

AVALIAÇÃO DO MÉTODO DE CROSTON MODIFICADO E A DISTRIBUIÇÃO DE ERLANG NA PREVISÃO DA DEMANDA DE ITENS INTERMITENTES

Raiane Ribeiro Machado

Universidade Federal de Viçosa – Campus de Rio Paranaíba
raianemachado@ufv.br

Samuel Vieira Conceição

Universidade Federal de Minas Gerais
svieira@dep.ufmg.br

Maurinice Daniela Rodrigues

Universidade Federal de Minas Gerais
maurincerodrigues@yahoo.com.br

Débora Rosa Nascimento

Instituto Federal de Minas Gerais
debora.nascimento@ifmg.edu.br

Resumo: A previsão de demanda adequada para itens intermitentes é importante para o bom funcionamento do sistema produtivo e para tomada de decisão. Vários métodos são discutidos na literatura para fazer a previsão de demanda destes itens. O presente artigo analisa esses itens intermitentes e seus dados reais de demanda. A previsão de demanda de lead time total dos itens foi submetida às simulações utilizando o método de Croston Modificado. Artigos disponíveis na literatura, como Teunter e Sani (2009), que utiliza a distribuição normal para a previsão da demanda do lead time total, apontam que adequações e comparações são possíveis a fim de encontrar melhores resultados. Assim, este estudo irá utilizar a distribuição de Erlang e comparar seus resultados com a distribuição Normal. Dentre os testes e comparações feitas, em aproximadamente 65%, a distribuição de Erlang obteve melhor desempenho quanto às metas estabelecidas de nível de serviço.

Palavras-chave: Método de Croston; Distribuição de Erlang; Demanda Intermitente.

Abstract: Adequate demand forecasting for intermittent items is important for the proper functioning of the productive system and for decision making. Several methods are discussed in the literature to forecast demand for these items. This article analyzes at these items and their actual data intermittent demand. The forecast for total lead time demand items was submitted to the simulations using the Modified Croston's method. Articles available in the literature as Teunter and Sani (2009), which uses the Normal distribution to predict the total lead time demand, indicate that adjustments and comparisons are possible in order to find better results with the Normal distribution. Thus, this study will use the Erlang distribution and compare your results with the normal distribution. Among the tests and comparisons made in approximately 65%, the Erlang distribution performed better on the goals established in service level.

Keywords: Croston's Method; Erlang Distribution; Intermittent Demand.

1. Introdução

Demanda intermitente de produtos aparece esporadicamente com períodos às vezes nulos. No entanto, quando ocorre, seu tamanho pode ser constante ou variável, podendo ser muito grande. Assim, a demanda prevista para os itens de comportamento intermitente é complexa e as conseqüências dos erros na previsão da demanda têm elevados impactos financeiros.

É útil esclarecer os termos errático, intermitente, esporádico, *lumpy*, *slow-moving*, irregular, porque eles não são sempre utilizados de forma inequívoca. De acordo com a

classificação proposta por Ghobbar & Friend (2002), a demanda é caracterizada como intermitente quando ela aparece aleatoriamente com muitos períodos de tempo sem demanda; um padrão de demanda errática caracteriza-se pelo tamanho da demanda altamente variável; demanda *lumpy* é tanto intermitente quanto errática; itens *slow-moving* têm demanda intermitente com cada tamanho de demanda igual a um item ou pouquíssimos itens. No entanto, os termos esporádico e intermitente são freqüentemente usados alternadamente (Dunsmuir & Snyder, 1989) e o mesmo pode ser dito para os termos irregular e *lumpy* (Regattieri et al., 2005), bem como para os termos intermitente e irregular (Willemain et al., 2004). Em geral, demanda irregular tem uma interpretação mais ampla, abrangendo praticamente todos os tipos de demanda que não pode ser expresso por meio das usuais distribuições Normal e de Poisson (Nenes, Panagiotidou & Tagaras, 2010).

Os estudos de previsão de demanda intermitente começaram com a indústria da aviação, a fim de prever o consumo de peças de reposição, uma vez que são de custo elevado, dificuldades de manuseio e movimentação (Kochi, 2008). Além disso, os erros grosseiros de previsão dos métodos resultam em uma quantidade excessiva de itens e representa um alto custo de inventário, assim as decisões na previsão de demanda intermitente podem ser feitas de forma mais inteligente se for apoiada por previsões de demanda mais precisas e menos variáveis (Syntetos & Boylan, 2010). Desta forma, algumas contribuições foram significativas para a tentativa de ajustar esta previsão, como a usado por Croston (1972) e mais tarde por Wright (1986) que foram considerados como correções de erros e levou em consideração dados irregulares ou mesmo ausência de dados, que pode ser considerada como demanda zero.

Chua et al. (2008) comentam que, a maioria dos métodos de previsão, como modelo de suavização exponencial e outras médias móveis, tendem a gerar resultados com maior taxa de erro para os padrões de demanda irregular, como intermitente, errático e *lumpy*. O uso de suavização exponencial para as demandas intermitentes não é adequado, pois ele tende a superestimar os níveis de demanda (Croston, 1972). Alternativamente, o método de Croston, propõe quebrar a série da demanda intermitente em duas séries. Uma série de valores para a demanda não-zero e outra para o intervalo de tempo entre a demanda não-zero e. Em seguida usa o método de suavização exponencial tradicional em cada um dos componentes separadamente.

Vários autores têm mostrado que o método Croston é adequado para uso em um ambiente de demanda intermitente (Willemain et al, 1994; Johnston & Boylan, 1996). Tanto o método de Croston original quanto as modificações desse método propostas na literatura foram avaliadas comparativamente com outros métodos, provando a sua superioridade com a média ponderada móvel ou a suavização exponencial (Silva, 2009). Este método é amplamente utilizado na indústria e está incorporado nos melhores pacotes de *software* de previsão (Syntetos et al., 2005). No entanto, pouca atenção tem sido dada a vinculação do método com controle de estoque, ou seja, usando as previsões geradas para calcular os parâmetros de controle de estoque (Sani e Teunter, 2009).

Dada a importância dos itens intermitentes, erráticos e *lumpies* para a indústria, este estudo analisa a previsão de demanda intermitente (*slow moving*) de peças de reposição de equipamentos em uma empresa de celulose gerados pelo método de Croston Modificado utilizando a distribuição de Erlang uma vez que a distribuição Normal foi testada na literatura por Teunter e Sani (2009), e não foi eficiente. Para confirmar esta última afirmação, os testes também serão feitos com a distribuição Normal.

