

OTIMIZAÇÃO DO BALANCEAMENTO DE UMA LINHA DE MONTAGEM DE CABINES DE CAMINHÕES POR MEIO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA

Leandro Magatão

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
Av. Sete de Setembro, 3165, Curitiba, PR
magatao@utfpr.edu.br

Luiz Carlos de Abreu Rodrigues

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
lcar@utfpr.edu.br

Ivair Marcilio

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
ivairmarcilio@brturbo.com.br

Marco Skraba

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
skrabao@hotmail.com

RESUMO

Este artigo trata do balanceamento de uma linha de montagem de cabines para caminhões, localizada em Curitiba - PR. Foi elaborado um modelo matemático usando Programação Linear Inteira Mista (PLIM), o qual distribui as atividades entre os postos de trabalho e operadores da linha em estudo. Em particular, a linha analisada trabalha com um número de operadores menor que o número de postos de trabalho e, assim, alguns operadores devem realizar tarefas em postos de trabalho distintos. O modelo matemático desenvolvido busca equilibrar a carga de trabalho entre os postos de trabalho e operadores, observando-se, também, a minimização dos deslocamentos de operadores entre postos de trabalho. Resultados obtidos indicam a viabilidade de ganhos de produtividade e distribuição de carga de trabalho equilibrada entre as diversas estações de trabalho e operadores, proporcionando melhorias na condição operacional da linha em estudo.

PALAVRAS CHAVE. Balanceamento da produção, Programação Linear Inteira Mista (PLIM), Indústria Automobilística.

ABSTRACT

This article addresses the balancing of an assembly line of cabins for trucks, located in Curitiba - PR. A mathematical model based on Mixed Integer Linear Programming (MILP) was developed. The model distributes the tasks among workstations and operators. In particular, the studied line involves a number of operators smaller than the number of workstations and, thus, some operators must perform tasks in different workstations. The mathematical model seeks operational answers to balance the workload among the workstations and operators considering, in addition, the minimal displacement of operators between workstations. The obtained results indicate balancing conditions that lead to productivity gains and suggest a distribution of workload among workstations and operators, providing improvements in operational conditions of the studied line.

KEYWORDS. Line Balancing, Mixed Integer Linear Programming (MILP), Automotive Industry.

1. Introdução

O balanceamento de uma linha de montagem é necessário durante a instalação da linha, quando é preciso alterar seu índice de produção horário, ou quando ocorre modificação do produto ou processo (Ritzman e Krajewski, 2004). Trata-se de um problema difundido na literatura (Scholl, 1999; Scholl e Becker, 2006; Becker e Scholl, 2004). No entanto, os modelos matemáticos propostos para o balanceamento da produção não consideram o tempo de deslocamento entre diferentes postos de trabalho, quando um mesmo operário deve atendê-los.

O presente artigo aborda um estudo de balanceamento de operações entre as estações de trabalho e operadores presentes em uma linha de produção de cabines para caminhões, localizada na cidade de Curitiba - PR. Até a realização deste estudo, a distribuição das atividades nas estações de trabalho na linha analisada foi feita com base na experiência de engenheiros e técnicos responsáveis pela linha. Tal distribuição foi realizada por intermédio de um processo intuitivo de “tentativa e erro”. Como consequência, as atividades não foram distribuídas da forma mais balanceada possível, causando desconforto entre os operadores, resultando em cargas de trabalho bastante distintas. A linha de produção comporta dois modelos de cabines (**A** e **B**), sendo que um deles (o modelo **A**) tem tempos de operação, em geral, mais demorados que o do outro, além de representar 85% do volume total de produção. Uma das características deste problema real é que há um número maior de estações de trabalho (ou postos de trabalho) que o de operários na linha, o que pode impor um tempo significativo com o deslocamento dos operários entre estas estações de trabalho. Assim, propõe-se um modelo matemático original para o problema de balanceamento da produção, que leva em consideração o tempo de deslocamento dos operadores entre estações de trabalho e procura equilibrar, conforme abordagem tradicional, a carga de trabalho entre os postos de trabalho e, também, entre os operadores da linha.

Este estudo resultou na proposta de um modelo matemático de Programação Linear Inteira Mista (PLIM). O modelo foi elaborado a partir da observação de premissas aderentes à representação do real problema da empresa. Cenários de entrada baseados em dados reais foram utilizados, apresentando-se soluções de balanceamento. No cenário abordado por Donnini *et al.* (2010), foi mostrado que um modelo matemático baseado no conceito de tempos equivalentes, originalmente proposto por Thomopoulos (1967), não era aceitável devido a características do problema, o qual apresentava parâmetros de entrada (diagrama de precedência e duração de tarefas) bastante distintos entre os produtos montados na linha. No entanto, na seção 4, o presente artigo explora com sucesso o conceito de tempos equivalentes para o problema em estudo. Os resultados obtidos são um indicativo de que, dependendo dos parâmetros de entrada, o conceito de tempos equivalentes pode ser adequado.

Outra contribuição deste artigo está no uso do *software* livre GUSEK (*GLPK Under Scite Extended Kit*) para modelar a formulação PLIM proposta na seção 3 (Gusek, 2011). Este *software* é uma interface de desenvolvimento para modelos PL/PLIM. O pacote consiste em uma versão customizada do editor *SciTE (SCIntilla based Text Editor)* integrada a uma versão pré-compilada do *solver* livre GLPK (Makhorin, 2011) para a plataforma Win32. Assim, o GUSEK se mostrou uma alternativa viável para modelagem e solução em ambiente industrial de um problema de balanceamento usando uma formulação PLIM.

A organização do restante deste artigo aborda conceitos gerais do problema de balanceamento de linhas (seção 2). Na seção 3, apresenta-se a formulação PLIM proposta para a solução do problema de balanceamento avaliado. A seção 4 apresenta os dados reais do problema estudado e a discussão dos resultados obtidos. A seção 5 apresenta as conclusões deste trabalho.

