

Modelo para o Planejamento Tático Integrado da Produção e Distribuição de Papel e Celulose

Matheus de Souza Alves Silva¹,
Luiz Paulo C. Ferreira¹,
Marcelo Ladeira Reis¹,
Marcus V. S. Poggi de Aragão²

¹Gapso Tecnologia da Decisão
Rua Lauro Müller, 116/3402, Botafogo, Rio de Janeiro/RJ, Brasil

{msilva, marcelo, luizpcf}@gapso.com.br

²Departamento de Informática, PUC-Rio
Rua Marquês de São Vicente, 225 RDC, Gávea, Rio de Janeiro/RJ, Brasil

poggi@inf.puc-rio.br

Resumo. *Este trabalho propõe uma abordagem exata para otimizar o planejamento e a distribuição da produção de papel e celulose. A etapa de planejamento consiste na otimização do dimensionamento e sequenciamento da produção. Tal problema consiste em decidir quanto e quando produzir cada produto, levando-se em consideração a sequência de produção e os tempos de preparação das máquinas. A etapa de distribuição consiste em otimizar a distribuição dos produtos entre os centros de distribuição e os clientes, considerando as suas características específicas. O objetivo do problema é maximizar a receita de venda, minimizando-se os custos de produção e de transporte. Neste trabalho, as etapas de planejamento e distribuição são resolvidas de forma conjunta, pois as decisões tomadas de forma isolada em cada etapa podem não ser as melhores decisões para a empresa. Uma instância real, de grande porte, puderam ser resolvidas pelo uso de pacotes comerciais, mostrando a qualidade da formulação proposta.*

PALAVRAS CHAVE. *Dimensionamento e Sequenciamento de lotes, Fluxo em Redes, Programação Linear Inteira Mista.*

Abstract. *This paper proposes an exact approach to optimize the planning production and distribution pulp and paper. The planning stage is to optimize the production sequencing and scheduling. This problem consists of deciding how and when to produce each product, taking into account the production sequence and the machines setup times. The distribution stage is to optimize the products distribution between the distribution centers and the customers, considering their specific features. The objective of the problem is to maximize sales revenue, minimizing costs of production and transportation. In this work, the stages of planning and distribution are solved jointly, because decisions taken in isolation at each stage may not be the best decisions for the company. One large real instance could be resolved by the use of commercial packages, showing the quality of the proposed formulation.*

KEYWORDS. *Lot Sizing and Sequencing, Network Flows, Mixed Integer Linear Programming.*

1 Introdução

A celulose e o papel são produtos de grande importância na pauta das exportações brasileiras. Nos últimos anos, o setor intensificou as operações de comércio exterior, conquistou novos mercados e mais que dobrou a receita de exportações, mantendo um saldo comercial positivo. Atualmente, Europa, China e Estados Unidos respondem pela maior parte das exportações brasileiras de celulose. No segmento de papéis, os grandes compradores são os países latino-americanos.

Segundo **Bracelpa** (2011), o Brasil é um grande produtor de papel, destacando-se mundialmente por produzir e abastecer os mercados com expressivos volumes de papel de embalagem, papéis de imprimir e escrever e papelcartão. Nos últimos dez anos, o país aumentou sua produção em 36,1%, com crescimento médio de 3,1% ao ano, acompanhando as mudanças da economia brasileira.

A celulose, por sua vez, sofreu impactos expressivos na última década devido aos altos investimentos da indústria e o desenvolvimento econômico do Brasil. Com base em **Bracelpa** (2011), o segmento praticamente dobrou o volume de celulose produzido nesse período, com um crescimento médio de 6,5% ao ano. Em 2008, o setor teve uma grande conquista: alcançou o posto de quarto produtor mundial de celulose, atrás apenas de Estados Unidos, Canadá e China.

A presença de grandes empresas nacionais e multinacionais neste setor da economia vem acirrando a competitividade, forçando-as a uma busca contínua por melhores desempenhos operacionais. Segundo **Ferreira** (2006), a área de Planejamento e Controle da Produção (PCP) exerce uma função importante, pois envolvem uma grande quantidade de informações que devem ser analisadas simultaneamente, para otimizar a utilização dos recursos envolvidos na produção. Dentro de um contexto de planejamento tático e operacional (médio a curto prazo), as decisões de planejamento envolvem questões de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção. Estas questões envolvem desafios para esta indústria, que possui algumas particularidades, tais como, a sazonalidade das demandas, a posição na cadeia produtiva, entre outros.

De forma geral, o problema de dimensionamento de lotes (*lot sizing*) consiste em determinar quanto produzir de cada produto em cada período, ajustando a capacidade produtiva num ambiente de demanda dinâmica. O sequenciamento de lotes consiste em determinar em que ordem produzir estes lotes de forma a minimizar o total dos tempos de preparação, que são dependentes da sequência produtiva. Um sequenciamento ruim pode reduzir significativamente a capacidade da linha de produção. O aumento da gramatura ou a troca da cor do papel que se está produzindo são os principais fatores para a redução da capacidade da linha de produção. O ideal seria agregar os lotes de produção de um mesmo produto para economizar tempos de preparação. Entretanto, as incertezas em relação à demanda e maiores custos de estocagem, são fatores de risco nessa estratégia.

