# MODELO DE OTIMIZAÇÃO PARA O PROBLEMA DO TRANSPORTE DE DERIVADOS DE PETROLEO COM BUSCA LOCAL POR MIP E SIMULAÇÃO

**Luiz Aizemberg, Eduardo Uchoa Barboza, Artur Alves Pessoa**
Universidade Federal Fluminense – Departamento de Engenharia de Produção
Rua Passo da Pátria, 156, Bloco E, 4º andar, sala 440, São Domingos, Niterói, RJ
luizaizemberg@gmail.com, uchoa@producao.uff.br, artur@producao.uff.br

**Roger Rocha**
CENPES-Petrobrás
Av. Horácio Macedo, 950, Cidade Universitária. Rio de Janeiro RJ
rogerocha@petrobras.com.br

**Rafaelli Coutinho, Ubiratam de Paula**
Universidade Federal Fluminense – Departamento de Ciência da Computação
Rua Passo da Pátria, 156, Bloco E, 3º andar, São Domingos, Niterói, RJ
rcoutinho@ic.uff.br, upaula@ic.uff.br

## RESUMO

Neste artigo, apresentamos uma modelagem por Programação Inteira Mista (PIM), juntamente com uma Busca Local por MIP, para o problema da movimentação de derivados de petróleo pela Malha Brasil, que é uma parte da cadeia de suprimentos da Petrobras. Como o modelo matemático é simplificado para que o tempo de execução seja aceitável, a solução gerada é enviada a um simulador que a transforma em uma solução viável para o problema original.

**PALAVARAS CHAVE. Programação Inteira Mista, Busca Local por PIM, Simulação.**

## ABSTRACT

This article presents a model by Mixed Integer Programming (MIP) with Local Search by MIP to the problem of transportation of oil through "Malha Brasil", which is part of the supply chain of Petrobras. As the mathematical model is simplified so that the execution time is acceptable, the solution obtained is sent to a simulator that makes it a feasible solution to the original problem.

**KEYWORDS. Mixed Integer Programming, Local Search by MIP, Simulation.**

## 1 Introdução

Nas últimas duas décadas, a Petrobras vem investido uma quantidade significativa de recursos humanos e financeiros no desenvolvimento de sistemas de otimização, visando aumentar a eficiência da sua cadeia de suprimentos. Dentre as técnicas de otimização aplicadas no desenvolvimento desses sistemas, encontra-se a programação matemática, devido à facilidade na construção dos modelos e à disponibilidade de pacotes comerciais altamente especializados para sua resolução. Outra técnica bastante utilizada para resolver problemas de transporte de produtos é a simulação (Sokolowski e Banks, 2009). Uma grande desvantagem desta técnica é sua incapacidade de gerar uma solução ótima para o problema. Uma grande vantagem em relação à otimização é seu tempo computacional. Para se beneficiar das duas principais vantagens de ambas, solução ótima (ou próxima da ótima) e baixo tempo de execução, uma boa estratégia é resolver o problema em duas etapas: um módulo de otimização e um de simulação, sendo que a saída do primeiro será a entrada do segundo.

O problema de transferência da Malha Brasil consiste em utilizar os diversos modais de transporte disponíveis para escoar a produção de derivados das refinarias e produtores externos ao abastecimento (E&P ou terceiros), abastecer as demandas do mercado interno nacional e dos consumidores internos da companhia (E&P e térmicas), exportar os produtos excedentes e importar os produtos deficitários. A granularidade do modelo corresponde ao nível tático de planejamento, onde o tempo é discretizado em meses. O horizonte de programação é de três meses (o mês atual mais dois meses futuros). A solução deve buscar um compromisso entre minimizar o custo de transporte e maximizar o nível de serviço tanto para demanda como para escoamento da produção. Este compromisso é representado através de custos de transporte e de violação das capacidades de armazenamento nos locais.

Com a tecnologia de otimização e os recursos computacionais existentes, ainda não é possível, nem mesmo de forma aproximada, resolver modelos que considerem todas as partes dessa cadeia globalmente e com um alto nível de detalhamento. Uma forma de solucionar esta dificuldade é fragmentar a cadeia de forma que os modelos resultantes possam ser montados e resolvidos. Essa fragmentação é tanto vertical quanto horizontal. Enquanto a primeira forma de fragmentação trata o mesmo problema em diversos níveis com horizontes de planejamento e graus de detalhamento diferentes, a segunda decompõe o problema global em subproblemas menores, limitando o escopo de cada problema quanto à região geográfica e/ou quanto à natureza das entidades envolvidas. Na fragmentação vertical, os níveis mais altos apresentam horizontes de planejamento maiores, porém graus de detalhamento menores, tendo a função de definir metas para os níveis menores. Na fragmentação horizontal, cada fragmento de sistema tipicamente utiliza recursos que são compartilhados com outros fragmentos. Neste caso, os subproblemas resolvidos em cada fragmento assumem que a disponibilidade de cada um desses recursos compartilhados é dada.

