

# PLANEJAMENTO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA ATRAVÉS DE UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO CLÁSSICA

**João de Sousa<sup>2</sup>**  
joaosousa@ufmt.br

**Marcos Julio Rider Flores<sup>1</sup>**  
mjrider@dee.feis.unesp.br

**José Roberto Sanches Mantovani<sup>1</sup>**  
mant@dee.feis.unesp.br

<sup>1</sup>Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica – LaPSEE  
Departamento de Engenharia Elétrica – Universidade Estadual Paulista UNESP – Ilha Solteira  
Avenida Brasil, 56 – Centro  
15.385-000 ILHA SOLTEIRA, SP, BRASIL

<sup>2</sup>Departamento de Matemática – Universidade Federal do Mato Grosso UFMT – Cuiabá  
Avenida Fernando Corrêa da Costa, s/n – Boa Esperança  
78.000-000 CUIABÁ, MT, BRASIL

## RESUMO

Neste trabalho é proposto um modelo de programação linear binário misto (PLBM) para o problema de planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica (DEE) para ser resolvido através de técnicas clássicas de otimização. O modelo reflete os custos de investimentos com a instalação de novos alimentadores, recondução de alimentadores existentes, construção de novas subestações, repotencialização de subestações existentes, os custos de operação da rede e também as características técnicas de operação do sistema de DEE. O modelo proposto foi implementado na plataforma AMPL e resolvido através do software CPLEX. Foram realizados testes com um sistema da literatura e os resultados obtidos mostram a qualidade e a validade do modelo proposto.

**PALAVRAS CHAVE.** Planejamento de sistemas de distribuição de energia, Programação linear-inteira mista, Otimização clássica.

## ABSTRACT

This work proposes a mixed binary linear programming (MBLP) model for the planning problem of distribution systems (DS) to be resolved through classical optimization techniques. The model reflects the cost of investments for the installation of new feeders, size changing of existing feeders, construction of new substations and size changing of existing substations, cost of network operation and also the technical characteristics of system operation of DS. The proposed model was implemented on the platform AMPL and solved by optimization software CPLEX. Tests were performed with a system of literature and the results show the quality and validity of the proposed model.

**KEYWORDS.** Systems planning power distribution, linear-mixed integer programming, classical optimization.

## Nomenclatura

### Conjuntos

$B$	Conjunto de barras do sistema;
$B^S$	Conjunto das subestações existentes no sistema e candidatas;
$B^t$	Conjunto das barras de passagem;
$\Omega^E$	Conjunto dos circuitos existentes;
$\Omega^N$	Conjunto dos circuitos novos;
$C$	Conjunto dos tipos de condutores;

### Parâmetros

$C_{ij,c}^L$	Custo de construção do circuito $ij$ com condutor do tipo $c$ ;
$C_{a,b}^R$	Custo de recondução do circuito existente $ij$ , com condutor do tipo $a$ para o condutor do tipo $b$ ;
$C_i^S$	Custo de construção da subestação $i$ ;
$C_i^O$	Custo de operação da subestação $i$ ;
$C_L^O$	Custo das perdas de potência do circuito $ij$ ;
$K$	Custo de racionamento;
$t_{ij}^O$	Tipo de condutor atual do circuito existente $ij$ ;
$V^{nom}$	Tensão nominal;
$\underline{V}$	Tensão mínima nas barras;
$\overline{V}$	Tensão máxima nas barras;
$R_{ij,c}^R$	Resistência do circuito existente $ij$ , do condutor do tipo $c$ ;
$R_{ij,c}^N$	Resistência do circuito $ij$ , do condutor do tipo $c$ ;
$Z_{ij,c}^R$	Impedância do circuito existente $ij$ , do condutor do tipo $c$ ;
$Z_{ij,c}^N$	Impedância do circuito $ij$ , do condutor do tipo $c$ ;
$\bar{I}_c$	Corrente máxima do condutor do tipo $c$ ;
$\bar{I}_i^{SE}$	Corrente máxima da subestação existente $i$ ;
$\bar{I}_i^{SN}$	Corrente máxima da repotenciação da subestação $i$ ;
$N^E$	Número de circuitos existentes;
$N^B$	Número de barras do sistema;
$N^S$	Número de subestações do sistema;
$\Delta V$	Máxima queda de tensão;
$R$	Número de blocos da linearização por partes;
$m_{c,r}$	Inclinação do $r$ -ésimo bloco da corrente no condutor do tipo $c$ ;
$\bar{\Delta}_c$	Limite superior dos blocos da magnitude de corrente do condutor do tipo $c$ ;

### Variáveis

$\delta_i^S$	Variável binária de decisão em investimento de subestação;
$\delta_{ij,c}^L$	Variável binária de decisão em investimento de circuitos de $i$ para $j$ , do condutor do tipo $c$ ;
$\delta_{ij,c}^R$	Variável binária de decisão em investimento para o recondução de circuitos existentes $ij$ , do condutor do tipo $c$ ;
$I_i^C$	Corrente de carga na barra $i$ ;
$I_i^S$	Corrente na subestação $i$ ;
$I_{ij,c}^E$	Corrente no circuito existente $ij$ , do condutor do tipo $c$ ;
$I_{ij,c}^N$	Corrente no circuito $ij$ , do condutor do tipo $c$ ;
$R_i$	Racionamento na barra $i$ ;
$V_i$	Magnitude da tensão na barra $i$ ;
$y_i$	Variável de decisão do uso de barra de passagem $i$ ;
$\hat{I}_{ij,c}^E$	Variável que representa o quadrado de $I_{ij,c}^E$ ;

