

# ALGORITMO PARA PROGRAMAÇÃO INTEGRADA DE VEÍCULOS E TRIPULAÇÕES NO SISTEMA DE TRANSPORTE PÚBLICO POR ÔNIBUS

**Emiliana Mara Lopes Simões**

Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM)  
Diamantina, MG, CEP 39.100-000  
emiliana.simoes@ict.ufvjm.edu.br

**Geraldo Robson Mateus**

Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)  
Belo Horizonte, MG, CEP 31.270-010  
mateus@dcc.ufmg.br

**Marcene Jamilson Freitas Souza**

Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)  
Ouro Preto, MG, CEP 35.400-000  
marcane@iceb.ufop.br

## RESUMO

Neste trabalho é desenvolvida uma heurística, baseada na metaheurística Busca Local Iterativa, para resolução do Problema de Programação Integrada de Veículos e Tripulações (PPVT) no Sistema de Transporte Público por Ônibus. No PPVT, dado um conjunto de viagens a serem obrigatoriamente realizadas, define-se simultaneamente, a rotina diária de operação para uma frota de veículos (PPV - Problema de Programação de Veículos) e as jornadas diárias de trabalho para motoristas e cobradores (PPT - Problema de Programação de Tripulações). Com o intuito de analisar o desempenho da abordagem integrada, PPV e PPT também são tratados de forma sequencial, isto é, primeiro é resolvido o PPV e logo em seguida o PPT. São apresentados experimentos com dados reais de empresas que atuam na cidade de Belo Horizonte. Os resultados encontrados confirmam as expectativas e mostram que as soluções geradas pela heurística integrada são melhores do que as obtidas de forma sequencial.

**PALAVRAS CHAVE:** Programação Integrada de Veículos e Tripulações, Busca Local Iterativa, Transporte Público.

**Área principal:** MH – Metaheurísticas.

## ABSTRACT

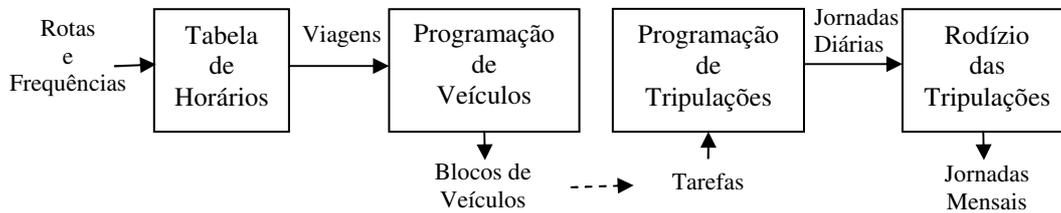
In this work it is developed a heuristic based on the Iterated Local Search metaheuristic to solve the Integrated Vehicle and Crew Scheduling Problem (VCSP) for an Urban Mass Transit System. In the VCSP, given a set of trips which required to be performed, the daily operation for a fleet of vehicles (VSP - Vehicle Scheduling Problem) and the daily duties of work for drivers and collectors (CSP - Crew Scheduling Problem) are defined simultaneously. Aiming to analyze the performance of the integrated approach, VSP and CSP are also treated sequentially, that is, first VSP is solved and then CSP. Experiments with real data from companies of Belo Horizonte city are presented. The results obtained signalize that the solutions generated by the integrated heuristics are better than those obtained in sequential order.

**KEYWORDS:** Integrated Vehicle and Crew Scheduling, Iterated Local Search, Mass Transit.

**Main area:** MH – Metaheuristics.

## 1. Introdução

Devido à sua complexidade, o processo de planejamento do sistema de transporte público é normalmente decomposto em subproblemas menores, conforme mostrado na Figura 1.



**Figura 1:** Planejamento do Sistema de Transporte Público

O conjunto de viagens, que compõe a tabela de horários, é definido a partir das rotas a serem percorridas e a frequência com que as mesmas serão atendidas. Estas decisões devem ser tomadas com base na disponibilidade de infra-estrutura, nos serviços requeridos pelos usuários e em aspectos de demanda.

Dada a tabela de horários passa-se à resolução do Problema de Programação de Veículos (PPV), que consiste em determinar uma rotina diária de operação para uma frota de veículos, tendo por objetivo fazer o seu melhor aproveitamento. Como resultado, obtém-se os chamados *blocos de veículos*. Cada bloco corresponde ao conjunto de viagens realizadas por um mesmo veículo ao longo do dia.

Uma vez que deve haver uma tripulação (motorista e cobrador) responsável por cada deslocamento realizado por um veículo, o Problema de Programação de Tripulações (PPT) trata da alocação das atividades a serem realizadas por cada tripulação no período de um dia, definindo assim as chamadas jornadas de trabalho das tripulações. Para resolução do PPT, inicialmente os blocos de veículos provenientes da solução do PPV são simplificados em tarefas. Cada tarefa engloba viagens consecutivas de um mesmo veículo e entre as quais não pode ocorrer a troca de tripulações devido a limitações de tempo e espaço. Portanto, a solução do PPT é um conjunto de jornadas diárias de trabalho, em que cada jornada consiste em uma seqüência de tarefas a serem realizadas por uma mesma tripulação e que satisfaz a legislação trabalhista e as regras operacionais da empresa.

Resolvido o PPT para cada dia, o problema seguinte é o do Rodízio das Tripulações (PRT). Esse problema consiste em atribuir uma jornada de trabalho mensal para cada tripulação, considerando certas regras trabalhistas relativas a longos períodos de tempo e que, portanto, não foram contempladas na programação diária.

Normalmente, no processo de planejamento, a programação de veículos é realizada de forma independente e em uma etapa anterior à programação de tripulações (conforme descrito anteriormente). Nesta metodologia, denominada sequencial tradicional, a resolução do PPT torna-se totalmente condicionada à programação de veículos a partir da qual será obtida e, este pode ser um dos fatores que limita a melhora da qualidade da programação de tripulações.

Como no contexto do sistema de transporte público por ônibus comumente os gastos das empresas com tripulantes superam os gastos com veículos, vêm surgindo na literatura trabalhos que tratam do Problema de Programação Integrada de Veículos e Tripulações (PPVT). No PPVT são geradas, simultaneamente, as programações dos veículos e das tripulações, possibilitando encontrar soluções com custos operacionais menores que aqueles obtidos pela solução sequencial do PPV e PPT.