2. O Problema de Balanceamento da Produção

O conceito básico de balanceamento de linha é a “atribuição de *tarefas* às estações em uma linha de modo a obter o índice de produção (ou *tempo de ciclo*) desejado com o menor número de estações de trabalho” ou, alternativamente, o balanceamento pode visar a “minimização do tempo de ciclo para um dado número de funcionários”. Para Ritzman e Krajewski (2004) e Boysen *et al.* (2007), tarefas são as “menores unidades de trabalho que podem ser executadas de modo independente”. Para Gaither e Frazier (2002), a duração de uma *tarefa* é “a quantidade de tempo necessária para que um trabalhador bem treinado ou máquina

não assistida executem uma tarefa” e a *precedência entre tarefas* é descrita como sendo “a sequência ou ordem em que as tarefas devem ser executadas”. Os autores ainda complementam: “a precedência de cada tarefa é conhecida a partir de uma lista das tarefas que devem precedê-la imediatamente”. Para melhor visualizar estas relações, constrói-se o *diagrama de precedência* (Ritzman e Krajewski, 2004), indicando as tarefas por círculos e criando setas entre estes círculos, conduzindo dos predecessores ao próximo elemento do trabalho. Uma *estação de trabalho* é definida como uma “localização física onde um conjunto particular de tarefas é executado” (Gaither e Frazier, 2002). *Tempo de ciclo* é o nome dado ao tempo entre as saídas de cada produto ao fim de uma linha de produção (Gaither e Frazier, 2002). Em cada estação, as tarefas são desenvolvidas repetidamente, obedecendo a este tempo de ciclo (tempo máximo ou médio disponível para cada ciclo de trabalho) (Scholl e Becker, 2006). O tempo de ciclo real de uma linha de montagem em série é representado pelo tempo do posto mais lento, ou seja, o posto cujo somatório dos tempos das tarefas é o maior entre todos os postos.

O problema de balanceamento de linha que trata apenas as tarefas de um único produto é denominado “problema de balanceamento de linha de montagem simples” ou, em inglês, *Simple Assembly Line Balancing Problem* (SALB), conforme Baybars (1986). Os problemas definidos como SALBP podem ser divididos em quatro tipos, de acordo com sua função objetivo (Boysen *et al.*, 2007): SALBP-1, SALBP-2, SALBP-E e SALBP-F. A diferença entre eles é apresentada na Tabela 1, conforme Becker e Scholl (2004). Nessa tabela verifica-se que, por exemplo, se possuímos um número de estações de trabalho dado *a priori* e desejarmos minimizar o tempo de ciclo, estaremos tratando de um problema do tipo SALBP-2. Algumas das restrições que devem ser consideradas para um problema de balanceamento SALBP são: a produção de um produto homogêneo, tarefas executadas de um modo predeterminado, tempos de tarefas determinísticos, entre outras (Boysen *et al.*, 2007). Entretanto, observa-se que há variação nos tempos de tarefas nos casos reais, de acordo com Tempelmeier (2003). Pode-se, porém, justificar a caracterização de tempos como determinísticos quando a variação é suficientemente pequena (Boysen *et al.*, 2007).

Ao processar mais de um produto numa linha de montagem, podem-se distinguir duas formas diferentes de organização para esta linha (Boysen *et al.*, 2007): *i) problema de modelo misto* ou *Mixed-model Assembly Line Balancing Problem* (MALBP), onde produzem-se de forma misturada as unidades dos modelos diferentes; e *ii) problema multimodelo*, onde há sequências de lotes de cada modelo. Uma comparação entre estas formas pode ser identificada na Figura 1, na qual diferentes formas geométricas representam diferentes produtos (Becker e Scholl, 2004).

Tabela 1- Comparativo entre tipos de SALB (Becker e Scholl, 2004).

Número de estações		Tempo de ciclo	
		Dado	Minimizar
	Dado	SALBP-F	SALBP-2
	Minimizar	SALBP-1	SALBP-E

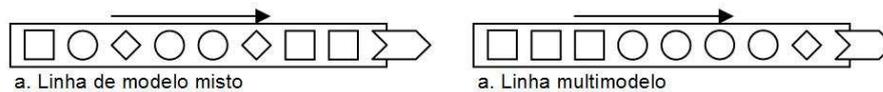


Figura 1 – Linhas de montagem de modelo misto e multimodelo

De acordo com Scholl (1999), os sistemas de produção de modelo misto são utilizados por proporcionarem um fluxo contínuo de materiais, reduzirem os níveis de estoque de produto acabado e por serem bastante flexíveis em relação às mudanças de modelos (de produtos). Entretanto, esta flexibilidade pode requerer equipamentos de custo elevado e/ou customizados para este fim. De acordo com Thomopoulos (1967), no balanceamento de uma linha de modelo misto, pode parecer possível considerar cada modelo independentemente, balanceando o trabalho para cada modelo separadamente, reduzindo este tipo de problema de balanceamento a certo número de problemas simples de balanceamento de linha (SALBP). Porém, é desejável definir tarefas semelhantes, presentes em diferentes modelos (de produtos), em uma mesma estação, para aproveitar os efeitos do aprendizado do operador no posto de trabalho. Outro ponto a ser considerado, citado por Scholl (1999), é o desejo de evitar a instalação duplicada de

equipamentos e ferramentas de produção.

Os problemas de balanceamento de linhas de montagem de modelo misto dependem de algumas mesmas suposições básicas dos SALBP, como tempos determinísticos, linha de montagem em série, taxa de produção constante e montagem de cada modelo com tarefas seguindo restrições de precedência (Scholl, 1999). Em ALB-Research-Group (2011) estas e outras características de problemas de balanceamento de linha são referenciadas. Adicionalmente, algumas características que resultam da montagem conjunta de produtos diferentes devem ser consideradas, como a combinação das tarefas realizadas em todos os modelos em um diagrama de precedência equivalente, único para todos os modelos, sendo que tarefas comuns podem apresentar tempos diferentes, dependendo do modelo em questão, ou ainda não ser realizada para um determinado modelo (tempo igual a zero). Em particular, o procedimento para balanceamento de modelo misto proposto por Thomopoulos (1967) propõe a utilização dos tempos de execução necessários em um turno de produção, realizando-se um somatório das quantidades de cada modelo a serem produzidas multiplicadas pelos tempos de execução de suas tarefas. De acordo com Simaria e Vilarinho (2004), é possível utilizar, ao invés da produção de um turno inteiro, os valores percentuais de demanda de cada modelo, multiplicando-os pelos tempos de tarefa de cada modelo, obtendo, assim, tempos de execução equivalentes. Com o objetivo de conferir uma suavidade maior à variação de trabalho entre as estações para cada modelo, permitindo o trabalho dos operadores a um ritmo mais constante, uma modificação na função objetivo típica do problema de balanceamento (minimização do “tempo de ciclo”) é proposta por Thomopoulos (1970). O autor sugere a minimização da diferença absoluta entre o tempo de ciclo médio de cada modelo produzido e seu tempo em cada uma das estações. Um indicador do desbalanceamento de uma linha de montagem de modelo misto, semelhante ao cálculo de eficiência citado para o balanceamento de linha de modelo simples, é apresentado por Thomopoulos (1970): o *Atraso de Balanceamento*. Este indicador é calculado primeiramente para cada modelo por meio da equação (1) para, em seguida, ser multiplicado pela demanda percentual do modelo. A soma dos *Atrasos de Balanceamento* de cada modelo multiplicados pelos respectivos percentuais de demanda origina o *Atraso de Balanceamento* da linha.