Como objetivo geral, a proposta deste trabalho foi fazer a análise de previsão de demanda utilizando método de Croston Modificado comparando os resultados obtidos pelas distribuições Normal e Erlang. Para isso, o estudo usou dados reais da demandas de peças com comportamento intermitente de um período de cinco anos de uma empresa de celulose.

2. Metodologia

A demanda por peças de reposição possui características específicas em seus dados, ou seja, o conjunto de dados pode ter características de demanda *slow-moving*, errática, intermitente ou *lumpy*. Este trabalho utilizou dados de uma grande empresa de celulose apresentados por Padilha Júnior (2008). No caso desta empresa, há milhares de materiais em

estoque (cerca de 22.000 itens). Assim, usando o critério ABC de Pareto, Padilha Júnior (2008) selecionou uma amostra do consumo de material de dezesseis diferentes peças em cinco anos, que têm uma posição dominante em termos de valor de consumo anual em relação a outros materiais de estoque da empresa. O autor relatou que os dados são intermitentes e não identifica sazonalidade ou tendência.

Ainda analisando os dados em questão foi feito um gráfico da série temporal. O gráfico é mostrado na Figura 1. Uma série temporal é um conjunto de dados em que as observações são gravadas na ordem em que aparecem. Muitas vezes eles são utilizados para determinar as tendências, ciclos ou outras características dos dados (Montgomery, 2009).

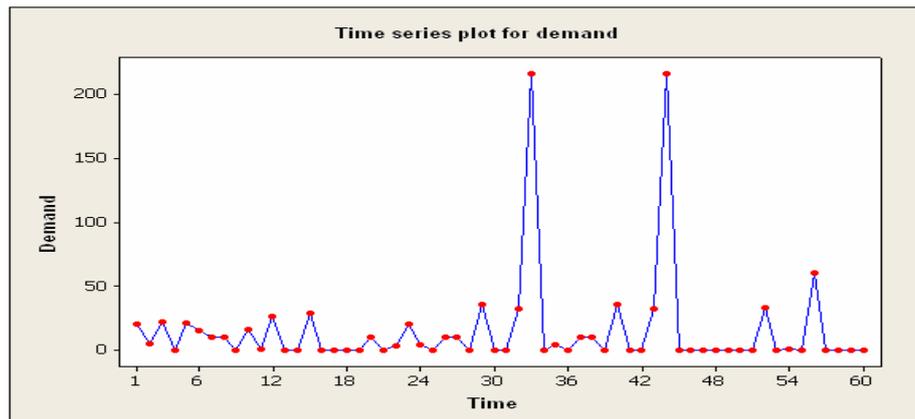


Figura 1: Lote de série temporal da demanda para o material selecionado.

Como puderam ser observados também na Figura 1, os dados de demanda do material selecionado são altamente intermitentes com quase metade das observações com valores zero, o que justifica a utilização do método de Croston.

Teunter e Sani (2009) apresentaram o cálculo do nível máximo de estoque para itens com demanda intermitente. Em primeiro lugar, transformaram-se as previsões de Croston em uma demanda do lead time total esperado. Em seguida, foi feita uma estimativa para a variância do erro correspondente. Combinando o valor esperado e variância do erro, os parâmetros de controle de estoque foram calculados. Infelizmente, como indicam os desvios-padrões, o nível de serviço alcançado significativamente desvia da sua meta na maioria dos experimentos. No entanto, esse é um resultado esperado. A principal causa para a imprecisão não é a inexatidão das expressões derivadas para a média e a variância da demanda do lead time, mas a suposição da demanda do lead time total ser normalmente distribuída.

Portanto, algumas questões não estão claramente respondidas e evidenciadas como, por exemplo, quais outros tipos de distribuição de probabilidade poderiam ser utilizados, como os tipos de distribuição relevantes funcionariam melhor, e como os parâmetros da distribuição relevante poderiam ser estimados a partir do valor esperado e da variância do erro da demanda do lead time total. Neste sentido, este trabalho visou contribuir cientificamente trabalhando com uma nova distribuição, bem como estimar o valor para o valor esperado e variância do erro na demanda do lead time total. Utilizando o método Croston, por ser um dos mais utilizados para prever esse tipo de demanda, sendo usado neste trabalho com a incorporação do *undershoot*.

Os dados reais de demanda foram extraídos da indústria de celulose. A distribuição de Erlang foi utilizada para representar estes dados. Portanto, este estudo optou por utilizar a distribuição de Erlang e comparar os resultados com o trabalho de Teunter e Sani (2009) que utilizou a distribuição Normal. A simulação das previsões de estoque para os dados da empresa de celulose foi realizada utilizando o *software Excel*. Para ambas as distribuições, o processo foi:

- ♣ Identificar se houve demanda (ou seja, demanda maior que zero);

Em cada período, com uma demanda positiva, fez-se:

- ♣ Atualizações da demanda, do intervalo entre a demanda e da previsão do tamanho da demanda de acordo com o método tradicional de Croston, como ilustrado no próximo item;
- ♣ As previsões de desvio médio absoluto, da demanda do lead time total, da variância do erro e do nível order-up-to calculado usando o método de Croston apresentado por Teunter & Sani, onde assumiu a demanda do lead time total como uma distribuição Normal,
- ♣ Quando a demanda do lead time total assumir a distribuição de Erlang, a variação é calculada de acordo com os parâmetros desta distribuição;
- ♣ A posição do estoque é atualizada com a soma do estoque inicial e com a chegada do pedido de estoque;
- ♣ O nível de serviço é calculado da seguinte forma: $\{1 - (\text{Demanda não atendida} \div \text{tamanho da demanda esperada})\}$.

Foi feito um planejamento fatorial completo geral com os seguintes parâmetros: constante de suavização (α) com dois níveis e lead time (L) com três níveis. Também foi feita inferência estatística, por meio do Teste T, para os resultados obtidos na simulação e no planejamento fatorial. Assim, com os parâmetros utilizados descreveu-se um total de 32 experimentos. Estas análises estatísticas tiveram por objetivo verificar em que condições são possíveis alcançar o nível de serviço desejado. As análises foram feitas no software *Minitab* versão 15.