Para resolver cada subproblema gerado pela fragmentação da Malha Brasil, foi desenvolvido um modelo PIM. No modelo, aplicamos a mesma técnica utilizada por Rocha (2010), que aproveita as restrições de mochila em cascata, geradas a partir da conservação de fluxos nos reservatórios, para transporte de petróleo cru entre plataformas. Para acelerar a resolução do problema Malha Brasil, duas técnicas foram usadas. Primeiro, foi desenvolvida uma Busca Local em MIP (BLM) (Fischetti e Lodi,2003). Depois, foi proposta uma simplificação do modelo, compensada por um pós-processamento por simulação. Para validar as respostas geradas, gráficos foram traçados com os resultados obtidos.

Gerenciamento da cadeia de suprimentos é um problema bastante estudado em otimização. Para uma visão geral sobre o tema, ver Arenales *et al* (2007). O modelo proposto aqui é uma generalização do modelo proposto recentemente por Rocha (2010).

### 1.1 Organização do Artigo

O artigo é dividido da seguinte forma: a seção 2 descreve detalhadamente o problema de transferência da Malha Brasil. A seção 3 descreve os métodos de resolução do problema estudado: MIP, Busca Local por MIP e simulação. A seção 4 mostra os resultados

computacionais. A seção 5 apresenta as conclusões e trabalhos futuros, e a seção 6 lista a bibliografia.

## 2 O Problema de Transferência da Malha Brasil

### 2.1 Descrição Preliminar

Esta seção descreve de forma detalhada as características do problema de transporte de derivados na Malha Brasil, enumerando seus produtos, modais, locais e limites de estoque. Os produtos que trafegam na malha são divididos em classes. As principais classes de produtos são: Álcool, Gasolina, Diesel, GLP, Nafta petroquímica, Querosene, Óleo combustível e *Bunker* (óleo combustível para navio).

As classes acima podem ser desmembradas em diversas subclasses, formando uma árvore de classificação de produtos. Além dessas classes, destacam-se outras de menor volume, porém com grande importância. Estas classes, chamadas de *especiais*, não serão incluídas no modelo. Dentre as classes de produto especiais, se encontram os lubrificantes, os asfaltos, as parafinas e o coque. Os modais existentes são: Marítimo (navios de cabotagem ou longo curso), Dutoviário, Ferroviário, Hidroviário (balsas) e Rodoviário.

Os modais disponíveis são utilizados para deslocar produtos entre locais, que podem ser classificados como: locais de oferta (refinarias ou locais especiais), locais de entrega (para clientes ou locais especiais) e terminais de transferência (aquaviários ou terrestres).

As refinarias e os terminais terrestres e aquaviários são chamados de bases. Quando uma base está fisicamente no mesmo local que um ponto de entrega, eles são modelados como dois locais distintos, porém ligados por arcos baratos e de alta capacidade. Existem locais de entrega para clientes e locais de entrega especiais que correspondem às indústrias térmicas operadas pela Petrobras e aos locais de E&P (exploração e produção). Esses últimos necessitam de óleo diesel (principalmente) e outros produtos acabados para operar. Existem locais de oferta especiais que correspondem aos locais do E&P que produzem acabados especificados (principalmente GLP, querosene e diesel) e terceiros externos à companhia que fornecem produtos intermediários ou acabados (em geral, petroquímicas privadas). As quantidades produzidas e/ou demandadas de cada produto em cada local são dadas para cada mês.

Para a movimentação, todos os modais apresentam as seguintes características gerais:

- A movimentação deve seguir rotas cadastradas conectando pares de locais.
- As rotas são compostas por arcos, que correspondem a pares de locais conectados por um dos modais que podem transportar um ou mais produtos e ordenados de forma sequencial. Um arco é obrigatoriamente de um único tipo de modal. As rotas podem ser multimodais se forem compostas por arcos de diferentes tipos de modal.
- Cada arco tem uma capacidade de movimentação. A capacidade de uma rota é limitada pela capacidade do seu menor arco. Rotas que utilizam o mesmo arco devem compartilhar a sua capacidade.
- Cada arco tem um custo de transporte associado, por grupamento de produto. Nos casos em que houver disponibilidade de dados, este custo será especificado para cada produto.

Os principais modais em termos de volume de movimentação são o dutoviário e o marítimo. Para estes dois modais a quantidade existente em trânsito ao final de cada período é significativa e deve ser considerada no modelo. Para estes modais existem outras particularidades que devem ser consideradas. No caso dos dutos, deve-se considerar que alguns arcos podem operar em modo reverso. Neste caso, devem compartilhar a mesma capacidade observando os limites de vazão em cada sentido. Para os navios, deve-se considerar que as quantidades movimentadas são múltiplas de lotes de tamanho padrão para cada produto. Cada carga ou descarga em cada terminal corresponde a um desses lotes. O número de cargas e descargas em cada período deve respeitar um limite máximo dado para cada terminal. O número total de navios utilizados não é limitado pelo modelo, pois a frota já é dimensionada de acordo com a demanda e

ainda existe um grande número de navios adicionais que podem ser alugados. Inicialmente, cada carga ou descarga corresponderá a um lote padrão de um produto.

Cada local dispõe de capacidades agregadas de armazenamento mínima e máxima. Quando for necessário modelar capacidades individuais por grupo de produto, serão definidos grupos unitários de produto. Cada uma dessas restrições fracas é desmembrada em dois níveis de violação: o nível operacional e o nível físico, onde o nível operacional corresponde a uma faixa mais estreita, e está associado a uma penalidade menor que o nível físico. As penalidades são dadas por produtos e por local para que o custo correspondente seja contabilizado na função objetivo. Com isso, temos os seguintes tipos de capacidade para cada local. O termo agregada refere-se a um grupamento de produtos similares usado pelas equipes da Logística operacional.

