

Otimização Multiobjetivo no Controle de Gastos com Inseticidas e Machos Estéreis no Combate da Dengue

L. S. Barsante¹, R. T. N. Cardoso², J. L. Acebal²

¹Mestranda em Modelagem Matemática e Computacional
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais(CEFET-MG)
Av. Amazonas, 7675 – 30.510-000 – Belo Horizonte – MG – Brasil

²Departamento de Física e Matemática
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais(CEFET-MG)
Av. Amazonas, 7675 – 30.510-000 – Belo Horizonte – MG – Brasil

lilliabarsante@gmail.com, rodrigoc@des.cefetmg.br, jlancebal@gmail.com

Abstract. *Dengue is currently one of the infectious disease that occurs mainly in tropical and subtropical areas of the world. This disease has prompted the development of mathematical models that describe and analyze the evolution of the vectors of this disease. One strategy to combat these vectors in Brazil is accomplished through the intensive use of insecticides. An alternative way of controlling these vectors is releasing sterile males into the natural environment and thus alter its reproduction process. To analyze the economic cost of these controls to combat dengue and based on the model proposed in the literature to study the effect of the insertion of sterile males into the environment, we propose in this work to minimize this cost via mono and multiobjective dynamic optimization.*

KEYWORDS: *Dengue, Mathematical model, Optimization.*

Resumo. *A dengue é atualmente uma das doenças infecciosas que ocorre principalmente em áreas tropicais e subtropicais do mundo. Esta doença tem motivado o desenvolvimento de diversos modelos matemáticos que descrevem e analisam a evolução dos vetores desta doença. Uma das estratégias de combate destes vetores no Brasil é realizada através do uso intenso de produtos inseticidas. Uma forma alternativa de controlar estes vetores é liberando machos estéreis no ambiente natural e, assim, alterar seu processo de reprodução. Visando analisar o custo econômico destes controles no combate da dengue e baseando no modelo proposto na literatura para estudar o efeito da inserção de machos estéreis no meio ambiente, propomos nesse trabalho minimizar este custo via otimização dinâmica mono e multiobjetivo.*

PALAVRAS CHAVE: *Dengue, Modelo Matemático, Otimização.*

1 Introdução

A dengue é uma doença infecciosa causada por um vírus, que ocorre principalmente em áreas tropicais e subtropicais do mundo. As epidemias geralmente ocorrem no verão, durante ou imediatamente após períodos chuvosos. No Brasil a dengue se tornou uma doença de grande importância epidêmica a partir da década de 90 e no ano de 2005, foi considerada pela Organização Mundial de Saúde (OMS), a doença viral mais importante, veiculada por mosquitos, que afeta os seres humanos.

O *Aedes aegypti* é o principal transmissor desta doença e o ciclo de vida completo deste vetor é composto das fases: aquática (ovos, larvas e pupas) e alada (mosquitos adultos). Em contato com a água, os ovos desenvolvem-se rapidamente em larvas, que dão origem às pupas, das quais surge o vetor adulto. Este vetor ficou conhecido por transmitir mundialmente à dengue e a febre amarela, e tem-se caracterizado como um inseto de comportamento urbano.

Apesar dos diversos estudos sobre a dengue, ainda não há uma forma eficaz de combater a doença. Uma das estratégias de controle destes vetores na fase larval e adulta no Brasil é realizada através do uso intensivo de produtos químicos, mas o uso maciço destes produtos pode provocar danos ambientais e gerar o desenvolvimento da resistência dos vetores, ou seja, morrem os indivíduos suscetíveis e sobrevivem os resistentes, que transferem essa capacidade a seus descendentes [Thomé (2007)].

Outra forma de conter estes vetores é através do controle biológico, realizado através da inserção de machos estéreis em regiões endêmicas visando alterar seu processo reprodutivo, reduzindo assim o nível de indivíduos infectados. Estes insetos se tornam estéreis devido ao uso de agentes que causam mutações, tais como, a radiação gama. Esta técnica, conhecida como *Sterile Insect Technique* (SIT), foi desenvolvida pelo entomólogo americano Edward Knippling e tem-se mostrado muito eficiente no controle de pragas agrícolas [Thomé (2007)].

Devido à distribuição espacial heterogênea dos criadouros do vetor da dengue, há dificuldade em aplicar na prática este tipo de controle biológico, visto que quando as indústrias fabricam estes vetores em grande escala, elas precisam libertá-los imediatamente na natureza, devido ao tempo curto de vida do mosquito [Thomé (2007)].

Desta forma, modelos matemáticos vêm sendo desenvolvidos a fim de descrever a dinâmica populacional deste vetor e a propagação de epidemias a ele associada, baseando-se em variáveis sócio-ambientais, e/ou em parâmetros climáticos, que influem em seu ciclo vital, buscando inclusive avaliar certas formas de controle do vetor.