$$\text{Atraso de Balanceamento}_m = (t_{total,m} - \sum t_{postos,m}) / t_{total,m} \quad \forall m \in \text{Modelos} \quad (1)$$

onde, *Atraso de Balanceamento* indica o atraso de balanceamento percentual para um modelo m ; $t_{total,m}$ representa a multiplicação do tempo de ciclo real do modelo m pelo número de estações e $\sum t_{postos,m}$ representa a soma dos tempos de todos os postos de trabalho do modelo m .

3. Abordagem Proposta

Com intuito de tornar o modelo matemático representativo do problema real analisado, fez-se necessário a imposição de algumas premissas de modelagem, estabelecidas a partir da natureza do problema e da observação, *in loco*, das peculiaridades do processo produtivo. As premissas norteadoras do modelo implementado são: *i*) Cada tarefa deve estar alocada em um posto de trabalho; *ii*) Tarefas podem estar fixas a um dado posto de trabalho, imposta em função do arranjo de equipamentos/dispositivos; *iii*) Cada tarefa é realizada uma única vez e por um operador; *iv*) Um operador pode realizar tarefas em mais de um posto; *v*) Se um operador realizar tarefas em postos de trabalho distintos, seu deslocamento entre postos deve ser considerado; *vii*) O tempo de ciclo real da linha será determinado pelo posto de trabalho ou pelo operador com maior tempo de operação. Para a implementação dos modelos são consideradas as seguintes definições de parâmetros (Tabela 2), conjuntos (Tabela 3) e variáveis (Tabela 4).

Tabela 2 - Parâmetros utilizados.

nt	Número total de tarefas no modelo analisado.
np	Número total de postos no modelo analisado.
nop	Número total de operadores no modelo analisado.
$dt(t)$	Duração correspondente à tarefa t .
M	Constante auxiliar para formulação <i>Big-M</i> , sendo $M = 1000$.
eps	Constante auxiliar mínima para formulação <i>Big-M</i> , sendo $eps = 0,1$.
$TempoMov(p,px)$	Tempo de movimentação (em unidades de tempo - UT) do operador entre os postos p e px .

Tabela 3 - Conjuntos utilizados.

T	Conjunto de tarefas, composto pelas tarefas t de 1 a nt .
P	Conjunto dos postos de trabalho, composto pelos postos p de 1 a np .
OP	Conjunto dos operadores, composto pelos operadores o de 1 a nop .
$PREC$	Conjunto das restrições de precedência entre as tarefas.

Tabela 4 - Variáveis utilizadas.

$TP(t,p)$	Variável binária que indica, se $TP(t,p) = 1$, que a tarefa t é realizada no posto p . Se $TP(t,p) = 0$, a tarefa t não é realizada no posto p .
TC	Variável associada ao tempo de ciclo real (em UT).
$Tempo_OP(o)$	Variável associada ao tempo de operação (em UT) do operador o .
$TOP(t,o)$	Variável binária que indica, se $TOP(t,o) = 1$, que a tarefa t é realizada pelo operador o . Se $TOP(t,o) = 0$, a tarefa t não é realizada pelo operador o .
$TOPP(t,o,p)$	Variável binária que indica, se $TOPP(t,o,p) = 1$, que a tarefa t é realizada pelo operador o no posto p . Se $TOPP(t,o,p) = 0$, a tarefa t não é realizada pelo operador o no posto p .
$OPP(o,p)$	Variável que assume valores inteiros e que indica o número de tarefas que um operador o realiza em um posto p .
$OPPbin(o,p)$	Variável binária que indica, se $OPP(o,p) = 1$, que o operador o realiza ao menos uma tarefa no posto p . Se $OPP(o,p) = 0$, o operador o não realiza nenhuma tarefa no posto p .
$DOPP(o,p,px)$	Variável binária que indica, se $DOPP(o,p,px) = 1$, que o operador o se desloca do posto p ao posto px . Se $DOPP(o,p,px) = 0$, este deslocamento não ocorrerá.
$difP(p)$	Variável associada ao módulo da diferença entre o tempo médio de operação em cada posto pelo tempo real de operação no posto p (em UT).
$difOP$	Variável associada ao módulo da diferença máxima entre o tempo médio de todos os operadores pelo tempo de ocupação dos operadores (em UT).
$Tmedio$	Tempo médio de operação dos postos de trabalho (em UT).
$tmedioOP$	Tempo médio de operação dos operadores (em UT).

O modelo de balanceamento proposto considera na função objetivo, expressão (2), quatro fatores, minimizando-se: *i*) o tempo de ciclo (TC); *ii*) a máxima diferença de tempo do operador mais sobrecarregado, ou menos sobrecarregado, em relação ao tempo médio de operação de todos os operadores; *iii*) a diferença de tempo de cada posto de trabalho em relação ao tempo médio de operação de todos os postos; *iv*) os deslocamentos dos operadores entre postos de trabalho. Assim, devido ao caráter multiobjetivo da função objetivo (f.o.), foram definidos coeficientes que refletem uma sequência de prioridades. Exemplificando, o *Fator 1* indica que a f.o. prioriza majoritariamente a obtenção de menores tempos de ciclo. Neste contexto, os demais fatores são usados como um critério de desempate. Em segunda ordem de prioridade, busca-se a equalização das cargas de trabalho dos operadores, refletida por meio do *Fator 2* (cujo valor será ao menos mil vezes inferior ao do *Fator 1*). O somatório das diferenças de tempos de cada posto de trabalho em relação à média é ponderado por meio do *Fator 3*. O coeficiente usado no *Fator 2* visa priorizá-lo em relação ao *Fator 3*. Por fim, o *Fator 4* atua na minimização do número de deslocamentos dos operadores entre postos. Testes preliminares confirmaram, para os estudos de caso realizados, a adequação dos coeficientes adotados, ainda que, em trabalhos futuros, as ponderações entre estes coeficientes deva ser melhor investigada.

