. Atender parcialmente um pedido implica em custos adicionais de expedição. A Figura 1 ilustra um exemplo de um pedido que contém itens diferentes.

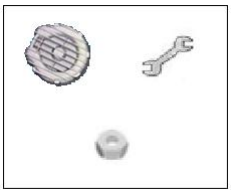

Figura 1: Itens que compõem um mesmo pedido (Adaptado de Camargo (2009) e Camargo et al. (2012)).

Entregar um pedido parcialmente pode também ser incoerente se os itens que o compõe forem partes de um mesmo produto, como por exemplo, a bomba de água ilustrada na Figura 2. Logo, especificamente para este tipo de produto não é interessante que apenas alguns itens sejam entregues e outros não, pois para a conclusão do produto final é necessária a entrega de todos os itens.

Figura 2: Itens que compõem o mesmo produto.

Portanto, a entrega parcial de um pedido pode incorrer em duas situações: 1) geração de custos adicionais de expedição; 2) inviabilizar parte da produção do cliente. Logo, neste trabalho, nossa motivação é tratar o problema de planejamento de pedidos com o objetivo de reduzir os custos de expedição e atender completamente aos clientes.

Para tratar este problema, representamos os pedidos como produtos finais e os itens que o compõe são considerados como itens componentes. Nas Figuras 3 e 4, ilustramos uma carteira de pedidos e sua representação.

O problema é modelado como um problema de dimensionamento de lotes multi-estágio em que queremos minimizar o atraso na entrega dos pedidos, respeitando as características e limitações presentes no setor de fundição.

Pedido A	Quantidade demandada
Item 1	2
Item 2	4

Pedido B	Quantidade demandada
Item 2	3
Item 3	1

Figura 3: Carteira de Pedidos.

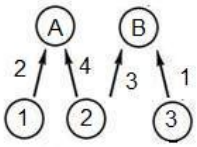

Figura 4: Representação dos pedidos e itens.

3. Modelo Proposto

O modelo proposto foi desenvolvido com base no modelo de planejamento da produção de itens de Araujo (2003). Consideramos um horizonte de planejamento finito que é dividido em períodos, correspondentes aos dias do horizonte de planejamento. Em cada um dos dias, o forno é utilizado várias vezes para a fusão de ligas. Cada fusão do forno chamamos de fornada e para representá-las, como em Araujo (2003), subdividimos um período em subperíodos, um para cada fornada.

Os índices, conjuntos, parâmetros e variáveis do modelo são os seguintes:

Índices:

$k \in \{1, ..., K\} = \mathcal{K}$ são os tipos de ligas;
$i \in \{1, ..., NP\} = \mathcal{I}$ são os pedidos;
$j \in \{1, ..., N\} = \mathcal{N}$ são os itens que compõem os pedidos;
NS é o número de subperíodos por período;
$t \in \{1, ..., T\} = \mathcal{T}$ são os períodos de tempo;
$\eta \in \{1, ..., L_T\} = \mathcal{L}$ são os subperíodos de tempo;
$F_t = 1 + (t-1) * NS$ é o primeiro subperíodo do dia t e $F_1 = 1$;
$L_t = t * NS$ é o último subperíodo do dia t;

Conjuntos:

$S(i)$ são os itens que pertencem ao pedido i;
$L(k)$ são os itens que podem ser produzidos a partir da liga k;
$\eta_f = \{L_1, L_2, ..., L_T\}$ é o conjunto formado pelos últimos subperíodos de cada período t do horizonte de planejamento.

Parâmetros:

Cap é a capacidade do forno;
ρ_j é o peso bruto do item componente j;
$d_{it} = 1$ se o pedido i deve ser entregue no período t e 0 caso contrário;

