

## FRONTEIRA PARABÓLICA BASEADA NA SOMA CONSTANTE DE INPUTS: UM ESTUDO DE ECOEFICIÊNCIA

**Juliana Quintanilha da Silveira**

Departamento de Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense  
Rua Passo da Pátria, 156, São Domingos, 24210–240, Niterói, RJ, Brasil.  
juliqs@hotmail.com

**João Carlos Correia Baptista Soares de Mello**

Departamento de Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense  
Rua Passo da Pátria, 156, São Domingos, 24210–240, Niterói, RJ, Brasil.  
jcsmello@producao.uff.br

**Lidia Angulo-Meza**

Departamento de Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense  
Av. dos Trabalhadores, 420, Vila Santa Cecília, , 27255-125, Volta Redonda, RJ, Brasil.  
lidia@metal.eeimvr.uff.br

### RESUMO

Os modelos clássicos de Análise Envoltória de Dados assumem independência entre as unidades de produção na busca pela eficiência, podendo uma determinada unidade produtiva aumentar produtos ou reduzir recursos sem limitações. No entanto, nem sempre isto é uma realidade. Em alguns casos, os recursos utilizados por cada unidade de produção podem ser compartilhados com outras ou pode haver uma limitação total dos recursos que elas utilizam, e assim o objetivo principal passa a ser o alcance da eficiência global. Para isso, é necessário que seja feita uma redistribuição técnica dos recursos entre as unidades de produção. Neste artigo, é desenvolvido um modelo de fronteira de eficiência parabólica para fazer essa redistribuição. Este modelo é aplicado a um estudo de caso que visa a redistribuição do volume de emissões de dióxido de carbono, um gás efeito estufa, entre os países signatários do Protocolo de Quioto.

**Palavras-chave:** Fronteira parabólica; redistribuição de recursos; DEA paramétrico; gestão ambiental.

### ABSTRACT

The classical models in Data Envelopment Analysis assume full freedom in the pursuit of efficiency, the production unit may increase or reduce inputs without limitations. However, this is not always a reality. In some cases, the resources used in each unit of production may have some dependence, and thus the main objective becomes the achievement of overall efficiency. Therefore, it is necessary that we make a fairer redistribution of resources across production units. In this paper, we develop a parabolic frontier model to reallocate resources. The aim is to redistribute the emissions of carbon dioxide, a greenhouse gas, among the signatories of the Kyoto Protocol.

**Keywords:** Parabolic frontier, resource reallocation; Parametric DEA; environmental management.

## 1. Introdução

A Análise Envolvória de Dados (*Data Envelopment Analysis* – DEA) clássica é uma metodologia não paramétrica, já que não pressupõe qualquer forma da fronteira de eficiência. A metodologia está baseada na programação matemática com o objetivo de determinar a eficiência de um conjunto de unidades produtivas (unidades tomadoras de decisão), denominadas de DMU's (*Decision Making Units*), que consomem múltiplos *inputs* (insumos, recursos) para produzir múltiplos *outputs* (produtos).

Recentemente tem aparecido na literatura modelos denominados DEA paramétricos (Avellar et al., 2010; Avellar et al., 2005; Avellar et al., 2007; Milioni et al., 2011b; Milioni et al., 2011a; Colen et al., 2011; Colen et al., 2009). Estes modelos tratam da situação em que o total de algum output ou o total de algum input é constante para o conjunto das DMUs. O termo paramétrico não se refere à fronteira DEA original, mas sim a forma da fronteira após a realocação do output ou do input constante.

Até o momento os chamados modelos DEA paramétricos tratam apenas de redistribuição de inputs ou de outputs com base no modelo de retornos constante de escala – CCR (Charnes et al., 1978). Existem outros modelos que tratam de situações semelhantes, embora tenham sido originalmente desenvolvidos para outras finalidades. Dentre estes, os mais citados estão o modelo de Beasley (2003) e o modelo de Ganhos de Soma Zero. O modelo de Beasley foi inicialmente desenvolvido para recursos fisicamente compartilhados, mas é facilmente adaptado para redistribuição de recursos usando programação linear. Esse modelo utiliza o conceito de maximizar a eficiência total e aplicável tanto para retornos constantes de escala quanto para a formulação de retornos variáveis de escala de Banker et al (1984). Já o modelo de Ganhos de Soma Zero foi desenvolvido originalmente com retornos variáveis de escala para determinar rankings e alvos em Jogos Olímpicos, onde o número total de medalhas é constante (Lins et al., 2003). Essa formulação foi adaptada para redistribuição de inputs e outputs (Gomes et al., 2003, 2004), para uso com retornos constantes de escala (Gomes et al., 2005) e para o caso dos recursos serem variáveis inteiras (Soares de Mello et al., 2006; Gomes et al., 2008). Algumas dessas formulações foram aplicadas no problema de redistribuição de emissões de gases do efeito estufa (Gomes e Lins, 2007; Macedo et al., 2010), redistribuição de tarifas de transporte aéreo (Fonseca et al., 2010) e distribuição de bolsas de iniciação científica (Gomes et al., 2007; Gomes e Soares de Mello, 2009). Já o modelo DEA de Ganhos de Soma Zero com a finalidade original ou sem distribuir recursos foi usado num problema de avaliação da relação entre participação de mercado e eficiência (Hu e Fang, 2009).