- $I_{ij,c}^{E+}, I_{ij,c}^{E-}$  Variáveis auxiliares não negativas para obter  $|I_{ij,c}^E|$ ;  
 $\Delta_{ij,c,r}^{IE}$  Valor do  $r$ -ésimo bloco de corrente no circuito existente  $ij$ , do condutor do tipo  $c$ ;  
 $\hat{I}_{ij,c}^N$  Variável que representa o quadrado de  $I_{ij,c}^N$ ;  
 $I_{ij,c}^{N+}, I_{ij,c}^{N-}$  Variáveis auxiliares não negativas para obter  $|I_{ij,c}^N|$ ;  
 $\Delta_{ij,c,r}^{IN}$  Valor do  $r$ -ésimo bloco de corrente no circuito  $ij$ , do condutor do tipo  $c$ ;

## 1. Introdução

O problema de Planejamento dos Sistemas de distribuição de energia elétrica (PSD) pode ser genericamente estabelecido da seguinte forma: seja um sistema de distribuição atendendo um número fixo de consumidores (nós de consumo). O crescimento da demanda impõe a necessidade da expansão da rede: construção de novos circuitos e/ou troca dos circuitos existentes por outras de maior capacidade, construção de subestações e ampliação das existentes. A minimização dos custos relacionados com estes investimentos, satisfazendo um conjunto de restrições operacionais, físicas e financeiras, constitui o problema de PSD (Gönen, 1986).

A importância do PSD pode ser observada sob diferentes aspectos: (1) *técnico*: a enorme extensão das redes de distribuição faz com que esta seja a parte do sistema elétrico onde são utilizadas grandes quantidades de materiais e equipamentos elétricos, e onde se verifica uma parcela importante das perdas técnicas, além disso, é neste sistema que as quedas de tensões na rede necessitam de uma maior atenção, pois estas afetam diretamente o consumidor. Desta forma é nos sistemas de distribuição onde se necessita de um número maior de pessoas para sua administração e manutenção; (2) *econômico*: observou-se, nos últimos anos, um aumento dos custos de operação dos sistemas de distribuição, indicando que deve-se realizar esforços para obter uma correta utilização dos recursos que foram investidos no sistema; (3) *social*: as redes de distribuição têm um grande impacto na sociedade devido ao fato desta ser dependente do fornecimento de energia elétrica (Ramirez-Rosado e Domingues-Navarro, 2006), (Dias-Dourado e Pidre, 2004), (Ramirez-Rosado e Domingues-Navarro, 2004), (Asakura et al, 2003) e (Carvalho et al, 2000).

O modelo matemático, do problema de PSD, considerando de forma realista as características econômicas e físicas da operação dos sistemas de distribuição (SD), é um problema de programação não linear inteiro misto de grande porte (Bernal-Agustín, 1998). Várias propostas para resolver o problema de PSD são apresentadas na literatura, entre estas, encontram-se as técnicas clássicas de otimização como os algoritmos de *Branch-and-Bound* (*B&B*) (Paiva, 2005). Técnicas heurísticas como os algoritmos *Branch-Exchange* (Miguez et al, 2002) e técnicas meta-heurísticas como Algoritmos Genéticos, *Simulated Annealing* (Nahman e Peric, 2008) e (Parada et al, 2004) e (Diaz-Dourado, 2002b), também aparecem na literatura como propostas para a solução do problema de PSD. A limitação das metaheurísticas quando aplicadas na solução do problema PSD é o tempo computacional e a falta de um critério de convergência. A maioria das metaheurísticas propostas utiliza um programa de cálculo de fluxo de carga para obter o estado do SD e verificar a viabilidade das soluções obtidas para cada proposta de investimento. Também é possível encontrar na literatura especializada modelos mais complexos para o problema de PSD, considerando o planejamento da rede de distribuição de média e baixa tensão simultaneamente (Paiva et al, 2005), e a presença de geração distribuída (Haffner, 2008a e 2008b).

Neste trabalho propõe-se um modelo matemático de programação linear binário misto (PLBM) para o planejamento de sistemas radiais aéreos de distribuição. Contempla-se neste modelo a redução de custos de investimentos e de operação, a qualidade do produto, ou seja, energia com níveis adequados de tensão e confiabilidade, e os diversos fatores necessários para a expansão de uma rede nos horizontes de médio e curto prazo tais como o aumento de demanda, aspectos técnicos e econômicos. O objetivo do trabalho é obter um modelo matemático robusto que represente física e tecnicamente os aspectos práticos envolvidos no problema de PSD para ser resolvido através de técnicas de otimização clássica usando os *solvers* disponíveis e que forneça resultados de qualidade equivalente aos fornecidos pelos

modelos não lineares. O modelo é testado em um sistema teste da literatura e os resultados obtidos são detalhadamente analisados e discutidos.