Esteva & Yang (2006) descreveu o efeito da inserção de inseticidas e machos estéreis na dinâmica de evolução da dengue, a partir de duas fases epidêmicas da doença, fase aquática (ovos, larvas e pupas) e fase alada (mosquitos adultos), almejando assim, a redução da população dos vetores da dengue a níveis aceitáveis ou mesmo o seu desaparecimento do ambiente.

Dando continuidade ao trabalho elaborado pelos autores anteriores, Thome (2007) propôs um modelo de otimização baseado nas técnicas de controle ótimo, desenvolvendo e resolvendo tanto analiticamente quanto numericamente um funcional custo, minimizando gastos relacionados com a mortalidade de fêmeas fertilizadas do vetor, produtos químicos e inserção de machos estéreis em regiões endêmicas da dengue.

Neste trabalho usamos o Algoritmo Genético para resolver numericamente este problema de controle ótimo, nas versões mono e multiobjetivo, neste caso, adaptando o funcional criado por Thomé (2007). Os resultados obtidos na otimização mono-objetivo se mostraram melhores que os encontrados por Thomé (2007). Na otimização multiobjetivo, encontrou-se um conjunto de pontos não dominados em que o resultado da otimização mono-objetivo corresponde a um destes pontos e o resultado encontrado por Thome (2007) foi dominado pelas soluções.

A seção 2 ilustra as formas de transmissão do dengue tanto para o vetor quanto para os humanos. Na seção 3 descrevemos de forma sucinta o ciclo de vida do vetor. A seção 4 tem como objetivo estudar a modelagem da dinâmica de propagação do vetor da dengue baseando no modelo proposto por [Esteva (2006)]. Na seção 5, abordamos o modelo de otimização baseado nas técnicas de controle ótimo desenvolvido por [Thomé (2007)] e analisamos a aplicação do controle via otimização dinâmica mono e multiobjetivo, visando minimizar o custo econômico gasto no combate da dengue. E finalmente, a seção 6 apresenta a conclusão dos resultados obtidos neste trabalho.

2 Formas de Transmissão

A transmissão se dá pela picada das fêmeas adultas do vetor da dengue no período de viremia do humano infectado, ou seja, começa um dia antes do aparecimento da febre e vai até o 6º dia da doença.

Após um repasto de sangue infectado, o vírus vai se localizar nas glândulas salivares deste vetor, onde se multiplica depois de 8 a 12 dias de incubação, logo após torna-se vetor permanentemente da doença estando apta a transmitir o vírus a humanos sadios. Apesar de contaminado, a doença não se manifesta no vetor [SVS (2005)].

O período de incubação do vírus no ser humano varia de 3 a 15 dias, mas em média ocorre de 5 a 6 dias, após a picada do vetor infectado. Após a contaminação, o humano torna-se imune ao sorotipo pelo qual foi contaminado, porém, fica suscetível aos demais [FNS (2001)].

Não há transmissão por contato direto de um doente ou de suas secreções para uma pessoa sadia, nem através da água ou alimento [SMSF (2003)].

3 Ciclo de vida do vetor

O ciclo de vida completo do vetor é composto pelas fases: aquática (ovos, larvas e pupas) e alada (mosquitos adultos).

Os ovos são depositados pelas fêmeas na água e/ou nas paredes internas de qualquer recipiente escuro ou sombreado que serve como reservatórios de água. Uma vez completado o desenvolvimento embrionário, 48 horas após a sua postura (em condições favoráveis de umidade e temperatura), estes ovos são capazes de resistir a longos períodos de dessecação, que podem prolongar por mais de um ano. Esta condição permite que os ovos sejam transportados a grandes distâncias, em recipientes secos, tornando-se assim o principal meio de dispersão do vetor [FNS (2001)].

A fase larvária possui quatro estágios evolutivos, correspondendo ao período de crescimento e alimentação. As larvas se desenvolvem em água parada, limpa ou suja. A duração desta fase depende da temperatura, disponibilidade de alimento e densidade das larvas no criadouro. As larvas são sensíveis a movimentos bruscos na água e a presença de luz [FNS (2001)].

As pupas não se alimentam e corresponde a fase onde ocorre a metamorfose do estágio larval para o adulto. Este estágio dura geralmente, de dois a três dias [FNS (2001)].

O adulto representa a fase reprodutora do vetor, em média, 24 horas após emergirem da fase aquática ambos os sexos estão aptos para o acasalamento, que se realiza durante o vôo e dificilmente ocorre sobre uma superfície vertical ou horizontal [Oliveira (2006)].

Uma única inseminação é suficiente para fecundar todos os ovos que a fêmea vem a produzir, esta pode colocar 150 a 200 ovos de cada vez, sendo estes depositados aos poucos e em lugares diferentes, aumentando assim a probabilidade de nascimento de novos mosquitos. Calcula-se que haja uma probabilidade entre 30 e 40% de chances dos descendentes de vetores infectados já nascerem com o vírus por transmissão transovariana [Oliveira (2006)].

