

ANÁLISE MULTICRITÉRIO COM PREFERÊNCIAS DESCONHECIDAS: UMA APLICAÇÃO DO MÉTODO SMAA-2

Luiz Flavio Autran Monteiro Gomes

Ibmec/RJ

Av. Presidente Wilson 118, Sala 1110, 20030-020 Rio de Janeiro, RJ

autran@ibmecrj.br

Luís Alberto Duncan Rangel

UFF - Escola de Engenharia Industrial Metalúrgica de Volta Redonda,

Av. dos Trabalhadores 420, Vila Santa Cecília, 27255-125, Volta Redonda, RJ

duncan@metal.eeimvr.uff.br

Resumo

As aplicações do Apoio Multicritério à Decisão são normalmente dependentes das explicitações das preferências dos decisores por alternativas para cada critério, bem como das avaliações, por tais agentes, das importâncias relativas dos critérios. Buscando-se resolver problemas de avaliação e decisão multicritério nos quais essas preferências, juntamente com tais importâncias relativas, não estão disponíveis, pesquisadores finlandeses desenvolveram, na última década, a família de métodos SMAA, como SMAA-1, SMAA-D, SMAA-O, SMAA-2, SMAA-3, SMAA-A, SMAA-TRI, Ref-SMAA e SMAA-P. Estes métodos consistem, em essência, na formulação de problemas inversos no espaço de pesos, resultando na resolução de integrais multidimensionais, sendo assim propícios ao tratamento por simulação de Monte Carlo. Neste artigo apresentam-se os principais conceitos de tal família e mostra-se uma aplicação numérica de um dos mais importantes dentre esses métodos, o SMAA-2. Conclui-se pela propriedade da aplicação dos métodos SMAA diante da supracitada inexistência das informações e recomenda-se um futuro desenvolvimento de pesquisa.

PALAVRAS CHAVE: Decisões multicritério sob desconhecimento das preferências – Resolução de integrais múltiplas por simulação – Apoio Multicritério à Decisão

Abstract

Applications of Multicriteria Decision Aiding are normally dependent on preferences concerning alternatives for each criterion. They are also dependent on measures of importance of criteria. Either such preferences or measures are not available or are highly uncertain Finnish researchers have developed in the last decade a family of analytical methods named SMAA. Methods belonging to this family are SMAA-1, SMAA-D, SMAA-O, SMAA-2, SMAA-3, SMAA-A, SMAA-TRI, Ref-SMAA and SMAA-P. Those consist in essence in formulating inverse problems in the weight space. Those problems lead to solving multidimensional integrals and can be approached by Monte Carlo simulation. In this article major concepts of SMAA methods are presented. A numerical application example of one of the most important among these methods, the SMAA-2 method, is shown. The article closes by pointing out the appropriateness of using SMAA methods when the above-mentioned limitations prevail. A future research development is recommended.

KEYWORDS: Multicriteria decisions under unknown preferences – Resolution of multiple integrals by simulation – Discrete multicriteria decision aiding

1. Introdução

A tomada de decisão no mundo corporativo enfrenta desafios cada vez mais complexos influenciados por fatores diversos tais como a disponibilidade de recursos financeiros, recursos humanos, políticas internas e externas, variáveis técnicas e estratégicas, dentre outros. A velocidade em que decisões precisam ser tomadas e executadas pode resultar em ganhos de vantagem competitiva em alguns momentos, assim como em perdas significativas em outros. Este aspecto passa pelo desconhecimento *a priori* de cenários futuros, gerando insegurança quanto aos resultados oriundos da tomada de decisão em situações complexas e uma necessidade crescente de facilitar-se o processo decisório em ambientes de risco e incerteza. Embora o advento de um campo de conhecimento denominado Apoio Multicritério à Decisão, na segunda metade do século passado, tenha enriquecido consideravelmente o processo de análise de decisão em ambientes complexos, ainda assim as decisões sempre se dão em meio ao risco e à incerteza (BELTON & STEWART, 2002; GOMES, ARAYA & CARIGNANO, 2004).

Por outro lado, embora exista uma oferta expressiva de métodos analíticos para apoio multicritério à decisão, a quase totalidade de tais métodos parte tradicionalmente da premissa segundo a qual as preferências dos agentes de decisão são reveladas de uma forma precisa ou, alternativamente, que tais preferências podem ser tratadas por técnicas para modelagem de imprecisão e incerteza, tais como conjuntos nebulosos, conjuntos aproximativos, métodos intervalares ou, ainda, a teoria de evidência de Dempster-Shafer (FIGUEIRA, GRECO & EHRGOTT, 2005; SALICONE, 2007). Desta forma, na tentativa de analisar e resolver problemas de tomada de decisão em presença de múltiplos critérios, bem como de ignorância, imprecisão e incerteza, pesquisadores filandeses recentemente desenvolveram uma nova família de métodos. Esta família denomina-se Análise Multicritério Estocástica de Aceitabilidade, ou, sinteticamente, SMAA (de *Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis*). Os métodos desta família tem sido desenvolvido para abordar problemas multicritério de seleção ($P\alpha$), ordenamento ou *ranking* ($P\gamma$), ou classificação ($P\beta$). Assim, aceitando o desconhecimento dos parâmetros do problema, os métodos SMAA tem como base uma análise inversa do espaço de valores viáveis desses parâmetros. Por conseguinte, tomando-se como exemplo um problema de ordenamento, o que um método SMAA correspondente (no caso, o SMAA-O) faz é, em essência, calcular as probabilidades de que as alternativas tenham determinadas posições no ordenamento desejado.