HP_{it}^{-} é o custo pelo atraso da entrega do pedido i no período t;
H_{jt}^{+} é o custo de estoque de uma unidade do item j no período t;
$s_{k\eta}$ é o custo associado à troca para a produção da liga k no subperíodo η;
a_{ji} representa a quantidade demandada do item j no pedido i;
Variáveis:
$X_{j\eta}$ é a quantidade produzida do item j no subperíodo η;
I_{jt}^{+} é a quantidade estocada do item j no período t;
Y_{η}^{k} é uma variável binária ($Y_{\eta}^{k} = 1$ indica que o forno é preparado para produzir a liga k no subperíodo η, $Y_{\eta}^{k} = 0$ caso contrário);
Z_{η}^{k} é a variável que indica se é contabilizado o custo de preparação da liga k no subperíodo η: $Z_{\eta}^{k} = 0$ se $Y_{\eta-1}^{k} \geq Y_{\eta}^{k}$ e $Z_{\eta}^{k} = 1$ se $Y_{\eta-1}^{k} < Y_{\eta}^{k}$;
XP_{it} é uma variável binária que assume o valor 1 se o pedido i foi concluído no período t (0 caso contrário);
IP_{it}^{+} é uma variável binária que assume o valor 1 se o pedido i é estocado do período t para o período $t+1$ (0 caso contrário);
IP_{it}^{-} é uma variável binária que assume o valor 1 se o pedido i está atrasado no período t (0 caso contrário).

O modelo completo proposto para o problema de planejamento da produção de pedidos (M4P) é dado por:

$$\text{Minimizar} \sum_{k=1}^{K}\sum_{\eta=1}^{L_T} s_{k\eta} Z_{k\eta} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NP} HP_{it}^{-} IP_{it}^{-} + \sum_{j=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} H_{jt}^{+} I_{jt}^{+} - \sum_{j=1}^{N} H_{jT}^{+} I_{jT}^{+} \qquad (1)$$

sujeito a:

$$I_{j,t-1}^{+} + \sum_{\eta=F_t}^{L_t} X_{j\eta} = I_{jt}^{+} + \sum_{\substack{i=1 \\ j\in S(i)}}^{NP} a_{ji} XP_{it} \qquad j \in \mathcal{N}; t \in \mathcal{T}; \qquad (2)$$

$$IP_{i,t-1}^{+} - IP_{i,t-1}^{-} + XP_{it} = d_{it} + IP_{it}^{+} - IP_{it}^{-} \qquad i \in \mathcal{I}; t \in \mathcal{T}; \qquad (3)$$

$$\sum_{j\in L(k)} (\rho_j X_{j\eta}) \leq \text{Cap} Y_{\eta}^{k} \qquad \eta \in \mathcal{L}; k \in \mathcal{K}; \qquad (4)$$

$$\sum_{k=1}^{K} Y_{\eta}^{k} \leq 1 \qquad \eta \in \mathcal{L}; \qquad (5)$$

$$\sum_{\eta=F_1}^{L_T} X_{j\eta} \leq \sum_{i=1}^{NP} a_{ji} \qquad j \in \mathcal{N}; \qquad (6)$$

$$Z_{\eta}^{k} \geq Y_{\eta}^{k} - Y_{\eta-1}^{k} \qquad \eta \in \mathcal{L}; k \in \mathcal{K}; \qquad (7)$$

$$Y_{\eta}^{k} \in \{0,1\} \qquad \eta \in \mathcal{L}; k \in \mathcal{K}; \qquad (8)$$

$$Z_{\eta}^{k} \geq 0 \qquad \eta \in \mathcal{L}; k \in \mathcal{K}; \qquad (9)$$

$$XP_{it} \in \{0,1\} \qquad i \in \mathcal{I}; t \in \mathcal{T}; \qquad (10)$$

$$X_{j\eta} \geq 0 \text{ inteiro} \qquad j \in \mathcal{N}; \eta \in \mathcal{L}; \qquad (11)$$

$$I_{j\eta}^{+} \geq 0 \qquad j \in \mathcal{N}; \eta \in \mathcal{L}. \qquad (12)$$

A função objetivo (1) visa minimizar a soma dos custos de estoque, de atraso e de trocas na produção das ligas. Os custos de estoque estão associados aos itens componentes

e aos pedidos completos. Como um pedido é composto de itens componentes, sem perda de generalidade, optamos por contabilizar os custos de estoque dos pedidos implicitamente, computando apenas os custos de todos os itens componentes. No entanto, os custos de atrasos só têm significado para os pedidos completos. Logo, são contabilizados apenas para os pedidos. Note que, a fim de incentivar a produção de itens componentes para atender parcialmente pedidos não completados até o final do horizonte de planejamento, o custo de estoque destes itens é abatido do custo total, como descrito na última parcela da função objetivo.