Os vetores adultos podem permanecer vivos em laboratório durante meses, mas na natureza vivem em média de 30 a 35 dias [Cavalcante (2011)].

4 Modelo Matemático

O efeito da inserção de inseticidas e machos estéreis na dinâmica de evolução da dengue, a partir de duas fases epidêmicas da doença, fase aquática (ovos, larvas e pupas) e fase alada (mosquitos adultos), foram descritos por [Esteva (2006)]. A consequência desta inserção é a redução da população de insetos à níveis aceitáveis ou mesmo o seu desaparecimento do ambiente.

Este modelo descreve a população de mosquitos naturais dividida em cinco compartimentos, onde a população da fase aquática é representada por $A(t)$ e a população da fase alada é representada pelas populações fêmeas imaturas $I(t)$, machos naturais $M(t)$, fêmeas acasaladas férteis $F(t)$ e fêmeas acasaladas removidas $U(t)$. A população de machos estéreis $S(t)$ é introduzida no meio de forma externa, correspondendo a uma taxa constante α . Simplificadamente a Figura 1 ilustra o esquema do diagrama deste compartimento:

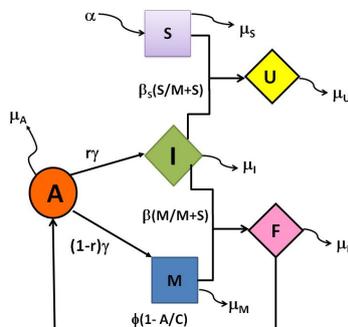


Figura 1. Diagrama da Interação Populacional com controle biológico

Neste diagrama considerou-se também que o modelo com dinâmica vital apresenta:

- μ a taxa de mortalidade natural dos vetores;
- ϕ a taxa de oviposição intrínseca das fêmeas fertilizadas;
- C é a capacidade do meio relacionada como o número de nutrientes, criadouros disponíveis, dentre outros, para proliferação dos vetores na fase aquática;
- γ a taxa com que os vetores evoluem da fase aquática para a fase alada;
- β a taxa de acasalamento entre machos naturais e fêmeas imaturas;
- β_S a taxa de acasalamentos entre machos estéreis e fêmeas imaturas;

Desta forma, o sistema de equações diferenciais não-lineares que representa a dinâmica deste vetor com controle biológico descrito por [Esteva (2006)] é o seguinte :

$$\begin{cases} \frac{dA}{dt} &= \phi(1 - \frac{A}{C})F - \gamma A - \mu_A A \\ \frac{dI}{dt} &= r\gamma A - \frac{\beta MI}{M+S} - \frac{\beta_S MI}{M+S} - \mu_I I \\ \frac{dF}{dt} &= \frac{\beta MI}{M+S} - \mu_F F \\ \frac{dM}{dt} &= (1-r)\gamma A - \mu_M M \\ \frac{dS}{dt} &= \alpha - \mu_S S \end{cases} \quad (1)$$

A população $I(t)$ e $M(t)$ representam respectivamente, fêmeas imaturas e machos naturais que evoluíram da fase aquática para a fase alada a uma taxa γ . A população $F(t)$ é proveniente do cruzamento de machos naturais com fêmeas imaturas a uma taxa igual a $\frac{\beta M}{M+S}I$, onde β é a taxa de acasalamento e $\frac{M}{M+S}I$ é a probabilidade de encontro destas populações. Esta população irá alimentar a fase aquática a uma taxa $\phi(1 - \frac{A}{C})F$.

A população $S(t)$ representa machos estéreis que foram introduzidos de forma externa no meio endêmico a uma taxa constante α . E a população $U(t)$ descrita pela equação abaixo, está desacoplada deste sistema, sendo composta por fêmeas ditas removidas, isto porque machos estéreis acasalaram com as mesmas a uma taxa $\frac{\beta_S S}{M+S}I$ tornando-as impossibilitadas de produzir ovos viáveis a continuidade do ciclo natural do vetor.

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\beta_S SI}{M+S} - \mu_U U$$

Os parâmetros $\gamma, \phi, r, C, \beta, \beta_S, \mu_A, \mu_I, \mu_F, \mu_M, \mu_S$, cuja unidade com exceção do r é $dias^{-1}$ e as condições iniciais do sistema (1) foram extraídos de Thome (2007) e estão ilustrados na Tabela 1 e Tabela 2, respectivamente.

C	γ	ϕ	r	β_S	β	M_S	M_A	M_I	M_F	M_M
13	0.07	0.5	0.5	0.7	1	0.1	0.05	0.05	0.05	0.1

Tabela 1. Parâmetros adotados no sistema em estudo.