Este artigo apresenta as idéias centrais dos métodos SMAA, bem como um exemplo numérico de aplicação de um dos mais importantes dentre esses métodos, o SMAA-2.

2. A Família de Métodos SMAA

A visão subjacente aos métodos SMAA consiste em abordar-se o problema de decisão de uma forma inversa: ao invés de buscar os valores dos parâmetros e, através de um cálculo por um método multicritério, obter-se uma resposta para tal problema, identificam-se os valores dos parâmetros do problema que resultam em diferentes resultados (TERVONEN & LAHDELMA, 2007; TERVONEN & FIGUEIRA, 2008). Desta forma, pode-se afirmar que os métodos SMAA tem raízes nos artigos de Charnetski (1973) e Charnetski & Soland (1978), na medida em que estes autores buscaram calcular, para cada alternativa, o volume do espaço multidimensional de pesos que torna cada alternativa a mais preferida dentre todas. Também tem a ver com a proposta de Rietveld (1980), depois ampliada em Rietveld & Ouwersloot (1992); nestas, seus autores apresentaram formulações similares às daqueles dois primeiros autores, embora para problemas com critérios ordinais e informação ordinal sobre preferências. Finalmente, pode-se ainda afirmar que o trabalho de Bana e Costa (1986) sobre critério de compromisso global é outro precursor dos métodos SMAA, na medida em que esse autor propôs, porém para três critérios apenas, calcular-se a quantidade de conflito entre as preferências de diferentes decisores de modo a definir-se uma função de densidade de probabilidade conjunta para o espaço de pesos.

Os métodos da família SMAA são, além do SMAA-1 (LAHDELMA, HOKKANEN & SALMINEN, 1998), SMAA-D (LAHDELMA, SALMINEN & HOKKANEN, 1999), SMAA-O (LAHDELMA, MIETTINEN & SALMINEN, 2003), SMAA-2 (LAHDELMA; SALMINEN, 2001), SMAA-3 (LAHDELMA & SALMINEN, 2002), SMAA-A (LAHDELMA, MIETTINEN

& SALMINEN, 2002), Ref-SMAA (LAHDELMA, MIETTINEN & SALMINEN, 2005), SMAA-TRI (TERVONEN *et al.*, 2007), e SMAA-P (LAHDELMA & SALMINEN, 2009).

Sejam m alternativas $X = \{x_1, \dots, x_i, \dots, x_m\}$ e n critérios $\{g_1, \dots, g_j, \dots, g_n\}$. Por $g_j(x_i)$ designa-se a avaliação da alternativa x_i segundo o critério g_j . A família de métodos SMAA parte da premissa de que a estrutura de preferências do decisor pode ser representada por uma função de utilidade (KEENEY & RAIFFA, 1976) de valor real $u(x_i, w)$, associada às diferentes alternativas e dependente dos valores dos componentes do vetor de pesos $w \in W$. Considere-se também que podem haver múltiplos decisores e cada um destes decisores tem uma estrutura de preferências representada por um vetor de pesos individual w e uma função de utilidade de valor real $u(x_i, w)$, com uma forma consensualmente aceita. A função de utilidade linear, mostrada na Equação (1), é a mais comumente empregada:

$$u(x_i, w) = \sum_{j=1}^n w_j u_j(x_{ij}) \quad (1)$$

Sendo os supracitados pesos dos critérios valores não-negativos e normalizados, escreve-se o espaço de pesos viável como sendo

$$W = \{w \in R^n : w \geq 0 \wedge \sum_{j=1}^n w_j = 1\} \quad (2)$$

A função de utilidade total mostrada em (1) é uma função convexa de funções de utilidade parciais $u_j(x_{ij})$, lendo-se os valores dos pesos dos critérios em uma escala de 0 a 1. Se os valores dos pesos dos critérios fossem precisamente conhecidos e um vetor peso único estabelecido, o problema seria resolvido trivialmente através do cálculo do valor da função de utilidade para cada alternativa, escolhendo-se então a alternativa com o maior valor de utilidade. No entanto, como os métodos SMAA foram desenvolvidos justamente para situações onde os valores dos pesos não são, de um modo geral, conhecidos, representa-se esses valores por variáveis estocásticas ξ_{ij} correspondentes às avaliações determinísticas $g_j(x_i)$ com probabilidade conjunta de distribuição presumida ou estimada e uma função de densidade conjunta $f_\chi(\xi)$ no espaço $\chi \subseteq R^{mn}$. Analogamente, pode-se representar as preferências desconhecidas ou parcialmente conhecidas dos decisores por meio de uma distribuição de pesos com função de densidade conjunta $f_W(w)$ no espaço viável de pesos W . Faz-se uso da distribuição uniforme de pesos em W quando se desconhece completamente informações sobre os pesos, ou seja:

$$f_w(w) = \frac{1}{\text{vol}(W)} \quad (3)$$

Na maioria das vezes, os valores dos critérios podem ser tratados como variáveis estocásticas independentes, cuja função de densidade conjunta é expressa por um produto, de acordo com a Equação (4):

$$f(\xi) = \prod_{ij} f_{ij}(\xi_{ij}) \quad (4)$$

A função de utilidade é então usada para mapear os critérios estocásticos, bem como as distribuições de peso, em distribuições de utilidade $u(\xi_i, w)$. Os métodos SMAA permitem assim determinar-se para cada alternativa o conjunto de pesos favoráveis $W_i(\xi)$ definido pela Equação (5):

$$W_i(\xi) = \{w \in W : u(\xi_i, w) \geq u(\xi_k, w, k = 1, \dots, m)\} \quad (5)$$

Qualquer peso $w \in W_i(\xi)$ torna a utilidade geral de x_i maior ou igual que a utilidade de qualquer outra alternativa. Todas as análises posteriores são baseadas nas propriedades desses conjuntos.

Por meio de simulação de Monte Carlo determina-se um conjunto de índices (ou seja, de medidas) dos métodos SMAA. Quando o número de simulações é suficientemente grande as margens de erro são desprezíveis. Dentre os possíveis índices, o índice de aceitabilidade descreve a contribuição de diferentes avaliações a tornar uma dada alternativa a mais preferida dentre

todas. Calcula-se o índice de aceitabilidade a_i de uma alternativa como o volume multidimensional — porém com (n-1) dimensões — esperado dos pesos favoráveis por meio de uma integral multidimensional sobre as distribuições de critérios e sobre o espaço favorável de peso, como mostrado na Equação (6):

$$a_i = \int_x f(\xi) \int_{W_i(\xi)} f(w) dw d\xi \quad (6)$$

O índice de aceitabilidade pode ser usado para classificar as alternativas como estocasticamente eficientes ($a_i \gg 0$) ou ineficientes (a_i igual a 0 ou próximo de 0 como, por exemplo, <0.05). Um índice de aceitabilidade igual a 0 indica que a alternativa jamais poderá ser considerada a melhor com o modelo de preferência adotado, ou seja, com a função de utilidade assumida. Por outro lado, para alternativas estocasticamente eficientes o índice de aceitabilidade mede a força da eficiência, considerando-se a ignorância e a incerteza sobre as medições dos critérios e sobre as preferências dos decisores.

Define-se ainda o vetor central de pesos w_i^c como o centro de gravidade esperado do espaço favorável de pesos. Calcula-se então o vetor central de pesos como uma integral multidimensional sobre as distribuições de critérios e de pesos, de acordo com a Equação (7):

$$w_i^c = \int_x f(\xi) \int_{W_i(\xi)} f(w) dw d\xi / a_i \quad (7)$$

Com a distribuição de pesos presumida, o vetor central de pesos representa as preferências de um decisor típico apoiando a alternativa x_i com o modelo de preferência adotado. Os pesos centrais podem ser apresentados ao decisor a fim de ajudá-lo a compreender como diferentes pesos podem conduzir a escolhas diferentes. O vetor central de pesos é, naturalmente, indefinido para alternativas ineficientes; para estas, convencionou-se que w_i^c é nulo. Outras medidas úteis são os fatores de confiança, que expressam a probabilidade de que uma dada alternativa alcance a primeira posição quando se escolhe o vetor central de pesos. Também se pode calcular fatores de confiança para quaisquer vetores centrais de pesos dados. O que esses fatores medem é, na verdade, a acurácia das medições dos critérios de modo a poder identificar as alternativas eficientes (TERVONEN, LAHDELMA & SALMINEN, 2004). O fator de confiança p_i^c é a probabilidade de uma alternativa obter a primeira posição quando o vetor central de pesos e o ponto de referência central são escolhidos. Calcula-se o fator de confiança como uma integral multidimensional sobre os critérios e as distribuições de preferências pela Equação (8):

$$p_i^c = \left(\int_x f_x(\xi) \int_{v_i^c(X)} \delta^n(W - W_i^c) \delta^n(X_R - X_i^c) * f_s(S) dW dX_R ds dx \right) \quad (8)$$

Em (8) emprega-se a função δ de Dirac para restringir a distribuição de pesos de importância para o vetor central de pesos e a distribuição dos pontos de referência para o ponto de referência central. Observe-se que, nas formulações acima apresentadas, pode-se tratar critérios determinísticos x_{ij} como um caso especial de variáveis estocásticas independentes com funções de densidade como mostradas na Equação (9):

$$f_{ij}(\xi_{ij}) = \delta(\xi_{ij} - x_{ij}) \quad (9)$$

Pode-se então computar os índices de aceitabilidade e os vetores centrais de pesos pelas Equações (10) e (11):

$$a_i = \int_{w_i} f(w) dw \quad (10)$$

$$w_i^c = \int_{w_i} \frac{f(w) dw}{a_i} \quad (11)$$

Na prática, resolvem-se as integrais multidimensionais das Equações (6) e (7) através da simulação de Monte-Carlo, onde problemas de amostragem são gerados aleatoriamente por matrizes de critérios e vetores de distribuições de pesos.