$$(\text{minimizar}) \underbrace{100000 \cdot TC}_{\text{Fator 1}} + \underbrace{100 \cdot difOP}_{\text{Fator 2}} + \underbrace{\sum_{p \in P} difP(p)}_{\text{Fator 3}} + 10 \cdot \underbrace{\sum_{o \in OP} \sum_{\substack{p \in P \\ p < px}} \sum_{p < px} DOPP(o, p, px)}_{\text{Fator 4}} \quad (2)$$

A seguir são apresentadas as restrições do modelo matemático proposto. É necessário impor ao modelo que cada tarefa deva ser realizada em apenas um posto, conforme apresentado na equação (3). A inequação (4) impõe restrições de precedência entre pares de tarefas. A inequação (5), juntamente com a função de avaliação, indica que o tempo de ciclo real da linha pode ser determinado pelo posto de trabalho mais lento. As inequações (6) e (7) permitem definir o módulo da diferença entre o tempo de operação no posto e o tempo médio de operação dos postos. A equação (8) estabelece que qualquer tarefa t deve ser realizada por algum operador. A equação (9) impõe que toda tarefa (t) deve ser realizada uma vez e por um único operador.

$$\sum_{p \in P} TP(t, p) = 1 \quad \forall t \in T \quad (3)$$

$$\sum_{p \in P} p \cdot TP(i, p) \leq \sum_{p \in P} p \cdot TP(j, p) \quad \forall (i, j) \in PREC \quad (4)$$

$$\sum_{t \in T} dt(t) \cdot TP(t, p) \leq TC \quad \forall p \in P \quad (5)$$

$$difP(p) \geq + \sum_{t \in T} [dt(t) \cdot TP(t, p)] - tmedio \quad \forall p \in P \quad (6)$$

$$difP(p) \geq - \sum_{t \in T} [dt(t) \cdot TP(t, p)] + tmedio \quad \forall p \in P \quad (7)$$

$$\sum_{p \in P} TP(t, p) = \sum_{o \in OP} TOP(t, o) \quad \forall t \in T \quad (8)$$

$$\sum_{o \in OP} TOP(t, o) = 1 \quad \forall t \in T \quad (9)$$

As inequações (10), (11) e (12) determinam em quais postos o operador o realiza a tarefa t . Esta formulação obedece à lógica de que um operador o é alocado a um posto p se a tarefa t está alocada neste posto e o operador o realiza esta tarefa. A equação (13) é utilizada para determinar o número de tarefas associadas a um operador em um posto. A formulação que permite identificar se um operador está ou não alocado a um posto de trabalho é definida pelas inequações (14) e (15). Se o operador estiver alocado a um determinado posto, a variável binária $OPPbin(o, p)$ assume o valor um, caso contrário, $OPPbin(o, p)$ assume o valor zero. Adotou-se a restrição (16) de que as tarefas alocadas a um posto p são realizadas por um único operador.

$$TOPP(t, o, p) \leq TOP(t, o) \quad \forall t \in T, o \in OP, p \in P \quad (10)$$

$$TOPP(t, o, p) \leq TP(t, p) \quad \forall t \in T, o \in OP, p \in P \quad (11)$$

$$TOPP(t, o, p) \geq TOP(t, o) + TP(t, p) - 1 \quad \forall t \in T, o \in OP, p \in P \quad (12)$$

$$OPP(o, p) = \sum_{t \in T} TOPP(t, o, p) \quad \forall o \in OP, \forall p \in P \quad (13)$$

$$OPP(o, p) \geq -M \cdot (1 - OPPbin(o, p)) + eps \quad \forall o \in OP, p \in P \quad (14)$$

$$OPP(o, p) \leq M \cdot OPPbin(o, p) \quad \forall o \in OP, p \in P \quad (15)$$

$$\sum_{o \in OP} OPPbin(o, p) \leq 1 \quad \forall p \in P \quad (16)$$

No presente modelo considera-se que um operador pode realizar tarefas em diferentes postos de trabalho. A formulação que identifica entre quais postos um operador se desloca é definida pelas inequações (17), (18) e (19), onde $p < px$. Contudo, também deve-se levar em conta que há um tempo de deslocamento do operador entre os postos. Na abordagem proposta, este tempo de deslocamento é acrescido ao tempo total, $tempo_OP(o)$, associado ao operador o , conforme indicado pela equação (20). No presente modelo, considerou-se que o tempo de operação, $tempo_OP(o)$, associado ao operador o pode impor um gargalo produtivo, o que afetará o tempo de ciclo, TC , conforme definido na inequação (21). Para equilibrar o tempo de operação entre os operadores, busca-se minimizar o módulo da diferença dos tempos, $difOP$, associados a cada operador, em relação ao tempo médio dos operadores, utilizando-se as inequações (22) e (23).

$$DOPP(o, p, px) \leq OPPbin(o, p) \quad \forall o \in OP, p \in P, px \in P \mid p < px \quad (17)$$

$$DOPP(o, p, px) \leq OPPbin(o, px) \quad \forall o \in OP, p \in P, px \in P \mid p < px \quad (18)$$

$$DOPP(o, p, px) \geq OPPbin(o, p) + OPPbin(o, px) - 1 \quad \forall o \in OP, p \in P, px \in P \mid p < px \quad (19)$$

$$tempo_OP(o) = \sum_{t \in T} dt(t) \cdot TOP(t, o) \quad \forall o \in OP \quad (20)$$

$$+ \sum_{\substack{p, px \in P \\ p < px}} DOPP(o, p, px) \cdot TempMov(p, px)$$

$$tempo_OP(o) \leq TC \quad \forall o \in OP \quad (21)$$

$$difOP \geq +(tempo_OP(o)) - tmedioOP \quad \forall o \in OP \quad (22)$$

$$difOP \geq -(tempo_OP(o)) + tmedioOP \quad \forall o \in OP \quad (23)$$

Com o intuito de minimizar a carga de trabalho dos operadores, e seguindo-se prática operacional, algumas tarefas foram alocadas para um robô presente na linha. Para tal fez-se uso da consideração de que o robô é como um operador que realiza tarefas alocadas apenas a este posto de trabalho. Para implementação dessa restrição utilizou-se a variável binária *OPPbin*, conforme apresentado nas equações (24) e (25).