As equações (2) e (3) garantem o balanço de estoque para os itens componentes e pedidos, respectivamente. Para os itens componentes, as equações (2) asseguram que a quantidade produzida do item j no subperíodo η ($X_{j\eta}$) e a quantidade em estoque deste item $\left(I^{+}_{j,t-1}\right)$ é suficiente para atender a demanda dos pedidos completados neste período $\left(\sum_{\substack{i=1 \\ j\in S(i)}}^{NP} a_{ji} XP_{it}\right)$ acrescida da quantidade deste item que permanecerá em estoque. A demanda do pedido é dada por d_{it} que é igual a 1 se o pedido i deve ser entregue ao final do período t e 0 caso contrário. Para as equações (3), todas as variáveis são binárias, e relaciona o balanço de estoque dos pedidos ao longo do horizonte de planejamento.

As restrições (4) impõem que a capacidade de fusão de uma liga é limitada em cada subperíodo, ou seja, o total em peso dos itens produzidos deve ser menor que a capacidade do forno. Em (5), asseguramos que apenas uma liga pode ser fundida em cada subperíodo, isto é, não podemos produzir duas ligas diferentes num mesmo subperíodo. As restrições (6) limitam a produção à quantidade de itens demandados. As restrições (7) permitem contabilizar a troca de produção entre ligas e, por fim, as demais restrições do modelo garantem a não negatividade e a integralidade das variáveis.

4. Testes Computacionais

Os testes computacionais conduzidos para avaliar o modelo proposto foram realizados utilizando o software de otimização CPLEX versão 11.2, com tempo limite de 1 hora. O computador utilizado para os testes foi um PC Core 2 Duo 2.33 GHz, 3 GB de memória RAM e sistema operacional Linux Debian 4.

Para os testes computacionais, utilizamos a mesma carteira de pedidos real de Araujo et al. (2008), Tonaki e Toledo (2010) e Camargo et al. (2012). Esta carteira de pedidos é composta por 19 ligas distintas utilizadas para produção de 383 itens. O horizonte de planejamento é de 5 dias. Em cada dia o forno de 360 Kg pode ser utilizado 10 vezes, logo, podemos fundir um total de 3600 Kg de liga por dia.

Na carteira real não são descritos os pedidos de clientes, portanto determinamos os pedidos com base nas datas de entrega dos itens. Três instâncias foram geradas com: número mínimo, médio e máximo de pedidos. Para a primeira, todos os itens que possuem a mesma data de entrega são contabilizados como um único pedido. Para a última, cada item é considerado um pedido. Para obter a instância com número médio utilizamos um gerador randômico que, para cada item com a mesma data de entrega, define se este faz parte de um pedido já existente para aquela data ou se é considerado como um novo pedido.

A proposta de planejamento da produção de pedidos é inovadora, logo, não encontramos na literatura outro modelo ou método para comparar nossos resultados. Portanto, além de contabilizar a porcentagem de pedidos concluídos ao resolvermos o modelo proposto, também comparamos os resultados com o número de pedidos concluídos pelo método de Camargo (2009) que trata apenas o planejamento da produção de itens. Destacamos que a

heurística proposta por Camargo (2009) obtém soluções de melhor qualidade que a solução do modelo apresentado em Araujo et al. (2008), por esta razão, escolhemos utilizar o método de Camargo (2009). Esta avaliação foi realizada para verificar se o planejamento da produção de itens era capaz de concluir mais pedidos do que o planejamento de pedidos, ou seja, se implicitamente esta questão já era contemplada. Logo, reportamos na Tabela 1 o número de pedidos concluídos utilizando o modelo M4P, que trata o problema de planejamento da produção de pedidos, e o número de pedidos concluídos pelo método proposto em Camargo (2009), que aborda o problema de planejamento da produção de itens.

Tabela 1: Comparação dos resultados para a carteira real.