## 2. Obtenção do Modelo Matemático do Problema de PSD

As ações de planejamento consideradas no modelo proposto do problema de PSD são:

- Construção de novos circuitos;
- Recondutoramento dos circuitos existentes;
- Construção de novas subestações;
- Repotenciação das subestações existentes.

Desta forma o PSD é modelado como um problema de PNLIM descrito matematicamente pelas equações (1) - (15).

$$\begin{aligned} \min v = & \sum_{ij \in \Omega^N} \sum_{c \in C} \delta_{ij,c}^L C_{ij,c}^L + \sum_{ij \in \Omega^E} \sum_{c \in C} \delta_{ij,c}^R C_{ij,c}^R + \sum_{i \in B^S} \delta_i^S C_i^S + C_L^o \sum_{ij \in \Omega^E} \sum_{c \in C} R_{ij,c}^R (I_{ij,c}^E)^2 \\ & + C_L^o \sum_{ij \in \Omega^N} \sum_{c \in C} R_{ij,c}^N (I_{ij,c}^N)^2 + V^{nom} \sum_{i \in B^S} I_i^S C_i^o + K \sum_{i \in B} R_i \end{aligned} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{ji \in \Omega^E} \sum_{c \in C} I_{ji,c}^E - \sum_{ij \in \Omega^E} \sum_{c \in C} I_{ij,c}^E + \sum_{ji \in \Omega^N} \sum_{c \in C} I_{ji,c}^N - \sum_{ij \in \Omega^N} \sum_{c \in C} I_{ij,c}^N + I_i^S = I_i^C - R_i \quad \forall i \in B \quad (2)$$

$$I_{ij,c}^E = \left( \frac{V_i - V_j}{Z_{ij,c}^R} \right) \delta_{ij,c}^R \quad \forall ij \in \Omega^E, \forall c \in C \quad (3)$$

$$-\bar{I}_c \leq I_{ij,c}^E \leq \bar{I}_c \quad \forall ij \in \Omega^E, \forall c \in C \quad (4)$$

$$I_{ij,c}^N = \left( \frac{V_i - V_j}{Z_{ij,c}^N} \right) \delta_{ij,c}^L \quad \forall ij \in \Omega^N, \forall c \in C \quad (5)$$

$$-\bar{I}_c \leq I_{ij,c}^N \leq \bar{I}_c \quad \forall ij \in \Omega^N, \forall c \in C \quad (6)$$

$$0 \leq I_i^S \leq I_i^{SE} + I_i^{SN} \delta_i^S \quad \forall i \in B^S \quad (7)$$

$$\underline{V} \leq V_i \leq \bar{V} \quad \forall i \in B \quad (8)$$

$$\sum_{c \in C} \delta_{ij,c}^R = 1 \quad \forall ij \in \Omega^E \quad (9)$$

$$\sum_{c \in C} \delta_{ij,c}^L \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega^N \quad (10)$$

$$\delta_{ij,c}^L \leq y_i \quad \forall ij \in \Omega^N, \forall c \in C, \forall i \in B^t \quad (11)$$

$$\delta_{ji,c}^L \leq y_i \quad \forall ji \in \Omega^N, \forall c \in C, \forall i \in B^t \quad (12)$$

$$\sum_{ji \in \Omega^N} \sum_{c \in C} \delta_{ji,c}^L + \sum_{ij \in \Omega^N} \sum_{c \in C} \delta_{ij,c}^L \geq 2y_i \quad \forall i \in B^t \quad (13)$$

$$N^E + \sum_{ij \in \Omega^N} \sum_{c \in C} \delta_{ij,c}^L = N^B - N^S - \sum_{i \in B^t} (1 - y_i) \quad (14)$$

$$\delta_{ij,c}^R, \delta_{ij,c}^L, \delta_i^S, y_i \in \{0,1\} \quad (15)$$

**Tabela 2.1:** Custo de recondutoramento do condutor tipo  $b$  para o condutor do tipo  $a$  (US\$/km)

		Condutor do tipo $a$							
		1	2	3	4	5	6	7	8
Condutor do tipo $b$	1	0	10	20	30	40	50	60	70
	2	$M$	0	10	20	30	40	50	60
	3	$M$	$M$	0	10	20	30	40	50
	4	$M$	$M$	$M$	0	10	20	30	40
	5	$M$	$M$	$M$	$M$	0	10	20	30
	6	$M$	$M$	$M$	$M$	$M$	0	10	20
	7	$M$	$M$	$M$	$M$	$M$	$M$	0	10
	8	$M$	$M$	$M$	$M$	$M$	$M$	$M$	0

A função objetivo (1) é o custo total de operação e de investimentos. O primeiro termo representa o custo de construção de novos circuitos considerando diferentes tipos de condutores. O segundo termo representa o custo de recondutoramento dos circuitos existentes. O terceiro termo representa o custo de construção de novas subestações. O quarto e quinto termo representam os custos das perdas de potência ativa nos circuitos existentes e novos, respectivamente. O sexto termo representa o custo de operação da subestação e o último termo representa o custo de racionamento do sistema.