3. Revisão Bibliográfica

3.1. Previsão da Demanda

Gestão de estoques tem sido reconhecida como uma das funções mais importantes das empresas industriais e comerciais, que muitas vezes tem um grande impacto em seu desempenho global. O típico *trade-off* está entre os altos custos de manter estoques excessivos e de obsolescência de um lado e serviços ruins e altos custos de falta resultam dos baixos níveis de estoque do outro. A solução desejada é uma política de controle de estoque adequado que garanta um nível de serviço satisfatório sem manter grandes estoques desnecessariamente, que são caros e difíceis de lidar (Nenes, Panagiotidou & Tagaras, 2010).

Durante as últimas décadas, uma série de estudos de caso sobre controle de estoque tem aparecido na literatura acadêmica, principalmente em relatórios das indústrias eletrônica, química e automotiva. Gelders e Looy van (1978), apresentaram diferentes políticas de estoque, tanto para itens *slow-moving* e *fast-moving* em uma fábrica petroquímica com cerca de 22.500 SKUs (Stock Keeping Units). Vereecke e Verstraeten (1994) descreveram um algoritmo para a implementação de um sistema informatizado de gerenciamento de estoques de peças de reposição em uma fábrica química de grande porte localizada na Bélgica.

Mais recentemente, Aronis et al. (2004) desenvolveu uma metodologia Bayesiana para obter previsões mais precisas para demanda de peças de reposição de equipamentos eletrônicos e a aplicou para obter os valores apropriados do parâmetro S para um sistema de estoque (S - 1, S). Kukreja & Schmidt (2005) apresentaram o caso de uma grande empresa pública com 29 unidades de geração de energia em cinco estados do Sudeste americano. O estoque em questão consistia de itens de baixo uso, porém caros com um padrão de demanda *lumpy*.

Syntetos & Boylan (2006) usaram simulação para medir a eficácia de um sistema de estoque máximo de revisão periódica para controlar o estoque de itens com demanda intermitente. Eles usaram dados reais da indústria automotiva e avaliaram o sistema com critérios tanto estatísticos quanto econômicos. Porras & Dekker (2008) compararam diferentes métodos de ponto de pedido (*reorder point*) para efetivo controle de estoque de peças de reposição de uma grande refinaria de petróleo na Holanda. Eles observam que é difícil conceber boas estratégias para a gestão de peças de reposição, pois normalmente são *slow-moving* com demandas altamente estocásticas e erráticas.

Políticas de controle de inventário têm sido amplamente discutidas na literatura acadêmica desde 1950. Uma quantidade considerável de pesquisas tem sido conduzida a fim de propor métodos que calculem os parâmetros ótimos dessas políticas (Porteus, 1985; Silver et al,

1998; Zipkin, 2000; Strijbosch e Moors, 2006). A suposição de normalidade é mais frequentemente empregada para modelar a demanda, uma vez que é atraente do ponto de vista teórico e a distribuição normal é conhecida por fornecer um bom ajuste empírico aos dados da demanda observada. Nota-se que a suposição de normalidade faz mais sentido no contexto dos itens *fast-moving* (onde a demanda ocorre regularmente e não é particularmente variável). Obviamente, se não for este o caso, essa hipótese será considerada muito longe de apropriada (Syntetos et al., 2010). Isso ocorreria, por exemplo, no caso de itens *slow-moving* ou itens com demanda intermitente, que pode ser encontrados em diversas situações práticas (Babai, Jemais & Dallery, 2010).

3.2. Demanda Intermitente

Devido à falta dos dados de histórico de demanda, a previsão de demanda e o controle de estoque são particularmente difíceis para itens com demanda *slow-moving* ou intermitente (Silver, 1970). Além disso, as irregularidades típicas da demanda intermitente causam dificuldades adicionais.

Uma grande contribuição para a literatura sobre previsão de demanda intermitente foi o desenvolvimento do método pelo Croston (1972), que desde então se estabeleceu como método de referência na teoria e na prática. Diferente dos métodos tradicionais, como média móvel (MA) e suavização exponencial simples (SES), o método Croston usa a natureza intermitente da demanda por atualização separada do tamanho da demanda e do intervalo de demanda.

Demanda intermitente aparece de forma aleatória, com alguns períodos não tendo demanda; quando ela ocorre não é necessariamente para uma unidade ou um tamanho de constante. Itens de demanda intermitente podem ser peças de engenharia (por exemplo, Mitchell, 1962; Hollier, 1980; Strijbosch et al, 2000), peças de reposição mantidas em nível de atacado/varejo (Sani, 1995), ou outros itens dentro da série de produtos oferecidos por todas as organizações, em qualquer nível da cadeia de abastecimento (por exemplo, Croston, 1972; Willemain et al, 1994). Em um contexto industrial, a proporção da faixa de estoque que é dedicada a itens da demanda intermitente é muitas vezes considerável (por exemplo, Johnston, 1980; Williams, 1984; Dunsmuir & Snyder, 1989; Kwan, 1991; Vereecke & Verstraeten, 1994). Portanto, pequenas melhorias no sistema de uma empresa em relação a esses itens podem ser traduzidas em poupanças substanciais (Eaves & Kingsman, 2004).

3.3. Método de Croston

Em Teunter e Sani (2009) foi feita uma análise cronológica do método Croston, onde Rao (1973) fez correções às diversas expressões no artigo de Croston sem afetar as conclusões finais ou o processo de previsão. Schultz (1987) apresentou um procedimento de previsão que melhora o método de Croston (CR) sugerindo uma política de estoque com atrasos de reabastecimento. Schultz (1987) propôs o uso de dois parâmetros de suavização (uma para o tamanho da demanda, outra para intervalos de demanda), enquanto que no trabalho original de Croston (1972) um parâmetro comum suavização foi assumido. Willemain et al. (1994) compararam o método de CR com a suavização exponencial e concluíram que o método de CR é robustamente superior à suavização exponencial, embora os resultados com dados reais em alguns casos mostraram um benefício mais modesto. Johnston e Boylan (1996) obtiveram resultados semelhantes, mas revelou que o método de CR ainda é melhor do que a suavização exponencial quando o tempo médio entre chegadas entre as demandas é maior do que 1,25 intervalos de análise. Sani e Kingsman (1997) compararam diferentes métodos de controle de estoque e previsão sobre algumas séries longas de dados reais de baixa demanda a partir de um típico depósito de peças de reposição no Reino Unido. Eles concluíram com base nos custos e no nível de serviços que o melhor método de previsão é a média móvel é seguida pelo método de CR.