$$OPPbin(o, p) = 1 \quad o = 10, p = 15 \quad (24)$$

$$OPPbin(o, p) = 0 \quad o = 10, \forall p \neq 15 \quad (25)$$

4. Resultados

Os dados do problema foram obtidos das folhas de processo da empresa. Os parâmetros temporais apresentados estão modificados por um multiplicador, sendo expressos em unidades temporais (UT) para preservação das informações reais da empresa. Coletou-se o tempo médio de deslocamento de um operador entre os diferentes postos de trabalho, conforme apresentado na Tabela 5. A Tabela 6 expressa (em UT) os tempos de duração de todas as operações dos produtos **A** e **B**. Como a formulação proposta para o problema de balanceamento se baseia no conceito de tempos equivalentes, proposto por Thomopoulos (1967), a Tabela 6 apresenta os tempos equivalentes para cada operação. Estes tempos equivalentes foram calculados considerando-se que 85% da demanda de produção da linha é ocupada pelo produto **A**. O diagrama de precedência entre tarefas para os produtos **A** e **B** é apresentado na Figura 2. As tarefas indicadas em cinza foram tratadas como fixas a um posto de trabalho. O eventual deslocamento destas tarefas em cinza para outros postos demandaria investimentos de grande porte (e.g., novos equipamentos) e, em uma avaliação preliminar, optou-se por não sugerir estas modificações no chão-de-fábrica.

Tabela 5 - Tempos de Deslocamentos (UT)

		Posto de Trabalho de Origem													
		P1	P2	P3	P4	P4	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14
Posto de Trabalho de Destino	P1		0,3	0,3	1,76	2,55	4,8	3,6	1,88	4,58	4,05	3,6	3,15	3	3,15
	P2	0,3		0	1,65	2,55	4,35	3,3	1,58	4,2	3,75	3,3	2,85	2,7	2,85
	P3	0,3	0		1,65	2,55	4,35	3,3	1,58	4,2	3,75	3,3	2,85	2,7	2,85
	P4	1,76	1,65	1,65		2,85	4,05	3,75	1,13	4,65	2,7	2,4	2,25	1,95	1,2
	P5	2,55	2,55	2,55	2,85		4,05	1,13	1,5	1,95	3,15	2,85	1,35	2,1	4,35
	P6	4,8	4,35	4,35	4,05	4,05		3	2,7	2,33	1,2	1,05	1,58	1,2	3,9
	P7	3,6	3,3	3,3	3,75	1,13	3		2,25	0,75	1,5	1,65	0,45	3	4,95
	P8	1,88	1,58	1,58	1,13	1,5	2,7	2,25		3,15	2,03	1,58	1,13	1,05	2,7
	P9	4,58	4,2	4,2	4,65	1,95	2,33	0,75	3,15		1,35	1,65	1,13	2,25	6
	P10	4,05	3,75	3,75	2,7	3,15	1,2	1,5	2,03	1,35		0,3	0,75	0,75	4,35
	P11	3,6	3,3	3,3	2,4	2,85	1,05	1,65	1,58	1,65	0,3		0,75	0,75	4,35
	P12	3,15	2,85	2,85	2,25	1,35	1,58	0,45	1,13	1,13	0,75	0,75		0,6	3,75
	P13	3	2,7	2,7	1,95	2,1	1,2	3	1,05	2,25	0,75	0,75	0,6		3,6
	P14	3,15	2,85	2,85	1,2	4,35	3,9	4,95	2,7	6	4,35	4,35	3,75	3,6	

O modelo matemático proposto, equações (2) a (25), foi implementado e resolvido utilizando-se o *software* GUSEK (2011). Soluções factíveis e sequência viável de operações no contexto real foram obtidas em tempos computacionais inferiores a dez minutos (processador *Intel Pentium 4, 2Gbyte RAM, GLPK v4.43*), indicando a viabilidade de aplicação do modelo matemático desenvolvido para o problema de balanceamento da produção em estudo. Em um estágio inicial de resolução do problema, verificou-se o número mínimo de operadores (*nop*) que devem estar presentes na linha de montagem estudada para respeitar o tempo de ciclo teórico imposto pelo fabricante/demanda. Esta verificação foi realizada a partir de execuções do modelo matemático considerando-se diferentes valores para o parâmetro *nop* ($nop = 9, 8, \dots, 4$). Na Figura 3, a linha vermelha identifica o tempo de ciclo teórico, no caso, ≈ 406 UT. Nesta figura, observa-se que não é possível atender à demanda atual quando há apenas 4 operadores na linha; com mais de 4 operadores o tempo de ciclo teórico poderá ser satisfeito. Em particular, 5 operadores é o menor número que satisfaz o tempo de ciclo teórico. Ressalta-se que este tempo é diretamente influenciado pela demanda a ser atendida. Para um mesmo turno de trabalho, em uma avaliação preliminar, quanto maior a demanda, menor o tempo de ciclo e maior a necessidade de operadores na linha. Note que uma alteração no número de operadores disponibilizados à linha também afeta a alocação de tarefas e estações de trabalho aos operadores. Apresenta-se na Tabela 7 a solução do problema de balanceamento em estudo quando 5 operadores são alocados à linha. Em termos práticos, a inexistência de uma ferramenta que auxilie o processo de balanceamento de linha conduz a uma política operacional conservativa, que demanda um número maior de operadores. Em particular, a linha em estudo chega a operar com 9 operadores por turno.

Tabela 6 – Tarefas, duração das tarefas (UT) e tempos equivalentes (UT).