3. O Método SMAA-2

O método SMAA-2 (LAHDELMA & SALMINEN, 2001) foi desenvolvido para problemas de decisão que abrangem, no caso mais geral, avaliações das alternativas e pesos dos critérios segundo os quais representa-se essas avaliações por variáveis estocásticas, bem como múltiplos decisores, sendo especialmente indicado para situações onde nem todos os critérios e pesos são precisamente conhecidos. Pode-se considerar que o SMAA-2 é um método emblemático da família SMAA, pois contém a grande maioria dos índices empregados nos demais métodos desta família.

O método SMAA-2 utiliza, como no método SMAA-1, uma análise inversa do espaço de pesos para descrever, para cada alternativa, qual tipo de preferência vai torná-la a mais indicada, ou colocá-la em uma determinada posição em um ordenamento predefinido. O problema de decisão é representado por um conjunto de m alternativas que serão avaliadas por n critérios. A estrutura de preferência dos decisores é representada por uma função de valor $u(x_i, w)$. Esta função de valor mapeia as diferentes alternativas para um vetor de pesos w que quantificará as preferências individuais de cada um dos decisores. Critérios incertos ou imprecisos são representados por variáveis estocásticas ξ_{ij} junto com a função de densidade $f_\xi(\xi)$ onde $X \subseteq R^{mxn}$. As preferências desconhecidas ou parcialmente conhecidas são representadas por uma função de distribuição de peso com uma função de densidade conjunta $f_w(w)$, onde w representa o espaço de pesos permitido. Caso haja uma total falta de informação quanto à preferência, a função é representada pela distribuição de pesos uniforme em W $f_w(w) = \{1/(\text{vol}(W))\}$. Define-se o espaço de pesos de acordo com a natureza do problema, porém, normalmente, os pesos são positivos e normalizados. A variável W seria, então, descrita pela Equação (2).

Emprega-se a função de utilidade para transformar os critérios estocásticos e as distribuições de peso em distribuições de utilidade $u(\xi_i, w)$. Com base na distribuição de utilidade, define-se a classificação de cada alternativa como um número inteiro que varia da melhor classificação (= 1) para a pior classificação (= m). Tal definição se dá por meio da função de classificação apresentada na Equação (12):

$$\text{rank}(i, \xi, w) = 1 + \sum_{k=1}^m \rho(u(\xi_k, w) > u(\xi_i, w)) \quad (12)$$

em que ρ (verdadeiro) = 1 e ρ (falso) = 0. Com base na análise dos conjuntos de pesos estocásticos, obtém-se a classificação favorável pela Equação (13):

$$W_i^r(\xi) = \{w \in W : \text{rank}(i, \xi, w) = r\} \quad (13)$$

Qualquer peso tal que $w \in W_{ri}(\xi)$ associa à i -ésima alternativa genérica a posição (ou rank) r_i .

A primeira medida descritiva do SMAA-2 é o índice de aceitabilidade, como se viu acima. Este índice mede a multiplicidade de diferentes preferências ou pesos que concedem à alternativa x_i a posição r_i . O produto de todos os pesos avaliados torna viável a opção aceitável para uma determinada classificação. Calcula-se o índice de aceitabilidade b_i^r por meio da integral multidimensional da Equação (14):

$$b_i^r = \int_{\xi \in X} f_\xi(\xi) \int_{w \in W_i^r(\xi)} f_w(w) dw d\xi \quad (14)$$

As alternativas mais indicadas são aquelas com aceitação alta que alcançam as melhores classificações. Os índices de aceitação estão no intervalo $[0, 1]$, onde 0 indica que a alternativa nunca obterá uma classificação no ordenamento e 1 indica que a alternativa sempre obtém a classificação, independente das escolhas de pesos.

4. Uma Aplicação do Método SMAA-2

4.1. Definição do Problema

Considere-se o caso de um recém graduado com dois anos de experiência em

consultoria que deseja cursar mestrado com os objetivos de qualificação profissional, evolução pessoal e alavancagem das suas possibilidades de chegar num período máximo de quatro anos ao nível de sócio em uma consultoria *Top 4*, ou em cargo equivalente em uma empresa S & P 500 STANDARD & POOR'S, 2011). Como alternativas ele considera, a partir de uma primeira avaliação pessoal, cinco cursos da lista dos melhores MBAs executivos do mundo, conforme avaliação do *Financial Times* publicada na revista Exame em 08 de novembro de 2010 (ZAMBARDA, 2010). Os critérios de avaliação para a tomada de decisão, segundo os valores desse recém graduado, são: A. o custo do curso — a ser minimizado; B. os custos complementares de manutenção, aqui incluídos acomodação, material didático, alimentação e outros gastos estimados — também a ser minimizado; C. o salário esperado a ser atingido 3 anos após o término do MBA — a ser maximizado; D. a posição do curso no *ranking* do *Financial Times* — também a ser minimizado. Todas as informações possíveis referentes aos critérios, com exceção dos custos complementares, estimados com base em experiências próprias anteriores, foram coletados de Zambarda (2010). A Figura 1 apresenta os valores básicos que o recém graduado decide empregar na sua análise de decisão.