- Capacidade operacional mínima agregada (mínimo da faixa desejável)
- Capacidade operacional máxima agregada (máximo da faixa desejável)
- Capacidade física mínima agregada
- Capacidade física máxima agregada

## 2.2 Níveis de Planejamento

Foi proposta uma abordagem em três níveis de planejamento para resolver o problema Malha Brasil:

1. Realizar o **balanço Brasil** com estoque meta equivalente a uma semana de consumo;
2. Realizar o **planejamento por regiões**;
3. Realizar o **Atendimento dos locais de consumo**.

Cada nível de planejamento é modelado como uma ou mais instâncias diferentes de um mesmo problema geral de transferência. Os problemas são aninhados de forma que cada local no nível mais alto é expandido em uma nova instância no nível mais baixo, ou seja, pode existir um conjunto de locais no nível mais baixo associados ao mesmo local do nível mais alto, modelando produção, consumo, terminais, etc. A resolução se dará começando pelos níveis mais altos de forma que, ao resolver um nível mais baixo, as transferências entre as instâncias deste nível já estarão definidas e agendadas. Desta forma, os mesmos métodos de otimização poderão ser aplicados a todos os níveis, pois os dados de entrada e saída seguirão o mesmo formato genérico.

### Balanço Brasil

Neste nível, o problema consiste em equilibrar a produção com o consumo (balanço de massa) levando em conta as exportações e importações firmadas provenientes do Sistema Bandeira Brasil. Importações e exportações firmadas são aquelas com contrato e volume especificados. O **horizonte de planejamento** deve ser configurável, porém tipicamente é de três meses. Neste caso, o Brasil é modelado como um único local contendo um grande ponto de produção e um grande ponto de consumo, que pode receber e enviar fluxos de produtos para o exterior.

### Planejamento por Regiões

Neste nível, o problema consiste em definir as movimentações entre as regiões sem se preocupar com as movimentações internas a cada região. As movimentações ocorrem principalmente por navegação de cabotagem. Cada região é modelada como um único local contendo um grande ponto de produção e um grande ponto de consumo, que pode receber e enviar fluxos de produtos para outras regiões e para o exterior.

### Atendimento dos Pontos de Consumo

Neste nível, o problema consiste em definir as movimentações internas às regiões. Este nível não é objeto de estudo deste artigo.

## 3 Métodos de Resolução do Problema

### 3.1 Modelo PIM

**Hipóteses:**

1. Os períodos são divididos em períodos *pequenos* (sub-períodos) e *grandes* (períodos). As capacidades das tancagens são verificadas no final de cada sub-período. Por outro lado, as capacidades dos modais de transporte são verificadas apenas no final de cada período, quanto ao montante total transportado.
2. Os tamanhos de lote de todos os modais devem assumir apenas valores pré-determinados.
3. Todo estoque em trânsito no estado inicial chega ao seu destino no período 1.

**Escolhas de Modelagem**

- **Dutos:** dutos terão sua agenda planejada para o horizonte de **uma semana**. O Malha Brasil não deve levar em consideração detalhes como o de encher o duto com um produto para empurrar o outro para seu destino. O planejamento deve tratar apenas a capacidade do duto/semana e a informação de lote mínimo.
- **Navios**: navios terão abordagem por bateladas, possivelmente com ganho de escala. Por exemplo, pode haver um custo para movimentar 10.000m$^3$ e outro menor do que o dobro para movimentar 20.000m$^3$, e assim por diante.
- **Outros modais**: a priori não haverá restrições.

**Constantes:**

$N$, $A$, $P$ – Conjunto de locais, conjunto de arcos e conjunto de produtos da rede de transportes.

$G_i$ – Conjunto de grupos de produtos associado aos estoques do local $i$ (cada grupo de produtos $g \in G_i$ é um subconjunto de $P$).

$R$ – Conjunto de rotas.

$A_r$ – Conjunto de arcos que pertencem à rota $r$.

$B_{pis}$ – Balanço do volume do produto $p$ produzido e consumido (volume produzido menos volume consumido) no local $i$ ao longo de cada sub-período.

$E_{pi}$ – Volume do produto $p$ estocado no local $i$ no início do período de tempo 1.

$CAP_{at}$ – Volume máximo transportado pelo arco $a$ durante o período $t$. Se o modal do arco for duto, será dado pelo produto entre a vazão e a duração do período. Caso contrário, a capacidade será dada, sem necessidade de cálculo.

$XC$ – Conjunto de quádruplas $(p,r,s,k)$, onde cada quádrupla indica que um lote do $k$-ésimo tamanho do produto $p$ está comprometido para ser transportado pela rota r, a partir do sub-período de tempo $s$. As quádruplas são apenas para os transportes comprometidos e para os sub-períodos anteriores ao início do horizonte.

$orig(r)$, $dest(r)$ – origem e destino do transporte através da rota $r$.

$env_{prk}(\delta)$ – volume do produto $p$ enviado do local $orig(r)$ pela rota $r$ no sub-período de tempo $s + \delta$, quando o envio do lote $k$ é iniciado no sub-período $s$.