Uma importante contribuição de Syntetos & Boylan (2001) é que o método de CR leva a uma estimativa parcial da demanda por unidade de tempo. Eles também propuseram um método modificado e demonstraram a melhoria em um experimento de simulação. Aqui denominado o método de Syntetos & Boylan por SB.

Syntetos (2001) observou que o método SB é ainda parcial e propôs outra modificação (método Syntetos - SY). No entanto, ele eventualmente o desconsidera de sua análise empírica, por causa dos resultados analíticos, uma vez que o método SY nunca domina o método SB, bem como o método de CR quando tendência e variância são consideradas.

Snyder (2002) avaliou criticamente o método de CR, com vista a superar certas dificuldades de implementação dos conjuntos de dados utilizados. Snyder fez correções para a teoria subjacente e as modificações propostas. Ghobbar & Friend (2003) compararam vários métodos de previsão usando dados reais de peças de reparo para manutenção de aeronaves de um operador de linhas aéreas. Os dados são esporádicos e mostraram que a média móvel, o método de Holt e o método de CR são superiores à outros métodos, como suavização exponencial. Willemain et al. (2004) compararam vários métodos de previsão com grandes conjuntos de dados industriais. Eles mostraram que o método de inicialização produz previsões mais precisas do que a suavização exponencial e o método de CR.

Na tentativa de desenvolver um procedimento de previsão que pudessem lidar tanto com itens *fast-moving* e *slow-moving*, Levén & Segerstedt (2004) propuseram uma modificação do método de CR, aqui denominado por LS, que foi testado para evitar a tendência indicada por Syntetos & Boylan (2001). A modificação foi testada para superar a suavização exponencial com base em um experimento de simulação. Eaves & Kingsman (2004) compararam vários métodos de previsão utilizando dados reais da Força Aérea UK Royal. Eles mostraram que o método SB é o melhor método de previsão para o controle de estoque de peças.

Em uma tentativa para confirmar o bom desempenho de seu método SB, Syntetos & Boylan (2005) realizaram uma comparação de métodos de previsão incluindo o seu e o método de CR original. Um exercício de simulação foi realizado em 3000 produtos do setor automotivo com demanda intermitente. Os autores demonstram que o método modificado (SB) é mais preciso. Em outro estudo, Syntetos et al. (2005) analisaram uma ampla série de padrões de demanda intermitente e fez uma categorização para guiar a seleção de métodos de previsão. Eles indicaram que existem categorias de demanda que são mais bem utilizadas com o método de CR e há outros que vão bem com o método de SB.

Em uma comparação mais recente Syntetos & Boylan (2006) mostram um desempenho superior geral de método de SB, seguido pela média móvel e o método de CR. Outro estudo comparativo foi realizado pela Teunter & Duncan (2008), utilizando um grande conjunto de dados da Força Aérea UK Royal. Usando uma nova medida de desempenho que compara a meta para o nível de serviço alcançado, eles mostraram que o CR, SB e LS superam a média móvel e a suavização exponencial.

O método de Croston (Croston, 1972) foi desenvolvido como uma variante da suavização exponencial básica (sem tendência ou efeitos sazonais), para aplicações específicas onde a demanda é intermitente, ou seja, que a série apresenta os valores zero no consumo de determinados períodos. O método gera previsões separadas para o tamanho da demanda e do número de períodos entre as demandas, e usa a razão como uma estimativa para a demanda esperada por período. Ele também atualiza o desvio médio absoluto de erro de previsão para o tamanho da demanda (Teunter & Sani, 2009). A previsão, segundo método de Croston, é dada pelas seguintes equações:

$$\hat{d}_t = \frac{Z_t}{\hat{P}_t} \quad (1)$$

$$\hat{Z}_t = \alpha Z_t + (1-\alpha) \hat{Z}_{t-1} \quad (2)$$

$$\hat{P}_t = \alpha P_t + (1-\alpha) \hat{P}_{t-1} \quad (3)$$

Pode ser visto a partir das equações (1), (2) e (3) que quando o intervalo entre as operações “não-zero” é igual a 1, ou seja, quando não há nenhuma demanda intermitente, as transações no nível de suavização entre os “não-zero” é igual a 1, e o cálculo da previsão de demanda será igual ao cálculo do modelo exponencial.

Syntetos e Boylan (2005) testaram quatro métodos em 3000 conjuntos de dados com demandas intermitentes de uma indústria automobilística: (i) média móvel simples; (ii)

suavização exponencial simples; iii) método de Croston; e (iv) o método de Croston modificado (SB) de acordo com a equação (4). A comparação dos resultados indica um melhor desempenho do método de Croston modificado em relação a outros métodos testados.

Syntetos e Boylan (2005) mostram que o método Croston é tendencioso e propôs uma versão, em que a equação (1) da previsão da demanda foi corrigida da seguinte forma:

$$E(Y_t) = \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \frac{Z_t}{\hat{P}_t} \quad (4)$$

O método de Croston utilizado por Teunter e Sani (2009) usa as equações (1), (2) e (3) para as previsões de demanda, tamanho da demanda e o intervalo entre as demandas, respectivamente. As outras previsões e suas notações estão expressas abaixo.

Tabela 1: Notação do método de Croston por Teunter & Sani.

\hat{m}_t	Previsão para o desvio médio absoluto da previsão do tamanho da demanda após período t
α	Constante de suavização
Z_t	Tamanho da demanda
\hat{Z}_t	Previsão do tamanho da demanda
$\hat{\mu}_t$	Previsão para demanda do lead time total
L	Lead time
\hat{a}_t	Previsão da demanda após período t
$\hat{\sigma}_{L,t}^2$	Variância do erro de previsão para demanda do lead time total
\hat{P}_t	Previsão do intervalo da demanda

Fonte: Adaptado de Teunter & Sani (2009)

A previsão para a desvio médio absoluto das previsões do tamanho da demanda é calculada como segue: $\hat{m}_t = \alpha |Z_t - \hat{Z}_t| + (1-\alpha) \cdot \hat{m}_{t-1}$ (5)

A previsão para demanda do lead time total é: $\hat{\mu}_{L,t} = \hat{Z}_t + L\hat{a}_t$ (6)