Assim, com a finalidade de adquirir conhecimento sobre as características e dificuldades da aplicação da resolução integrada à realidade brasileira, neste trabalho são definidas, utilizando as abordagens sequencial tradicional e integrada, as programações de veículos e tripulações de empresas do sistema de transporte público por ônibus da cidade de Belo Horizonte.

## 2. Revisão de Literatura

O Problema de Programação Integrada de Veículos e Tripulações somente começou a ser estudado recentemente, uma vez que devido à sua grande complexidade, o custo computacional desta metodologia sempre foi restritivo. Ball *et al.* (1983) foram os primeiros a propor um método de resolução para o PPVT. O procedimento apresentado pelos autores envolve a definição de uma rede de programação, consistindo de vértices indicando viagens que devem ser executadas por um veículo e uma tripulação (vértices *d-trip*), e dois outros vértices *s* e *t* representando a garagem. Diversos tipos de arcos podem ser agrupados em duas categorias, aqueles que indicam que uma tripulação e veículo seguem de uma *d-trip* para outra e aqueles que indicam que apenas a tripulação realiza este deslocamento (arcos *crew-only*). O procedimento de resolução é decomposto em três componentes. Inicialmente são criadas partes de jornadas de trabalho, limitadas por uma duração máxima dada por uma constante *T*. Em seguida, aquelas partes de jornadas obtidas que apresentam pequena duração são colocadas aos pares, formando assim, jornadas parciais. Por fim, longas partes de jornadas e jornadas parciais são combinadas resultando em um conjunto de jornadas de trabalho para as tripulações (solução do PPT). A programação dos veículos é gerada simultaneamente ignorando os arcos exclusivos das tripulações (*crew-only*) presentes na solução.

A primeira formulação matemática para o PPVT foi proposta em Patrikalakis e Xerocostas (1992). No entanto, este modelo era apenas para fins ilustrativos sendo computacionalmente intratável (Freling *et al.*, 1999). Assim, considera-se que Freling *et al.* (1995) foram os pioneiros em propor uma formulação de programação inteira para o problema e deram origem a uma série de pesquisas desenvolvidas por Freling e co-autores sobre o tema, tais como: Freling (1997), Freling *et al.* (1999) e Freling *et al.* (2003). As formulações apresentadas nestes trabalhos são similares e constituídas basicamente de duas partes: 1) Uma formulação de quase atribuição baseada em uma rede  $G(V, A)$  que assegura a viabilidade do Problema de Programação de Veículos. Nessa rede,  $V$  é o conjunto de todas as viagens a serem realizadas e mais dois nós,  $s$  (origem) e  $t$  (destino), ambos representando a garagem. O conjunto  $A$  corresponde aos arcos que conectam  $s$  e  $t$  a todos os demais nós em  $V$  e aos arcos que ligam viagens compatíveis, isto é, viagens que podem ser realizadas por um mesmo veículo. Desta forma, uma solução viável para o PPV é um conjunto de caminhos disjuntos de  $s$  para  $t$  na rede  $G$ , de tal forma que cada nó viagem em  $V$  seja coberto exatamente uma vez; 2) Restrições de particionamento de conjunto que garantem que cada viagem e cada deslocamento realizado pelo veículo fora de operação, que façam parte da solução do PPV, sejam cobertos pela jornada de trabalho de alguma tripulação.

Em Haase e Friberg (1999) foi apresentada a primeira abordagem de solução exata para o Problema Integrado de Programação de Veículos e Tripulações. No modelo proposto, o PPVT é formulado como um problema de particionamento de conjuntos em que uma coluna representa o bloco de um veículo ou a jornada de trabalho de uma tripulação. Estas colunas correspondem a caminhos em dois grafos, um para a programação de veículos e outro para a programação das tripulações. Destaca-se que restrições de recursos foram inseridas no grafo relacionado às tripulações com o intuito de limitar o tempo de trabalho e o número de paradas em uma jornada. Soluções ótimas são obtidas por um algoritmo *branch-and-price-and-cut*. Com o objetivo de melhorar os limites inferiores obtidos pela relaxação linear do problema, cortes poliédricos como propostos em Hoffman e Padberg (1993) são considerados para os veículos. A modelagem proposta é suficientemente genérica para ser estendida para múltiplas garagens e pode receber restrições adicionais; porém, somente instâncias pequenas, envolvendo no máximo 20 viagens, são resolvidas na otimalidade em um tempo razoável.

Dados os bons resultados encontrados na literatura brasileira que tratam o PPV e o PPT utilizando procedimentos baseados em metaheurísticas que fazem uso da técnica de busca local (Souza *et al.*, 2007; Marinho *et al.*, 2004; Reis, 2008) e, considerando a grande semelhança dos problemas tratados nestes trabalhos com os que aqui são abordados, optou-se por utilizar nesta pesquisa um método de resolução baseado na metaheurística Busca Local Iterativa - *ILS* (*Iterated Local Search*) (Lourenço *et al.*, 2003). A principal contribuição deste trabalho está na definição

de uma nova estrutura denominada viagem expandida, que corresponde a uma viagem convencional com propriedades adicionais que definem como ela deve ser considerada no PPT, dada a sua disposição no PPV. Nesta estratégia, tanto a programação de veículos quanto a programação de tripulações, são determinadas a partir das viagens expandidas. Portanto, não há a formação explícita de tarefas, o que proporciona maior flexibilidade para resolução do PPVT.

### 3. Programação Sequencial de Veículos e Tripulações

#### 3.1. Introdução

A programação sequencial de veículos e tripulações é a forma mais tradicional de resolver o problema de programação de veículos e tripulações. Inicialmente é feita a programação dos veículos, isto é, é resolvido o PPV e, a partir dessa programação são construídas as jornadas de trabalho dos tripulantes, isto é, é resolvido o PPT.

A programação dos veículos, por sua vez, é feita a partir de uma tabela de horários, na qual se encontram todas as viagens a serem realizadas diariamente. A Figura 2 ilustra um fragmento de uma tabela de horários. Nesta figura, cada viagem é identificada pelas seguintes características: o número da viagem (identificador único), horário de início da viagem (em minutos), o ponto inicial que corresponde ao local de início da viagem, horário de término da viagem (em minutos), o ponto final que se refere ao local em que a viagem termina, a linha a qual a viagem pertence e, finalmente, os tempos destinados ao embarque e desembarque de passageiros, dados em minutos.