Existem outros modelos que consideram interdependência entre as DMUs tais como Cook and Kress (1999) e Lozano e Villa (2004).

Como os modelos de fronteira paramétrica só tratam de retornos constantes de escala até o momento eles tem aplicação menos abrangente que os modelos de Beasley e os modelos de Ganhos de Soma Zero. No entanto, eles apresentam certas vantagens entre elas a chamada propriedade de coerência na distribuição de recursos. Desta forma, o objetivo deste artigo é propor uma extensão dos modelos DEA paramétricos para o caso de retornos variáveis de escala. Uma vez que esta é a primeira proposta deste tipo de modelo será por enquanto estudado apenas o caso participar de um input e um output. Este modelo será aplicado a uma adaptação do problema de redistribuição de cotas de emissão de efeito estufa encontrado em Gomes e Lins (2008), Macedo et al (2010) e Milioni et al (2011b) e leva em conta a existência de um output indesejável.

Este artigo está organizado da seguinte forma: na seção 2 apresenta-se o modelo DEA paramétrico parabólico e na seção 3, o estudo de caso, assim como a modelagem e os resultados da aplicação do modelo proposto. Já na seção 4 são apresentadas as conclusões do trabalho.

## 2. Fronteira Parabólica

Os modelos DEA paramétricos assumem a priori que existe um lugar geométrico que pode representar a fronteira de eficiência de uma nova alocação de inputs, sobre a qual todas as DMU's estão. Esse lugar geométrico assegura uma redistribuição de inputs (outputs) entre as DMUs para um problema em que haja soma constante de um input ou de um output (Miloni et al., 2011b; Miloni et al., 2011a; Avellar et al., 2007).

Apesar das fronteiras esférica, elipsoidal e hiperbólica atenderem a todas as propriedades básicas de uma fronteira de eficiência, quando centradas na origem geram funções homogêneas de grau zero que correspondem apenas a problemas de retornos constantes de escala (Coelli et al., 1998; Soares de Mello et al., 2002). Para conjuntos de dados em que os retornos não são constantes, é importante que sejam desenvolvidos outros lugares geométricos possíveis para determinação de fronteira.

A fronteira parabólica foi o modelo desenvolvido neste estudo para situações em que há retornos variáveis de escala. Esta fronteira tem algumas propriedades que a tornam em princípio adequada para esta situação. Em primeiro lugar, tal como a elipse e a hipérbole é uma cônica, e, portanto, é razoável de esperar que algumas das propriedades das fronteiras anteriores se mantenham quando usada outra cônica. Em segundo lugar, quando se considera o eixo horizontal como sendo input, uma parábola com o seu eixo coincidente com o eixo dos inputs tem a concavidade sempre voltada para baixo e seu ramo superior é sempre crescente, que são as propriedades esperadas de retornos variáveis de escala.

Uma parábola deste tipo é escrita como sendo o input uma função quadrática dos outputs, assim para se redistribuir inputs tem-se um problema linear o que não ocorreria se fosse utilizada, por exemplo, uma hipérbole de eixo transversal horizontal. Finalmente, esta fronteira substitui a fronteira DEA linear por partes por uma fronteira suavizada similar à proposta por Soares de Mello et al (2002) com um input e um output e por Nacif et al (2009) no caso geral.

Escolhida a forma parabólica de fronteira, deve-se impor que a redistribuição de inputs entre DMUs mantenha a soma do input total constante. Assim, o modelo proposto deve impor a restrição que a soma das diferenças entre o input real de cada DMU e o seu input redistribuído seja nulo, quando se considera a totalidade das DMUs. Além disso, após a redistribuição, deve-se garantir que todas as DMUs estejam sobre uma parábola. No entanto, existe uma infinidade de parábolas que satisfazem estas propriedades. Assim, é preciso de uma condição extra para determinar uma parábola única.

Escolheu-se como condição provocar a menor perturbação possível no conjunto de DMUs, ou seja, minimizar a soma dos valores absolutos das diferenças entre o input atual e o input redistribuído. Formalizando essas restrições e esse objetivo obtém-se um único problema de programação matemática cuja solução fornece a redistribuição dos inputs com as DMUs devidamente localizadas sobre a parábola que provoca a menor perturbação total. Além disso, deve se impor que a concavidade seja voltada para cima e que não haja DMUs usando quantidades negativas de recursos. A fim de garantir que não haja quebra de monotonicidade na função em questão, é necessário inserir uma restrição adicional, aplicada ao coeficiente linear.