Assumindo que a demanda do lead time total segue uma distribuição Normal, a variância do erro de previsão foi apresentada por Teunter e Sani (2009) como:

$$\hat{\sigma}_{L,t}^2 \approx \frac{2(1.25 \hat{m}_t \sqrt{1-\alpha/2})^2}{2-\alpha} + L \cdot \left[\hat{Z}_t^2 \cdot \frac{1}{\hat{P}_t} \cdot \left(1 - \frac{1}{\hat{P}_t}\right) + \frac{(1.25 \hat{m}_t \sqrt{1-\alpha/2})^2}{\hat{P}_t} + \frac{2+\alpha}{2-\alpha} \cdot \frac{(1.25 \hat{m}_t \sqrt{1-\alpha/2})^2}{\hat{P}_t} \right] + L^2 \cdot \frac{\alpha}{2-\alpha} \cdot \left[\frac{\hat{P}_t - 1}{\hat{P}_t^2} \cdot \left(\hat{Z}_t^2 + \frac{\alpha}{2-\alpha} \cdot (1.25 \hat{m}_t \sqrt{1-\alpha/2})^2\right) + \frac{(1.25 \hat{m}_t \sqrt{1-\alpha/2})^2}{\hat{P}_t^2} \right] \quad (7)$$

O método apresentado acima, descrito por Teunter e Sani (2009), será replicado e testado pelas distribuições de Erlang e Normal e seus resultados comparados, ou seja, este trabalho busca encontrar uma distribuição que produz melhores resultados que aqueles apresentados pelos autores acima.

O nível máximo de estoque é atualizado como:

$$\hat{\mu}_{L,t} + k\hat{\sigma}_{L,t} \quad (8)$$

Onde o fator de segurança k é o inverso da distribuição normal no nível de serviço.

As equações (1), (2), (3), (5) e (6) foram utilizadas para determinar as previsões da demanda deste trabalho. As equações (7) e (8) são usadas para a demanda do lead time total normalmente distribuídas.

4. Experimentos Computacionais

Com o uso de planilhas eletrônicas criou-se cenários onde a base para avaliações são os dados reais do tamanho da demanda em cada período (Z_t). Posteriormente, determinou-se o intervalo de demanda entre a demanda no período t e a demanda precedente dos dados reais (P_t).

Ordenados os dados reais, começou-se o trabalho de previsão, onde foi determinada a previsão do tamanho da demanda após o período t (\hat{Z}_t) de acordo com a fórmula 2 e a previsão do intervalo de demanda após o período t (\hat{P}_t) pela Fórmula 3. Com isso, sempre que a demanda atual for maior que zero ($Z_t > 0$) é dada a previsão de demanda para o próximo período (\hat{d}_t), de acordo com a fórmula 1, caso contrário seu valor é zero.

Posteriormente, calculou-se a previsão para o desvio médio absoluto das previsões do tamanho da demanda após o período t (\hat{m}_t) pela fórmula 5 e as previsões para a demanda do lead time total após o período t ($\hat{\mu}_{L+T,t}$) pela fórmula 6. Ainda, calculou-se a variância do erro de previsão para demanda do lead time total após o período t ($\hat{\sigma}_{L+T,t}^2$) pela fórmula 7. Tanto ($\hat{\mu}_{L+T,t}$) como ($\hat{\sigma}_{L+T,t}^2$), em cada cenário, foi utilizado lead time pré-determinado (valores usados: 1, 3 e 5).

Determinou-se o nível order-up-to, de acordo com fórmula 8, onde o fator de segurança k variou de acordo com o nível de serviço esperado pré-determinado para os cenários criados. Assim, para níveis de serviço de 80, 90 e 95%, os fatores de segurança foram de 0,84; 1,28 e 1,64 respectivamente.

Em seguida, procedeu-se à avaliação dos níveis de estoques, onde o estoque inicial é igual a zero. A chegada de peças no estoque é em função da quantidade pedida e do lead time. A posição de estoque é a soma do estoque inicial e o volume de entrada no estoque. A quantidade de peças a ser encomendada é determinada pela diferença entre o nível máximo de estoque e a posição do estoque. O estoque final é a soma do estoque inicial e a chegada do pedido pela diferença entre o tamanho da demanda esperada. Assim, podemos encontrar o nível de serviço para cada período em que do tamanho da demanda foi calculada por $\{1 - (\text{Demanda não atendida} \div \text{Tamanho da demanda esperada})\}$. Concluindo-se por uma média destes níveis de serviço, encontrando o nível médio de serviço do cenário em questão.

Depois de encontrado o nível de serviço médio dos cenários descritos acima, fez-se o planejamento fatorial completo geral, variando a constante de suavização em dois níveis e o prazo de entrega em três níveis para os três níveis de serviço desejados (80, 90 e 95%); cada nível de serviço foi feito com duas distribuições estatísticas, Normal e Erlang. Através dos resultados obtidos com o planejamento fatorial completo geral, as melhores condições de fatores foram determinadas por favorecer a meta de alcançar o nível de serviço desejado. Estes resultados foram utilizados como condições para a inferência estatística, utilizando no teste T, além de considerar um nível de significância ($\alpha = 5\%$) e tamanho da amostra igual a 66.

5. Resultados

Foi realizado um planejamento fatorial completo com os seguintes parâmetros: α (constante de suavização) = 0,1 e 0,2, e L (lead time) = 1, 3 e 5. Para cada combinação de parâmetros foi estabelecido o ciclo de meta do nível de serviço (ou seja, a probabilidade de que não há falta de estoque quando um pedido chega) a 80%, 90% ou 95%. Isto dá o total de $2 \times 3 \times 3 = 18$ experimentos para a distribuição normal e 18 experimentos para a distribuição Erlang.

O planejamento fatorial completo geral foi feito para identificar quais as condições e distribuição estatística se aproxima do nível de serviço desejado. O planejamento foi feito no *software Minitab*.

A Tabela 2, em suas três primeiras colunas, mostra o planejamento fatorial completo geral com fatores de alfa e L , num total de seis cenários para estas condições de ensaio, sem réplicas. Como foi relatada anteriormente, a variável resposta para este planejamento é o nível de serviço. Neste trabalho, testaram-se três níveis de serviço (80, 90 e 95%) para cada distribuição (Normal e Erlang) e nível de serviço, tendo a planilha no *Minitab* analisada conforme ilustrado na Tabela 2.