A(0)	I(0)	F(0)	M(0)	S(0)
8.3200	0.2773	5.5467	2.9120	0

Tabela 2. Condições Iniciais adotados neste estudo.

5 Otimização

Dando continuidade ao trabalho elaborado pelos autores anteriores, Thome (2007) analisou a minimização do custo de utilizar a técnica de controle da dengue através do uso de inseticidas e de liberação de machos estéreis, considerando $u_1(t)$ (investimento com inseticida) e $u_2(t)$ (investimento com mosquitos estéreis) as variáveis de decisão do problema de controle ótimo. A figura 2 ilustra a dinâmica populacional destes vetores acrescido das variáveis de controle $u_1(t)$ e $u_2(t)$:

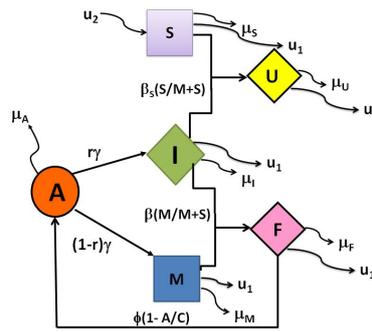


Figura 2. Diagrama da Interação Populacional com controle químico e biológico

Desta forma o sistema descrito por Thome (2007) é o seguinte :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dA}{dt} = \phi(1 - \frac{A}{C})F - \gamma A - \mu_A A \\ \frac{dI}{dt} = r\gamma A - \frac{\beta MI}{M+S} - \frac{\beta_S MI}{M+S} - \mu_I I - u_1 I \\ \frac{dF}{dt} = \frac{\beta MI}{M+S} - \mu_F F - u_1 F \\ \frac{dM}{dt} = (1-r)\gamma A - \mu_M M - u_1 M \\ \frac{dS}{dt} = u_2 - \mu_S S - u_1 S \end{array} \right. \quad (2)$$

Observe que $u_1(t)$ não atua na fase aquática $A(t)$ e a taxa constante α foi substituída pela variável de controle $u_2(t)$.

Para analisar a minimização do custo de utilizar estes controles, Thome (2007) adotou um funcional quadrático por considerar o índice de desempenho J uma função não-linear quadrática de u . Assim

$$J[u] = \frac{1}{2} \int_0^T (c_1 u_1^2 + c_2 u_2^2 + c_3 F^2 - c_4 S^2) dt \quad (3)$$

onde

- c_1 representa a importância relativa do custo com inseticidas;
- c_2 representa a importância relativa do custo com a produção de mosquitos estéreis;
- c_3 representa a importância relativa do custo com número de fêmeas fertilizadas(custo social);
- c_4 representa a importância relativa do custo de preservação de mosquitos estéreis.

Os quadrados nas variáveis funcionam como uma penalização, enfatizando as contribuições de pequenas variações e ampliando os efeitos de grandes variações nestas variáveis, os coeficientes (c_i) representam a importância relativa de cada fator no custo do funcional e como J será minimizado, o sinal negativo na frente do custo c_4 reflete o desejo de maximizar a presença de mosquitos estéreis no ambiente.

Neste sentido, o presente trabalho propõe por meio dos mecanismos de otimização mono-objetivo minimizar o funcional J e posteriormente, adaptar este funcional para realizar a otimização multiobjetivo, considerando o seguinte cenário:

- custo barato com inseticida e com preservação de machos estéreis;
- custo com número de fêmeas fertilizadas elevado, pois almejamos eliminar a doença;
- produção cara de machos estéreis.

Os coeficientes adotados na função custo deste trabalho foram extraídos de Thome (2007) e compõem a Tabela 3.

c_1	c_2	c_3	c_4
1	10	100	1

Tabela 3. Coeficientes adotados na função custo deste estudo.

5.1 Otimização Mono-objetivo

Thomé (2007) utilizou o Princípio do Máximo de Pontryagin para determinar analiticamente o valor ótimo das variáveis $u_1(t)$ e $u_2(t)$ do problema de controle e numericamente aplicou o Método de Newton, onde usou o método da continuação analítica para gerar uma aproximação inicial que garanta sua convergência, visto que a convergência deste método depende criticamente de uma aproximação inicial suficientemente perto da solução desejada. Para resolver as equações diferenciais ordinárias do sistema (2) em uma escala de tempo de 120 dias utilizou o pacote *bvp4c* do Matlab.

No presente trabalho resolvemos numericamente o problema de controle através de Algoritmo Genético (AG), conforme [Takahashi (2007)]. Visto que nos algoritmos genéticos uma população de possíveis soluções para o problema em questão evolui de acordo com operadores probabilísticos (seleção, mutação, cruzamento) gerados a partir de idéias biológicas, de modo que exista em média, uma tendência dos indivíduos representarem soluções cada vez melhores à medida que o processo evolutivo continua. As variáveis de decisão do problema de controle $u_1(t)$ e $u_2(t)$ geradas no AG foram consideradas constantes no tempo. A evolução das populações do sistema (2) em uma escala de tempo de 120 dias foram realizadas através do pacote *ode45* do MATLAB.