Este modelo para um input e um output é apresentado em (1), onde  $x_{i0}$  é o input atual da DMU  $i$ ;  $x_i$  é o novo input da DMU  $i$  a ser definido pela redistribuição;  $a$ ,  $b$  e  $c$  são os coeficientes da parábola a ser encontrada,  $y_i$  é o output da DMU  $i$ , com  $i = 1, \dots, n$ .

$$\min \sum_{j=1}^n |x_j - y_j|$$

Sujeito a

$$\sum_{j=1}^n x_j - y_j = 0 \tag{1}$$

$$x_j = ax_j^2 + bx_j + c, \forall j$$

$$a \geq 0$$

$$c \geq 0$$

$$b > -2ay$$

Repare-se que o modelo apresentado em (1) tem n+1 restrições todas elas lineares. A função objetivo, embora envolva um módulo, é facilmente linearizável. Desta forma, o problema de redistribuição de recursos mediante uma fronteira parabólica de um input e de um output pode ser resolvido por programação linear, como mostrado no modelo (2).

$$\min \sum_{j=1}^n |x_j - y_j|$$

Sujeito a

$$x_j \geq x_j - y_j, \forall j$$

$$x_j \geq -x_j + y_j, \forall j \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^n x_j - y_j = 0$$

$$x_j = ax_j^2 + bx_j + c, \forall j$$

$$a \geq 0$$

$$c \geq 0$$

$$b > -2ay$$

A figura (1) mostra graficamente como é construída a fronteira parabólica, através de variações nos inputs cuja soma total permanece constante.

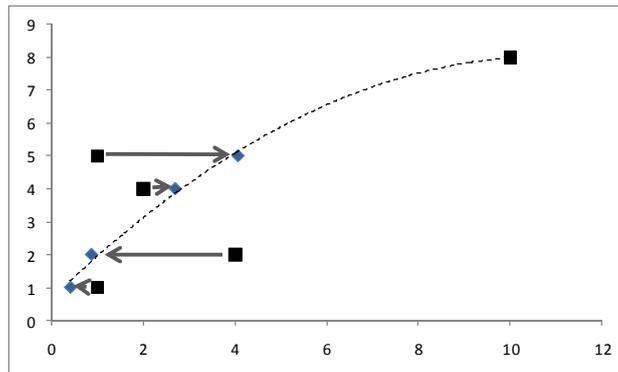


Figura 1 – Fronteira DEA Paramétrica Parabólica

Na seção 3, este modelo será utilizado num estudo de um input e um output.

### 3. Estudo de Caso: Emissões de Dióxido de Carbono

O dióxido de carbono presente na atmosfera é um componente importante para o efeito estufa, um fenômeno atmosférico natural, que ocorre porque gases como o gás carbônico (CO<sub>2</sub>), vapor de água (H<sub>2</sub>O), metano (CH<sub>4</sub>), ozônio (O<sub>3</sub>) e óxido nitroso (N<sub>2</sub>O) permitem a passagem da luz solar em direção à superfície da Terra. Esses gases são responsáveis por manter a temperatura da atmosfera adequada mesmo quando não há sol. Em função dessa propriedade física, a temperatura média global do ar próximo à superfície é de 15 °C. Na sua ausência, seria de 18 °C abaixo de zero.

No entanto, a questão do efeito estufa torna-se preocupante na medida em que a concentração dos gases acima citados tem aumentando na atmosfera. Quanto maior a concentração de gases estufa (GEE) na atmosfera, maior é a capacidade de aprisionar a radiação terrestre (calor) e maior será a temperatura da Terra.

O gás carbônico é um dos principais gases efeito estufa e é especialmente preocupante, pois nos últimos anos a quantidade emitida tem aumentado significativamente. Segundo o Instituto Ambiental Max Planck, em Hamburgo, Alemanha, desde o início da Revolução Industrial, a emissão de dióxido de carbono fóssil aumentou 35%.

As discussões ambientais têm se intensificado nos últimos anos. Desde a década de 80, essas discussões ocorrem na esfera internacional. Tal processo culminou na realização da Conferência das Nações Unidas para o Meio Ambiente e Desenvolvimento – CNUMAD, realizada no Rio de Janeiro em 1992, que gerou, entre outros documentos, a Convenção Quadro de Mudanças Climáticas. Este tratado foi firmado por quase todos os países do mundo e teve como objetivo a estabilização da concentração de gases do efeito estufa (GEE) na atmosfera.

O tratado não fixou, inicialmente, limites obrigatórios para as emissões de GEE e não continha disposições coercitivas, mas incluía disposições para atualizações (chamados "protocolos"), que deveriam criar limites obrigatórios de emissões. O principal é o Protocolo de Quioto.

Em 1997, em Quioto no Japão, o Protocolo foi aberto para assinaturas e para que as metas estabelecidas entrassem em vigor, era necessário que, no mínimo 55 governos, que contabilizavam 55% das emissões de CO<sub>2</sub> produzidas pelos países industrializados, assinassem o tratado. O protocolo somente entrou em vigor no ano de 2005, quando a Rússia ratificou o tratado.