O problema de distribuição consiste em definir a melhor maneira de se entregar a demanda aos clientes, levando-se em consideração o que será produzido e o que já foi produzido em períodos anteriores e estão disponíveis nos centros de distribuição da empresa. Caso o cliente seja atendido por produtos que foram fabricados no período, é preciso definir o melhor caminho para a entrega, minimizando-se os custos logísticos. Caso o cliente seja atendido por algum produto que já esteja em estoque, é preciso definir a quantidade da demanda que será enviada de cada centro de distribuição, minimizando-se os custos logísticos

e respeitando as metas de estoque para cada produto. Além da questão do atendimento da demanda, é preciso planejar quais produtos serão enviados para qual centro de distribuição e quando este transporte ocorrerá, de forma que no momento acordado com o cliente, a sua demanda seja entregue.

No problema apresentado neste artigo, cada máquina de produção de papel já possui a sequência de produção pré-determinada, denominada curva de produção. Uma curva de produção é produzida ao longo de um mês e é composta por vários blocos de produção. Cada bloco representa um tipo de papel em uma determinada gramatura. Um bloco com determinadas características pode repetir várias vezes na curva de produção em posições alternadas. Neste caso, apesar da sequência ser definida, é preciso definir em qual bloco de produção será fabricado a demanda de cada cliente, levando-se em consideração o tempo que será necessário para entregar o pedido na data combinada. Além disso, existem políticas de reposição de estoque nos centros de distribuição que faz com que seja preciso definir quanto produzir em cada bloco para atendimento de demandas e quanto produzir em cada bloco para reposição de estoque.

Neste trabalho, é proposta uma abordagem para otimizar o problema integrado, utilizando um modelo de programação linear inteira mista para representar as decisões envolvidas. O presente trabalho está dividido em 5 seções, incluindo esta introdução. Na Seção 2 é apresentada uma breve descrição dos problemas encontrados na literatura que se relacionam com o desenvolvido neste trabalho. Na Seção 3 o problema tratado é descrito. Na Seção 4 o modelo matemático utilizado neste trabalho é demonstrado. Na Seção 5 os resultados são apresentados. Por fim, na Seção 6 são feitas as conclusões.

2 Problemas Relacionados

De acordo com **Toso e Morabito** (2005), os problemas de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção são frequentemente tratados separadamente na literatura. Diversos modelos e métodos de solução para o problema de dimensionamento de lotes (*lot sizing*) e programação da produção (*scheduling*) podem ser encontrados em **Johnson e Montgomery** (1974), **Winston** (1991), **Williams** (1993), **Gershwin** (1994), **Graham** (1993).

Em **Trigeiro et al.** (1989) são tratados apenas problemas de dimensionamento de lotes, enquanto que em **Potts e Kovalyov** (2000) são encontrados modelos de programação. No entanto, conforme **Karimi et al.** (2003), a tendência é combinar o problema de dimensionamento de lotes às decisões de programação da produção (*lot-sizing and scheduling problems ou lot-scheduling*). Diversos trabalhos são encontrados na literatura nesta linha, como **Araújo e Arenales** (2003), **Meyr** (2002), **Araújo et al.** (2004), **Clark** (2003), **Rangel e Ferreira** (2003) e **Luche e Morabito** (2005). Estes trabalhos apresentam diferentes modelagens para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes, bem como diferentes métodos de solução.

Fleishmann (1994) apresenta uma reformulação do DLSP (*Discrete Lot Sizing and Scheduling Problem*) como um problema do caixeiro viajante com janelas de tempo e propõe uma heurística para resolvê-lo. **Salomon** (1997) resolve um problema semelhante por meio de um método ótimo baseado em programação dinâmica. **Drexel e Haase** (1995) apresentam o PLSP (*Proportional Lot Sizing and Scheduling Problem*), e um método de solução baseado em programação dinâmica. **Haase** (1996) apresenta uma variação

do problema capacitado CLSP (*Capacitated Lot Sizing and Scheduling Problem*) e propõe um método de solução heurístico baseado em regras de prioridades. **Fleishmann e Meyr** (1997) formulam o chamado GLSP (*General Lot Sizing Problem*) e propõem três algoritmos de busca local para resolvê-lo. Em **Meyr** (2002) são formuladas extensões do GLSP, que são resolvidas por meio de técnicas combinadas de reotimização dual e heurísticas de busca local.