Assim, utilizamos no AG os seguintes parâmetros: 500 como número máximo da população; 250 como número máximo de gerações de uma população; [0 0.1] e [0 0.02] como o domínio das variáveis de decisão $u_1(t)$ e $u_2(t)$, respectivamente; taxa de crossover de 90% e taxa de mutação de 5%. A Tabela 4 ilustra os valores ótimos do problema de controle e o valor correspondente do funcional (3) encontrados por Thome (2007) e pelo AG.

	$u_1(t)$	$u_2(t)$	$J[u]$
Thome (2007)	0.0931	0.0156	42155.5
AG	0.0987	0.0001	26859.1

Tabela 4. Valores ótimos encontrados na otimização mono-objetivo.

As Figuras 3 e 4 ilustram a evolução das populações do modelo (2) considerando estes valores ótimos.

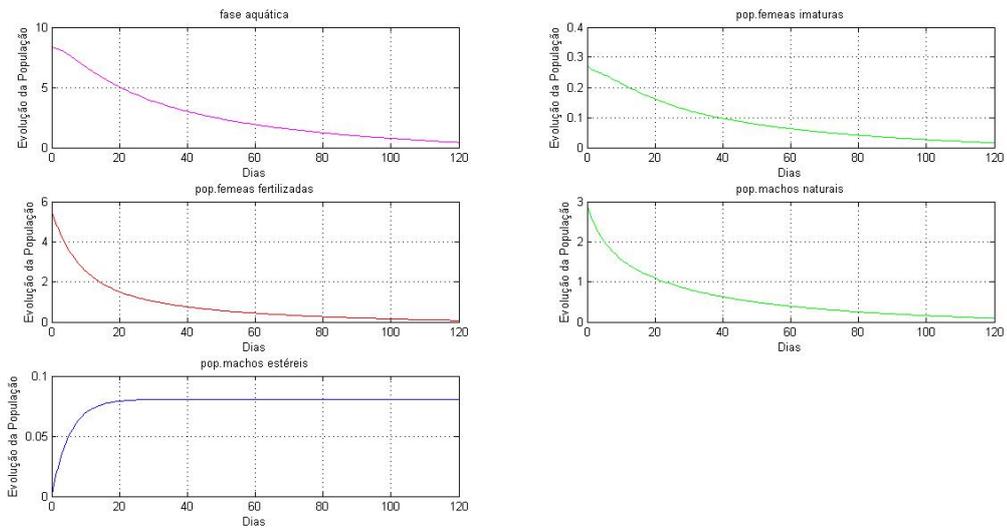


Figura 3. Diagrama da evolução populacional do sistema (2) considerando os valores ótimos encontrado por Thome (2007)

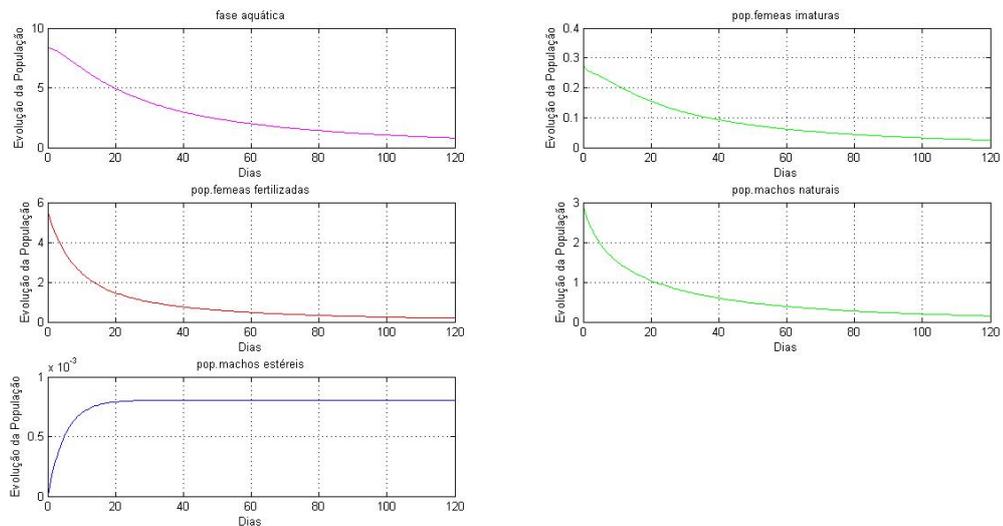


Figura 4. Diagrama da evolução populacional do sistema (2) considerando os valores ótimos encontrado no AG

Observamos que o resultado do funcional (3) obtido na otimização mono-objetivo deste trabalho se mostrou quase 100% melhor que o encontrado por Thomé (2007). Isto se deve à política de se lançar menos machos estéreis no ambiente endêmico (100 vezes menos), lançando mais ou menos a mesma quantidade de inseticidas. Desta forma, conseguimos minimizar o custo econômico do controle, mas possivelmente reduzimos o benefício para a sociedade, visto que um número menor de machos estéreis leva a um número maior de fêmeas fertilizadas com machos naturais, assim resulta em um maior número de ovos na fase aquática e posteriormente um número maior de novos mosquitos na fase alada.