Número da Viagem	Horário de Início	Ponto Inicial	Horário de Término	Ponto Final	Linha	Tempo de Embarque	Tempo de Desembarque
1	5	30	70	30	30.4	1	1
2	5	302	38	302	302.4	1	1
3	20	30	76	30	30.4	1	1
4	240	302	265	302	302.4	1	1
5	255	30	309	30	30.3	1	2

**Figura 2:** Tabela de Horários

Para exemplificar, considere a primeira viagem apresentada na Figura 2. Essa viagem começa no ponto “30” aos 5 minutos do dia, ou seja, às 00:05 horas e é finalizada também no ponto “30” aos 70 minutos do dia, que corresponde às 01:10 horas. As duas últimas colunas indicam que o veículo que fará a viagem permanecerá um minuto no terminal para embarque e após chegar ao destino mais um minuto de terminal deverá ser cumprido para permitir o desembarque.

Adicionalmente, são dadas informações relativas aos tempos de deslocamento entre os vários pontos de parada dos veículos, incluindo a garagem. Assim, é possível determinar o tempo que um veículo move fora de operação, ou seja, sem passageiros, para sair de um ponto e chegar a outro. A este tipo de deslocamento é dado o nome de viagem morta.

Para que a programação de atividades da frota seja usada na prática é necessário atender a uma série de restrições, as quais podem variar conforme as políticas operacionais da empresa. No problema sendo abordado é considerado que todos os veículos da frota são idênticos e que partem de uma mesma garagem. As restrições levadas em consideração são as seguintes: (a) Todas as viagens de responsabilidade de uma empresa, sem exceções, devem ser realizadas por algum veículo da frota; (b) Antes de se iniciar e após finalizar uma viagem, um veículo deve obrigatoriamente cumprir um tempo mínimo no terminal, que corresponde ao tempo necessário para o embarque e desembarque dos passageiros; (c) Um mesmo veículo somente poderá realizar duas viagens,  $i$  e  $j$ , consecutivamente, se o intervalo de tempo existente entre elas for suficiente para que o veículo desloque do ponto final da viagem  $i$  para o ponto inicial da viagem  $j$ , respeite os tempos de embarque/desembarque e inicie a viagem  $j$  sem atrasos. Caso contrário, ocorrerá uma sobreposição de horários entre as viagens; (d) Um veículo não deve ficar mais de duas horas em um terminal esperando para executar a sua próxima viagem. Se o tempo de espera exceder

esse limite, o veículo deverá se deslocar para a garagem. Diz-se, nesse último caso, que o veículo está realizando uma dupla pegada; (e) O número de duplas pegadas da programação não pode exceder a 60% do tamanho da frota; (f) Todo veículo deve iniciar e terminar a sua jornada de trabalho na garagem; (g) Todo veículo deve permanecer, no mínimo, trinta minutos consecutivos na garagem, por dia, para que ocorra a sua manutenção e limpeza. O não cumprimento desse tempo equivale à sobreposição de horários.

Uma limitação para a resolução do PPT é o fato de que não é entre quaisquer viagens de um veículo que poderá haver a troca de tripulações. Esta troca só poderá ocorrer nas chamadas oportunidades de troca, ou seja, em locais e em intervalos de tempo que possibilitem a mudança de tripulação e a revisão do veículo (verificação de como a tripulação anterior deixou o ônibus).

Assim, na abordagem sequencial tradicional, após solução do PPV e antes de efetivamente se gerar a programação de tripulações, os blocos de veículos são quebrados em tarefas. Uma tarefa engloba viagens consecutivas, de um mesmo veículo, entre as quais não há nenhuma oportunidade de troca e é caracterizada pelos seguintes atributos: veículo ao qual pertence, horário de início, horário de término, ponto inicial, ponto final, folga acumulada (isto é, tempo ocioso da tripulação no decorrer da tarefa) e duração. Portanto, com as tarefas (unidade manipulada no PPT), evita-se que as soluções do PPV e PPT sejam incompatíveis.

Supondo que para ocorrer a troca de tripulação é necessário um tempo maior ou igual a seis minutos entre as viagens e que os tempos para embarque/desembarque são nulos, um exemplo de um bloco de veículo particionado em tarefas é mostrado na Figura 3. Além dos atributos normais de uma viagem, no exemplo, as colunas *Viagem Morta* e *Tempo de Terminal* apresentam, respectivamente, os tempos em minutos, de deslocamento do veículo fora de operação e de espera no terminal aguardando o horário de início da próxima viagem.

Bloco de Veículo – 1								
	Número da Viagem	Ponto Inicial	Horário de Início (hh:mm)	Ponto Final	Horário de Término (hh:mm)	Viagem Morta	Tempo de Terminal	Linha
Tarefa 1	-	Garagem	12:22	3050	12:40	18	0	-
	87	3055	12:40	3055	14:22	0	53	3055.1
Tarefa 2	101	3055	15:15	3055	17:03	0	0	3055.1
	120	3055	17:03	3055	18:20	0	4	3055.1
	149	3055	18:24	3055	20:04	0	8	3055.1
Tarefa 3	183	3055	20:12	3055	21:31	0	0	3055.1
	-	3055	21:31	Garagem	21:49	18	0	-

**Figura 3:** Bloco de Veículo - 1 e o seu particionamento em tarefas

Na Figura 3 observa-se, por exemplo, que a *Tarefa 2* engloba as viagens *101*, *120* e *149* por não haver um tempo suficiente entre elas para que ocorra a troca de tripulação. Esta tarefa iniciará às 15:15 horas, no ponto *3055*, e será finalizada neste mesmo ponto às 20:04 horas. Assim sendo, a *Tarefa 2* possui uma duração de 4 horas e 49 minutos e sua folga acumulada é de quatro minutos. Vale ressaltar que as tarefas são construídas de tal forma a cobrir não apenas as viagens operacionais dos veículos, mas como também os deslocamentos sem passageiros dos mesmos, conforme pode ser notado nas estruturas das tarefas *Tarefa 1* e *Tarefa 3* do exemplo, que contemplam os deslocamentos para sair e chegar à garagem (Veja a coluna *Viagem Morta*).

As jornadas geradas pela resolução do PPT podem ser de dois tipos: pegada simples ou dupla pegada. Uma jornada do tipo pegada simples é aquela em que todos os intervalos entre suas tarefas consecutivas são inferiores a duas horas, ou seja, a tripulação responsável por essa jornada trabalhará um único turno. As jornadas que possuem um intervalo de tempo entre duas de suas tarefas consecutivas igual ou superior a duas horas são classificadas como do tipo dupla pegada e são realizadas em dois turnos, sendo esta extensa pausa entre tarefas não remunerada pela empresa. No problema abordado, a duração normal de uma jornada é de 6:40 horas de efetivo trabalhado. No caso de pegada simples, a tripulação tem direito a um intervalo de 20 minutos para descanso e/ou alimentação. Assim, a duração de sua jornada estende-se a 7:00 horas.