Tarefa Equivalente	Duração produto A	Duração produto B	Tempo Equivalente	Tarefa Equivalente	Duração produto A	Duração produto B	Tempo Equivalente
1	27,0	27,0	27,0	36	30,2	24,9	29,4
2	7,0	7,0	7,0	37	13,3	13,3	13,3
3	11,0	11,0	11,0	38	62,2	62,2	62,2
4	2,5	2,5	2,5	39	52,4	52,4	52,4
5	68,5	68,5	68,5	40	34,0	34,0	34,0
6	68,6	68,6	68,6	41	28,0	28,0	28,0
7	3,5	0,0	3,0	42	26,2	26,2	26,2
8	12,0	0,0	10,2	43	8,8	8,8	8,8
9	12,0	0,0	10,2	44	11,3	11,3	11,3
10	21,0	15,2	20,1	45	100,8	100,8	100,8
11	25,0	25,0	25,0	46	10,0	10,0	10,0
12	21,0	21,0	21,0	47	7,0	7,0	7,0
13	37,3	37,3	37,3	48	14,0	14,0	14,0
14	24,0	18,0	23,1	49	11,0	11,0	11,0
15	26,0	20,0	25,1	50	9,0	9,0	9,0
16	21,0	15,5	20,2	51	29,8	29,8	29,8
17	10,0	5,0	9,3	52	9,7	9,7	9,7
18	16,0	16,0	16,0	53	18,0	13,9	17,4
19	5,0	5,0	5,0	54	2,0	2,0	2,0
20	24,9	24,9	24,9	55	7,5	7,5	7,5
21	127,5	94,8	122,6	56	18,0	18,0	18,0
22	21,3	21,3	21,3	57	2,0	2,0	2,0
23	8,0	8,0	8,0	58	10,5	10,5	10,5
24	98,8	91,1	97,6	59	1,7	1,7	1,7
25	9,0	9,0	9,0	60	4,0	4,0	4,0
26	2,6	2,6	2,6	61	4,0	4,0	4,0
27	19,0	19,0	19,0	62	11,7	11,7	11,7
28	22,0	22,0	22,0	63	11,2	11,2	11,2
29	4,2	4,2	4,2	64	109,0	109,0	109,0
30	2,8	2,8	2,8	65	10,0	5,0	9,3
31	6,0	6,0	6,0	66	16,0	8,0	14,8
32	156,5	139,1	153,9	67	23,0	23,0	23,0
33	30,2	24,9	29,4	68	40,5	40,5	40,5
34	13,3	13,3	13,3	69	9,2	9,2	9,2
35	156,5	139,1	153,9	70	4,8	4,8	4,8

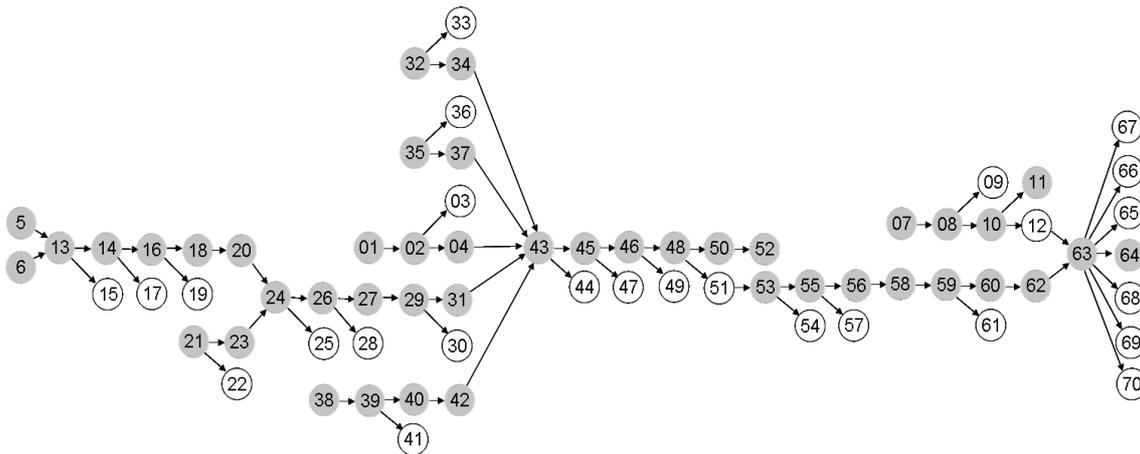


Figura 2 – Diagrama de precedências entre tarefas.

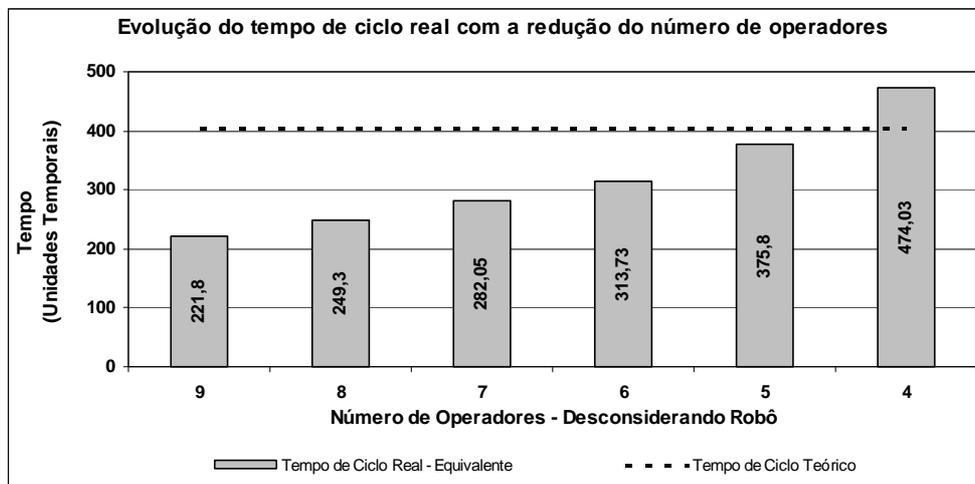


Figura 3 – Evolução do tempo de ciclo com a redução do número de operadores.

Tabela 7 – Resultados do modelo de balanceamento.

Operador	Postos	Tarefas	Tempo de operação (UT)		Tempo de deslocamento (UT)	Tempo total (UT)	
			Prod. A	Prod. B		Prod. A	Prod. B
1	7, 9	15, 19, 24, 25, 26, 27, 29, 31, 35, 36, 37	370,60	334,2	0,75	371,35	334,95
2	8, 11, 13	32, 34, 39, 40, 42, 44, 49, 53, 55, 56, 58, 59, 60, 62	376,10	354,6	3,38	379,48	357,98
3	3, 4, 14	6, 7, 8, 10, 11, 12, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70	374,80	340,5	5,70	380,50	346,2
4	1, 2, 5, 6	1, 2, 4, 5, 13, 14, 16, 18, 20, 21, 23	363,70	319,5	18,60	382,30	338,1
5	10, 12	38, 3, 17, 22, 28, 30, 33, 41, 43, 45, 46, 47, 48, 50, 51, 52	376,60	366,3	0,75	377,35	367,05
Robô	15	9, 54, 57, 61	240,00	218	0	240,00	218

A partir dos dados da Tabela 7, a Figura 4 ilustra a distribuição dos tempos totais (tempos de operação + deslocamento) sugeridos pelo modelo matemático para os 5 operadores disponibilizados à linha, no caso da montagem do produto **A**. De forma análoga, a Figura 6 ilustra a distribuição dos tempos totais entre operadores para o produto **B**. Ressalta-se que, em ambos casos, a máxima carga de trabalho possível é associada ao Robô, desonerando os demais operadores. Para a implementação no chão-de-fábrica dos resultados obtidos são necessárias algumas alterações na linha de montagem, conforme descrito na Tabela 8. A observação desta tabela permite evidenciar que não são necessárias mudanças estruturais significativas na linha. O

desenvolvimento de ponteiros de solda e a reprogramação do robô são as mudanças principais elencadas que, de acordo com o especialista do sistema, são de fácil execução, indicando uma aderência da resposta do modelo à realidade do chão-de-fábrica. Este fato é, em parte, consequência da geração do diagrama de precedências com tarefas já fixas a postos de trabalho.