Cada tipo de condutor tem as seguintes características: a) resistência por comprimento, b) reatância por comprimento, c) máxima capacidade de corrente e d) custo de construção por longitude. O recondutoramento de circuitos existentes é determinado pelo custo de investimento  $C_{b,a}^R$ , em que o custo de investimento depende do tipo de condutor inicial ( $b$ ) e do tipo de condutor final ( $a$ ). Na tabela I mostra-se um exemplo de  $C_{b,a}^R$  para oito tipos de condutores.  $M$  é um número muito grande comparado com os outros custos e é usado para indicar que o recondutoramento não é atrativo porque envolve um condutor de menor capacidade.

A restrição (2) representa a equação de balanço de corrente em cada nó do SD. As restrições (3) e (5) modelam as magnitudes das correntes dos circuitos existentes e novos, respectivamente, para cada tipo de condutor e são baseadas na segunda lei de Kirchhoff. As restrições (4) e (6) representam os limites de corrente nos circuitos existente e novos, respectivamente, para cada tipo de condutor. A máxima capacidade de corrente nas subestações existentes e novas é representada pela restrição (7). A restrição (8) representa o limite máximo e mínimo da magnitude de tensão. A restrição (9) garante a não superposição de condutores no recondutoramento de circuitos existentes, assim um circuito existente será reconduzido com apenas um tipo de condutor. A restrição (10) garante a não superposição dos circuitos novos, assim apenas um circuito novo, utilizando um tipo de condutor, pode ser construído.

As restrições (11) - (14) têm como objetivo modelar o comportamento de uma barra de passagem. Uma barra de passagem é uma barra sem geração ou demanda, e que normalmente são usadas para conectar uma barra de carga em outras barras de cargas. Uma barra de passagem não é uma barra terminal (esta é a principal característica para seu uso) assim existem pelo menos dois circuitos deixando uma barra de passagem. Para modelar o uso da barra de passagem foi definida a variável binária  $y_i$ , tal que  $y_i = 1$  se a barra de passagem é utilizada, caso contrário  $y_i = 0$ . As restrições (11) - (14) evitam a geração de malhas devido à presença das barras de passagem no sistema de distribuição e também previne a presença de barras de passagem terminais (com somente um circuito conectado).

Na literatura a restrição (14) é considerada como uma condição suficiente para gerar soluções radiais conectadas (Bernal-Agustín, 1998). No entanto, da teoria de grafos, é conhecido que esta restrição é uma condição necessária, mas não suficiente. Um subgrafo  $T$  é uma árvore se o subgrafo cumpre as duas condições seguintes: a) o subgrafo tem  $(N^B - 1)$  arcos e b) é conexo. A restrição (14) garante a primeira condição (considerando a presença de  $N^S$  subestações e barras de passagem) e a segunda condição é garantida pela restrição (2) (balanço de carga). Assim, uma técnica de otimização precisa gerar uma solução factível conectando todas as barras do sistema. Isso significa que a solução final para o problema de PSD é um sistema conectado e com topologia radial.

A restrição (15) representa a natureza binária das variáveis de investimento, construção de novos circuitos, recondução dos circuitos existentes, construção de novas subestações, repotenciação das subestações existentes e o uso das barras de passagem, respectivamente. As outras variáveis de decisão representam o ponto de operação do sistema de distribuição. Para uma proposta de investimento, definida através dos valores de  $\delta_{ij,c}^R, \delta_{ij,c}^L, \delta_i^S$  e  $y_i$ , vários pontos de operação factíveis são possíveis.

Do modelo (1) - (15) pode-se verificar que as equações (1), (3) e (5) apresentam termos não lineares. Em (1) aparecem os termos quadráticos  $(I_{ij,c}^E)^2$  e  $(I_{ij,c}^N)^2$ , enquanto que em (3) e (5) aparece a multiplicação de uma variável contínua ( $V_i$ ) e uma variável binária ( $\delta_{ij,c}^R$  ou  $\delta_{ij,c}^L$ ). Com o objetivo de obter uma formulação linear para o problema de PSD é necessário encontrar expressões lineares para (1), (3) e (5).

### Linearização

As restrições (3) e (4) podem ser substituídas pelas restrições (16) e (17) usando uma formulação linear disjuntiva e tomando em conta a restrição (9).

$$\sum_{c \in C} I_{ij,c}^E Z_{ij,c}^R = (V_i - V_j) \quad \forall ij \in \Omega^E \quad (16)$$

$$-\bar{I}_c \delta_{ij,c}^R \leq I_{ij,c}^E \leq \bar{I}_c \delta_{ij,c}^R \quad \forall ij \in \Omega^E, \forall c \in C \quad (17)$$

Note que restrições (16) e (17) são restrições lineares e que a restrição (16) tem um número menor de restrições quando comparado com a restrição (3), pois nesta última restrição tem-se ainda os diferentes tipos de condutores. A restrição (9) e (17) garantem que existe uma magnitude de corrente  $I_{ij,c}^E$  diferente de zero para um tipo de condutor escolhido, sendo seu valor determinado pela restrição (16). Desta forma pode-se afirmar que as restrições (16) e (17) são equivalentes a (3) e (4).