Na formação das jornadas a legislação trabalhista e as regras operacionais devem ser obrigatoriamente satisfeitas para que uma solução para o PPT seja viável. As restrições que serão levadas em consideração são as seguintes: (a) Em nenhuma jornada poderá ocorrer coincidências de horário entre quaisquer de suas tarefas (sobreposição de horários entre tarefas); (b) Uma tripulação somente poderá realizar a troca de veículos nas seguintes circunstâncias: nas situações em que os veículos envolvidos se encontram em um mesmo terminal no momento da troca, basta que a tripulação tenha um pequeno intervalo ocioso (cinco minutos no mínimo) para que ela abandone um veículo e desloque rapidamente para assumir o outro. Caso contrário, se os veículos envolvidos estão em terminais distintos, a troca somente poderá ocorrer no intervalo entre os turnos de uma jornada do tipo dupla pegada devido à distância entre os diferentes terminais ser grande. Vale ressaltar que um terminal é o local de disposição dos vários pontos de parada dos veículos e onde ocorre o embarque e desembarque de passageiros; (c) Uma tripulação pode extrapolar, no máximo, duas horas diárias de trabalho além da duração normal de sua jornada, sendo este tempo excedente considerado hora extra; (d) Toda jornada do tipo pegada simples deve ter uma folga mínima de 20 minutos, podendo esta ser fracionada em dois intervalos, tendo cada um uma duração igual ou superior a 10 minutos; (e) O intervalo mínimo entre o final de uma jornada e o início da mesma no dia seguinte deverá ser de 11:00 horas. O não cumprimento desse tempo equivale à sobreposição; (f) O número de jornadas de trabalho do tipo dupla pegada não pode exceder a 20% do total de tripulações da programação.

### 3.2. Representação de uma Solução

Uma solução  $s^v$  para o PPV consiste em uma lista de veículos, sendo que a cada veículo está associada uma lista de viagens a serem por ele executadas durante um dia de trabalho. A mesma representação é usada para o PPT (solução  $s^t$ ), porém, no lugar de veículos e viagens têm-se, respectivamente, jornadas e tarefas.

### 3.3. Estrutura de Vizinhança

Para explorar o espaço de soluções do PPV foram utilizados três tipos de movimentos, são eles: realocação de viagem, troca de viagens e realocação-troca de viagens. A realocação consiste em transferir uma viagem pertencente a um veículo para outro veículo. O movimento de troca corresponde em permutar uma viagem de um dado veículo com uma viagem pertencente a outro veículo. Já o movimento de realocação-troca de viagens envolve três veículos,  $v_1$ ,  $v_2$  e  $v_3$ , o veículo  $v_1$  tem uma de suas viagens transferida para o veículo  $v_2$  e o veículo  $v_2$ , por sua vez, cede uma de suas viagens (desde que não seja a viagem proveniente de  $v_1$ ) para o veículo  $v_3$ . Neste movimento, o veículo  $v_2$  troca uma de suas viagens a partir de duas realocações sucessivas, justificando assim, o nome dado ao movimento. Os mesmos tipos de movimentos foram definidos para o PPT. Porém, neste caso, são manipuladas jornadas e tarefas e não veículos e viagens.

### 3.4. Função de Avaliação

As funções elaboradas para quantificar a qualidade das soluções para o PPV e PPT atribuem pesos aos atributos indesejáveis das programações. Portanto, tratam-se de problemas de minimização, cujos custos associados são calculados pelas equações 1 e 2.

$$f^v(s^v) = totalVeiculos \times custoUsoVeiculo + tempoViagemMorta \times custoViagemMorta + totalExcessoDP_v \times pesoInviabilidade_v + tempoSobreposicao_v \times pesoInviabilidade_v \quad (1)$$

em que:  $totalVeiculos \times custoUsoVeiculo$ : Custo associado ao uso dos veículos;  
 $tempoViagemMorta \times custoViagemMorta$ : Custo do deslocamento fora de operação;  
 $totalExcessoDP_v \times pesoInviabilidade_v$ : Custo do excesso de retornos à garagem;  
 $tempoSobreposicao_v \times pesoInviabilidade_v$ : Custo dos tempos de sobreposição.

$$f^t(s^t) = totalTripulacoes \times custoUsoTripulacao + tempoHoraExtra \times custoHoraExtra + totalExcessoDP_i \times pesoInviabilidade_i + tempoSobreposicao_i \times pesoInviabilidade_i \quad (2)$$

em que:  $totalTripulacoes \times custoUsoTripulacao$ : Custo associado às tripulações empregadas;  
 $tempoHoraExtra \times custoHoraExtra$ : Custo associado às horas extras das tripulações;  
 $totalExcessoDP_i \times pesoInviabilidade_i$ : Custo do excesso de jornadas do tipo dupla pegada;  
 $tempoSobreposicao_i \times pesoInviabilidade_i$ : Custo dos tempos de sobreposição.

## 4. Programação Integrada de Veículos e Tripulações

### 4.1. Introdução

O Problema de Programação Integrada de Veículos e Tripulações (PPVT) consiste em definir, simultaneamente, as rotinas de operação dos veículos e as jornadas de trabalho das tripulações. Neste trabalho, na resolução do PPVT foram consideradas conjuntamente as restrições do PPV e PPT. Estas se encontram exatamente como foram descritas na seção 3.

### 4.2. Representação de uma Solução

O elemento básico manipulado nesta estratégia é a viagem expandida. Trata-se de uma viagem convencional com propriedades adicionais que definem como ela deve ser considerada no PPT, dada a sua disposição no PPV. Assim, além dos atributos normais de uma viagem, a viagem expandida agrega as seguintes informações: identificador do veículo, horário de início expandido, ponto inicial expandido, horário de término expandido, ponto final expandido, dependência à esquerda e dependência à direita.