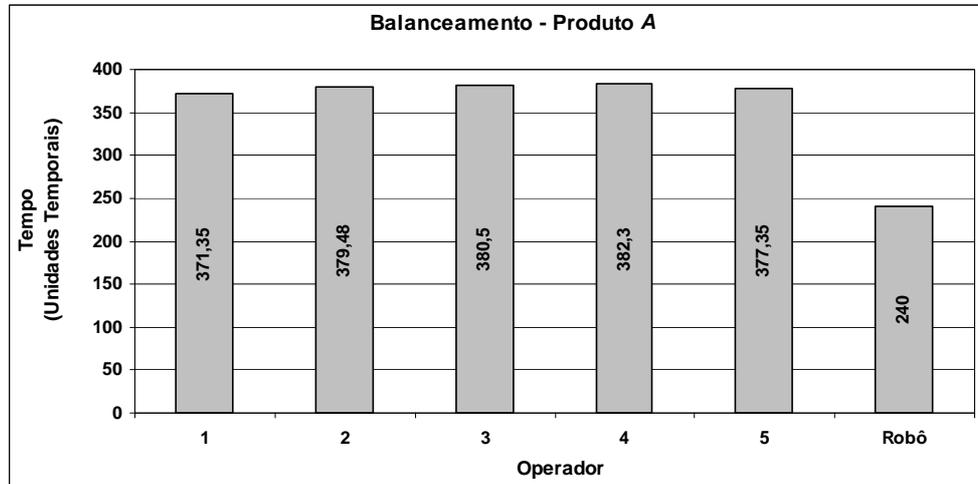


Figura 4 – Resultado do balanceamento da produção para o produto A.

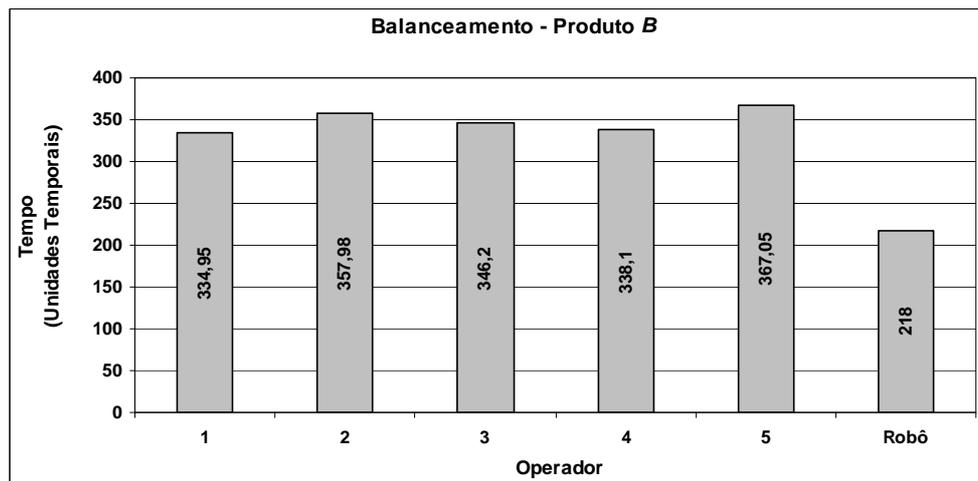


Figura 5 – Resultado do balanceamento da produção para o produto B.

Tabela 8 - Realocação de recursos físicos

Tarefa	De	Para	Recurso físico realocado
3	P1	P12	Não necessário, ponteiros de solda compatíveis.
9	P4	Robô	Reprogramação do robô.
15	P5	P7	Desenvolver ponteira de solda.
19	P5	P7	Desenvolver ponteira de solda.
22	P6	P12	Não necessário, ponteiros de solda compatíveis.
28	P7	P12	Não necessário, ponteiros de solda compatíveis.
30	P7	P12	Não necessário, ponteiros de solda compatíveis.
33	P8	P12	Não necessário, ponteiros de solda compatíveis.
41	P11	P12	Não necessário, ponteiros de solda compatíveis.
44	P12	P13	Não necessário, ponteiros de solda compatíveis.
49	P12	P13	Não necessário, ponteiros de solda compatíveis.
54	P13	Robô	Reprogramação do robô.
57	P13	Robô	Reprogramação do robô.
61	P13	Robô	Reprogramação do robô.

A Tabela 9 apresenta indicadores para o balanceamento da linha sugerido pelo modelo

matemático para 5 operadores. O tempo de ciclo teórico é um parâmetro imposto pelo fabricante em função da demanda por turno. Os tempos de ciclo total para os produtos **A** e **B** indicam tempos dos gargalos produtivos. Vale ressaltar que, de acordo com a formulação proposta, tanto um posto de trabalho, inequação (5), quanto um operador sobrecarregado, inequação (21), podem configurar um gargalo. No caso de “operadores gargalo”, considera-se os tempos gastos com a realização de tarefas e deslocamentos entre postos de trabalho. No estudo de caso, conforme Tabela 7, os operadores gargalo para os produtos **A** e **B** foram, respectivamente, operadores 4 e 5. A Tabela 9 indica, ainda, a eficiência da linha em relação ao tempo de ciclo teórico, os somatórios de ociosidades esperadas, e o atraso de balanceamento, calculado com base na equação (1). Ressalta-se que, em tese, a obtenção de um balanceamento ideal (Atraso de balanceamento = 0) ocorre quando a carga de trabalho é igual para todos os operadores. Assim, verifica-se que o produto **B** possui um maior atraso de balanceamento em relação ao produto **A**. O valor do Atraso de balanceamento para a linha é de 13,5% ($12,4 \times 0,85 + 19,4 \times 0,15$).