Alternativas	A (US\$)	B(US\$)	C(US\$)	D
1.HKU Hong Kong UST Business School	53.900	13.100	392.000	1
2.CBS Columbia Business School	53.208	10.000	314.000	2
3.LBS London Business School	78.500	19.000	184.000	6
4.DUF Duke University Fuqua	140.000	10.000	260.000	9
5. EAESP	50.000	15.700	185.000	22
Intervalo de aceitação	[30000, 140000]	[10000, 19000]	[185000, 392000]	[1, 22]

Figura 1 – Alternativas, critérios e intervalos de aceitação utilizados na análise de decisão

Neste exemplo de aplicação, pela ignorância e conseqüente incerteza do recém graduado suas preferências são desconhecidas e ele, por conseguinte, opta por empregar o método SMAA-2 para apoiá-lo em sua decisão. Ele também escolhe o *software* Matlab (MATHWORKS, 2011) para programação e desenvolvimento de algoritmos do método SMAA-2, por fornecer recursos para trabalhar com as múltiplas variáveis do problema, bem como para alocação de memória. O Matlab fornece ao seu usuário uma biblioteca de funções de engenharia e de matemática, eliminando a necessidade de uma manipulação maior do código e permitindo que o usuário leigo em computação possa testar cada função em todas as etapas de produção de resultados. Além disto, o Matlab possui praticamente todas as características de uma linguagem de programação tradicional, incluindo operadores de aritmética, controle de fluxo, estruturas de dados, tipos de dados, programação orientada a objetos e recursos de depuração. Alternativamente ao Matlab, ele poderia também utilizar o *software* JSMAA, de domínio público (TERVONEN, 2010).

4.2. Aplicação do Método SMAA-2

O método SMAA2 foi codificado em Matlab a partir do trabalho de Tervonen *et al.* (2010). A Figura 2 mostra o roteiro para aplicação do SMAA-2.

1. Definir o problema em termos de critérios e alternativas.
2. Escolher uma forma e escala para a função de utilidade que os decisores devem conjuntamente aceitar.
3. Incluir todas as informações disponíveis quanto aos pesos.
4. Calcular a classificação para os índices de aceitabilidade para cada alternativa e cada colocação (b_i^r).
5. Calcular o índice de aceitabilidade, a função de pesos centrais e os fatores de confiança (a_i^k, w_i^k, p_i^k).
6. Apresentar os resultados das etapas 4 a 6 para os decisores. Eles devem escolher quais as medidas mais úteis: a ou b.
 - a. Posições (*ranks*) de aceitabilidade a_i^k , ou
 - b. Índices p_i^k .
7. Os decisores devem definir se o processo está completo ou se deve ser revisto.

Figura 2 – Roteiro para aplicação do método SMAA-2 (fonte: LAHDELMA; SALMINEN & HOKKANEN, 2002)

Como se viu, este problema tem 5 alternativas e 4 critérios. Ao realizar os cálculos do método SMAA-2, o recém graduado obtém os resultados apresentados nas Figuras 3 e 4. Para a simulação de Monte Carlo usou-se um total de 20.000 iterações, de modo a chegar-se a um resultado de alta confiabilidade. Calculam-se os vetores centrais de pesos (Figura 3), os índices de aceitabilidade (Figura 4) e os índices de confianças (Figura 4).

Alternativas	p_i^c	W_A^c	W_B^c	W_C^c	W_D^c
1. EAESP	22.13	24.88	24.48	24.67	25.97
2. HKU	20.04	25.28	25.05	25.70	23.98
3. LBS	19.83	24.29	25.56	24.63	25.52
4. CBS	19.15	25.10	24.52	25.89	24.49
5. DUF	18.53	25.24	24.76	25.12	24.89

Figura 3 - Resultados para os vetores centrais de pesos w_i^c , ordenados de forma decrescente em relação aos fatores de confiança p_i^c

Alternativas	p_i^c	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
1. EAESP	22.13	22.71	28.21	28.57	16.75	3.78
2. HKU	20.04	19.91	15.38	9.93	4.15	50.64
3. LBS	19.83	19.58	16.16	22.22	28.76	13.29
4. CBS	19.15	19.05	17.23	10.38	28.06	25.29
5. DUF	18.53	18.77	23.02	28.91	22.30	7.01

Figura 4 – Índices de aceitabilidade e posicionamentos A_i , ordenados de forma decrescente em relação aos fatores de confiança p_i^c

Para análise dos resultados o decisor (no caso, nosso recém graduado) pode afirmar que todas as alternativas são aceitáveis dentro dos parâmetros estabelecidos, uma vez que todas possuem um índice de aceitabilidade não nulo. Apresentam-se os índices de aceitabilidade na Figura 5. As Figuras 6 e 7 ilustram, respectivamente, as variações dos fatores de confiança e dos pesos centrais com as alternativas.