Laguna (1999) e **Clark** (2003) também apresentam formulações linear inteira mistas (*MIP-Mixed Integer Programming*) para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes enfatizando diferentes aspectos. Quanto aos métodos de solução, **Laguna** (1999) desenvolve um método de Busca Tabu com memória de curto prazo e os demais trabalham com procedimentos heurísticos baseados em MIP. **Araújo e Arenales** (2003), **Araújo et al.** (2004), **Rangel e Ferreira** (2003) e **Luche e Morabito** (2005) apresentam formulações para problemas em fábricas brasileiras de fundição, de refrigerante e de grãos eletrofundidos. Em **Rangel e Ferreira** (2003) é apresentado um método exato baseado nos métodos de planos de corte e *branch and bound* (*branch and cut*).

Meyr (2000) propôs o modelo matemático denominado GLSP-ST (*General Lot Sizing Problem - Setup Times*). Este modelo considera a perda de capacidade resultante dos tempos de preparação dependentes da sequência. **Hax e Candea** (1984) apresentam um modelo de dimensionamento de lotes capacitado que representa bem as considerações de utilização de horas extras para aumentar a capacidade produtiva, penalizando os custos de produção.

3 Descrição do Problema

A Figura 1 apresenta o fluxo do processo de negócio que compõe o escopo do problema tratado.

A partir da produção da celulose, ela é bombeada para a máquina de papel e passa por diversas etapas, transformando-se no rolo jumbo ao final do processo. O rolo jumbo já é um rolo de um determinado tipo de papel (família) em uma determinada gramatura específica e cor. A esta combinação de características, é dada o nome de especfam. Um rolo jumbo é de apenas um especfam. A receita de produção de um especfam pode utilizar diferentes tipos de celulose, com diferentes cores.

Além de ser bombeada para a produção do papel, a celulose também pode ser enviada para atender à demanda de celulose das fábricas que não a produzem, como também pode ser vendida nos mercados interno e externo.

Existem 4 tipos de celulose, a pastosa, produzida nos digestores e outras três celulose produzidas a partir da celulose pastosa, a celulose rauma, a flash e a folha. A celulose rauma possui uma concentração elevada de água, sendo praticamente uma pasta de celulose, com baixa vida útil, servindo apenas para atender às outras fábricas da empresa. A celulose flash possui uma baixa concentração de água, em formato de cubo, servindo para a venda e o atendimento das fábricas. A celulose folha também possui uma baixa concentração de água e é utilizada para alimentar a máquina de papel das fábricas que a produzem e também é extraída para a venda.

O rolo jumbo produzido pode dar origem a produtos revestidos e não-revestidos. Caso o produto que se está produzindo seja um papel revestido, será preciso que o rolo passe por um processo adicional antes de ir para a bobinadeira e seguir o fluxo normal do

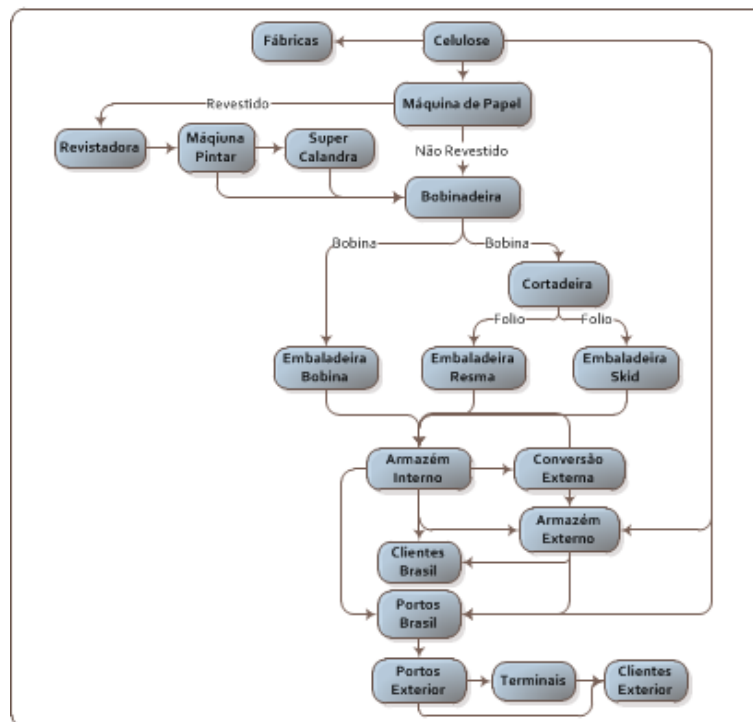


Figura 1. Fluxo de Produção e Distribuição de Papel e Celulose

processo. Este processo adicional consiste em o rolo jumbo passar por uma revistadora inicial para verificação de não-conformidades no papel. Caso este esteja conforme com os padrões da empresa, ele será pintado na máquina de pintar. Se o produto final for de um papel com brilho, ele passará por uma super calandra antes de ir para a bobinadeira, caso contrário, o rolo sairá direto da máquina de pintar para a bobinadeira.

Se o produto que se está produzindo for de um papel não revestido, este segue o fluxo normal do processo, isto é, a partir da produção do rolo jumbo na máquina de papel, ele vai direto para a bobinadeira.