Tabela 2: Planilha do planejamento fatorial completo geral com nível de serviço de 80%

StdOrder	Alfa	L	Nível de serviço - Normal	Nível de serviço - Erlang
1	0.1	1	95,77	95,2904
2	0.1	3	89,66	89,6552
3	0.1	5	89,66	89,6552
4	0.2	1	94,84	93,4075
5	0.2	3	92,61	92,6731
6	0.2	5	89,66	89,6552

A Tabela 2 ilustra a planilha no *Minitab* utilizada para o planejamento fatorial completo geral para analisar o nível de serviço desejado de 80% para ambas as distribuições, Normal e Erlang. Os valores nas colunas são variáveis respostas que foram incluídas por meio de uma simulação feita no *software Excel*, onde foi aplicado o Método de Croston Modificado. As condições dos fatores utilizados no planejamento são as mesmas usadas na simulação. Da mesma forma, foram analisadas as planilhas de planejamentos fatoriais para os níveis de serviço de 90 e 95%. Os resultados do planejamento fatorial para o nível de serviço desejado de 80% pode ser visto na Figura 2.

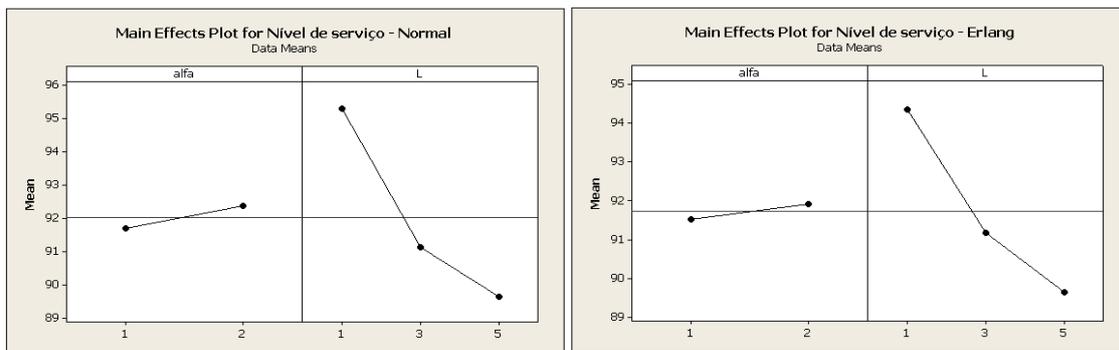


Figura 2: Principais efeitos do nível de serviço (Distribuições Normal e Erlang) – Meta 80%.

A Figura 2 mostra, em primeiro lugar, a influência dos principais efeitos dos fatores alfa e L no nível de serviço. O principal efeito de um fator pode ser definido como a mudança na resposta produzida pela mudança no nível do fator e é chamado de principal referindo-se a um fator primário (Montgomery, 2009). Assim, o efeito do fator alfa provoca um pequeno aumento no nível de serviço quando o fator é alterado do nível 1 (0,1) para o nível 2 (0,2). A influência do fator L provoca uma diminuição no nível de serviço, quando L é alterado do nível baixo (1) para intermediário (3) e, em seguida ao nível alto (5). Estas características foram observadas em ambas as distribuições (Normal e Erlang) para o nível de serviço desejado de 80% e também para ambas as distribuições dos níveis desejados de serviço de 90 e 95%. Ainda assim, olhando para a Figura 2, observa-se que nenhuma das condições do nível de serviço foi alcançada nos casos de 80%, tendo se aproximado mais quando utilizado o L alto (5), em ambas as distribuições e alcançando um mesmo nível de serviço de 89,6552%.

Na tentativa de encontrar uma diferença entre as distribuições estatísticas estudadas e uma condição que é favorável a alcançar 80% do nível de serviço, analisou-se o gráfico da interação entre fatores alfa e L, como mostrado na Figura 3.

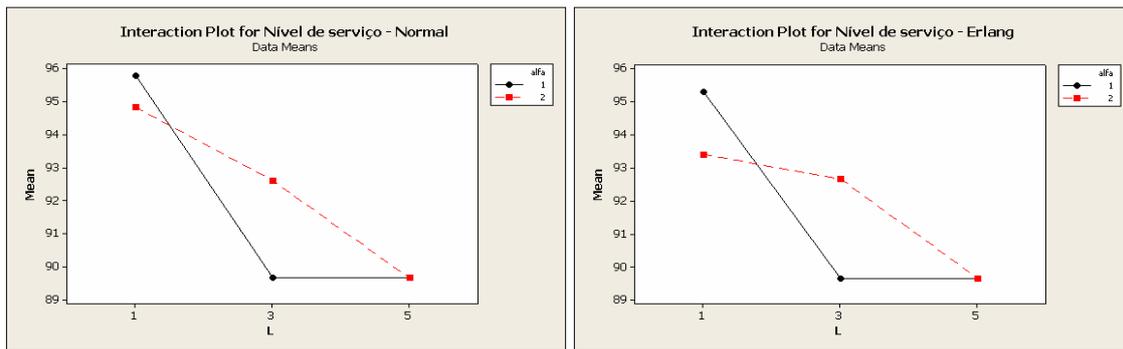


Figura 3: Efeitos da interação para o nível de serviço (Distribuições Normal e Erlang) - Meta 80%

Pode-se dizer que há interação entre os fatores quando a diferença na respostas entre os níveis de um fator não é a mesma coisa em todos os níveis dos outros fatores (Montgomery, 2009). Portanto, observou-se pela Figura 3, há uma interação entre fatores alfa e L para ambas as distribuições (Normal e Erlang) para 80% do nível de serviço desejado. Uma pequena diferença entre as distribuições é observada no nível baixo de L, quando utiliza nível de serviço com alfa igual a 0,2. Além disso, usando a distribuição Erlang a diferença entre os níveis de serviço é menor do que na distribuição Normal sob as mesmas condições. Mas, infelizmente, nenhuma das condições previstas atende o nível de serviço de 80%. No entanto, é interessante observar que à medida que aumenta o nível dos L, quando alfa é igual a 0,2, o nível de serviço tende a diminuir.

Realizaram-se os mesmos testes sob as mesmas condições, alterando somente as metas de nível de serviço esperado para 90 e 95%, a distribuição Erlang apresenta melhores resultados.

Complementando e confirmando os resultados apresentados no planejamento fatorial realizou-se uma inferência estatística utilizando o Teste T. O objetivo aqui foi investigar se os níveis médios de serviço alcançados na simulação foram iguais aos níveis de serviço desejados. O teste T é um teste de hipóteses utilizado na inferência estatística. Este teste pode ser usado para verificar se a média da população é igual para um valor hipotético. Ele usa o desvio padrão da amostra para estimar a desvio padrão populacional, e depois verifica as diferenças entre a média da amostra e média hipotética e, portanto, avalia se o resultado será o mesmo da média da população. Desta forma, o Teste T se encaixou perfeitamente nos objetivos deste trabalho. Assim, foram realizados Testes T para a melhor condição encontrada no planejamento fatorial para os três níveis de serviços. As condições do ensaio são apresentadas na Tabela 3. Além desta condição, conclui-se que o valor de α (nível de significância) foi considerado igual a 5% para todos os Testes T e o tamanho da amostra igual a 66.