Os atributos exclusivos das viagens expandidas consideram os deslocamentos fora de operação dos veículos e mantêm um vínculo entre as viagens que obrigatoriamente deverão ser realizadas pela mesma tripulação. As regras gerais para definição destes atributos são descritas a seguir: (a) Não é entre quaisquer viagens que uma tripulação poderá realizar a troca de veículos, pois esta operação requer um tempo. Dessa forma, cada viagem expandida deve indicar o veículo que a executa (identificador do veículo); (b) A tripulação responsável pela viagem realizada por um veículo logo após a sua saída da garagem, também deverá conduzi-lo da garagem para o ponto de início da viagem. Assim, o horário de início expandido, da viagem, será igual ao seu horário de início decrescido do tempo necessário para posicionamento do veículo e, o seu ponto inicial expandido será a garagem; (c) A tripulação responsável pela viagem realizada por um veículo imediatamente antes de seu retorno à garagem, também deverá conduzi-lo do ponto de fim da viagem para a garagem. Portanto, o horário de término expandido, da viagem, será igual ao seu horário de término acrescido do tempo necessário para retornar com o veículo para a garagem e, o seu ponto final expandido será a garagem; (d) Sempre que houver troca de pontos entre duas viagens consecutivas, de um mesmo veículo, a tripulação que executar a primeira viagem deverá posicionar o veículo no ponto de início da segunda. Logo, o horário de término expandido, da primeira viagem, será igual ao seu horário de término acrescido do tempo de deslocamento para reposicionamento do veículo e, o seu ponto final expandido corresponderá ao ponto inicial da segunda viagem; (e) Sempre que entre duas viagens consecutivas de um veículo não houver tempo suficiente para a troca de tripulação, a dependência à direita da primeira viagem será a segunda e a dependência à esquerda da segunda viagem será a primeira. Isto é, as dependências à esquerda e à direita de uma viagem expandida determinam, respectivamente, quais viagens deverão imediatamente precedê-la e sucedê-la em uma mesma jornada no PPT.

Na Figura 4 são apresentadas as viagens expandidas definidas a partir do bloco de veículo ilustrado na Figura 3, da seção 3.

Observa-se que a *viagem expandida 87* deverá cobrir a viagem morta realizada pelo veículo ao sair da garagem (regra (b)). Logo, o seu ponto inicial expandido é a garagem e o seu horário de início expandido antecede em 18 minutos o seu horário de início. Entre o horário de término da viagem *101* e o horário de início da viagem *120* não há tempo ocioso do veículo, logo

não será possível ocorrer a troca de tripulação entre elas e a dependência à direita, da *viagem expandida 101*, será a viagem *120* e a dependência à esquerda, da *viagem expandida 120*, será a viagem *101* (regra (e)). O mesmo ocorrerá entre as viagens *120* e *149*, pois o intervalo ocioso é insuficiente para a troca de tripulação. Dessa forma, percebe-se que será criado um vínculo entre as viagens *101*, *120* e *149* que, obrigatoriamente, deverão ser realizadas pela mesma tripulação (definição implícita da *Tarefa 2*, da Figura 3).

Pelo exposto, nota-se que os novos atributos das viagens permitem contemplar as mesmas condições asseguradas ao se formar tarefas na resolução do PPT. Assim, uma solução para o PPVT é composta pela programação dos veículos ( $s^{vx}$  - uma lista de veículos, em que a cada veículo está associada uma lista de viagens expandidas a serem por ele executadas durante um dia de operação) e pela programação das tripulações ( $s^{tx}$  - uma lista de jornadas, em que a cada jornada está associada uma lista de viagens expandidas a serem executadas por uma mesma tripulação em um dia de trabalho), sendo estas mutuamente compatíveis.

Viagem expandida 87	
Ponto inicial: 3055	Ponto inicial expandido: Garagem
Horário de início: 12:40 horas	Horário de início expandido: 12:22 horas
Ponto final: 3055	Ponto final expandido: 3055
Horário de término: 14:22 horas	Horário de término expandido: 14:22 horas
Linha: 3055.1	Dependência à esquerda: não há
Tempo de embarque: 0	Dependência à direita: não há
Tempo de desembarque: 0	Identificador do veículo: 1
Viagem expandida 101	
Ponto inicial: 3055	Ponto inicial expandido: 3055
Horário de início: 15:15 horas	Horário de início expandido: 15:15 horas
Ponto final: 3055	Ponto final expandido: 3055
Horário de término: 17:03 horas	Horário de término expandido: 17:03 horas
Linha: 3055.1	Dependência à esquerda: não há
Tempo de embarque: 0	Dependência à direita: Viagem 120
Tempo de desembarque: 0	Identificador do veículo: 1
Viagem expandida 120	
Ponto inicial: 3055	Ponto inicial expandido: 3055
Horário de início: 17:03 horas	Horário de início expandido: 17:03 horas
Ponto final: 3055	Ponto final expandido: 3055
Horário de término: 18:20 horas	Horário de término expandido: 18:20 horas
Linha: 3055.1	Dependência à esquerda: Viagem 101
Tempo de embarque: 0	Dependência à direita: Viagem 149
Tempo de desembarque: 0	Identificador do veículo: 1
Viagem expandida 149	
Ponto inicial: 3055	Ponto inicial expandido: 3055
Horário de início: 18:24 horas	Horário de início expandido: 18:24 horas
Ponto final: 3055	Ponto final expandido: 3055
Horário de término: 20:04 horas	Horário de término expandido: 20:04 horas
Linha: 3055.1	Dependência à esquerda: Viagem 120
Tempo de embarque: 0	Dependência à direita: não há
Tempo de desembarque: 0	Identificador do veículo: 1
Viagem expandida 183	
Ponto inicial: 3055	Ponto inicial expandido: 3055
Horário de início: 20:12 horas	Horário de início expandido: 20:12 horas
Ponto final: 3055	Ponto final expandido: Garagem
Horário de término: 21:31 horas	Horário de término expandido: 21:49 horas
Linha: 3055.1	Dependência à esquerda: não há
Tempo de embarque: 0	Dependência à direita: não há
Tempo de desembarque: 0	Identificador do veículo: 1

**Figura 4:** Viagens expandidas obtidas do Bloco de Veículo 1 da Figura 3

### 4.3. Estruturas de Vizinhança

Para exploração do espaço de soluções do PPVT foram utilizados seis tipos de movimento. Os movimentos de realocação manipulam uma única viagem expandida modificando o seu veículo e/ou a sua tripulação:

- Realocação PPV: Modifica o veículo que realizará a viagem;
- Realocação PPT: Modifica a tripulação responsável pela viagem;
- Super realocação: Modifica simultaneamente o veículo e a tripulação alocados à viagem.