5.2 Otimização Multiobjetivo

O resultado obtido com a otimização mono-objetivo deste trabalho foi melhor que o obtido por Thomé (2007), embora tenha privilegiado o custo econômico em detrimento do benefício social. No entanto, pode-se obter soluções alternativas de políticas de controle através da otimização dinâmica multiobjetivo, considerando os dois critérios simultaneamente. Esta técnica tem como objetivo determinar um conjunto de indivíduos, denominado conjunto Pareto-Ótimo, composto apenas por soluções não-dominadas, ou aquelas nas quais não é possível melhorar algum critério sem tornar o outro pior [Takahashi (2003)].

Neste trabalho, usamos algoritmos genéticos multiobjetivos que utilizam como operadores de seleção a combinação das populações de pais e filhos, selecionando os indivíduos com melhores valores de aptidão para aplicar os operadores probabilísticos (mutação, cruzamento) em cada geração, e a solução ótima nunca é perdida, uma vez que já foi encontrada. Assim escolhemos o algoritmo NSGA-II, que faz a seleção usando como critério a não-dominância e uma medida de dispersão dos pontos pertencentes à mesma fronteira, chamada de *crowding distance*, proposto por [Deb (2001)].

Desta forma, para resolver numericamente o problema de controle ótimo via otimização dinâmica multiobjetivo, consideramos dois critérios distintos:

1. a diminuição do custo com inseticida e com a produção de machos estéreis, descrito na equação (4);
2. a diminuição do custo com fêmeas fertilizadas mais o de preservação de machos estéreis, descrito na equação (5).

$$f_1(u_1, u_2) = \frac{1}{2} \int_0^T (c_1 u_1^2 + c_2 u_2^2) dt \quad (4)$$

$$f_2(u_1, u_2) = \frac{1}{2} \int_0^T (c_3 F^2 - c_4 S^2) dt \quad (5)$$

Na simulação deste algoritmo adotou-se os seguintes parâmetros: 500 como número máximo da população; 250 como número máximo de gerações de uma população; [0 0.1] e [0 0.02] como o domínio das variáveis de decisão $u_1(t)$ e $u_2(t)$, respectivamente; a taxa de crossover é de 90% e a taxa de mutação é dinâmica.

A Figura 5 ilustra as soluções não-dominadas obtidas nesta otimização (com pontos azuis), apresentadas em função dos seus custos f_1 e f_2 , bem como a solução encontrada por Thome (2007) (com um asterisco verde) e a solução encontrada neste trabalho pelo AG mono-objetivo (com um quadrado vermelho). Note que se encontrou um conjunto de pontos não dominados em que o resultado da otimização mono-objetivo corresponde a um destes pontos e o resultado encontrado por Thome (2007) foi dominado, inclusive pelo resultado do AG mono-objetivo. Isto significa que a solução obtida na seção anterior otimizou, comparativamente, tanto o custo econômico quando o custo social, da forma como nos foi proposto medir.