Analogamente, as restrições (5) e (6) podem ser substituídas pelas restrições (18) e (19) usando uma formulação linear disjuntiva.

$$-\Delta V \left( 1 - \sum_{c \in C} \delta_{ij,c}^L \right) \leq \sum_{c \in C} (Z_{ij,c}^N I_{ij,c}^N) - (V_i - V_j) \leq \Delta V \left( 1 - \sum_{c \in C} \delta_{ij,c}^L \right) \quad \forall ij \in \Omega^N \quad (18)$$

$$-\bar{I}_c \delta_{ij,c}^L \leq I_{ij,c}^N \leq \bar{I}_c \delta_{ij,c}^L \quad \forall ij \in \Omega^N, \forall c \in C \quad (19)$$

Em que  $\Delta V = \bar{V} - \underline{V}$ . Assim como no caso anterior, as restrições (18) e (19) são restrições lineares e que a restrição (18) tem um número menor de restrições quando comparada com a restrição (5), pois nesta última restrição tem-se ainda os diferentes tipos de condutores.

Note que se  $\delta_{ij,c}^L = 1$  e utilizando a restrição (10), obtêm-se que as restrições (18) e (19) assume a seguinte forma:

$$I_{ij,c}^N = \frac{V_i - V_j}{Z_{ij,c}^N}$$

$$-\bar{I}_c \leq I_{ij,c}^N \leq \bar{I}_c$$

Note que as restrições anteriores são iguais às restrições (5) e (6) quando  $\delta_{ij,c}^L = 1$ . Por outro lado se  $\delta_{ij,c}^L = 0 \forall ij \in \Omega^N, \forall c \in C$ , obtêm-se que as restrições (18) e (19) assume a seguinte forma:

$$-\Delta V \leq V_i - V_j \leq \Delta V \quad \forall ij \in \Omega^N$$

$$I_{ij,c}^N = 0 \quad \forall ij \in \Omega^N, \forall c \in C$$

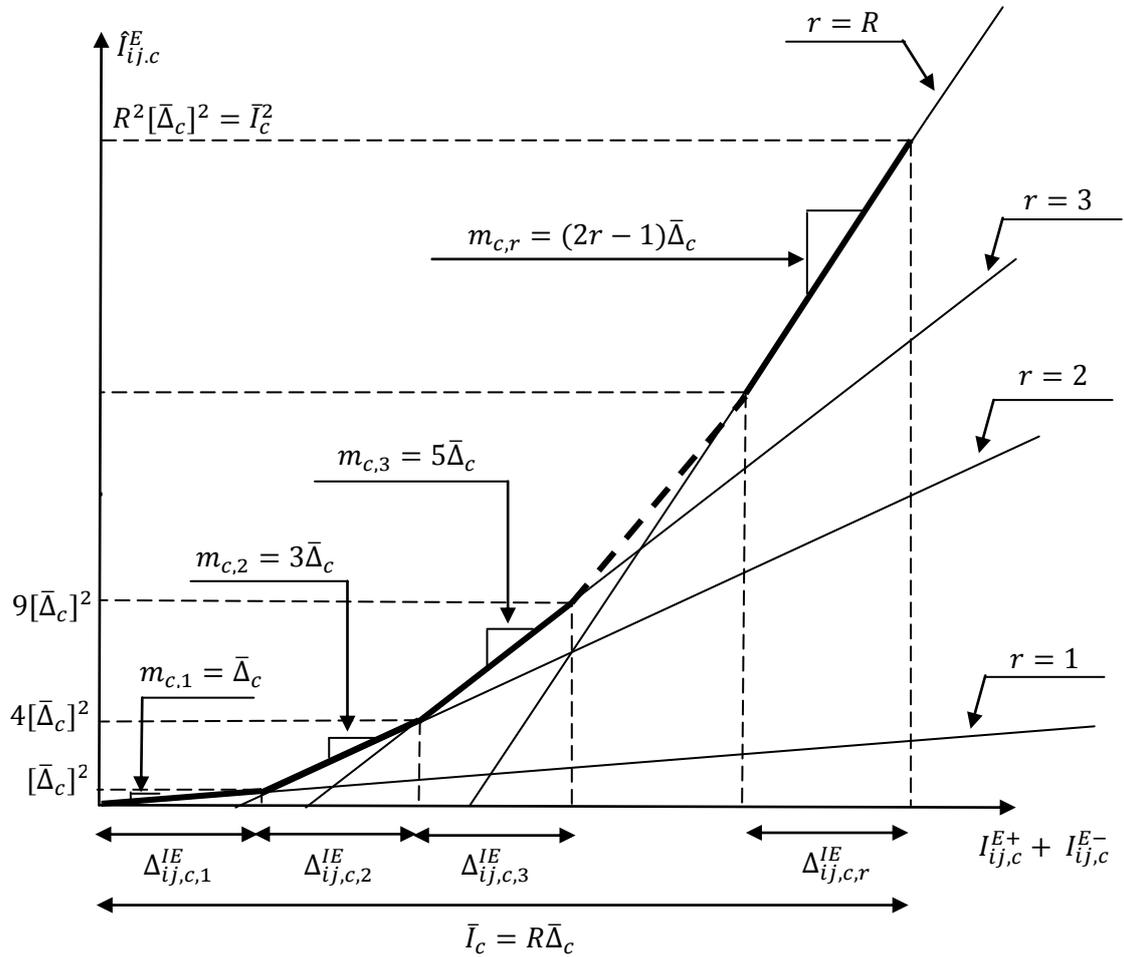


Figura 2.1 Ilustração da modelagem linear por partes da função  $\hat{I}_{ij,c}^E$ .