Na bobinadeira, o rolo jumbo é cortado em bobinas menores, seguindo os tamanhos definidos pelos padrões de corte. Um rolo jumbo pode ser utilizado para várias rodadas na bobinadeira. Sendo assim, a definição dos padrões de corte precisa levar em consideração todas essas rodadas. Após serem criadas as bobinas menores, estas podem ir para dois caminhos distintos, a embaladeira de bobinas ou as cortadeiras de folio. A partir da bobinadeira e a cada nova máquina em que passam, os produtos começam a agregar as especificações desejadas pelos clientes. Cada especificação diferente recebe o nome de sku. Apesar dos SKUs possuírem diversas características que os diferem de um para o outro, essas variações são dentro de um conjunto específico de especfams. Então, será preciso saber quais SKUs serão produzidos para assim definir quais especfams precisam ser fabricados nas máquinas de papel.

A partir do rolo jumbo, podem surgir dois formatos de produtos acabados (skus), a bobina e o folio. A bobina pode ser entendida como um rolo de papel em uma certa largura e diâmetro, e o folio consiste na bobina cortada em folhas de papel, como por exemplo o papel A4.

Quando o pedido do cliente são por bobinas, estas saem direto da bobinadeira e vão para a embaladeira de bobina. Dessa forma, o produto semi-acabado bobina, ao ser embalado se transforma no produto acabado bobina.

Quando o pedido do cliente é de folio, as bobinas produzidas na bobinadeira vão para as cortadeiras. Lá elas são cortadas nos formatos definidos pelos clientes e são embaladas de duas formas, em resmas ou em *skids*. A etapa de embalar os *skids* é denominada de *stretch*.

Após a fabricação do produto acabado, seja ele bobina ou folio, todos são enviados para o estoque interno da fábrica.

Devido à alta demanda de produtos do tipo folio, é preciso enviar bobinas para serem cortadas externamente. A conversão externa recebem as bobinas, cortam-nas e as embalam em *skids*. A partir de lá, elas são enviadas para algum estoque externo ou podem retornar aos estoques internos.

Por falta de capacidade de estocagem, os produtos acabados dentro da fábrica podem sair do estoque interno e serem enviados para um estoque externo, para em um próximo momento serem enviados aos clientes do Brasil ou, se for produto de exportação, serem enviados aos portos utilizados no Brasil. Dos portos, essas cargas são enviadas para os portos no exterior.

Ao chegar aos portos internacionais, as cargas podem ir direto para os clientes finais ou podem ser enviadas aos terminais utilizados pela Suzano no exterior e de lá serem enviadas aos clientes. Os terminais são centros de distribuição que ficam fora do Brasil.

4 Formulação Matemática

Para um dado período de tempo, uma quantidade grande de demandas de papel e de celulose precisam ser produzidas. A determinação de quais demandas devem ser atendidas e qual será o percentual de atendimento em relação ao total pedido, utilizando os recursos existentes de máquinas, estoque e transporte, de forma ótima, para a maximização do lucro obtido, caracteriza o problema. Em outras palavras, o objetivo do problema é determinar o subconjunto de demandas de papel e celulose que configuram uma maior vantagem (margem de lucro), quando atendidas.

Para um melhor entendimento do problema e da formulação matemática criada para sua solução, se torna necessária a introdução das entidades presentes no processo de produção e distribuição do papel e da celulose: os produtos (*skus*), conjunto P , se referem ao papel e celulose. Um produto de celulose é fabricado a partir das celuloses *flash*, folha e rauma, e o produto de papel é fabricado a partir de um determinado especfam. Os centros de distribuição, conjunto C , são os locais onde a produção é armazenada até o momento de ser entregue aos clientes. Cada fábrica possui um centro de distribuição interno e existem vários centros de distribuição externos, no Brasil e no exterior. Os instantes, conjunto I , são os períodos do horizonte de planejamento. Os modais de transporte, conjunto A , correspondem aos meios pelos quais se realizarão os transportes dos produtos para os centros de distribuição ou para os clientes. Os modais de transporte são divididos em rodoviário, ferroviário e naval. Os especfams, conjunto E , constituem a base de produção dos *skus*. Os clientes, conjunto CL , representam os clientes de papel e celulose. Os blocos de produção, conjunto B , representam os especfam que serão produzidos em uma máquina de papel. O conjunto de blocos em uma determinada máquina forma a curva de produção da máquina,

isto é, a sequência de especfams que serão produzidos ao longo de um instante naquela máquina. O tamanho do bloco, isto é, a quantidade produzida do especfam pode variar. As fábricas, conjunto F , são os locais produtores de onde saem os produtos para atenderem às demandas dos clientes. As máquinas, conjunto M , são as entidades que produzem o papel e a celulose. Existem vários tipos de máquinas, com características específicas para cada fase do acabamento do papel. As rotas de produção, conjunto R , são um conjunto de máquinas pelas quais um produto de papel precisa passar para ser considerado um produto acabado. A sequência das máquinas que fazem parte de uma rota é pré-definida. Por fim, as receitas, conjunto REC , representam as proporções de celulose necessárias para produzir os especfams. Para produzir um especfam, pode ser necessário a utilização de mais de um tipo de celulose e um único especfam pode ser produzido a partir de diferentes tipos de receitas.