Os movimentos de troca manipulam duas viagens expandidas permutando os seus veículos e/ou as suas tripulações:

- Troca PPV: Permuta o veículo de uma viagem com o veículo de outra viagem;
- Troca PPT: Permuta a tripulação de uma viagem com a tripulação de outra viagem;
- Super troca: Permuta simultaneamente o veículo e a tripulação alocados a uma viagem com o veículo e a tripulação alocados a outra viagem.

Observa-se que movimentos que alteram a programação de veículos podem acarretar mudanças nos atributos de algumas viagens expandidas e essas modificações afetam a solução do PPT. Assim, sempre que uma viagem expandida é transferida de um veículo para outro, os seus atributos exclusivos, bem como os daquelas viagens que imediatamente a precedem e sucedem, no veículo antigo e no novo veículo, poderão ser modificados. Como essas mudanças afetam a solução do PPT, é necessário calcular as variações de custo ocorridas nas jornadas das tripulações que realizam as viagens expandidas que foram alteradas.

### 4.4. Função de Avaliação

Como na abordagem integrada a menor porção de trabalho que pode ser atribuída a uma tripulação é a viagem expandida, e não mais a tarefa, surge uma nova possibilidade de construção de jornadas inviáveis no PPT. Trata-se das situações em que ocorre a separação (alocação em diferentes jornadas) das viagens que implicitamente estariam compreendidas em uma mesma tarefa, conforme a especificação de suas dependências à esquerda e à direita.

Portanto, para avaliar as programações obtidas, foi definida a função  $f^{vx}$  dada a seguir pela Equação (3). Nessa equação, os valores retornados pelas funções  $f^v$  e  $f^t$  são somados, sendo eles calculados conforme descrito anteriormente para a abordagem sequencial (equações 1 e 2). Porém, ao invés de viagens e tarefas, são consideradas as viagens expandidas, ou seja, as soluções  $s^{vx}$  e  $s^{tx}$ .

$$f^{vx}(s^{vx}, s^{tx}) = f^v(s^{vx}) + f^t(s^{tx}) + quebrasTarefas \times pesoInviabilidade_i \quad (3)$$

em que: *quebrasTarefas*: Número de vezes que, na solução do PPT, uma viagem expandida encontra-se separada da viagem com a qual mantém uma dependência; *pesoInviabilidade<sub>i</sub>*: Peso dado a cada inviabilidade presente na solução do PPT.

### 5. Algoritmos Heurísticos Propostos

Todos os algoritmos desenvolvidos neste trabalho são baseados na metaheurística Busca Local Iterativa (*ILS*). A cada iteração do *ILS* é realizada uma perturbação (modificação) na solução corrente seguida de um procedimento de busca local para melhorar a solução perturbada. Essa nova solução é então avaliada e caso seja satisfeito o critério de aceitação, ela é considerada a nova solução corrente; caso contrário, a solução corrente é mantida inalterada. Esse procedimento é repetido até que a condição de parada seja satisfeita. Na metaheurística *ILS* básica identificam-se quatro componentes: 1) *GeraSoluçãoInicial*: Gera uma solução inicial para o problema; 2) *BuscaLocal*: Obtém uma solução melhorada após geração da solução inicial e outra após perturbação; 3) *Perturbação*: Modifica a solução corrente guiando a uma solução

intermediária. Uma perturbação eficiente é aquela que não altera drasticamente a solução corrente, mas, ainda assim, permite que a busca local explore diferentes regiões; 4) *CritérioAceitação*: Decisão que se refere tanto à aceitação da solução perturbada como solução corrente, quanto quão intensa será a próxima perturbação a ser aplicada.

Nos algoritmos desenvolvidos o critério de aceitação usado é o mesmo: uma nova solução somente é aceita se ela for de qualidade melhor ou igual à da solução corrente (conforme as funções de avaliação das seções 3.4 e 4.4); e sempre que não houver melhora na solução procura-se intensificar a perturbação. A seguir são detalhadas as outras três componentes do método para resolução do PPV:

- *GeraSoluçãoInicial*: Consiste em um procedimento construtivo guloso em que inicia-se com uma frota formada por um único veículo com jornada vazia e um conjunto de viagens a serem realizadas. A cada passo, remove-se a primeira viagem do conjunto e a aloca no veículo da frota que implique no menor custo possível de operação;
- *BuscaLocal*: Procedimentos baseados no Método de Descida e no Método Randômico de Descida e que utilizam os movimentos de realocação e troca de viagens;
- *Perturbação*: Movimentos de realocação, troca e realocação-troca de viagens realizados sobre a solução corrente (o tipo de movimento aplicado depende do nível de perturbação).

Para resolução do PPT foi utilizado um método semelhante ao descrito anteriormente para o PPV; porém, no lugar de veículos e viagens, são manipuladas jornadas e tarefas. A seguir são detalhadas as outras três componentes do método para resolução do PPVT:

- *GeraSoluçãoInicial*: Na heurística construtiva gulosa proposta inicia-se com uma tripulação, uma frota formada por um único veículo e um conjunto de viagens a serem realizadas. A cada passo, remove-se a primeira viagem do conjunto e são especificados o veículo e a tripulação que irão realizá-la. Essa combinação deve ser a que implique no menor custo possível (conforme a função de avaliação da seção 4.4). À medida que a solução vai sendo gerada novos veículos e tripulações são criados dinamicamente;
- *BuscaLocal*: Procedimentos baseados no Método Randômico de Descida e que utilizam todos os movimentos de realocação e troca definidos para o PPVT (veja seção 4.3);
- *Perturbação*: Movimentos de Realocação PPV, Realocação PPT, Troca PPV e Troca PPT realizados sobre a solução corrente.

## 6. Apresentação e Análise dos Resultados

Todos os algoritmos propostos foram desenvolvidos na linguagem C++ e compilados com a versão 4.3.2 do gcc. Os experimentos foram realizados em um microcomputador PC Intel Core 2 Quad, com processador de 2.5 GHz, 4 GB de memória RAM e sob o sistema operacional Linux Ubuntu Hardy Heron 8.04.

Para validar a metodologia proposta foram disponibilizadas pela empresa responsável pelo gerenciamento do Sistema de Transporte Público da cidade de Belo Horizonte problemas reais de uma dada região da cidade. As tabelas de horários das viagens aqui consideradas são relativas ao mês de maio de 2005. As restrições operacionais e trabalhistas contempladas foram fornecidas pela empresa gerenciadora e referem-se ao período de 2005-2006.