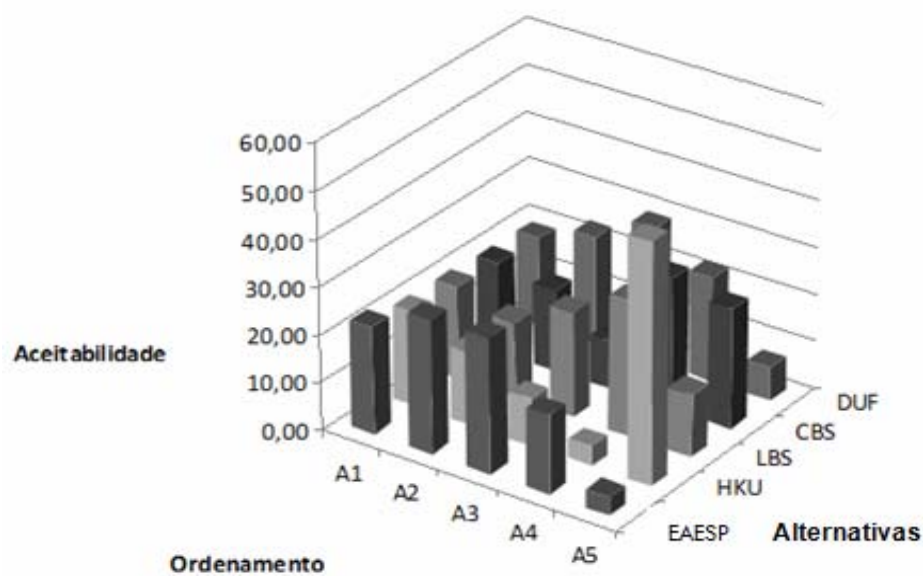


Figura 5 – Índices de aceitabilidade a_i^k

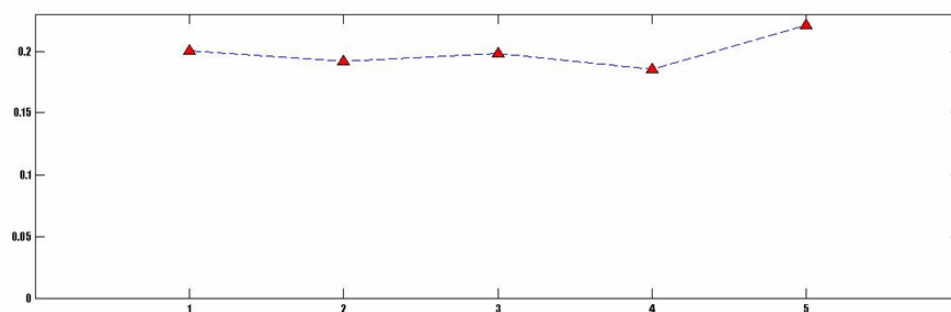


Figura 8 – Fatores de confiança p_i^c para cada alternativa.

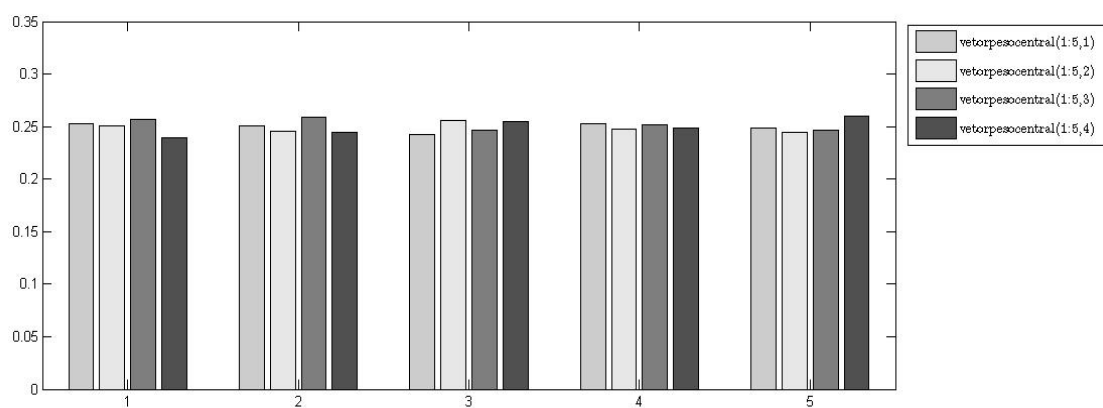


Figura 1 – Pesos centrais w_i^k , de cada critério para cada alternativa avaliada