Tabela 3: Condições dos Teste T.

Condições			Nível de Serviço (%)		
Alfa	L	Distribuição	Média	Desvio	Meta
0.2	5	Erlang	89.6552	30.9934	80
0.2	5	Normal	89.6552	30.9934	80
0.1	3	Erlang	89.6655	30.9024	90
0.1	3	Normal	89.6552	30.9934	90
0.1	1	Erlang	95.7326	18.9323	95
0.1	1	Normal	96.5517	18.5695	95

Realizou-se o Teste T para o nível de serviço desejado de 80% obtendo bons resultados como ilustrados na Tabela 4.

Tabela 4: Teste T para meta de 80%

Distribuições Normal and Erlang						
Test	mu = 80 vs not = 80					
N	Mean	StDev	Se Mean	95% CI	T	P
66	89.66	30.82	3.83	(82.04; 97,27)	2.53	0.014

Observando-se as Tabelas 3 e 4, notou-se que o nível de serviço médio são os mesmos, assim foi feito apenas um Teste T. Analisando ao valor de P, observa-se que P (0,014) é menor do que α (0,05), então rejeita-se a hipótese nula ($\mu = 80\%$) e aceita-se a hipótese alternativa ($\mu \neq 80\%$). Ou seja, os valores obtidos para os níveis de serviço de 80% no resultado apresentado de planejamento fatorial. A Tabela 4 também apresenta ao intervalo de confiança (95%), observando-se novamente que ao valor pretendido de 80% não foi alcançado.

6. Conclusões e Discussão

Este estudo utilizou o método de Croston modificado para fazer a previsão do nível máximo de estoque para uma demanda intermitente. O estudo baseou-se em dados da literatura e em uma base de dados da indústria de papel e celulose. O Método de Croston foi simulado com em Teunter e Sani (2009), os quais assumem que os dados da demanda do lead time total como sendo distribuídos normalmente. A fim de alcançar melhores resultados que os autores acima em relação ao nível de serviço desejado, a distribuição de Erlang foi utilizada para estudar o comportamento da demanda do lead time total.

A distribuição Erlang já foi utilizada para a previsão de demanda intermitente e outras adaptações do método de Croston com resultados satisfatórios. Logo, aqui foi constatado que o método de Croston modificado e a distribuição Erlang apresentam melhores resultados para os níveis de serviço desejado. Permitindo maior aproximação, e até alcance, do nível de serviço desejado. Isto minimiza as margens de erro, dando maior estabilidade aos planejamentos operacionais e financeiros quando se trata de gestão de estoque de itens intermitentes. Podendo significar economias financeiras por evitar perdas por obsolescências e atrasos no atendimento do serviço, bem como economias operacionais evitando paralisações por falta de peças e tantas outras razões.

Para diminuir a diferença entre os valores encontrados para o nível de serviço desejado e as metas deste artigo, outros níveis de valores de α e L podem ser testados, bem como a inserção de outros parâmetros. Principalmente, para melhorar os resultados da meta de nível de serviço de 85%, onde os resultados foram mais deficientes.

A distribuição de Erlang foi escolhida por ter apresentado um dos melhores ajustes dos dados. Isto dá maior confiabilidade ao método proposto e à realidade dos dados utilizados. No entanto, pode-se testar com várias outras fontes de dados com que frequência a distribuição de Erlang será a melhor distribuição para a previsão da demanda intermitente com o método de Croston modificado.

Métodos de previsão para a demanda intermitente têm sido mais estudados devido à complexidade do perfil de demanda e à dificuldade das empresas em escolher o método que melhor se adapta às suas necessidades. As empresas necessitam cada vez mais para encontrar o seu diferencial para competir no mercado, e monitorar e otimizar o estoques pode ser uma parte de solução.

Referências Bibliográficas

- (1) Aronis, K.-P., Magou, I., Dekker, R. & Tagaras, G. (2004). Inventory control of spare parts using a Bayesian approach: a case study. *European Journal of Operational Research*, **154**, 3, 730–739.
- (2) Babai, M.Z.; Jemais, Z. & Dallery, Y. (2010). Analysis of order-up-to-level inventory systems with compound Poisson demand. *European Journal of Operational Research*, October, 2010.
- (3) Chua, W.K.W; et al. (2008). Short term forecasting for lumpy and non-lumpy intermittent demands. *The IEE International Conference on Industrial Informatics (INDIN 2008)*. DCC, Daejeon, Korea July 13-16.