$rec_{prk}(\delta)$ – volume do produto $p$ recebido no local $dest(r)$ pela rota $r$ no sub-período de tempo $s + \delta$, quando o envio do lote $k$ é iniciado no sub-período $s$.

$NL$ – Número de tamanhos de lote.

$QL_{prt}(k)$ – volume de um lote do $k$-ésimo tamanho do produto $p$ que pode atravessar a rota $r$ no período $t$.

$LF_{git}^{\min}$, $LF_{git}^{\max}$, $LO_{git}^{\min}$, $LO_{git}^{\max}$ – Limites físicos de estoque, mínimo e máximo, e limites operacionais de estoque, mínimo e máximo, do grupo de produtos *g* no local *i*, no período *t*.

$Plf_t$, $Plo_t$ – Penalidade por violação de limites físicos e operacionais, por período (a penalidade por violação do limite físico é sempre somada à penalidade por violação do limite operacional).

$C_{prtk}$ – Soma dos custos fixos e variáveis de transporte de um lote do *k*-ésimo tamanho do produto *p* através dos arcos da rota *r*, no período *t*.

$T$ – Número de períodos de tempo.

$S_t$ – Número total de sub-períodos dos períodos de tempo 1, ..., *t* ($S_0 = 0$)

$S_{-1}$ – Número de sub-períodos de tempo anteriores ao início do horizonte. Todos os transportes iniciados nos sub-períodos $1 - S_{-1}$, ..., 0 devem estar comprometidos (as variáveis correspondentes são fixadas através do conjunto *XC*).

$t(s)$ – Período de tempo ao qual pertence o sub-período *s*. Se $s \leq 0$, então $t(s) = 0$.

**Variáveis:**

$x_{pat}$ – Volume em $m^3$ do produto *p* transportado através do arco *a* ao longo do período de tempo *t*.

$y_{pis}$ – Balanço em $m^3$ do transporte do produto *p* no local *i* no final do sub-período de tempo *s* (desconsidera estoque inicial e balanço de produção).

$y_{gis}$ – Volume em $m^3$ total dos produtos do grupo de produtos *g* estocados no local *i* no final do sub-período de tempo *s*.

$vf_{gis}$ – Variável contínua que expressa em $m^3$ o quanto foi violado o limite físico mínimo ou máximo de estoque do grupo de produtos *g* no local *i* no final do sub-período de tempo *s*.

$vo_{gis}$ – Variável contínua que expressa em $m^3$ o quanto foi violado o limite operacional mínimo ou máximo do grupo de produtos *g* no local *i* no final do sub-período de tempo *s*.

$zx_{prsk}$ – Variável binária que assume o valor 1 quando um lote do *k*-ésimo tamanho do produto *p* é transportado através da rota *r* a partir do sub-período de tempo *s*.

As variáveis $x_{pat}$, $y_{pis}$ e $y_{gis}$ foram removidas do modelo, substituindo suas ocorrências pelo lado direito das igualdades expressas em (9), (1) e (2), respectivamente, a fim de gerar restrições de mochila em cascata, como sugerido por Rocha (2010).

**Formulação:**

$$\text{Min} \sum_{r\in R}\sum_{p\in P}\sum_{s=1}^{S_T}\sum_{k=1}^{NL} C_{prt(s)k}\, zx_{prsk} + \sum_{i\in N}\sum_{g\in G_i}\sum_{s=1}^{S_T}(Plf_{t(s)}\, vf_{gis} + Plo_{t(s)}\, vo_{gis}) \qquad (0)$$

Sujeito a

$$y_{pis} = \sum_{q=1}^{s}\left(\sum_{r|dest(r)=i}\sum_{u=1-S_{-1}}^{q}\sum_{k=1}^{NL} rec_{prk}(q-u)\, zx_{pruk} - \sum_{r|orig(r)=i}\sum_{u=1-S_{-1}}^{q}\sum_{k=1}^{NL} env_{prk}(q-u)\, zx_{pruk}\right) + E_i + \sum_{q=1}^{s} B_{piq}, \quad \forall p\in P,\ \forall i\in N,\ s=1,\ldots,S_T \qquad (1)$$

$$y_{gis} = \sum_{p\in g} y_{pis} \qquad \forall i\in N, \forall g\in G_i, s=1,\ldots,S_T \qquad (2)$$

$$vf_{gis} \geq y_{gis} - LF_{git(s)}^{\max}, \qquad \forall i\in N, \forall g\in G_i, s=1,\ldots,S_T \qquad (3)$$

$$vf_{gis} \geq LF^{\min}_{git(s)} - y_{gis}, \qquad \forall i \in N, \forall g \in G_i, s = 1,...,S_T \quad (4)$$

$$vf_{g(p)is} \geq -y_{pis}, \qquad \forall i \in N, \forall p \in P, s = 1,...,S_T \quad (5)$$

$$vo_{gis} \geq y_{gis} - LO^{\max}_{git(s)}, \qquad \forall i \in N, \forall g \in G_i, s = 1,...,S_T \quad (6)$$

$$vo_{gis} \geq LO^{\min}_{git(s)} - y_{gis}, \qquad \forall i \in N, \forall g \in G_i, s = 1,...,S_T \quad (7)$$

$$zx_{prsk} = 1, \qquad \forall (p,r,s,k) \in XC \quad (8)$$

$$x_{pat} = \sum_{r|a \in A_r} \sum_{k=1}^{NL} \sum_{s=S_{t-1}+1}^{S_t} QL_{prt}(k) \times zx_{prsk}, \qquad \forall p \in P, \forall a \in A, t = 1,...,T \quad (9)$$

$$0 \leq \sum_{p \in P} x_{pat} \leq CAP_{at}, \qquad \forall a \in A, t = 1,...,T \quad (10)$$

$$\sum_{NL} zx_{prsk} \leq 1, \qquad \forall p \in P, \forall r \in R, s = 1,...,S_T \quad (11)$$

$$zx_{prsk} \in \{0,1\}, \qquad \forall p \in P, \forall r \in R, s = 1,...,S_T, k = 1,...,NL \quad (12)$$