Note que as restrições anteriores são iguais às restrições (5) e (6) quando  $\delta_{ij,c}^L = 0$ .  $\Delta V$  desempenha, exatamente, função do fator “Big M”, como mostrado em (Haffner et al, 2008a), em que limita a diferença da magnitude de tensão entre duas barras que não estão conectadas, de acordo com a restrição (8). Em outras palavras,  $\Delta V$  proporciona um grau suficiente de liberdade para a diferença da magnitude de tensão entre cada barra não conectada do SD. Desta forma podemos afirmar que as restrições (18) e (19) são equivalentes às restrições (5) e (6).

Considere  $\hat{I}_{ij,c}^E$  a variável que representa o quadrado das correntes nos circuitos existentes. Assim o termo quadrático  $(I_{ij,c}^E)^2$  pode ser linearizado como descrito em (Alguacil et al, 2003) e mostrado na Fig. 2.1.

$$I_{ij,c}^E = I_{ij,c}^{E+} - I_{ij,c}^{E-} \quad \forall ij \in \Omega^E, \forall c \in C \quad (20)$$

$$\hat{I}_{ij,c}^E = \sum_{r=1}^R m_{c,r} \Delta_{ij,c,r}^{IE} \quad \forall ij \in \Omega^E, \forall c \in C \quad (21)$$

$$I_{ij,c}^{E+} + I_{ij,c}^{E-} = \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,c,r}^{IE} \quad \forall ij \in \Omega^E, \forall c \in C \quad (22)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,c,r}^{IE} \leq \bar{\Delta}_c \quad \forall ij \in \Omega^E, \forall c \in C, r = 1 \dots R \quad (23)$$

$$0 \leq I_{ij,c}^{E+} \quad \forall ij \in \Omega^E, \forall c \in C \quad (24)$$

$$0 \leq I_{ij,c}^{E-} \quad \forall ij \in \Omega^E, \forall c \in C \quad (25)$$

Em que

$$m_{c,r} = (2r - 1)\bar{\Delta}_c \quad \forall c \in C, r = 1 \dots R$$

$$\bar{\Delta}_c = \frac{\bar{I}_c}{R} \quad \forall c \in C$$

Note que as equações (20)-(25) representam um conjunto de expressões lineares, em que  $m_{c,r}$  e  $\bar{\Delta}_c$  são parâmetros constantes.  $I_{ij,c}^{E+}$  e  $I_{ij,c}^{E-}$  são variáveis auxiliares não negativas para obter  $|I_{ij,c}^E|$  como mostrado na restrição (20). A restrição (21) é uma aproximação linear do quadrado de  $I_{ij,c}^E$ . A restrição (22) define que  $|I_{ij,c}^E|$  é igual à soma do valor de cada bloco de linearização. A restrição (23) define os limites mínimos e máximos da contribuição de cada bloco de linearização de  $|I_{ij,c}^E|$ .

Analogamente, considere  $\hat{I}_{ij,c}^N$  a variável que representa o quadrado das correntes nos circuitos novos. Assim o termo quadrático  $(I_{ij,c}^N)^2$  pode ser linearizado como descrito pelas restrições (26)-(31).

$$I_{ij,c}^N = I_{ij,c}^{N+} - I_{ij,c}^{N-} \quad \forall ij \in \Omega^N, \forall c \in C \quad (26)$$

$$\hat{I}_{ij,c}^N = \sum_{r=1}^R m_{c,r} \Delta_{ij,c,r}^{IN} \quad \forall ij \in \Omega^N, \forall c \in C \quad (27)$$

$$I_{ij,c}^{N+} + I_{ij,c}^{N-} = \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,c,r}^{IN} \quad \forall ij \in \Omega^N, \forall c \in C \quad (28)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,c,r}^{IN} \leq \bar{\Delta}_c \quad \forall ij \in \Omega^N, \forall c \in C, r = 1 \dots R \quad (29)$$

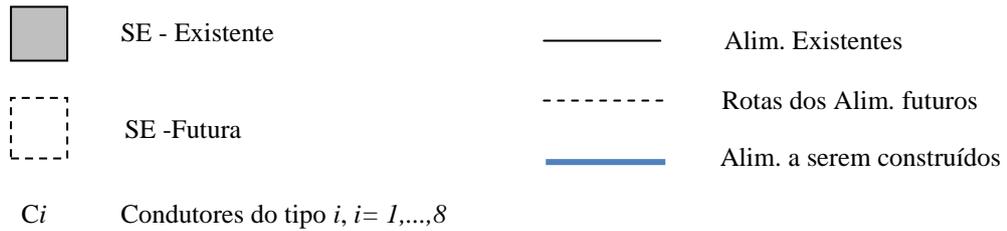
$$0 \leq I_{ij,c}^{N+} \quad \forall ij \in \Omega^N, \forall c \in C \quad (30)$$

$$0 \leq I_{ij,c}^{N-} \quad \forall ij \in \Omega^N, \forall c \in C \quad (31)$$

Note que as equações (26)-(31) é um conjunto de expressões lineares.  $I_{ij,c}^{N+}$  e  $I_{ij,c}^{N-}$  são variáveis auxiliares não negativas para obter  $|I_{ij,c}^N|$  como descrito pela restrição (26). A restrição (27) é uma aproximação linear do quadrado de  $I_{ij,c}^N$ . A restrição (28) define que  $|I_{ij,c}^N|$  é igual à soma do valor de cada bloco de linearização. A restrição (29) define os limites mínimos e máximos da contribuição de cada bloco de linearização de  $|I_{ij,c}^N|$ .