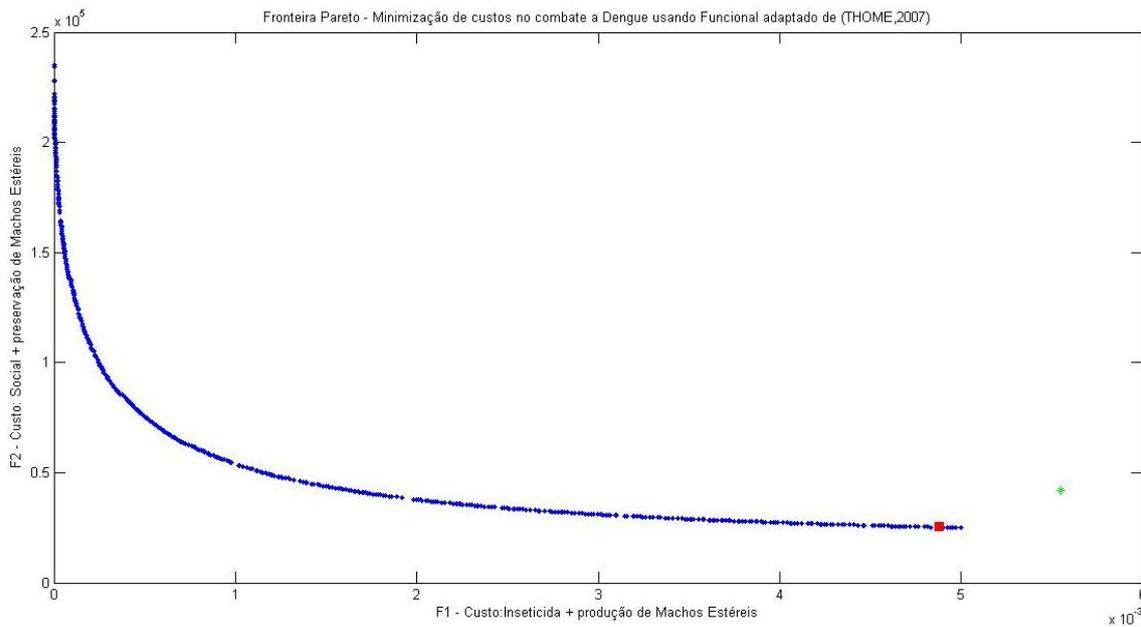


Figura 5. Conjunto Pareto-ótimo

A Figura 6 apresenta a evolução das populações do sistema (2) usando uma solução-ótima tirada do lado direito da fronteira Pareto da Figura 5, $u = [0.0992 \ 0.0001]$, correspondendo um controle com maior inserção de machos no meio endêmico, resultando em um custo econômico menor para reduzir o número de fêmeas fertilizadas, pois inserindo mais machos estéreis neste ambiente, reduzimos o número da população aquática $A(t)$, uma vez que este ao acasalar com uma fêmea imatura, tornam seus ovos inviáveis para evoluir para fase alada e posteriormente reduziram as populações de fêmeas imaturas $I(t)$, fêmeas fertilizadas $F(t)$ e machos naturais $M(t)$.

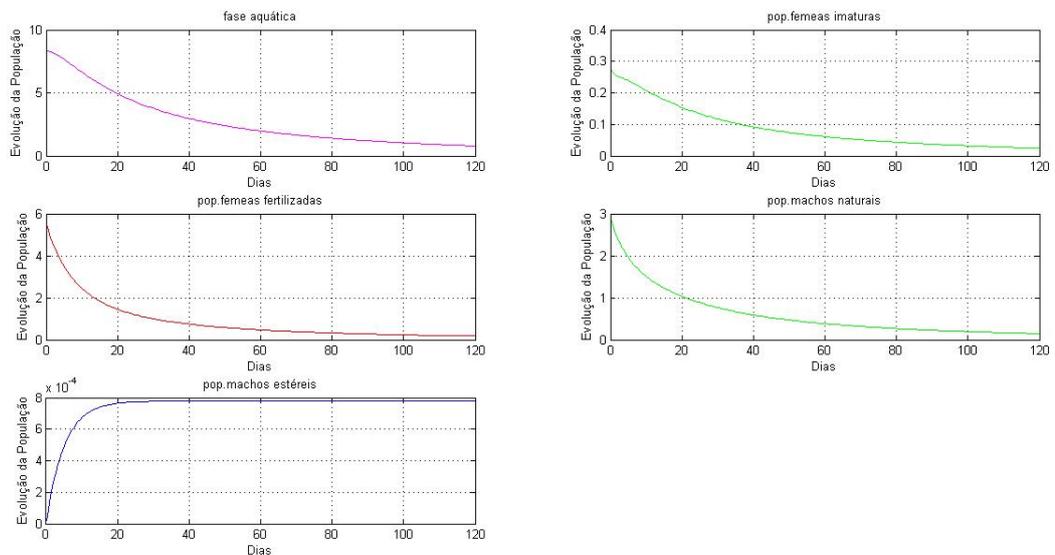


Figura 6. Diagrama da evolução populacional do sistema (2) considerando a solução-ótima tirada do lado direito da fronteira Pareto, com um maior custo com a inserção de machos estéreis e fertilizantes.

A Figura 7 apresenta a evolução das populações do sistema (2) usando uma solução-ótima tirada do lado esquerdo da fronteira Pareto da Figura 5, $u = [0.0043 \ 0.00002]$, correspondendo um controle com uma pequena inserção de machos e inseticidas no meio endêmico, e com isso teremos que gastar uma quantidade econômica maior para reduzir a população de fêmeas fertilizadas $F(t)$ e posteriormente as populações aquáticas $A(t)$, fêmeas fertilizadas $I(t)$ e machos naturais $M(t)$.