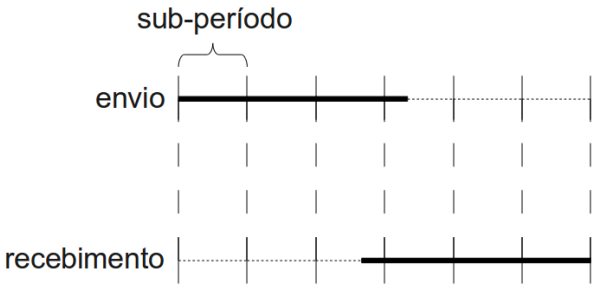
$$vf_{gis} \geq 0, \qquad \forall i \in N, \forall g \in G_i, s = 1,...,S_T \quad (13)$$

$$vo_{gis} \geq 0, \qquad \forall i \in N, \forall g \in G_i, s = 1,...,S_T \quad (14)$$

A função objetivo soma os custos de transporte através dos arcos às penalidades aplicadas sobre as violações dos limites de estoque físico e operacional. As restrições (1) garantem que o balanço do transporte de cada produto em cada local no final de cada sub-período de tempo corresponde aos fluxos de entrada e saída, mais o estoque inicial do produto, mais o somatório dos balanços do produto até o sub-período corrente. As restrições (2) garantem que o volume total de cada grupo de produtos estocado em cada local, em cada sub-período de tempo, será igual ao somatório dos balanços de transporte dos produtos que compõem o grupo. As restrições (3) verificam o quanto o limite físico máximo foi violado para cada local, por grupo de produtos no final de cada sub-período. As restrições (4) verificam o quanto o limite físico mínimo foi violado para cada local, por grupo de produtos no final de cada sub-período. As restrições (5) penalizam os estoques negativos, por local, produto e sub-período. Elas são necessárias porque apenas com (3) e (4), se, por exemplo, um local tiver -10 do produto 1 e +20 do produto 2, e pertencerem ao mesmo grupo, a violação do produto 1 não será considerada, já que o estoque é agregado por grupo de produtos. As restrições (6) verificam o quanto o limite operacional máximo de estoque foi violado para cada local, por grupo de produtos no final de cada sub-período. As restrições (7) verificam o quanto o limite operacional mínimo de estoque foi violado para cada local, por grupo de produtos no final de cada sub-período. Nas restrições (8), $zx_{prsk}$= 1 sempre que um lote do k-ésimo tamanho do produto p está comprometido para ser transportado pela rota r, a partir do sub-período de tempo s. As restrições (9) garantem que o volume movimentado em cada arco será igual ao somatório dos volumes movimentados por todas as rotas que usam o arco, por produto e por período. As restrições (10) garantem que o volume total movimentado em cada arco, por período, seja menor ou igual à capacidade máxima do arco e que não seja um valor negativo. As restrições (11) garantem que em cada rota, em cada sub-período, para cada produto, no máximo um tamanho de lote pode ser enviado. Em (12), as variáveis são binárias. Em (13) e (14), as variáveis são contínuas e não-negativas.

Para ilustrar a discretização dos envios e recebimentos por dutos, segue um exemplo:

Suponha que a variável $zx_{prsk}$ seja igual a um para $p$=1, $r$=1, $s$=1 e $k$=1, ou seja, um lote de tamanho 1 do produto 1 será enviado pela rota 1, começando no sub-período 1 de algum período. Suponha também que a rota 1 liga o local 1 ao local 2 por meio de um duto, e que o lote de tamanho 1 tem volume de 10.000 $m^3$ e o duto tem volume de 8.000 $m^3$ e vazão de 3.000 $m^3$/sub-período. Como a variável $zx$ diz que o envio começa no sub-período 1, ele durará 10.000/3.000=3 sub-períodos, restando 1/3 do quarto sub-período, ou seja, o envio terminará no quarto sub-período, decorrido 1/3 dele.
Para calcular o início do recebimento no local 2, basta dividir 8.000/3.000=2, restando 2/3. Ou seja, no terceiro sub-período, decorrido 2/3 dele. O recebimento terminará 2 + 2/3 + 3 + 1/3=6 sub-períodos depois do início do envio, ou seja, no fim do sexto sub-período.
A figura abaixo mostra os intervalos de envio e recebimento:

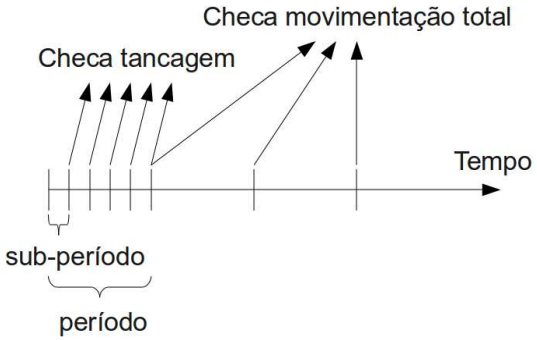



Os valores de $env_{prk}(\delta)$ e $rec_{prk}(\delta)$ ficam:

$env_{111}(0)$=3.000 $m^3$, $env_{111}(1)$=3.000 $m^3$ , $env_{111}(2)$=3.000 $m^3$ , $env_{111}(3)$=1.000 $m^3$ , $env_{111}(4)$=0, $env_{111}(5)$=0.