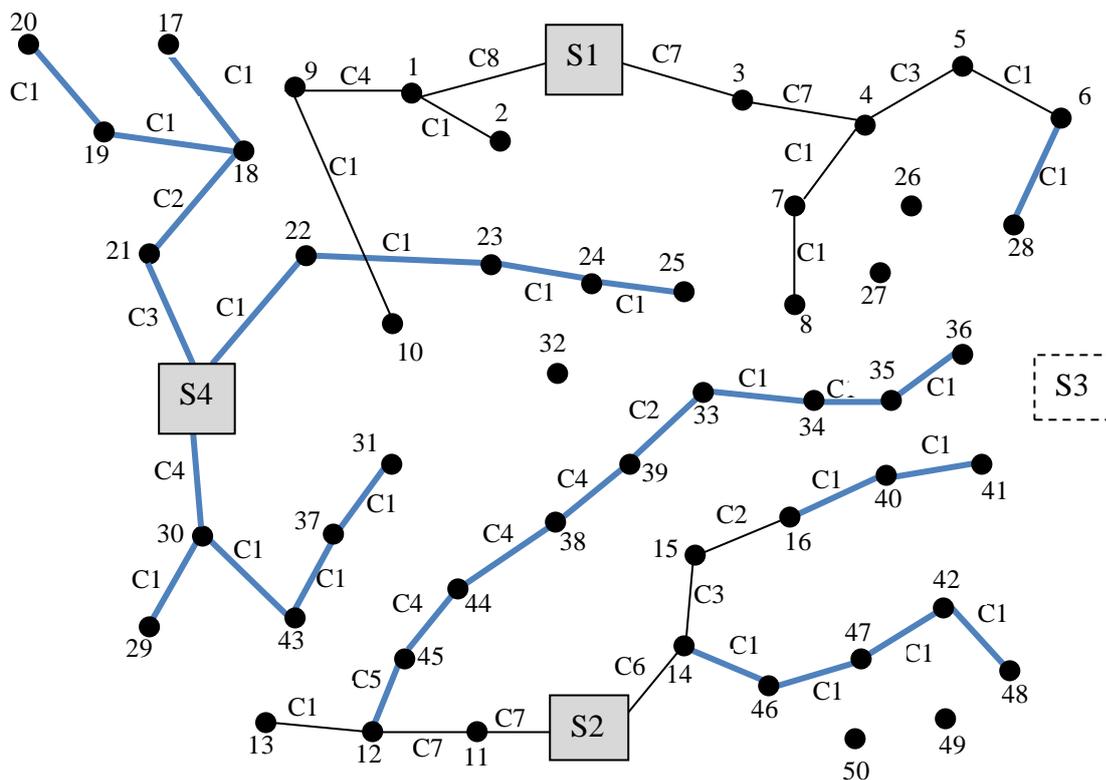


Legenda:



Para este sistema são considerados oito tipos de condutores com o custo de recondutoramento mostrado na Tabela 2.1. Este sistema tem 16 circuitos existentes (2 circuitos com condutores do tipo 3 e 14 circuitos com condutores do tipo 1) e 45 circuitos possíveis de serem propostas as suas construções durante a fase de planejamento. Os dados completos deste sistema podem ser obtidos com os autores.

O CPLEX encontrou a solução ótima com um custo de investimento total de US\$ 4.033,84, tempo de processamento igual a 151473.87 sec, gap de 1%. Este é um problema de 466 variáveis binárias e 1584 restrições lineares, sendo que a topologia proposta do planejamento é mostrada na **Figura 3.2**.



**Figura 3.2** Topologia proposta pelo modelo para o sistema de distribuição de 54 barras planejado.

Da Figura 3.2 pode-se verificar que foi construída, apenas, a subestação S4, não havendo a necessidade de construir a subestação S3 e que existem 3 sub-sistemas radiais cada um deles alimentado por uma das subestações. As barras de passagem 35, 38, 42, 43 e 46 foram utilizadas, e as barras não utilizadas são as 26, 27, 32, 49 e 50. Foram recondutorados os circuitos S1-1, para o tipo de condutor 8; o circuito 15-16 para o tipo de condutor 2; os circuitos 1-9 para o tipo de condutor 4; os circuitos S2-11, 11-12, S1-3 e 3-4 para o tipo de condutor 7; o

circuito S2-14 para o tipo de condutor 6 e o circuito 14-15, 4-5 para o tipo de condutor 3. Nos circuitos existentes 5-6, 1-2, 9-10, 12-13, 4-7 e 7-8 não houve a necessidade de recondutoramento.