O Protocolo de Quioto prevê um calendário pelo qual os países-membros (principalmente os desenvolvidos) têm a obrigação de reduzir a emissão de gases do efeito estufa em, pelo menos, 5,2% em relação aos níveis de 1990 no período entre 2008 e 2012.

As metas de redução não são homogêneas a todos os países, colocando níveis diferenciados para os 38 países que mais emitem gases. Países em franco desenvolvimento (como Brasil, México, Argentina e Índia) não receberam metas de redução, pelo menos momentaneamente.

A redução dessas emissões pode ocorrer em várias atividades econômicas. O protocolo estimula os países signatários a cooperarem entre si. O objetivo principal do Protocolo é a redução das emissões globais.

Segundo Gomes e Estellita Lins (2008), o Protocolo de Quioto pretende controlar um fenômeno de escala global. Assim, as metas de emissões individuais de cada país podem ser flexíveis, condicionadas a um rígido equilíbrio global.

### 3.1. Modelagem

A proposta deste estudo de caso é definir uma realocação justa das emissões de dióxido de carbono para os países baseada na obtenção de uma fronteira de eficiência parabólica. Nesta nova alocação todos os países serão eficientes e estarão localizadas sobre a fronteira parabólica.

Neste modelo a emissão de CO<sub>2</sub> é um output que se quer minimizar, portanto, é um output indesejável. Os outputs indesejáveis são resultados não desejados de um processo produtivo. Dyckhoff e Allen (2001) descrevem três abordagens principais para modelar outputs indesejáveis.

A primeira utiliza o inverso do output indesejável como um output em DEA. Dessa forma, o output indesejável é tratado como desejável. Esta abordagem é chamada de inverso multiplicativo (Scheel, 2001; Golany e Roll, 1989).

Outro método para tratamento do output indesejável entende DEA como um método multicritério e o output é considerado como um input (Reinhard et al., 2000). Assim, é criado o mesmo conjunto viável de produção se fosse considerado o output como desejável a partir da utilização da transformação do inverso aditivo ( $F(U) = -U$ ) (Scheel, 2001). Este método pode ser utilizado tanto para o modelo BCC quanto para o modelo CCR, dependendo da escala operacional.

Ao tratar o output indesejável como input pode levar a uma variação ilimitada deste output, o que não condiz com a definição. O ideal nestes casos é aplicar a orientação a input, que busca reduzir os inputs na busca pela eficiência da DMU.

A terceira abordagem utiliza a translação de valores, adicionando à transformação no inverso aditivo um escalar positivo, grande o suficiente para que o valor final seja positivo. Esta abordagem somente é aplicável ao modelo BCC, já que o modelo CCR não é invariante a translação.

Neste artigo é usada a abordagem de tratar o output indesejável como input tal como realizado em Gomes e Lins (2008), Macedo et al (2010), Milioni et al (2011b).

Tal como nesses trabalhos as DMU's consideradas foram os países signatários do Protocolo de Quioto, incluindo os países do chamado Anexo I (responsáveis pela emissão de 55% das emissões globais de CO<sub>2</sub>). Inicialmente, o total de países considerados seria 83. Porém, a ausência de dados a respeito de 19 países impediu que estes fossem incluídos no estudo. Assim, foram considerados 64 países, responsáveis por quase todas as emissões (os 19 países são responsáveis por apenas 0,43% das emissões).

Como o objetivo do estudo é, além de aplicar o modelo paramétrico DEA parabólico, determinar uma alocação justa das emissões de CO<sub>2</sub> para cada país envolvido no Protocolo de Quioto, foi considerada como variável do modelo o total de emissões, em toneladas cúbicas equivalentes de carbono. Neste caso, a emissão de CO<sub>2</sub> é um produto (output) indesejável atrelado a diversas atividades realizadas pelos países, já que a meta é reduzir o total emitido.

As emissões de CO<sub>2</sub> foram então empregadas como input (Reinhard et al., 2000), por ser uma das abordagens mais comuns na literatura e por ser abordagem utilizada por Gomes e Lins (2008), Macedo et al (2010), Milioni et al (2011b).

Dentre as várias variáveis usadas nos trabalhos anteriores, apenas uma poderia ser escolhida como output, já que esta proposta considera apenas um input e um output. Optou-se considerar como único output o total de energia produzida por cada país, em milhões de BTU ou *British Thermal Unit* (Unidade térmica britânica). Neste estudo, entende-se que o consumo de energia determina o nível de emissões de um determinado país, com uma determinada tecnologia. Assim, entre dois países com o mesmo nível de emissões de CO<sub>2</sub>, será eficiente aquele que tiver um consumo mais elevado de energia, o que revela um melhor aproveitamento das emissões feitas. O modelo DEA antes da redistribuição avalia a eficiência de um país em usar preferencialmente energia limpa.

A concentração máxima das emissões considerada foi a soma das emissões do ano de 2001. Os dados utilizados foram extraídos da US Energy Information Administration Homepage – EIA (Gomes e Lins, 2008).