Adicionalmente aos conjuntos, tem-se as seguintes variáveis: $e_i^{p,c}$, indica a quantidade do produto p , estocado no centro de distribuição c , no instante i ; $p_{f,i}^{p,m}$, indica a quantidade do produto p , produzido na máquina m , da fábrica f , no instante i ; $t_{c,c1,a}^{p,i}$, indica a quantidade do produto p , transportado do centro de distribuição c para o centro de distribuição $c1$, utilizando o modal de transporte a , no instante i ; $t_{c,cl,a}^{p,i}$, indica a quantidade do produto p , transportado do centro de distribuição c para o cliente cl , utilizando o modal de transporte a , no instante i ; $f_{e,m,f}^{p,i,b}$, indica a quantidade do produto p , utilizado na produção do especfam e , do bloco b da curva de produção da máquina m , da fábrica f , no instante i ; $j_{b,m,f}^{e,i}$, indica a quantidade do especfam e , produzido no bloco b da curva de produção da máquina m , da fábrica f , no instante i ; $y_{b,m,f}^{e,i}$, indica se o especfam e foi produzido no bloco b da curva de produção da máquina m , da fábrica f , no instante i ; $r_{f,i}^{p,r}$, indica a quantidade do produto p , produzido na fábrica f , utilizando a rota de máquina r , no instante i ; $sf_{b,m,f}^{e,i}$, permite que o especfam seguinte ao especfam e do bloco b da curva de produção da máquina m , da fábrica f , possa ser produzido no instante i ; $ss_{b,m,f}^{e,i}$ permite que o especfam seguinte ao especfam e do bloco b da curva de produção da máquina m , da fábrica f , possa ser produzido no instante i . Todas as variáveis são contínuas, exceto a variável $y_{b,m,f}^{e,i}$ que é binária.

O objetivo do modelo proposto é de maximizar a margem de vendas da empresa. Para isso, é preciso selecionar os produtos (papel e celulose) que possuem os melhores preços de venda, levando-se em consideração os custos de fabricação desses produtos, de estocagem e de transporte, pois só o preço de venda não diz se uma determinada demanda é interessante de ser atendida, é preciso levar em consideração todo o custo do processo produtivo e logístico. Daí surge a função objetivo do problema.

$$\begin{aligned} \text{MAX} \quad & \sum_{p \in P} \sum_{c \in C} \sum_{cl \in CL} \sum_{a \in A} \sum_{i \in I} \text{PrecoVenda}_{cl,i}^p \times t_{c,cl,a}^{p,i} - \sum_{p \in P} \sum_{m \in M} \sum_{f \in F} \sum_{i \in I} \text{CustoProd}_{m,f}^p \times p_{f,i}^{p,m} \\ & - \sum_{p \in P} \sum_{c \in C} \sum_{i \in I} \text{CustoEst}_c^p \times e_i^{p,c} - \sum_{p \in P} \sum_{c \in C} \sum_{cl \in CL} \sum_{a \in A} \sum_{i \in I} \text{CustoTransp}_{c1,mt}^{p,c} \times t_{c,c1,a}^{p,i} \\ & - \sum_{p \in P} \sum_{c \in C} \sum_{cl \in CL} \sum_{a \in A} \sum_{i \in I} \text{CustoTransp}_{cl,mt}^{p,c} \times t_{c,cl,a}^{p,i} - \sum_{e \in E} \sum_{m \in M} \sum_{f \in F} \sum_{i \in I} \text{CustoProd}_{m,f}^e \times j_{b,m,f}^{e,i} \end{aligned}$$

Em um dado centro de distribuição ou fábrica, que também possui um centro de distribuição interno, a quantidade de produtos que chegam a este centro deve ser a mesma quantidade que saem deste centro durante todo o período de tempo, seja para um outro

centro de distribuição ou para um cliente. Isto é a conservação de fluxo dos centros de distribuição. Nas fábricas, todos produtos fabricados são enviados diretamente para o centro de distribuição interno. Com isso, além de levar em consideração o que pode chegar ao seu centro de distribuição interno, é preciso levar em consideração o que está sendo produzido internamente. Analogamente, pode ser necessário retirar algum produto em estoque, por exemplo produtos de celulose, para produzir o produto papel. Com isso, as primeiras restrições para o problema são criadas.

$$e_{i-1}^{p,c} + \sum_{m \in M} p_{f,i}^{p,m} + \sum_{c1 \in C} \sum_{a \in A} t_{c,c1,a}^{p,i} = \sum_{m \in M} \sum_{e \in E} \sum_{b \in B} f_{e,m,f}^{p,i,b} + \sum_{c1 \in C} \sum_{a \in A} t_{c1,c,a}^{p,i} + \sum_{cl \in CL} \sum_{a \in a} t_{c,cl,a}^{p,i} + e_{c,i}^p \quad (1)$$