#### 4. Conclusões

Um modelo de PLBM é proposto para o problema de planejamento de SDs. Este modelo representa fisicamente o problema de PSD e dadas a suas características, a sua convergência para o ótimo é garantida. Isto permite o uso de *solvers* de PLBM convencionais para sua solução.

No modelo proposto as principais ações de planejamento utilizadas pelos profissionais do setor são consideradas. Este modelo difere dos outros encontrados na literatura por envolver a possibilidade de construir ou repotencializar simultaneamente várias subestações, considerar a presença de barras de passagem e a característica radial de operação dos SDs.

Um sistema teste foi usado; e os resultados obtidos permitem concluir precisão, assim como também qualidade do modelo proposto para atender as necessidades físicas do planejamento de SDs reais.

#### 5. Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES, FAPESP, CNPq e FEPISA o apoio financeiro para o desenvolvimento deste projeto de pesquisa.

#### 6. Referências Bibliográficas

N. Alguacil, A. L. Motto and A. J. Conejo, “**Transmission expansion planning: a mixed-integer LP approach,**” *IEEE Transaction on Power Systems*, 18(3) 1070-1077, August 2003.

Almeida, S. A. **Alocação Ótima de Subestações e alimentadores em Sistema de Distribuição de Energia Elétrica Usando um Algoritmos de Branch-and-Bound**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Faculdade de Engenharia Elétrica Universidade estadual Paulista, Ilha solteira, julho, 2002.

Asakura, T. Gneji, T. Yura, N. Hayashi, e Y. Fukuyama. **Long-term distribution network expansion planning by network reconfiguration e generation of construction plans.** *IEEE transactions on Power Systems*, 18(3)1196-1204. August 2003.

L. Bernal-Agustín. **Aplicación de algoritmos genéticos al diseño óptimo de sistemas de distribución de energía eléctrica.** Tesis doctoral, Departamento de de Ingeniería Elétrica, Universidad de Zaragoza, España, Enero 1998.

M.S. Carvalho, L. A. F. M. Ferreira, F. G. Lobo, e L.M.F. Barruncho. **Distribution network expansion planning under uncertainty: a hedging algorithm in an evolutionary approach.** *IEEE Transactions on Power Delivery*, 15(1):412-416, January 2000.

“**CPLEX Optimization subroutine library guide and reference, version 11.0,**” CPLEX Division, ILOG Inc., Incline Village, NV, USA, 2008.

E. Diaz-Dorado e J. C. Pidre. **Optimal Planning of unbalanced networks using dynamic programming optimization.** *IEEE Transactions on Power Systems*, 19(4):2077-2085, November 2004.

- H. Fletcher e K.Strunz. **Optimal distribution system horizon planning-part I: formulation.** *IEEE Transactions on Systems*,22(2):791-799, May 2007.
- R. Fourer, D. M. Gay, e B. W. Kernighan. **AMPL: A modeling language for mathematical programming.** CA:Brooks/Cole-Thomson Learning, Pacific Grove, 2<sup>nd</sup> Ed.,2003.
- T. Gönen. **Electric Power Distribution Systems Engineering.** McGraw, New York,1986.
- S. Haffner, L. F. A. Pereira, e L. A. Pereira, e L. S. Barreto. **Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation – part I: problem formulation.** *IEEE Transactions on Power Delivery*, 23(2):915-923, April 2008a.
- S. Haffner, L. F. A. Pereira, e L. A. Pereira, e L. S. Barreto. **Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation – part II: numerical results.** *IEEE Transactions on Power Delivery*, 23(2):915-923, April 2008b.
- E. Miguez, J. Cidras, E. Diaz-Dorado, e J. L. Garcia-Dornelas. **An improved branch-exchange algorithm for large-scale distribution network planning.** *IEEE Transactions on Power systems*, 17(4):931-936,November 2002.
- V. Miranda, J. V. Ranito, L. M. Proença, **“Genetic Algorithm in Optimal Multistage Distribution Network Planning,”** *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, no. 4, pp. 1927-1933, Nov. 1994.
- J.M. Nahman e D.M. Peric. **Optimal planning of radial distribution networks by simulated annealing technique.** *IEEE Transactions on Power systems*, 23(2):790-795, May 2008.
- P. C. Paiva, H. M. Khdr, J. A. D. Dominguez-Navarro, J. M. Yusta, e A. J. Urdaneta. **Integral Planning of Primary-secondary distribution systems using mixed integer programming.** *IEEE Transactions on Power systems*, 20(2):1134-1143,May 2005.
- V. Parada, J. A. Ferland, M. Arias, e K. Daniels. **Optimization of electric distribution feeders using simulated annealing.** *IEEE Transactions on Power systems*,19(3):1135-1141,July 2004.
- I. J. Ramirez-Rosado e J.A. Dominguez-Navarro. **Possibilistic model based on fuzzy sets for the multiobjective optimal planning of electric power distribution networks.** *IEEE Transactions on Power Systems*, 19(4):1801-1810, November 2004.
- I. J. Ramirez-Rosado e J. A. Dominguez-Navarro. **New multiobjective tabu search algorithm for fuzzy optimal planning of power distribution systems.** *IEEE Transactions on Power Systems*, 21(1):224-233,February 2006.