- (4) Croston, J.D., (1972). Forecasting and stock control for intermittent demands. *Operational Research Quarterly*, **23**, 3, 289–303.
- (5) Dolgui, A., Pashkevich, M., (2008). Extended beta-binomial model for demand forecasting of multiple slow-moving inventory items. *International Journal of Systems Science*, **39**, 7, 713–726.
- (6) Dunsmuir, W.T.M., Snyder, R.D. (1989). Control of inventories with intermittent demand. *European Journal of Operational Research*. **40**, 16–21.
- (7) Eaves, A., Kingsman, B.G., (2004). Forecasting for ordering and stock holding of spare parts. *Journal of the Operational Research Society* **55**, 431–437.
- (8) Gelders, L.F., van Looy, P.M., (1978). An inventory policy for slow and fast movers in a petrochemical plant: a case study. *Journal of the Operational Research Society*, **29**, 9, 867–874.
- (9) Ghobbar, A.A., Friend, C.H. (2003). Evaluation of forecasting methods for intermittent parts demand in the field of aviation: a predictive model. *Computers and Operations Research*, **30**, 14, 2097–2114.
- (10) Hollier, R.H., (1980). The distribution of spare parts. *International Journal of Production Research* .**18**, 665–675.
- (11) Johnston, F.R. (1980). An interactive stock control system with a strategic management role. *Journal of the Operational Research Society*. **31**, 1069–1084.
- (12) Johnston, F.R.; Boylan, J.E. (1996) Forecasting for items with intermittent demand. *Journal of the Operational Research Society*. **47**, 113–121.
- (13) Kochi, G. T. (2008). Aplicação Dos Modelos De Previsão De Demanda Intermitente Na Gestão Do Estoque De Peças De Reposição De Relógios. *Monografia*. Universidade de São Paulo. São Paulo.
- (14) Kukreja, A., Schmidt, C.P. (2005). A model for lumpy demand parts in a multi-location inventory system with transshipments. *Computers and Operations Research*, **32**, 8, 2059–2075.
- (15) Kwan, H.W. (1991). On the demand distributions of slow moving items. *Unpublished Ph.D. Thesis, Lancaster University, UK*.
- (16) Levén, E., Segerstedt, A. (2004). Inventory control with a modified Croston procedure and Erlang distribution. *International Journal of Production Economics*. **90**, 361–367.
- (17) Montgomery, D. C. and Runger, G. C. *Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros*. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- (18) Mitchell, G.H., (1962). Problems of controlling slow-moving engineering spares. *Operational Research Quarterly*. **13**, 23–39.
- (19) Nenes, G.; Panagiotidou, S. & Tagaras, G. (2010). Inventory management of multiple items with irregular demand: A case study. *European Journal of Operational Research*, **205**, 313–324.
- (20) Padilha Júnior, S. (2008). Metodologia para a identificação de modelos de séries temporais para previsão da demanda de sobressalentes. *Dissertação*. Fundação Instituto Capixaba de Pesquisas em Contabilidade, Economia e Finanças - FUCAPE. Vitória-ES.
- (21) Porras, E., Dekker, R. (2008). An inventory control system for spare parts at a refinery: an empirical comparison of different re-order point methods. *European Journal of Operational Research*, **184**, 1, 101–132.
- (22) Porteus, E.L. (1985). Numerical comparisons of inventory policies for periodic review systems. *Operations Research*, **33**, 134–152.
- (23) Rao, A.V. (1973). A comment on: forecasting and stock control for intermittent demands. *Operational Research Quarterly*, **24**, 4, 639–640.
- (24) Regattieri, A., Gamberi, M., Gamberini, R., Manzini, R. (2005). Managing lumpy demand for aircraft spare parts. *Journal of Air Transport Management*, **11**, 6, 426–431.
- (25) Sani, B. (1995). Periodic inventory control systems and demand forecasting methods for low demand items, Unpublished PhD thesis, Lancaster University, UK.

- (26) Sani, B., Kingsman, B.G. (1997). Selecting the best periodic inventory control and demand forecasting methods for low demand items. *Journal of the Operational Research Society*, **48**, 700–713.
- (27) Schultz, C.R., (1987). Forecasting and inventory control for sporadic demand under periodic review. *Journal of the Operational Research Society* **38**, 453–458.
- (28) Silva, G. L. C. da (2009). Modelo de Estoque para peças de reposição sujeitas à demanda intermitente e lead time estocástico. *Dissertação*. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção - UFMG. Belo Horizonte.
- (29) Silver, E.A., (1970). Some ideas related to the inventory control of items having erratic demand patterns. *Canadian Operational Research Society Journal* **8**, 87–100.
- (30) Silver, E.A., Pyke, D.F., Peterson, R. (1998). *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*. Wiley, New York.
- (31) Snyder, R. (2002). Forecasting sales of slow and fast moving inventories. *European Journal of Operational Research*, **140**, 684–699.
- (32) Strijbosch, L.W.G., Heuts, R.M.J., van der Schoot, E.H.M., (2000). A combined forecast-inventory control procedure for spare parts. *Journal of the Operational Research Society*. **51**, 1184–1192.
- (33) Strijbosch, L.W.G., Moors, J.J.A. (2006). Modified normal demand distributions in (R,S)-inventory control. *European Journal of Operational Research*, **172**, 201– 212.
- (34) Syntetos, A.A. (2001). Forecasting for Intermittent Demand, *Unpublished Ph.D thesis*, Buckinghamshire Chilterns University College, Brunel University.
- (35) Syntetos, A.A., Boylan, J.E. (2001). On the bias of intermittent demand estimates. *International Journal of Production Economics*. **71**, 457–466.
- (36) Syntetos, A.A., Boylan, J.E. (2005). On the statistical properties of EWMA based size-interval estimators. Working paper 404/05, University of Salford, UK.
- (37) Syntetos, A.A., Boylan, J.E., Croston, J.D. (2005). On the categorisation of demand patterns. *Journal of the Operational Research Society*. **56**, 495–503.
- (38) Syntetos, A.A.; Boylan, J.E. (2006). On the stock control performance of intermittent demand estimators. *International Journal Production Economics* ,**103**, 36–47.
- (39) Syntetos, A. A. ;Boylan, J. E. (2010). On the variance of intermittent demand estimates. *International Journal Production Economics*. **128**, 546–555.
- (40) Teunter, R.H., Duncan, L. (2008). Forecasting intermittent demand: A comparative study. *Journal of the Operational Research Society*, in press.
- (41) Teunter, R. ;Sani, B. (2009). Calculating order-up-to levels for products with intermittent demand. *Int. J. Production Economics*. **118**, 82–86.
- (42) Teunter, R.; Syntetos, A.A.; Babai, M.Z. (2010). Determining order-up-to levels under periodic review for compound binomial (intermittent) demand. *European Journal of Operational Research*. **203**, 3, 619-624.
- (43) Vereecke, A., Verstraeten, P., (1994). An inventory management model for an inventory consisting of lumpy items, slow movers and fast movers. *International Journal of Production Economics*. **35** (1-3), 379–389.
- (44) Willemain, T.R.; Smart, C.N.; Shockor, J.H.; DeSautels, P.A. (1994). Forecasting intermittent demand in manufacturing: a comparative evaluation of Croston's method. *International Journal of Forecasting* **10**, 529-538.
- (45) Willemain, T.R., Smart, C.N., Schwarz, H.F. (2004). A new approach to forecasting intermittent demand for service parts inventories. *International Journal of Forecasting*, **20**, 3, 375–387.
- (46) Williams, T.M. (1984). Stock control with sporadic and slow moving demand. *Journal of the Operational Research Society*. **35**, 939–948.
- (47) Wright, J.D. (1986). Forecasting data published at irregular time intervals using an extension of Holt's method. *Management Science*. **32**, 499-510.
- (48) Zipkin, P.H. (2000). *Foundations of Inventory Management*. McGraw-Hill, Inc., Boston, MA.