Cada cliente pode demandar mais de um tipo de produto, podendo ser tanto papel quanto celulose ou ambos. Esses produtos podem estar estocados em diferentes centros de distribuição e podem ser enviados por diferentes modais.

$$\sum_{c \in C} \sum_{A \in A} t_{c,cl,a}^{p,i} = Demand_{i,cl,p}^{cl,p} \quad (2)$$

Os centros de distribuição precisam manter um estoque de segurança dos produtos. Este estoque de segurança não pode ficar abaixo de um número mínimo de dias e não pode ficar acima de um número máximo de dias. Com base na demanda do produto no instante do horizonte de planejamento, é possível calcular quantas toneladas equivalem ao número de dias mínimo e máximo. Além disso, existe uma meta de estoque para os produtos no último instante do horizonte de planejamento, isto é, uma meta para a tonelage estocada de cada produto em cada centro de distribuição.

$$e_{c,i}^p \geq \left(\frac{\sum_{cl \in CL} Demand_{i,cl,p}^{cl,p}}{NumDiasMes(m)} \right) \times MinEst_c^p \quad (3)$$

$$e_{c,i}^p \leq \left(\frac{\sum_{cl \in CL} Demand_{i,cl,p}^{cl,p}}{NumDiasMes(m)} \right) \times MaxEst_c^p \quad (4)$$

$$e_{c,i}^p = EstFimPlan_c^p \quad (5)$$

Os produtos de papel, para se tornarem produtos acabados, precisam passar por uma rota de produção. É preciso garantir que a quantidade fabricada de um determinado produto seja igual à quantidade acabada desse produto que passou pelas rotas de produção. Além disso, cada máquina possui uma produtividade específica para cada produto de papel, que varia principalmente em função do comprimento, largura e diâmetro do papel que está sendo produzido, e de algumas características das máquinas. Dessa forma, à medida que os produtos vão passando pelas máquinas, o tempo disponível essas máquinas vão diminuindo, não podendo ultrapassar a quantidade máxima de horas disponíveis de cada máquina, em cada período.

$$p_{f,i}^{p,m} = \sum_{h \in H} r_{h,f}^{p,i} \quad (6)$$

$$\sum_{p \in P} \frac{p_{f,i}^{p,m}}{ProdMaq_p^m} \leq CapHoras_i^m \quad (7)$$

Como dito anteriormente, um especfam pode ser produzido a partir de vários tipos de celuloses. Como cada celulose possui características específicas em relação ao teor de água, a proporção necessária para produzir um especfam varia pelo tipo de celulose que se utiliza. Cada proporção de celulose para produzir um determinado especfam é dado por uma receita. Dessa forma, um especfam pode possuir mais de uma receita para produzi-lo e pode-se utilizar várias receitas para produzir um especfam. Com isso, é preciso definir uma restrição que garanta a proporção correta de celulose utilizada de cada receita na produção do especfam.

$$\sum_{p \in P} f_{e,m,f}^{p,i,b} = PropCel_p \times j_{b,m,f}^{e,i} \quad (8)$$

Durante o processo de acabamento do papel, é preciso planejar uma porcentagem do rolo jumbo que é avariado, seja por falta de qualidade ou por necessidade de troca de gramatura do papel produzido, por exemplo. Dessa forma, para se produzir uma certa quantidade de papel, é preciso que se produza uma quantidade superior do especfam, prevenindo tais avarias.

$$\sum_{b \in B} j_{b,m,f}^{e,i} = \sum_{p \in P} \frac{p_{f,i}^{p,m}}{Rend_p} \quad (9)$$

As máquinas de produção de papel são as que produzem o rolo jumbo de um determinado especfam, representados pelos blocos na curva de produção da máquina. Um bloco de especfam produz vários rolos jumbo antes da troca para o bloco seguinte ser realizada. No momento dessas trocas, é preciso ajustar as máquinas para o próximo especfam, pois possivelmente a gramatura do especfam aumentará ou diminuirá, ou a cor do especfam será alterada. Com isso, é preciso retirar das horas disponíveis das máquinas esse tempo de troca de produção dos especfams.

$$\sum_{e \in E} \frac{j_{b,m,f}^{e,i}}{ProdMaqESPEC_e^m} \leq CapHoras_i^m - \sum_{e \in E} Setup_{m,f}^e \times y_{b,m,f}^{e,i} \quad (10)$$

$\forall i \in I \quad \forall m \in M \quad \forall f \in F$

A curva de produção deve ser seguida sequencialmente, sendo permitido não se produzir determinado bloco e passar para o próximo bloco seguinte ao que não foi produzido. A restrição apresentada abaixo garante que os blocos serão produzidos na sequência pré-definida pela curva de produção.

$$y_{b,m,f}^{e,i-1} + y_{b,m,f}^{e,i} + sf_{b,m,f}^{e,i} \geq y_{b,m,f}^{e1,i} \quad (11)$$