Tabela 9 – Resultados do balanceamento da produção sugerido para 5 operadores.

Indicador	Produto A	Produto B
Tempo de Ciclo Teórico (UT)	405,6	
Tempo de Ciclo Total (UT)	382,3	367,1
Eficiência (%) (em relação ao tempo de ciclo teórico)	87,6%	80,6%
Somatório da ociosidade (UT) (em relação ao tempo de ciclo teórico)	302,6	471,3
Atraso de balanceamento (%)	12,4	19,4

Os valores de atraso de balanceamento apresentados na Tabela 9 e a observação das figuras 4 e 5 evidenciam que, em termos práticos, o balanceamento proposto pelo modelo matemático sugere uma carga de trabalho equilibrada entre os operadores da linha, tanto no caso da montagem do produto **A** quanto do produto **B**. Ressalta-se que esta resposta foi obtida a partir do conceito de tempos equivalentes, explicitados na Tabela 6. Contudo, este conceito pode, dependendo do cenário de entrada, não ser adequado. Por exemplo, no estudo realizado por Donnini *et al.* (2010), foi mostrado que o conceito de tempos equivalentes não era aceitável devido a características do problema, o qual apresentava parâmetros de entrada (*e.g.*, duração de tarefas) bastante distintos entre os produtos montados na linha. Donnini *et al.* (2010) avaliaram uma linha de modelo misto com sete postos de trabalho. A linha era ocupada com dois modelos de produtos, sendo que o primeiro representava 84,4% do volume total de produção. Com uma abordagem com tempos equivalentes, os autores obtiveram um atraso de balanceamento de, respectivamente, 5,5% e 34,2%. Contudo, um agravante no caso do produto com atraso de 34,2% foi observado: havia uma sobrecarga acentuada nos dois primeiros postos de trabalho da linha, respectivamente, 23% e 64% acima do tempo de ciclo teórico, quando da passagem deste produto na linha. A solução dos autores foi baseada na imposição de um *buffer* intermediário, viabilizando a divisão da linha em dois trechos, com tempos de ciclo real diferentes por trecho de linha. Diferentemente do caso de Donnini *et al.* (2010), os parâmetros de entrada do presente artigo (*e.g.*, Tabela 6) indicam uma similaridade entre as operações dos produtos **A** e **B**. No caso abordado, a aplicação do conceito de tempos equivalentes se mostrou adequada.

5. Conclusões

O presente artigo considerou um estudo de balanceamento aplicado a uma linha de montagem real de uma fábrica de cabines para caminhões. Com o objetivo de otimizar o balanceamento de produção da linha, foi proposto um modelo matemático baseado em Programação Linear Inteira Mista (PLIM). Este modelo objetiva minimizar o tempo de ciclo das estações de trabalho e dos operadores da linha. Em particular, a linha analisada trabalha com um número de operadores menor que o número de postos de trabalho e, assim, alguns operadores devem realizar tarefas em postos de trabalho distintos. A minimização de movimentações de operadores entre postos de trabalho foi um aspecto considerado no modelo matemático desenvolvido.

O resultado obtido com o modelo se mostrou promissor. Esta concepção de modelagem conseguiu tratar o fato de que a linha em questão possui um número de operadores inferior ao número de postos de trabalho, juntamente com a possibilidade de deslocar tarefas ao robô presente na linha, realizando o balanceamento simultâneo dos postos e da carga de trabalho dos operadores. Esta proposta de modelagem considerou, também, os tempos de deslocamento dos operadores entre postos de trabalho. O conceito de tempos equivalentes foi utilizado (Tabela 6) e, no caso estudado, resultados satisfatórios foram obtidos (e.g., figuras 4 e 5). Outra contribuição deste trabalho foi o uso do *software* livre GUSEK (2011) como uma alternativa viável para modelagem e solução em ambiente industrial de um problema real de balanceamento usando uma formulação PLIM.

6. Referências Bibliográficas

- ALB-Research-Group** (2011), *ALB: Assembly Line Balancing*. Homepage for assembly line optimization research. Disponível em: <<http://www.assembly-line-balancing.de/>>. Acesso em 21 de junho de 2011.
- Baybars, I.** (1986), A survey of exact algorithms for the simple assembly line balancing problem, *Management Science*, 32, n. 8.
- Becker, C., Scholl, A.** (2004), A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*, 168, p. 694–715.
- Boysen, N., Fliedner, M., Scholl, A.** (2007), A classification of assembly line balancing problems. *European Journal of Operational Research*, 183, 674-693.
- Donnini, N., Magatão, L., Rodrigues, L.C.A.** (2010), Balanceamento de uma linha de montagem de bancos de automóveis com buffer intermediário usando programação linear inteira mista, *Anais do XLII SBPO*.
- Gaither, N., Frazier, G.**, *Administração da produção e operações*, Thomson Learning, São Paulo, 2002.
- GUSEK** (2011), *GLPK Under Scite Extended Kit*. Disponível em <<http://gusek.sourceforge.net/gusek.html>>. Acesso em 21 de junho de 2011.
- Makhorin, A.** (2011), *GLPK: GNU Linear Programming Kit*. Department for Applied Informatics, Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia. Disponível em: <<http://gnu.org/software/glpk>>. Acesso em 21 de junho de 2011.
- Ritzman, L. P. e Krajewski, L. J.** *Administração da Produção e Operações*, São Paulo: Pearson Education, 2004.
- Scholl, A.** *Balancing and sequencing of assembly lines*, 2^a ed., Physica Verlag Heidelberg, 1999.
- Scholl, A., Becker, C.** (2006), State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*, 168, 666-693.
- Simaria, A. S. e Vilarinho, P. M.** (2004) A genetic algorithm based approach to the mixed-model assembly line balancing problem of type II. *Computers & Industrial Engineering*, 47, p. 391-407.
- Tempelmeier, H.** (2003), Practical considerations in the optimization of flow production systems. *International Journal of Production Research* 41, p. 149–170.
- Thomopoulos, N. T.** (1967) Line balancing-sequencing for mixed-model assembly. *Management Science*, v. 14, n. 2, Application Series, p. B59-B75.
- Thomopoulos, N. T.** (1970) Mixed model line balancing with smoothed station assignments. *Management Science*, v. 16, n. 9, Theory Series, p. 593-603.