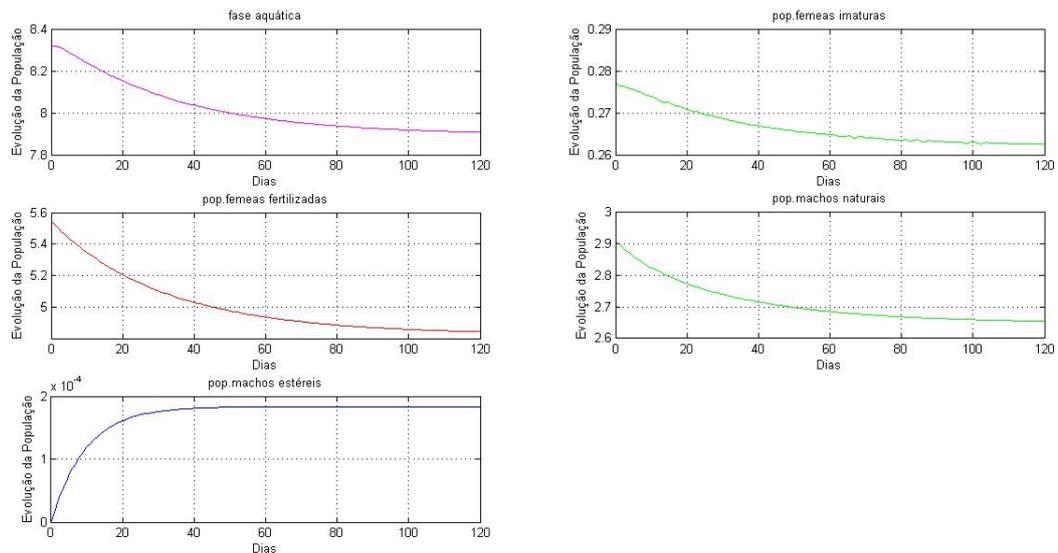


Figura 7. Diagrama da evolução populacional do sistema (2) considerando a solução-ótima tirada do lado esquerdo da fronteira Pareto, com um menor custo com a inserção de machos estéreis e fertilizantes.

Desta forma, ao utilizarmos qualquer estratégia de controle em um determinado problema, devemos sempre questionar o custo/benefício desta operação, pois nem sempre o menor custo com o controle resulta um melhor benefício para a sociedade.

6 Conclusão

Neste trabalho, observamos que através da otimização dinâmica mono-objetivo via algoritmos genéticos encontramos um valor para o funcional (3) melhor que o encontrado por Thomé (2007). Já na otimização multiobjetivo, encontramos um conjunto de pontos não-dominados em que o resultado da otimização mono-objetivo pertence ao conjunto Pareto-ótimo, e o resultado encontrado por Thome (2007) foi dominado. A análise destas soluções nos permite considerar diferentes políticas de controle, levando em conta tanto o custo econômico quanto o benefício social de cada uma.

Por esta análise, percebemos a importância da variável $u_2(t)$ na otimização, ficando evidenciado o fato de se conhecer um conjunto de soluções eficientes do problema, de modo que para cada quantia que se está disposto a investir no combate ao vetor da dengue, de preferência via controle biológico, tem-se um maior benefício para a sociedade como um todo, possibilitando, assim, ao gestor público, diante das reais condições financeiras, implementar uma política de controle mais eficiente na prática.

Referências

- Cavalcante, A. A. (2011). Dengue: Modelo matemático para evolução das população de mosquitos e humanos infectados em diferentes estratégias de controle. Master's thesis, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET-MG.
- Deb, K. (2001). *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. Wiley, England., 1^a edition.
- Esteva, L. and Yang, H. M. (2006). Control of dengue vector by the sterile insect technique considering logistic recruitment. *TEMA Tend. Mat. Apl. Comput.*, 7(2):259–268.
- FNS (2001). *Dengue - Instruções para Pessoal de Combate ao Vetor : Manual de Normas Técnicas*. Fundação Nacional de Saúde, Ministério da Saúde, Brasília, 3 edition.
- Oliveira, M. M. F. (2006). Condicionantes sócio-ambientais urbanos da incidência da dengue na cidade de londrina/pr. Master's thesis, Universidade Federal do Paraná.
- SMSF (2003). *Boletim de Saúde de Fortaleza*. Secretaria Municipal de Saúde de Fortaleza, Fortaleza-Ceará, Volume 7.
- SVS (2005). *Guia de Vigilância Epidemiológica*. Secretaria de Vigilância em Saúde, Ministério da Saúde, Brasília / DF, 6^a edition.
- Takahashi, R. H. C. (2007). *Otimização Vetorial*, volume 2. Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Matemática.
- Takahashi, R. H. C., Vasconcelos, J. A., Ramirez, J. A., and Krahenbuhl, L. (2003). A multiobjective methodology for evaluating genetic operators. *IEEE Transactions on Magnetics*, 39(3):1321–1324.
- Thomé, R. C. A. (2007). *Controle Ótimo Aplicado na Estratégia de Combate ao Aedes Aegypti Utilizando Inseticida e Mosquitos Estéreis*. PhD thesis, Universidade Estadual de Campinas -UNICAMP, São Paulo.