A seguir, na Tabela 1, é apresentada uma descrição das três instâncias utilizadas nos experimentos. Para cada empresa foram considerados, separadamente, os quatro dias da semana que apresentam quadros de horários distintos: segunda-feira, sexta-feira, sábado e domingo. Assim, cada instância é identificada univocamente por um dia da semana e por uma empresa. As empresas serão aqui tratadas pelos seguintes nomes fictícios: G04, G05 e G06.

Nesta tabela, após o nome de cada instância, estão listados, respectivamente, o seu número de viagens, o tempo total despendido com a execução das mesmas (em horas e minutos) e a duração média de suas viagens (em horas e minutos).

Por fim, é bom ressaltar que o tempo total em viagem dado na Tabela 1 é sempre menor do que o tempo real de operação da frota, pois o primeiro não inclui as viagens mortas e as esperas nos terminais realizadas pelos veículos.

**Tabela 1 – Descrição das instâncias utilizadas nos experimentos.**

Empresa	Instância	Número de Viagens	Tempo Total em Viagem (hh:mm)	Duração Média das Viagens (hh:mm)
G04	SEG-G04	468	387:05	0:50
	SEX-G04	468	397:35	0:51
	SAB-G04	359	282:50	0:47
	DOM-G04	298	221:04	0:45
G05	SEG-G05	1038	773:58	0:45
	SEX-G05	1036	803:53	0:47
	SAB-G05	769	541:49	0:42
	DOM-G05	538	336:21	0:38
G06	SEG-G06	639	622:30	0:58
	SEX-G06	639	660:44	1:02
	SAB-G06	441	410:20	0:56
	DOM-G06	332	316:15	0:57

Objetivando estabelecer uma proporção entre os gastos da empresa relativos à programação de veículos e à programação de tripulações, foram criados dois custos fundamentais a partir dos quais são definidos todos os demais, são eles: Custo da Unidade de Tempo do Veículo - CUTV que representa o custo para a empresa do minuto de operação do veículo; Custo da Unidade de Tempo da Tripulação – CUTT que representa o custo para a empresa do minuto de trabalho de uma tripulação. Destaca-se que custo nesse contexto, não necessariamente se refere a valores monetários, embora estes possam ser usados. Nos experimentos realizados considerou-se  $CUTV = 1$  e  $CUTT = 5$ , ou seja, o minuto de trabalho de uma tripulação foi considerado cinco vezes mais caro que o minuto de operação de um veículo.

Na Tabela 2 são apresentados os valores dos pesos utilizados para avaliar as programações de veículos e tripulações, conforme equações 1, 2 e 3 descritas nas seções 3.4 e 4.4. Nessa tabela, *tempoMaxOperacao* corresponde ao tempo máximo de operação diária do veículo, em minutos. Nos testes, *tempoMaxOperacao* é igual a 1410 minutos, ou seja, 23 horas e 30 minutos. Tem-se também a *duracaoMaxJornada* que corresponde ao tempo máximo, sem horas extras, efetivamente trabalhado por uma tripulação (em minutos). Nos testes, *duracaoMaxJornada* é igual a 400 minutos, isto é, 6 horas e 40 minutos.

**Tabela 2: Penalidades utilizadas no PPV e PPT e seus respectivos valores**

Penalidade PPV		Valor	Penalidade PPT		Valor
<i>custoUsoVeiculo</i>	<i>tempoMaxOperacao</i>	$\times$ CUTV	<i>custoUsoTripulacao</i>	<i>duracaoMaxJornada</i>	$\times$ CUTT
<i>custoViagemMorta</i>		CUTV	<i>custoHoraExtra</i>		$0,75 \times$ CUTT
<i>pesoInviabilidade v</i>		$1,5 \times$ <i>custoUsoVeiculo</i>	<i>pesoInviabilidade t</i>		$1,5 \times$ <i>custoUsoTripulacao</i>

O tempo de execução do algoritmo para resolução do PPVT foi fixado em 10 minutos. Na abordagem sequencial tradicional foram despendidos tempos iguais para resolver separadamente, PPV e PPT, ou seja, 5 minutos para cada.

Na Tabela 3 as melhores soluções obtidas pelas diferentes abordagens, em 10 execuções, são detalhadas. Nessa tabela, a “Melhoria” representa o aprimoramento, em percentual, do valor da melhor solução encontrada na abordagem integrada comparada com o custo da melhor solução obtida na abordagem sequencial e, em seguida, estão listados os atributos das programações, são eles: o número de veículos e tripulações utilizados, o tempo total de viagens mortas dos veículos e o tempo total de horas extras das tripulações.

Por fim, na Tabela 4, são apresentados os valores totais dos atributos das programações considerando todas as instâncias. Os tempos são dados em horas e minutos (formato hh:mm).

**Tabela 3:** Detalhamento das melhores soluções obtidas pelas abordagens sequencial e integrada

Atributos	Abordagens		Abordagens		Abordagens	
	Sequencial	Integrada	Sequencial	Integrada	Sequencial	Integrada
Instância	SEG-G04	SEG-G04	SEX-G04	SEX-G04	SAB-G04	SAB-G04
Melhoria (%)	0.00	7.55	0.00	5.82	0.00	5.18
Veículos	31	31	31	31	20	20
Tripulações	72	62	70	62	51	46
Viagens Mortas	12:07	20:59	12:37	21:25	07:33	16:45
Horas Extras	06:37	35:14	20:57	46:00	16:14	30:17
Instância	DOM-G04	DOM-G04	SEG-G05	SEG-G05	SEX-G05	SEX-G05
Melhoria (%)	0.00	5.84	0.00	5.92	0.00	4.75
Veículos	16	16	70	70	70	70
Tripulações	40	35	150	135	148	137
Viagens Mortas	06:23	11:56	29:49	44:33	30:21	44:01
Horas Extras	10:16	30:00	02:08	32:08	20:18	32:24
Instância	SAB-G05	SAB-G05	DOM-G05	DOM-G05	SEG-G06	SEG-G06
Melhoria (%)	0.00	5.93	0.00	5.58	0.00	3.29
Veículos	42	42	24	24	55	55
Tripulações	96	85	60	53	116	109
Viagens Mortas	16:56	25:57	10:21	20:45	35:55	47:15
Horas Extras	24:30	59:14	24:09	49:14	09:59	26:44
Instância	SEX-G06	SEX-G06	SAB-G06	SAB-G06	DOM-G06	DOM-G06
Melhoria (%)	0.00	3.58	0.00	6.94	0.00	7.08
Veículos	60	60	30	30	23	23
Tripulações	123	115	73	63	58	50
Viagens Mortas	38:49	51:09	18:00	26:41	13:39	22:01
Horas Extras	09:36	27:46	20:19	54:06	09:22	36:06

**Tabela 4:** Resumo dos melhores resultados obtidos nas abordagens sequencial e integrada

Total	Abordagens	
	Sequencial	Integrada
Veículos	472	472
Tripulações	1057	952
Viagens Mortas	232:30	353:27
Horas-extras	174:25	459:13

A partir da Tabela 4 observa-se que os tempos totais de viagens mortas obtidos na abordagem sequencial foram menores do que os encontrados na abordagem integrada. Este era um resultado previsível, uma vez que diferentemente do que ocorre na resolução sequencial, no PPVT limita-se o aprimoramento da programação de veículos ao considerar os efeitos que esta melhoria provoca na programação de tripulações. Porém, ainda assim, o número de veículos utilizados manteve-se o mesmo em ambas as abordagens.