### 3.2. Resultados

O modelo DEA paramétrico parabólico foi aplicado às 64 DMU's signatárias do Protocolo de Quioto. A Tabela 1 apresenta os dados e os resultados obtidos usando o modelo parabólico linearizado em (2). Cabe destacar que nesta tabela os países com \* pertencem ao Anexo 1 do Protocolo de Quioto (Gomes e Lins, 2008).

| Países          | Emissões de CO2 | Consumo de Energia | Eficiência Clássica antes da redistribuição | Emissões de CO2 Nova alocação | Variações |
|-----------------|-----------------|--------------------|---|-------------------------------|-----------|
| Argentina*      | 34,85           | 2.664,87           | 0,56  | 57,19                         | 22,35     |
| Australia*      | 99,03           | 4.974,21           | 0,46  | 106,77                        | 7,74      |
| Austria*        | 18,19           | 1.419,42           | 0,47  | 30,46                         | 12,27     |
| Belgium*        | 39,36           | 2.773,55           | 0,53  | 59,53                         | 20,17     |
| Bolivia         | 2,62            | 161,63             | 0,38  | 3,45                          | 0,84      |
| Brazil          | 95,77           | 8.782,13           | 0,92  | 188,52                        | 92,75     |
| Bulgaria*       | 15,48           | 927,93             | 0,36  | 19,91                         | 4,43      |
| Canada*         | 156,19          | 12.513,07          | 0,92  | 268,61                        | 112,42    |
| Chile           | 14,75           | 1.060,30           | 0,43  | 22,75                         | 7,99      |
| China           | 831,74          | 39.665,26          | 1,00  | 851,50                        | 19,77     |
| Costa Rica      | 1,39            | 154,08             | 0,68  | 3,29                          | 1,91      |
| Croatia*        | 5,69            | 429,16             | 0,46  | 9,20                          | 3,51      |
| Czech Republic* | 29,01           | 1.530,56           | 0,32  | 32,84                         | 3,84      |
| Denmark*        | 16,24           | 895,23             | 0,33  | 19,20                         | 2,96      |
| Egypt           | 34,29           | 2.132,60           | 0,40  | 45,77                         | 11,48     |
| El Salvador     | 1,53            | 114,66             | 0,46  | 2,45                          | 0,92      |
| Estonia*        | 1,94            | 95,67              | 0,31  | 2,04                          | 0,10      |
| Finland*        | 14,41           | 1.326,01           | 0,55  | 28,45                         | 14,05     |
| France*         | 108,13          | 10.521,36          | 1,00  | 225,85                        | 117,73    |
| Germany*        | 223,24          | 14.351,56          | 0,80  | 308,08                        | 84,84     |
| Greece*         | 28,08           | 1.393,20           | 0,30  | 29,89                         | 1,81      |
| Guatemala       | 2,52            | 158,70             | 0,39  | 3,39                          | 0,88      |
| Honduras        | 1,27            | 86,47              | 0,43  | 1,84                          | 0,57      |
| Indonesia       | 87,13           | 4.629,78           | 0,48  | 99,38                         | 12,25     |
| Ireland*        | 11,15           | 609,29             | 0,33  | 13,06                         | 1,92      |
| Israel          | 16,32           | 792,02             | 0,29  | 16,99                         | 0,67      |
| Italy*          | 121,50          | 8.110,68           | 0,67  | 174,10                        | 52,60     |
| Japan*          | 315,83          | 21.921,99          | 1,00  | 470,60                        | 154,77    |