Seguindo a lógica do SMAA-2, nosso decisor decide então eliminar a alternativa DUF, pois esta possui o pior valor do índice de aceitabilidade para a primeira posição (ou *rank*) A_1 . e

por ter o menor índice de confiança (p_i^c). Ele também decide por eliminar a alternativa HKU, pois esta tem os piores valores de índices de aceitabilidade para as posições A_2 , A_3 e A_4 . O decisor selecionou então, para sua análise final, as alternativas EAESP, CBS e LBS, por possuírem as maiores médias de valores para os índices de aceitabilidade. Considerando somente essas três alternativas e que os fatores de confiança são relativamente baixos para todas, de modo a tomar uma decisão final racional o decisor precisa avaliar os vetores centrais de pesos para as alternativas. A alternativa EAESP possui pesos centrais com a menor variação entre os critérios, tornando-a a alternativa mais atrativa neste cenário. Esta alternativa (EAESP) também possui os melhores valores de índices de aceitabilidade para a primeira e a segunda posições (A_1 e A_2) e o maior valor de fator de confiança (p_i^c) dentre todas as alternativas avaliadas. A Figura 10 mostra o ordenamento das alternativas com base nos valores dos índices de aceitabilidade.

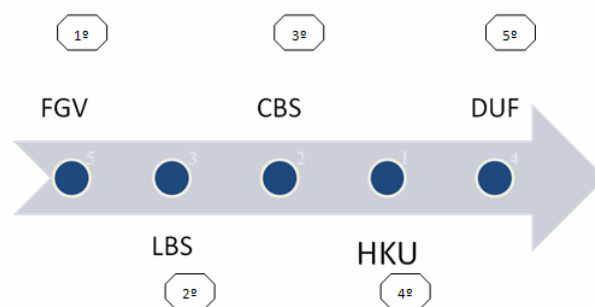


Figura 20 – Ordenamento com base no índice de aceitabilidade.

Levando em consideração a proximidade dos resultados encontrados, recomenda-se ao recém graduado, nosso decisor neste exemplo, que o mesmo procure definir outros critérios para uma avaliação multicritério mais fina, conducente à uma solução com maior aceitabilidade e, ao mesmo tempo, com maior certeza.

5. Conclusão

Como se viu neste artigo, os métodos SMAA são empregados precisamente para se resolver o problema inverso da análise multicritério tradicional. Nesta busca-se identificar as preferências dos decisores que vão servir como variáveis de entrada (isto é, de *inputs*) para o uso de métodos multicritério. Quando se ignora tais preferências, o que os métodos SMAA fazem é, por meio de um pequeno conjunto de medidas de natureza probabilística, estimar a verossimilhança associada a determinados resultados. Assim, por exemplo, em uma problemática do tipo P β , usa-se o método SMAA-TRI para estimar-se a verossimilhança de que cada alternativa se insira em uma das classes predefinidas. No exemplo de aplicação apresentado neste artigo, através do uso do método SMAA-2 e das medidas acima apresentadas estimou-se a verossimilhança da associação de cada uma das alternativas às posições distintas no ordenamento. Pode-se, com isto, chegar à melhor solução para o problema. Viabilizou-se a utilização da simulação de Monte Carlo, no exemplo aqui apresentado, foi viabilizada pelo *software* Matlab.

Um desenvolvimento de pesquisa interessante associado à família SMAA diz respeito à situação em que se têm múltiplos agentes de decisão cujos comportamentos são consistentes com a Teoria dos Prospectos (TVERSKY & KAHNEMAN, 1991). O método multicritério TODIM (GOMES & LIMA, 1992; GOMES & RANGEL, 2009) é uma das raras tentativas existentes no sentido de se tornar operacional essa teoria. Pois o caminho para tal desenvolvimento foi apontado, por meio do delineamento do método SMAA-P, por LAHDELMA & SALMINEN (2009). Embora estes dois autores tenham, na formulação do SMAA-P, utilizado funções de diferença lineares por partes, no método TODIM estas funções não são lineares. Além disto, no contexto de um problema multicritério de decisão com múltiplos decisores é de se esperar que os

pontos de referência sejam também sujeitos à ignorância, bem como as preferências daqueles decisores. Portanto, juntar a metodologia da família SMAA e o método TODIM consiste em objetivo de pesquisa a ser perseguido.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio recebido do CNPq através dos Projetos de Pesquisa 502711/2009-4 e 310603/2009-9. Também agradecem a Jorge Falcão do Rego Barros por ter realizados os cálculos do exemplo no Matlab.