$rec_{111}(0)$=0, $rec_{111}(1)$=0, $rec_{111}(2)$=1.000 $m^3$, $rec_{111}(3)$=3.000 $m^3$, $rec_{111}(4)$=3.000 $m^3$, $rec_{111}(5)$=3.000 $m^3$.

Obs.: A figura abaixo mostra quando são feitas as checagens de estouro de capacidade.




### 3.2 Busca Local por MIP

Para melhorar a solução obtida pelo otimizador através do modelo anterior, foi aplicada uma variação do método conhecido como Busca Local em MIP (BLM) (Fischetti e Lodi,2003). Este procedimento é muito parecido com uma busca local clássica, mas a vizinhança é obtida através da introdução no MIP de inequações genéricas. Estas inequações restringem a diferença entre a solução atual e a nova solução, limitando o número de variáveis que podem ter valores diferentes na nova solução e na solução anterior.

No nosso caso, foi desenvolvida uma variação do algoritmo proposto em Fischetti e Lodi (2003), que fixa em zero as variáveis binárias $zx_{prsk}$, com três exceções:

1. As variáveis $zx_{prsk}$ que representam lotes de tamanho mínimo (k = 1) transportados por quaisquer rotas em determinados sub-períodos não são fixadas. Para escolher os sub-

períodos, o horizonte de tempo é dividido em trechos (por enquanto, a quantidade de trechos é escolhida por um parâmetro) e toma-se o primeiro sub-período de cada trecho.

2. As variáveis $zx_{prsk}$ com valor 1 na solução atual não são fixadas.
3. Para cada variável $zx_{prsk}$ que tiver valor 1 na solução atual, as variáveis "vizinhas" $zx_{prsk-1}$, $zx_{prsk+1}$, $zx_{prs-1k}$, $zx_{prs+1k}$ também não são fixadas.

A lógica por trás do algoritmo é reduzir o número de variáveis do modelo, acelerando o tempo de resolução da relaxação, o que permite pesquisar um número muito maior de nós da árvore de *branch-and-bound* em menos tempo. Apesar do espaço de busca ser mais restrito, a obtenção de uma melhor solução é mais provável uma vez que a busca é mais eficiente. Um pseudocódigo para o algoritmo é apresentado a seguir:

```
Executa o modelo;
Se não atingiu a solução ótima, mas tem uma viável:
   Repita:
      Guarda a solução atual;
      Para cada variável zx_prsk:
         Fixar = verdadeiro;
         Se k = 1 e s = início de trecho:
            Fixar = falso;
         Fim-Se;
         Se Fixar = verdadeiro:
            Pega valor da variável na solução atual;
            Se valor = 1:
               Fixar = falso;
            Fim-Se;
         Fim-Se;
         Se Fixar = verdadeiro:
            Procurar na vizinhança;
            Se alguma variável vizinha tiver valor = 1:
               Fixar = falso;
            Fim-Se;
         Fim-Se;
      Fim-Para;
      Calcula nova solução (Rodar Otimizador);
   Enquanto nova solução melhor que solução atual;
Fim-Se;
```

### 3.3 Módulo de Simulação

O módulo de simulação implementa um sistema de simulação por eventos discretos para determinar os dias de saída e chegada dos produtos transportados na origem e no destino de suas rotas, respectivamente. Este tipo de modelo é definido pelos elementos que determinam o estado do sistema e os eventos nos quais estes estados são alterados. No caso do modelo implementado, o estado do sistema é descrito pelos seguintes elementos:

1 - Para cada local e cada produto, é definido a quantidade total em estoque;
2 - Para cada arco, são definidos os lotes em trânsito. No caso dos dutos, é necessário guardar os lotes e as quantidades sendo enviadas e recebidas, além do sentido, em caso de duto reversível.

O módulo recebe como entrada a lista de lotes a serem enviados e seus tamanhos, os sub-períodos de envio e as rotas. A prioridade entre lotes do mesmo período por rotas que compartilham recursos não é relevante devido à granularidade fina do modelo. Além disso, são definidos os seguintes eventos:

Fim de envio: Ocorre quando um lote termina de ser enviado pelo duto. Neste caso, é necessário começar a enviar o próximo lote caso o sentido seja o mesmo.

Inicio de recebimento: Ocorre quando um lote começa a ser recebido pelo duto.

Fim de recebimento: Ocorre quando um lote termina de ser recebido pelo duto ou navio. Neste caso, é necessário começar a enviar o próximo lote caso o sentido seja o contrário. No caso do navio, o recebimento é instantâneo.