Além disso, a curva de produção é planejada para ser utilizada ao longo de um período, neste caso, de um mês. Dessa forma, um bloco de produção só pode ser utilizado uma única vez durante cada período.

$$\sum_{e1 < e \in E} \sum_{i' > i \in I} y_{b,m,f}^{e1,i'} - ss_{b,m,f}^{e,i} \leq (1 - y_{b,m,f}^{e1,i}) \times QtdSemRest_i \times (b - 1) \quad (12)$$

Nas tranferências dos produtos entre os centros de distribuição, é preciso levar em consideração a capacidade de estocagem, bem como as capacidades de expedição e recebimento de produtos. A capacidade de estocagem é limitada em toneladas e as capacidades de expedição e recebimento são limitadas pelo número de horas que cada centro de distribuição fica disponível em cada período do horizonte de planejamento.

$$\sum_{p \in P} e_{c,i}^p \leq CapEstoque_i^c \quad (13)$$

$$\frac{\sum_{p \in P} \sum_{a \in A} \sum_{cl \in C} t_{c,cl,a}^{p,i} + \sum_{p \in P} \sum_{a \in A} \sum_{cl \in CL} t_{c,cl,a}^{p,i}}{NumHorasInstante_i} \leq CapExpedicao_i^c \quad (14)$$

$$\frac{\sum_{p \in P} \sum_{a \in A} \sum_{cl \in C} t_{cl,c,a}^{p,i}}{NumHorasInstante_i} \leq CapRecebimento_i^c \quad (15)$$

Além das capacidades de estocagem, expedição e distribuição serem limitantes em cada centro de distribuição, existe outro limitante que consiste na capacidade de transporte dos modais que realizam as transferências dos produtos entre os centros, bem como o transporte dos produtos para os clientes.

$$\frac{\sum_{p \in P} t_{c,cl,a}^{p,i}}{NumHorasInstante_i} \leq CapTransporte_i^a \quad (16)$$

$$\frac{\sum_{p \in P} t_{c,cl,a}^{p,i}}{NumHorasInstante_i} \leq CapTransporte_i^a \quad (17)$$

5 Resultados Computacionais

Para os testes efetuados, foi utilizado um computador Intel Core 2 Duo, 2.27GHz, com 6.0GB de memória RAM, rodando o resolvidor matemático da biblioteca ILOG CPLEX 12.1, utilizando as configurações padrões.

O presente trabalho é fruto de um projeto que está em andamento em uma das principais empresas de celulose e papel do Brasil. Dessa forma, até o momento de construção deste artigo, apenas um teste foi realizado com uma instância real. Além disso, essa instância apesar de ser real, foi reduzida para se adequar aos objetivos iniciais. Esta instância possui as seguintes características: horizonte de planejamento de 12 meses; 300 clientes de papel e 115 clientes de celulose; 70 centros de distribuição e terminais; 3 fábricas produtoras de papel e celulose e 2 fábricas produtoras de papel; 75 máquinas, divididas entre produção de papel e celulose e acabamento de papel; 100 especificações de papel; 300 skus de papel e 18 skus de celulose; 4250 demandas de papel, totalizando aproximadamente 1,1 milhões de toneladas de papel; 270 demandas de celulose, totalizando aproximadamente 1,6 milhões de toneladas de celulose; 10500 arcos que ligam duas entidades, isto é, centro de distribuição a centro de distribuição e centro de distribuição a clientes; 150 rotas de acabamento dos papéis, dentro das fábricas.

A matriz gerada pelo software de resolução matemática gerou aproximadamente 3,3 milhões de variáveis e 500 mil restrições. O tempo de execução dessa instância real demorou aproximadamente 45 minutos e foi encontrada a solução ótima para a instância.

Como resultado da otimização, foram produzidas aproximadamente 650 mil toneladas de papel e 1,3 milhões de toneladas de celulose. A partir dos resultados, buscou-se respostas por um não maior atendimento às demandas e concluiu-se que o gargalo estava nas máquinas de acabamento de papel, mais precisamente nas cortadeiras e embaladeiras de folio. Este gargalo é justificado pelo fato de não serem muitas cortadeiras disponíveis e pelo fato de várias embaladeiras de folio serem manuais, fazendo com que a produtividade seja muito baixa em relação à produtividade das máquinas de produção dos especfams.

6 Conclusões

Neste trabalho, foi apresentada uma formulação para o problema de planejamento integrado da produção e distribuição de papel e celulose, considerando as várias características do problema, como multiperiodicidade, políticas de estoques, curvas de produção, entre outras.

Com base nos testes iniciais da formulação proposta, verifica-se que a solução da otimização trará grandes benefícios para empresa. Além de determinar quais serão as melhores demandas a serem atendidas, balanceando-se o preço de venda com os custos produtivos e logísticos, análise esta inexistente na empresa até o momento, a formulação indicará quando é melhor produzir para cada cliente, quais são as melhores transferências de produtos a serem realizadas entre os centros de distribuição até que este seja entregue aos clientes, quanto tempo cada máquina esta trabalhando por período, entre outros benefícios.