Tabela 1- Redistribuição das Emissões de CO2

| Países              | Emissões de CO2 | Consumo de Energia | Eficiência Clássica antes da redistribuição | Emissões de CO2 Nova alocação | Variações |
|---------------------|-----------------|--------------------|---|-------------------------------|-----------|
| Kazakhstan          | 33,37           | 1.734,57           | 0,31  | 37,22                         | 3,86      |
| Latvia*             | 2,65            | 205,87             | 0,47  | 4,40                          | 1,75      |
| Lithuania*          | 4,33            | 329,19             | 0,46  | 7,05                          | 2,72      |
| Luxembourg*         | 2,47            | 203,10             | 0,50  | 4,34                          | 1,88      |
| Malaysia            | 36,15           | 2.274,95           | 0,42  | 48,82                         | 12,67     |
| Maldives            | 0,13            | 6,77               | 1,00  | 0,13                          | -         |
| Malta               | 1,07            | 51,41              | 0,34  | 1,09                          | 0,02      |
| Mexico              | 96,05           | 6.004,00           | 0,60  | 128,88                        | 32,83     |
| Netherlands*        | 67,52           | 4.231,06           | 0,55  | 90,82                         | 23,30     |
| New Zealand*        | 9,61            | 844,12             | 0,53  | 18,11                         | 8,49      |
| Nicaragua           | 1,02            | 58,12              | 0,39  | 1,23                          | 0,21      |
| Norway*             | 11,45           | 1.906,09           | 1,00  | 40,90                         | 29,46     |
| Panama              | 2,26            | 138,46             | 0,38  | 2,96                          | 0,70      |
| Paraguay            | 0,96            | 110,93             | 0,72  | 2,37                          | 1,41      |
| Peru                | 7,19            | 550,33             | 0,46  | 11,80                         | 4,61      |
| Philippines         | 18,62           | 1.254,27           | 0,40  | 26,91                         | 8,29      |
| Poland*             | 78,61           | 3.536,04           | 0,37  | 75,90                         | -2,71     |
| Portugal*           | 16,25           | 1.088,21           | 0,40  | 23,35                         | 7,10      |
| Republic of Korea   | 120,80          | 8.058,12           | 0,67  | 172,97                        | 52,17     |
| Romania*            | 25,97           | 1.637,66           | 0,38  | 35,14                         | 9,17      |
| Russian Federation* | 440,26          | 28.197,17          | 1,00  | 605,31                        | 165,05    |
| Seychelles          | 0,17            | 8,45               | 0,86  | 0,17                          | 0,00      |
| Slovakia*           | 10,83           | 832,04             | 0,46  | 17,85                         | 7,02      |
| Slovenia*           | 4,06            | 305,56             | 0,46  | 6,54                          | 2,48      |
| Spain*              | 82,72           | 5.699,31           | 0,65  | 122,34                        | 39,61     |
| Sweden*             | 14,58           | 2.221,20           | 1,00  | 47,67                         | 33,08     |
| Switzerland*        | 12,27           | 1.304,67           | 0,64  | 27,99                         | 15,73     |
| Thailand            | 48,49           | 2.903,94           | 0,46  | 62,33                         | 13,83     |
| Turkmenistan        | 7,68            | 477,26             | 0,38  | 10,23                         | 2,55      |
| Ukraine*            | 96,58           | 6.076,24           | 0,60  | 130,43                        | 33,85     |
| United Kingdom*     | 154,33          | 9.810,06           | 0,65  | 210,58                        | 56,26     |
| United States*      | 1.565,31        | 9.749,88           | 0,06  | 209,29                        | -1.356,02 |
| Uruguay             | 1,69            | 157,36             | 0,57  | 3,36                          | 1,67      |
| Uzbekistan          | 30,16           | 2.075,01           | 0,44  | 44,53                         | 14,37     |
| Vietnam             | 12,56           | 760,13             | 0,36  | 16,30                         | 3,74      |
| Zambia              | 0,56            | 89,46              | 1,00  | 1,91                          | 1,35      |

Tabela 1- Redistribuição das Emissões de CO2 (cont.)

O modelo parabólico apresentado mostra uma alocação considerada justa das emissões de CO<sub>2</sub> no ano de 2008 de acordo com o nível do consumo de energia de cada país. Isto significa dizer que para que haja eficiência global, cada país deve, no máximo, ter o total de emissões determinado pelo modelo.

Portugal e Dinamarca tem aproximadamente o mesmo nível de emissões, porém, percebe-se que Portugal consome mais energia. Isso significa dizer que para cada BTU de energia consumida por esses países, Portugal emite menos CO<sub>2</sub> que a Dinamarca, revelando maior eficiência energética no processo industrial daquele país.

Argentina e Egito apresentam uma situação semelhante, na qual a Argentina apresenta um consumo de energia maior que o Egito, e, no entanto, ambos tem um nível aproximadamente igual de emissões. O resultado disto é que, apesar dos dois países emitirem a mesma quantidade de toneladas cúbicas equivalentes de carbono, o Egito teria uma margem menor para aumento de emissões, já que apresenta menor eficiência. O mesmo ocorre para o caso anterior, no qual Portugal possui uma margem maior de aumento nas emissões.

Os resultados apresentados indicam que apenas dois países necessitam reduzir suas emissões: Os Estados Unidos e a Polônia. Os demais países apresentam emissões condizentes com seu nível de consumo de energia.

Os Estados Unidos deve reduzir significativamente suas emissões em 1.356,02 ton<sup>3</sup> de carbono equivalente. Este país é o maior emissor de dióxido de carbono do mundo, e se opôs ao Protocolo de Quioto afirmando que a implantação das metas prejudicaria a economia do país. Sabe-se que os Estados Unidos têm uma das maiores economias do mundo.

A realidade da Polônia é que 93% da energia deste país é proveniente das centrais de carvão, combustível mais contaminante e associado ao desenvolvimento industrial do século XX. O governo polonês estuda desenvolver uma usina nuclear em conjunto com a Lituânia, dentro de uma estratégia energética a longo prazo.

Além disso, a Polônia, em 2008, liderava um grupo de países do Leste da Europa que pediam modificações no acordo europeu de luta contra o aquecimento global, ao considerar que este pode frear seu crescimento econômico em um momento de crise financeira mundial.

A França, o Canadá, o Japão e a Rússia apresentaram no modelo as maiores “folgas” em relação às novas metas, o que significa que tem os maiores aumentos permitidos. Isto pode ser resultado da mudança de políticas destes países em relação ao meio ambiente nos últimos anos. Em 2008, o G-8, grupo econômico no qual estes países estão incluídos, comprometeu-se a reduzir em 50% as emissões de CO<sub>2</sub> à atmosfera até o ano de 2050.