Mudança de Subperíodo: Ocorre quando muda o subperíodo definido pelo modelo MIP. Deste modo, os lotes previstos para o próximo subperíodo podem começar a ser enviados. As vazões de produção e demanda nos locais mudam por período, sendo necessária a informação de período do subperíodo em questão.

## 4 Resultados Computacionais

### 4.1 Melhorias da Busca Local em MIP

Para comparar o algoritmo com e sem BLM, usamos uma instância real de nível tático que, por ser muito extensa, não foi anexada ao artigo. Ela é referente a 13/08/2009 e suas principais características são:

Períodos: agosto (31 dias), setembro (30 dias) e outubro (31 dias). Produtos: GLP. Grupos de produtos: apenas o próprio GLP. Modais: duto e navio. Locais: 16.

Para analisar a robustez do método proposto, transformamos esta instância em 10 instâncias aleatórias, modificando os balanços nos locais. Em todos os testes, o PC usado foi um AMD Phenon X4 9600 2.3 GHz, 4 Gb memória e o CPLEX versão 12.1. A tabela abaixo mostra os resultados:

| Sem. | Instância | Tempo (seg) | Custo Total | BLM rodou | Custo de Transporte | Custo de Violação | GAP | Sol antes do BLM |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Com BLM | 440 | 310072 | 4 | 247025 | 63047 | 11.48% | 323710 |
| | Sem BLM | | 323711 | - | 252595 | 71116 | 15.21% | - |
| 2 | Com BLM | 440 | 310358 | 4 | 259611 | 50747 | 10.97% | 326158 |
| | Sem BLM | | 325640 | - | 251239 | 74401 | 15.06% | - |
| 3 | Com BLM | 380 | 318944 | 3 | 263231 | 55713 | 11.33% | 340594 |
| | Sem BLM | | 339237 | - | 242223 | 97014 | 16.63% | - |
| 4 | Com BLM | 440 | 302990 | 4 | 245012 | 57978 | 11.15% | 329092 |
| | Sem BLM | | 329092 | - | 253287 | 75805 | 18.15% | - |
| 5 | Com BLM | 380 | 323311 | 3 | 263286 | 60025 | 10.67% | 345343 |
| | Sem BLM | | 345343 | - | 250355 | 94988 | 16.37% | - |
| 6 | Com BLM | 320 | 316888 | 2 | 248428 | 68460 | 11.07% | 330375 |
| | Sem BLM | | 329674 | - | 250460 | 79214 | 14.51% | - |
| 7 | Com BLM | 440 | 317637 | 4 | 257756 | 59881 | 9.72% | 336539 |
| | Sem BLM | | 336540 | - | 262443 | 74097 | 14.79% | - |
| 8 | Com BLM | 320 | 323812 | 2 | 239002 | 84810 | 15.67% | 326069 |
| | Sem BLM | | 312120 | - | 246885 | 65235 | 12.51% | - |
| 9 | Com BLM | 380 | 310996 | 3 | 246800 | 64196 | 10.79% | 331598 |
| | Sem BLM | | 313849 | - | 246801 | 67048 | 11.49% | - |
| 10 | Com BLM | 500 | 318769 | 5 | 251616 | 67153 | 10.56% | 342457 |
| | Sem BLM | | 342457 | - | 251289 | 91168 | 16.74% | - |
| **Média** | Com BLM | 404 | 315377 | 3.4 | 252176 | 63201 | 11.34% | 333193 |
| | Sem BLM | 404 | 329766 | - | 250757 | 79008 | 15.15% | - |

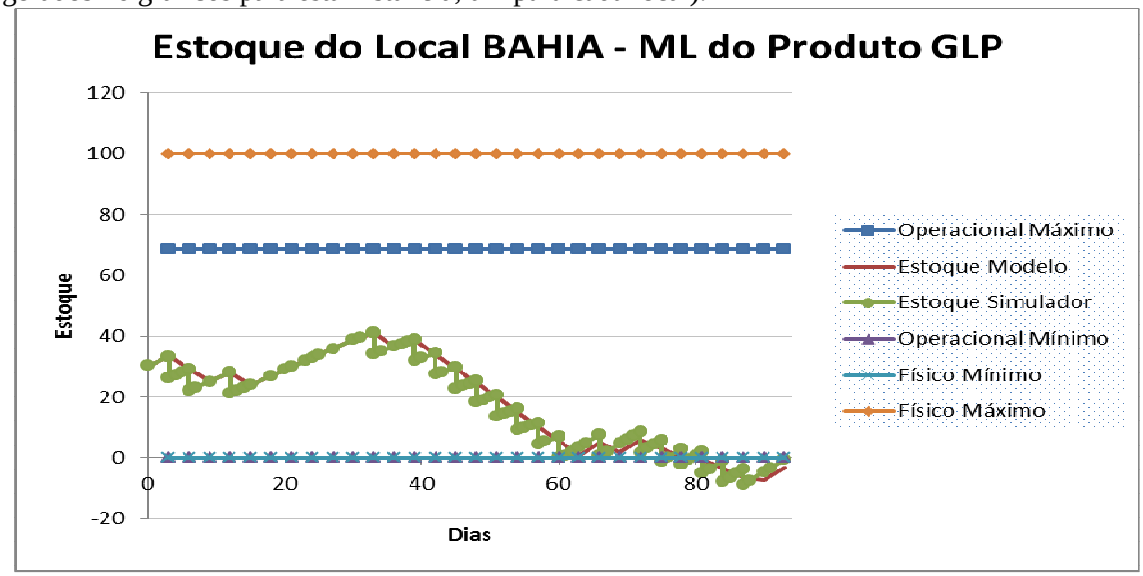
Quando o BLM foi utilizado, o tempo de otimização dado para o modelo MIP foi de 200 segundos, mais 60 segundo para cada vez que o BLM foi rodado. O tempo de otimização dado ao modelo sem o BLM foi a soma dos tempos dados ao caso anterior, 200 + 60 x (nº de vezes que BLM rodou).