Através dessas informações, será possível aos planejadores decidirem, por exemplo, se vale a pena adquirir mais algum tipo de máquina, qual é a melhor fábrica, em relação a custos logísticos, para se produzir determinado tipo de papel, levando-se em consideração as localizações das fábricas e a distribuição geográfica dos clientes que demandam este tipo de papel.

Dessa forma, conclui-se que esta formulação, por realizar um planejamento integrado de toda a cadeia, é promissora para ser utilizada na obtenção de melhores estratégias que tragam uma margem de venda maior para a empresa.

Referências

- Araújo, S. A. e Arenales, M. N.** (2003). Problema de dimensionamento de lotes monoestágio com restrição de capacidade: Modelagem, método de resolução e resultados computacionais. *Pesquisa Operacional*, v. 23, n. 3, p. 403–420.
- Araújo, S. A.; Arenales, M. N. e Clark, A. R.** (2004). Dimensionamento de lotes e programação do forno numa fundição de pequeno porte. *Gestão & Produção*, v. 11, n. 2, p. 165–176.
- Bracelapa,.** Balança comercial do setor de celulose e papel, (2011). URL <http://www.bracelapa.org.br/bra2/?q=node/142>. Associação Brasileira de Celulose e Papel.
- Clark, A. R.** Optimization approximations for capacity constrained material requirement planning: Internal research report. Bristol: University of the West of England, (2003).

- Drexl, A. e Haase, K.** (1995). Proportional lot sizing and scheduling. *International Journal of Production Economics*, v. 40, n. 1, p. 73–87.
- Ferreira, D.** (2006). Abordagens para o problema integrado de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção de bebidas. Master's thesis, UFSCAR - Universidade Federal de São Carlos.
- Fleishmann, B.** (1994). The discrete lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup-costs. *European Journal of Operational Research*, v. 75, n. 2, p. 395–404.
- Fleishmann, B. e Meyr, H.** (1997). The general lot sizing and scheduling problem. *OR Spektrum*, v. 19, n. 1, p. 11–21.
- Gershwin, S.** Manufacturing systems engineering. New Jersey: Prentice Hall, (1994).
- Graham, E. L.** (1993). Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey. *Annals of Discrete Mathematics*, v. 5, n. 3, p. 287–326.
- Haase, K.** (1996). Capacitated lot-sizing with sequence dependent setup costs. *OR Spectrum*, v. 18, n. 2, p. 51–59.
- Hax, A. e Candea, D.** Production and inventory management. New Jersey: Prentice-Hall, (1984).
- Johnson, L. A. e Montgomery, D. C.** Operations - research in production planning, scheduling and inventory control. New York: Wiley, (1974).
- Karimi, B.; Ghomi, S. M. T. F. e Wilson, J. M.** (2003). The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. *Omega International Journal of Management Science*, v. 31, n. 5, p. 365–378.
- Laguna, M. A.** Heuristic for production scheduling and inventory control in the presence of sequence-dependent setup times. University of Colorado, (1999).
- Luche, J. R. e Morabito, R.** (2005). Otimização na programação da produção de grãos eletrofundidos: um estudo de caso. *Gestão & Produção*, v. 12, n. 1, p. 135–149.
- Meyr, H.** (2000). Simultaneous lot sizing and scheduling by combining local search with dual reoptimization. *European Journal of Operational Research*, v. 120, p. 311–326.
- Meyr, H.** (2002). Simultaneous lot sizing and scheduling on parallel machines. *European Journal of Operational Research*, v. 139, p. 277–292.
- Potts, C. e Kovalyov, M. Y.** (2000). Scheduling with batching: a review. *European Journal of Operational Research*, v. 120, n. 2, p. 228–249.
- Rangel, S. e Ferreira, D.** (2003). Um modelo de dimensionamento de lotes para uma fábrica de refrigerantes. *Tema (Tendências Em Matemática Aplicada e Computacional)*, v. 4, n. 2, p. 237–246.
- Salomon, M.** (1997). Solving the discrete lot sizing and scheduling problem with sequence dependent set-up costs and set-up times using the travelling salesman problem with time windows. *European Journal of Operational Research*, v. 100, n. 3, p. 494–513.
- Toso, E. A. V. e Morabito, R.** (2005). Otimização no dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção: estudo de caso numa fábrica de rações. *Gestão & Produção*, v. 12, n. 2, p. 203–217.
- Trigeiro, W. W.; Thomas, L. J. e Mc Clain, J. O.** (1989). Capacitated lot sizing with setup times. *Management Science*, v. 35, n. 3, p. 353–366.
- Williams, P.** Model building in mathematical programming. New York: Wiley & Sons, (1993).
- Winston, W.** Operations research: Applications and algorithms. Boston: PWS-Kent, (1991).