Pela Tabela 4 verifica-se, também, que as melhorias proporcionadas pela abordagem integrada estão concentradas nas soluções para o PPT. Nota-se que o ganho se dá em relação ao número de tripulações empregadas. Nesse sentido, é interessante relembrar que uma tripulação envolve a mão-de-obra de dois funcionários, um motorista e um cobrador. Portanto, ao analisar o total de tripulações utilizadas, verifica-se que comparada com a abordagem sequencial, a abordagem integrada proporcionou uma redução de 105 tripulações, ou seja, 210 funcionários, evidenciando, assim, a relevância da integração. Além disso, considerando todos os problemas, observou-se que a abordagem integrada obteve uma melhoria média de 5,62% em relação à programação sequencial (conforme valores de melhoria apresentados na Tabela 3).

Observa-se, finalmente, que o objetivo primordial dos testes realizados foi a redução do número de veículos e tripulantes empregados, conforme pode ser observado pelos custos dados aos atributos das programações. Secundariamente, visou-se a redução das horas-extras das tripulações e os deslocamentos fora de operação realizados pelos veículos.

## 7. Conclusões

Este trabalho abordou o Problema de Programação Integrada de Veículos e Tripulações (PPVT) considerando um cenário real envolvendo empresas do sistema de transporte público por

ônibus da cidade de Belo Horizonte. A rotina de operação dos veículos e as jornadas de trabalho das tripulações também foram definidas de forma sequencial tradicional. Todos os algoritmos propostos foram baseados na metaheurística Busca Local Iterativa (*ILS*).

Os resultados obtidos mostraram que a heurística integrada possibilitou encontrar soluções melhores do que as obtidas de forma sequencial. Os ganhos estão concentrados nas soluções para o PPT, com redução significativa do número de tripulações empregadas.

O principal desafio encontrado durante a resolução do PPVT foi encontrar uma maneira de manter as programações de veículos e tripulações compatíveis, ao serem geradas simultaneamente. Neste sentido, foi elaborada uma representação baseada na definição de uma nova estrutura denominada viagem expandida. Nesta estratégia, tanto a programação de veículos quanto a programação de tripulações são determinadas a partir das viagens expandidas, proporcionando grande flexibilidade para obtenção da solução.

Como continuidade pretende-se comparar as soluções obtidas pela heurística integrada proposta com soluções ótimas geradas por um método exato. Para os problemas estudados, provavelmente não será possível obter soluções ótimas em um tempo aceitável, portanto problemas fictícios menores precisarão ser criados.

### Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES, à FAPEMIG (processos CEX-PPM-00357/09 e CEX-APQ-01201-09) e ao CNPq pelo apoio ao desenvolvimento deste trabalho.

### Referências Bibliográficas

- Ball, M. O.; L. D. Bodin e R. Dial** (1983) A Matching Based Heuristic for Scheduling Mass Transit Crew and Vehicles. *Transportation Science*, v. 1, n. 17, p. 4–31.
- Freling, R.** (1997) *Models and Techniques for Integrating Vehicle and Crew Scheduling*. PhD thesis, Erasmus University Rotterdam, Amsterdam.
- Freling, R.; A. P. M. Wagelmans e J. M. P. Paixão** (1999) An Overview of Models and Techniques for Integrating Vehicle and Crew Scheduling. *Computer-Aided Transit Scheduling*, v. 471, p. 441–460.
- Freling, R.; C. G. E. Boender e J. M. P. Paixão** (1995) *An Integrated Approach to Vehicle and Crew Scheduling*. Technical Report 9503/A. Econometric Institute, Erasmus University Rotterdam, Rotterdam.
- Freling, R.; D. Huisman e A. P. M. Wagelmans** (2003) Models and Algorithms for Integration of Vehicle and Crew Scheduling. *Journal of Scheduling*, v. 6, n. 1, p. 63–85.
- Haase, K. e C. Friberg** (1999) An Exact Branch and Cut Algorithm for the Vehicle and Crew Scheduling Problem. *Computer-Aided Transit Scheduling*, p. 63–80.
- Hoffman, K. L. e M. Padberg** (1993) Solving Airline Crew Scheduling Problems by Branch-and-Cut. *Management Science*, v. 39, p. 657–682.
- Lourenço, H. R.; O. C. Martin. e T. Stutzle** (2003) Iterated Local Search. In: Glover, F. e Kochenberger, G. (eds.) *Handbook of Metaheuristics*. Springer.
- Marinho, E. H.; L. S. Ochi; L. M. A. Drummond; M. J. F. Souza e G. P. Silva** (2004) Busca Tabu Aplicada ao Problema de Programação de Tripulações de Ônibus Urbano. *Anais do XXXVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, SBPO, São João del Rei, p. 1471-1482.
- Patrikalakis, I. e D. Xerocostas** (1992) A New Decomposition Scheme of the Urban Public Transport Scheduling Problem. *Computer-Aided Transit Scheduling: Proceedings of the Fifth International Workshop*, p. 407–425.
- Reis, J. A.** (2008) *Heurísticas Baseadas em Busca em Vizinhança Variável para o Problema de Programação Integrada de Veículos e Tripulações no Transporte Coletivo Urbano por Ônibus*. Dissertação de mestrado. Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Souza, M. J. F.; G. P. Silva e E. M. L. Simões** (2007) Programação de Veículos de Ônibus Urbano: Uma Abordagem Heurística. *Transporte em transformação XI: trabalhos vencedores do prêmio CNT de Produção Acadêmica 2006*. Editora Positiva, p. 39-57.