A coluna 1 mostra a semente usada para gerar a aleatoriedade da instância. A 3 mostra o tempo de otimização total. Coluna 4 mostra o valor final da função objetivo. A coluna 5 mostra o número de vezes que o BLM rodou. A 6 mostra o custo de transporte, a 7 mostra o custo de violação de estoque, sendo o custo total a soma do custo de transporte com o custo de violação de estoque. Coluna 8 mostra o GAP final do CPLEX e a 9 mostra o valor da função objetivo antes do BLM rodar ( passados 200 segundos).

O modelo em conjunto com o BLM demonstrou ser melhor, com GAP médio de 11,34%, contra 15,15% sem o BLM. Apenas na instância 8 o BLM piorou a solução. Para calcular o GAP com o BLM, foi utilizado o limite inferior do modelo antes de rodar o BLM, juntamente com a melhor solução encontrada no último BLM rodado.

### 4.2 Resultado do Simulador

Para comparar a solução gerada pelo modelo MIP com a solução do simulador, a figura abaixo mostra os estoques gerados pelas duas soluções. O gráfico refere-se a um dos locais pertencente à instância descrita acima, para o único produto da malha, GLP (no total, foram gerados 16 gráficos para esta instância, um para cada local).




Pelo gráfico, vemos que em nenhum momento o estoque estourou os limites máximos operacional e físico, porém os limites mínimos, que são iguais, estouraram do dia 80 até o final do período analisado. A diferença entre a solução do modelo e do simulador se deve ao fato do modelo possuir granularidade maior, medindo os estoques menos vezes que o simulador (e economizando muito tempo com isso).

No gráfico do simulador, quando o gráfico sobe na vertical, significa que chegou um navio. Quando desce na vertical, um navio foi enviado. Quando sobe na diagonal, significa que o balanço no período foi positivo ou algum produto foi recebido via duto, se descer na diagonal, o balanço foi negativo ou algum produto foi enviado via duto. Se os dois eventos acontecem ao mesmo tempo, balanço e transporte via duto, não é possível separá-los apenas olhando para o gráfico.

## 5 Conclusões e Próximos Passos

Dado os resultados obtidos, acreditamos que o modelo de programação matemática atual, incluindo a técnica de BLM, resultou em soluções satisfatórias, em tempos computacionais aceitáveis, para servir de entrada para o módulo de simulação.

O simulador, além de adaptar a solução do modelo matemático para a realidade do problema tratado, serviu também como ferramenta gráfica, algo extremamente útil quando a solução é extensa e de difícil validação.

Como trabalhos futuros, novos testes serão realizados em instâncias obtidas automaticamente do banco de dados da Petrobrás seguindo todos os níveis e produtos. Algumas dessas novas instâncias terão quantidade maior de produtos, modais, arcos e rotas, sendo estas mais complexas (compostas por diferentes tipos de modais). Considerando o aumento da dificuldade de resolução destas novas instâncias, novas técnicas e heurísticas serão desenvolvidas e testadas para aprimorar o otimizador.

### 5.1 Aprimoramentos desejáveis

Os seguintes aprimoramentos podem ser desejáveis para tornar o modelo mais aderente à realidade da malha.

- O modelo atual permite que um mesmo produto siga uma seqüência de mais do que uma rota até chegar ao seu destino. Isto pode incorrer num custo elevado de carga e descarga, mas é

possível se a rota principal não der vazão. Pode ser desejável contabilizar estes custos de carga e descarga.

- Num modelo mais avançado, podemos considerar a possibilidade de degradação, ou seja, mediante uma penalidade considerar que um produto mais nobre (com melhor especificação e maior valor agregado) seja movimentado e entregue como um produto inferior.
- Também podemos avaliar a possibilidade de incluir os produtos especiais mencionados na seção 2.

## 6 Referências Bibliográficas

**Arenales, M., Armentano, V., Morabito, R., Yanasse, H**. Pesquisa Operacional, 3ª tiragem, Ed. Campus, 2007.

**Bertsimas, D., Tsitsiklis, J**. Introduction do Linear Optimization**,** Ed. Athena Scientific, 1997.

**Ribas, P. C.** Modelo de Transferência Malha Brasil. Relatório interno do CENPES/PDAB/DLT, Petrobras. 2008.

**Rocha, R.** Petroleum Supply Planning: Models, Reformulations and Algorithms. Tese de doutorado. PUC-Rio, Departamento de Informática. Maio/2010.

**Fischetti, M., Lodi, A.** (2003), Local branching, *Mathematical Programming*, pg. 23-47, volume 98.

**Sokolowski, J. A., Banks, C. M.** Principles of modeling and simulation: a multidisciplinary approach, 2009.