Neste ponto, cabe destacar que embora a França e o Japão emitam pouco CO<sub>2</sub> em relação à energia produzido, segundo alguns critérios não podem ser considerados ecoeficientes já que ambos os países contam com um grande percentual de geração nuclear.

Uma possível ação para atingir as novas emissões destacadas no modelo é a utilização do mecanismo de desenvolvimento limpo. O país em desenvolvimento com maior margem para troca é o Brasil. Esta ferramenta pode ser responsável por impulsionar o desenvolvimento sustentável no país, fomentando projetos ecoeficientes.

#### 4. Conclusões

Este estudo tinha como objetivo a aplicação do modelo DEA paramétrico parabólico à redistribuição de inputs para o problema das emissões de CO<sub>2</sub>. Os resultados encontrados foram condizentes com a realidade e atingiram o objetivo de realocação das emissões de acordo com o nível do consumo de energia.

Dentre os resultados, destaca-se que os Estados Unidos foi o país apontado como o grande emissor e deve reduzir de maneira significativa suas emissões. Este país não ratificou o Protocolo de Quioto e apresenta uma economia de grande porte e com grande consumo de energia.

A partir da determinação da realocação das emissões, os países deverão buscar o desenvolvimento de novas tecnologias ou a utilização de mecanismos de cooperação a fim de

atingir as metas estabelecidas. O Protocolo de Quioto prevê uma ferramenta chamada de Mecanismo de Desenvolvimento Limpo (MDL) que permite a “troca” de emissões de CO<sub>2</sub> entre os países que possuem baixo nível de emissões e os países pertencentes ao Anexo I, sem mudanças nas emissões globais.

O MDL prevê um mecanismo de compensação no qual os países do Anexo I podem financiar projetos eficientes ecologicamente em países do não-Anexo I, promovendo o desenvolvimento e a emissão de “CO<sub>2</sub> limpo”. Esse processo requer que os projetos produzam benefícios à longo prazo, reais e mensuráveis. Este mecanismo faz parte do chamado mercado de carbono, que busca reduzir os impactos nos países do Anexo I e simultaneamente atingir os objetivos do Protocolo de Quioto.

Com relação ao modelo DEA paramétrico proposto, foi possível chegar a uma alocação na qual todas as DMU's se tornaram eficientes e permitiu a verificação de que países estão emitindo CO<sub>2</sub> de acordo com seu consumo de energia.

Este modelo assume inicialmente que a fronteira tem forma parabólica. No entanto, o termo quadrático da parábola foi igual a zero, o que significa que a parábola degenerou numa reta.

Estudos futuros envolveriam o desenvolvimento de modelos para um maior número de variáveis (dimensões) e a verificação da propriedade de coerência (Milioni et al., 2011b; Colen et al., 2011), existente em outros modelos de DEA paramétrico.

## 5. Agradecimentos

Ao CNPq e à FAPERJ pelo apoio financeiro.

## 6. Referências

- Avellar, J. V. G., Milioni, A. Z., e Rabello, T. N.** (2005). Modelos dea com variáveis limitadas ou soma constante. *Pesquisa Operacional*, 25 (1), 135-150.
- Avellar, J. V. G., Milioni, A. Z., e Rabello, T. N.** (2007). Spherical frontier dea model based on a constant sum of inputs. *Journal of the Operational Research Society*, 58 (9), 1246-1251.
- Avellar, J. V. G. d., Milioni, A. Z., Rabello, T. N., e Simão, H. P.** (2010). On the redistribution of existing inputs using the spherical frontier dea model. *Pesquisa Operacional*, 30 (1), 1-14.
- Banker, R. D., Charnes, A., e Cooper, W. W.** (1984). Some models for estimating technical scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30 (9), 1078-1092.
- Beasley, J. E.** (2003). Allocating fixed costs and resources via data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 147, 197-216.
- Charnes, A., Cooper, W. W., e Rhodes, E.** (1978). Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
- Coelli, T., Rao D.S.P., e Battese, G. E.** (1998). An introduction to efficiency and productivity analysis: Kluwer Academic Publishers.
- Colen, E. C., Avellar, J. V. G. d., Milioni, A. Z., e Silva, R. C.** (2011). Adjusted spherical frontier model: Allocating input via parametric dea. *Journal of the Operational Research Society*, Preprint.
- Colen, E. C., Freitas, G. M. d., Avellar, J. V. G. d., e Milioni, A. Z.** (2009). On the allocation of new inputs and outputs with dea. *Engevista*, 11 (1), 4-7.
- Cook, W. D., e Kress, M.** (1999). Characterizing an equitable allocation of shared costs: A dea approach. *European Journal of Operational Research*, 119, 652-661.
- Dyckhoff, H., e Allen, K.** (2001). Measuring ecological efficiency with data envelopment analysis (dea). *European Journal of Operational Research*, 132 (2), 312-325.
- Fonseca, A. B. d. M., Soares de Mello, J. C. C. B., Gomes, E. G., e Angulo-Meza, L.** (2010). Uniformization of frontiers in non-radial zsg-dea models: An application to airport revenues. *Pesquisa Operacional*, 30 (1), 175-193.
- Golany, B., e Roll, Y.** (1989). An application procedure for dea. *Omega*, 17 (3), 237-250.