Número de Pedidos	Quantidade de pedidos concluídos por Camargo (2009)	Quantidade de pedidos concluídos pelo M4P	% de pedidos concluídos por Camargo (2009)	% de pedidos concluídos pelo M4P
Mínimo (52 pedidos)	20	36	39%	70%
Médio (217 pedidos)	133	154	61%	71%
Máximo (383 pedidos)	227	285	59%	74%
Média	127	158	53%	72%

Os resultados computacionais indicam que a proposta atual atende em média a 72% dos pedidos para os três problemas avaliados, enquanto o método de Camargo (2009) completa em média 53% dos pedidos. Logo, o ganho apresentado pela modelagem proposta é de 19%. Em especial, para o número mínimo de pedidos o ganho é de 31%. Para o problema com o número máximo de pedidos, que equivale ao problema de planejamento da produção de itens, o modelo proposto foi mais eficiente que o método de Camargo (2009), com 74% ante 59% dos pedidos atendidos.

5. Conclusões e Perspectivas de Trabalhos Futuros

O objetivo deste trabalho é avaliar a pertinência de um modelo matemático para o problema de planejamento da produção de pedidos em fundições de pequeno porte. Em geral, tais fundições têm carteiras de pedidos compostas por uma vasta gama de peças e de ligas diferentes, o que dificulta o planejamento da produção.

Na literatura, este problema de planejamento está focado na produção dos itens e entrega dos itens, e não na produção de pedidos. No entanto, o problema de planejamento da produção de pedidos é relevante devido a dois fatores: os custos de expedições associados às entregas aos clientes; e a dependência que pode existir entre itens de um mesmo pedido.

Neste trabalho, propusemos um modelo inteiro misto para o planejamento da produção dos pedidos (M4P) que tem por objetivo minimizar os custos de estoque e de atraso ao atender aos pedidos. No modelo, cada pedido foi representado como um produto final e os itens que o compõem como itens componentes deste produto. Logo, podemos tratar o problema como um problema de dimensionamento de lotes multi-estágio.

Testes computacionais iniciais foram realizados utilizando o software de otimização CPLEX e os resultados foram comparados com os resultados da literatura para o problema de planejamento da produção de itens (Camargo, 2009), para avaliar se a proposta é relevante e se devemos analisar o planejamento da produção de acordo com os pedidos. Com base nos testes, observamos que o M4P concluiu em média 72% dos pedidos enquanto a proposta de Camargo (2009) concluiu em média 53% dos pedidos. Os resultados indicam que o modelo M4P atende a proposta inicial de completar um maior número de pedidos.

Devido à dimensão de problemas reais e a dificuldade para resolvê-los, acreditamos que uma perspectiva interessante para investigação seja o desenvolvimento de métodos heurísticos para solução do problema.

Agradecimentos
Os autores agradecem o apoio financeiro da FAPESP e do CNPq para o desenvolvimento deste trabalho.

Referências Bibliográficas

ABIFA(2011) Relatório anual. Disponível em http://www.abifa.com.br. (16/03/2011)
Araujo, S. A.(2003) Modelos e métodos para o planejamento e programação da produção aplicado no setor de fundições. Tese (Doutorado), ICMC-USP.
Araujo, S. A. , Arenales, M. N. e Clark, A. R.(2004) Dimensionamento de lotes e programação do forno numa fundição de pequeno porte. Gestão e Produção, 11, 1 - 20.
Araujo, S. A. , Arenales, M. N. e Clark, A. R.(2008) Lot-sizing and furnace scheduling in small foundries. Computers and Operations Research, 35, 916 - 932.
Camargo, V. C. B.(2009) Um algoritmo evolutivo para o problema de dimensionamento de lotes em fundições de mercado. Dissertação (Mestrado), ICMC-USP.
Camargo, V. C. B. , Mattiolli, L. e Toledo, F. M. B.(2012) A knapsack problem as a tool to solve the production planning problem in small foundries. Computers and Operations Research, 39, 86 - 92.
Fernandes, F. C. F. e Leite, R. B.(2002) Automação industrial e sistemas informatizados de gestão da produção em fundições de mercado. Gestão e Produção, 9, 313 – 344.
Fink, C. A.(2007) A programação da produção em fundições de pequeno porte: modelagem matemática e métodos de solução. Dissertação (Mestrado), ICMC-USP.
Tonaki, V. S. e Toledo, F. M. B.(2010) An approach to solve the lotsizing and scheduling problem in market-driven foundries. Journal of Operational Research Society, 200, 747 - 754.