Referências

- Bana e Costa, C.A.** A multicriteria decision aid methodology to deal with conflicting situations on the weights. *European Journal of Operational Research*, 26: 22-34, 1986.
- Belton, V. & Stewart, T.J.** *Multiple criteria Decision analysis: an integrated approach*. Massachusetts: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- Charnetski, J.R.** *The multiple attribute problem with partial information: the expected value and comparative hypervolume methods*, Ph.D. Thesis. Austin: The University of Texas at Austin, 1973.
- Charnetski, J.R. & Soland, R.M.** Statistical measures for linear functions on polytopes, *Operations Research* 24, 201-204, 1976.
- Gomes, L.F.A.M.; Araya, M.C.G. & Carignano, C.** Tomada de decisões em cenários complexos: introdução aos métodos discretos do apoio multicritério à decisão. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2004.
- Gomes, L.F.A.M. & Lima, M.M.P.P.** TODIM: Basics and Application to Multicriteria Ranking of Projects with Environmental Impacts, *Foundations of Computing and Decision Sciences*, vol.16, 4, 113-127, 1992.
- Gomes, L.F.A.M. & Rangel, L.A.D.** An application of the TODIM method to the multicriteria rental evaluation of residential properties, *European Journal of Operational Research*, 193, 204-211, 2009.
- Keeney, R. L. & Raiffa, H.** *Decisions with multiple objectives: preferences and value tradeoffs*. Nova York: Wiley, 1976.
- Lahdelma, R.; Hokkanen, J. & Salminen, P.** SMAA – stochastic multiobjective acceptability analysis. *European Journal of Operational Research*, 106: 137-143, 1998.
- Lahdelma, R., Miettinen, K. & Salminen, P.** Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis using achievement functions, *Technical Report 459*, TUCS – Turku Center for Computer science, Available at <http://www.tucs.fi>, 2002.
- Lahdelma, R.; Miettinen, K. & Salminen, P.** Ordinal criteria in stochastic multicriteria acceptability analysis (SMAA), *European Journal of Operational Research*, 147(1): 117-127, 2003.
- Lahdelma, R.; Miettinen, K. & Salminen, P.** Reference point approach for multiple decision makers, *European Journal of Operational Research*, 164(3): 785-791, 2005.
- Lahdelma, R. & Salminen, P.** Prospect theory and stochastic multicriteria acceptability analysis (SMAA), *Omega* 37, 961-971, 2009.
- Lahdelma R. & Salminen P.** SMAA-2: stochastic multicriteria acceptability analysis for group decision making, *Operations Research*, v. 49, p. 444-454, 2001.
- Lahdelma, R. & Salminen, P.** Pseudo-criteria versus linear utility function in stochastic multicriteria acceptability analysis, *European Journal of Operational Research*, 14: 454-469, 2002.
- Lahdelma, R.; Salminen, P. & Hokkanen, J.** Combining Stochastic Multiobjective Acceptability Analysis and DEA. In: D.K. Despotis & C. Zopounidis (eds.) *Integrating Technology & Human Decisions: Global Bridges into the 21st Century*, Athens: New Technologies Publications, 629-632, 1999.
- Lahdelma, R.; Salminen, P. & Hokkanen, J.** Locating a waste treatment facility by using stochastic multicriteria acceptability analysis with ordinal criteria, *European Journal of Operational Research*, 142:345-356, 2002.

- MATHWORKS.** MATLAB - The Language of Technical Computing, In: <http://www.mathworks.com/products/matlab/> Acesso em 28.04.2011.
- Rietveld, P.** Multiple objective decision methods and regional planning, Amsterdam: North-Holland, 1980.
- Rietveld, P. & Ouwersloot, H.** Ordinal data in multicriteria decision making, a stochastic dominance approach to siting nuclear power plants, *European Journal of Operational Research* 56: 249-262, 1992.
- Silicone, S.** *Measurement uncertainty An approach via the mathematical theory of evidence*, New York: Springer, 2007.
- STANDARD & POOR'S.** S & P 500, In: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-500/en/us/?indexId=spusa-500-usduf-p-us-l-->> Acesso em 28.04.2011.
- Tervonen, T.** JSMAA: An open source software for SMAA computations. In: *Proceedings of the 25th Mini EURO Conference on Uncertainty and Robustness in Planning and Decision Making (URPDM2010)*, C. Henggeler Antunes, D. Rios Insua & L.C. Dias (eds.), Coimbra, 2010.
- Tervonen, T. & Figueira, J. R.** A survey on stochastic multicriteria acceptability analysis methods, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 15: 1-14, 2008.
- Tervonen, T.; Hillege, H.; Buskens, E. & Postmus, D.** A state-of-the-art multi-criteria model for drug benefit-risk analysis. *SOM Research School Report No. 10001*, University of Groningen, 2010.
- Tervonen, T & Lahdelma, R.** Implementing stochastic multicriteria acceptability analysis. *European Journal of Operational Research*, 178:2, 500-513, 2007.
- Tervonen, T.; Lahdelma, R.; Almeida-Dias, J.; Figueira, J. R.; & Salminen, P.** SMAA-TRI: a parameter stability analysis method for ELECTRE-TRI. In: *Environmental Security in Harbours and Coastal Areas*, G.A. Kiker & I. Linkov (eds), Berlin: Springer, 217-231, 2007.
- Tervonen, T.; Lahdelma, R. & Salminen, P.** A method for eliciting and combining group preferences for Stochastic Multicriteria Acceptability Analysis, *Technical Report 638*, TUCS – Turku Center for Computer Science, Available at <http://www.tucs.fi>, 2004.
- Tversky, A. & Kahneman D.** Loss aversion in riskless choice: a reference-dependent model. *Quarterly Journal of Economics*, 106(4):1039-61. 1991.
- Zambarda, P.** Os melhores MBAs executivos do mundo, publicada na Exame.com em 08.11.2010. <http://exame.abril.com.br/carreira/mba/noticias/os-melhores-mbas-executivos-do-mundo?p=2#link>, 2011.