- Gomes, E. G., Correia Baptista Soares De Mello, J. C., e Angulo Meza, L. (2008).** Large discreet resource allocation: A hybrid approach based on dea efficiency measurement. *Pesquisa Operacional*, 28 (3), 597-608.
- Gomes, E. G., e Lins, M. P. E. (2007).** Modelling undesirable outputs with zero sum gains data envelopment analysis models. *Journal of the Operational Research Society*.
- Gomes, E. G., e Lins, M. P. E. (2008).** Modelling undesirable outputs with zero sum gains data envelopment analysis models. *Journal of the Operational Research Society*.
- Gomes, E. G., e Soares de Mello, J. C. C. B. (2009).** Distribuição de bolsas de iniciação científica com algoritmo híbrido baseado em eficiências dea. *Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento*, 1 (2), 169-177. .
- Gomes, E. G., Soares de Mello, J. C. C. B., e Lins, M. P. E. (2003).** Busca sequencial de alvos intermediários em modelos dea com soma de outputs constants. *Investigação Operacional*, 23 (2), 163-178.
- Gomes, E. G., Soares de Mello, J. C. C. B., e Lins, M. P. E. (2004).** Redistribuição de inputs e outputs em modelos de análise envoltória de dados com ganhos de soma zero. *Pesquisa Operacional*, 24 (2), 269-284.
- Gomes, E. G., Soares de Mello, J. C. C. B., e Lins, M. P. E. (2005).** Uniformização da fronteira eficiente em modelos de análise de envoltória de dados com ganhos de soma zero e retornos constantes de escala. *Pesquisa Operacional*, 25 (2), 261-277.
- Gomes, E. G., Souza, G. d. S., Lima, S. M. V., e Fonseca, C. E. L. (2007).** Alocação de bolsas de iniciação científica às unidades da empresa com modelos de análise envoltória de dados com ganhos de soma zero. *Engevista*, 9 (1), 14-21.
- Hu, J.-L., e Fang, C.-Y. (2009).** Do market share and efficiency matter for each other? An application of the zero-sum gains data envelopment analysis. *Journal of the Operational Research Society*, forthcoming; doi: 10.1057/jors.2009.11.
- Lins, M. P. E., Gomes, E. G., Soares de Mello, J. C. C. B., e Soares de Mello, A. J. R. (2003).** Olympic ranking based on a zero sum gains dea model. *European Journal of Operational Research*, 148, 312-322.
- Lozano, S. N., e Villa, G. (2004).** Centralized resource allocation using data envelopment analysis. *Journal of Productivity Analysis*, 22, 143-161.
- Macedo, M. A., Soares de Mello, J. C. C. B., e Gomes, E. G. (2010).** Modelo para redistribuição de cotas de emissão de gases do efeito estufa baseado em medidas de eficiência técnica. *Gestão & Produção*, 17 (3), 513-524.
- Milioni, A. Z., Avellar, J. V. G. d., Rabello, T. N., e Freitas, G. M. d. (2011a).** Hyperbolic frontier model: A parametric dea approach for the distribution of a total fixed input. *Journal of the operational research society. Journal of the Operational Research Society*, 62, 1029-1037.
- Milioni, A. Z., De Avellar, J. V. G., Gomes, E. G., e Soares De Mello, J. C. C. B. (2011b).** An ellipsoidal frontier model: Allocating input via parametric dea. *European Journal of Operational Research*, 209 (2), 113-121.
- Nacif, F. B., Soares de Mello, J. C. C. B., e Angulo-Meza, L. (2009).** Choosing weights in optimal solutions for dea-bcc models by means of a n-dimensional smooth frontier. *Pesquisa Operacional*, 29 (3), 623-642.
- Reinhard, S., Knox Lovell, C. A., e Thijssen, G. J. (2000).** Environmental efficiency with multiple environmentally detrimental variables; estimated with sfa and dea. *European Journal of Operational Research*, 121 (2), 287-303.
- Scheel, H. (2001).** Undesirable outputs in efficiency valuations. *European Journal of Operational Research*, 132 (2), 400-410.
- Soares de Mello, J. C. C. B., Gomes, E. G., Leta, F. R., e Soares de Mello, M. H. C. (2006).** Algoritmo de alocação de recursos discretos com análise de envoltória de dados. *Pesquisa Operacional*, 26 (1), 225-240.
- Soares de Mello, J. C. C. B., Lins, M. P. E., e Gomes, E. G. (2002).** Construction of a smoothed dea frontier. *Pesquisa Operacional*, 28 (2), 183-201.