APLICAÇÃO DE GRÁFICOS DE CONTROLE COM MEMÓRIA PARA O MONITORAMENTO DE PROCESSOS INDUSTRIAIS: UM ESTUDO COMPARATIVO

Custodio da Cunha Alves
Universidade da Região de Joinville (UNIVILLE)
Campus Universitário, Joinville - SC
custodio.alves@univille.br

Vicenzo Augusto Zago
Avelino Bragagnolo S.A.
Rodovia FAG 050, km 13. Faxinal dos Guedes-SC
vicenzozago@yahoo.com.br

Elisa Henning
Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC)
Campus Universitário Prof. Avelino Marcante, Joinville - SC
dma2eh@joinville.udesc.br

Robert Wayne Samohyl
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)
Campus Universitário, S/N. Trindade. Florianópolis-SC
samohyl@yahoo.com.br

RESUMO

Os gráficos de controle com memória são ferramentas estatísticas de grande sensibilidade na detecção de pequenas mudanças, contribuindo para uma utilização mais completa de todas as informações disponíveis. Utilizados tradicionalmente para monitoramento de alterações na média dos processos, sua evolução tem permitido também o monitoramento simultâneo da variabilidade. Este trabalho apresenta uma aplicação dos principais gráficos de controle com memória CUSUM, EWMA e GWMA para monitorar simultaneamente a média e variabilidade de um processo industrial. O objetivo principal é investigar a partir de um estudo comparativo se existe diferença significativa quanto à sensibilidade entre o uso destes gráficos e os tradicionais gráficos do tipo Shewhart para detectar pequenas mudanças e reduzir o tempo de detecção, sem aumentar a taxa de alarmes falsos. Neste estudo foram utilizados dados reais de um processo de produção de papel, cuja qualidade característica é a percentagem de umidade. Os resultados são apresentados e discutidos.

PALAVRAS-CHAVE. Gráficos de controle com memória, pequenas alterações do processo, monitoramento simultâneo da média e variabilidade.

EST – Estatística

ABSTRACT

Control charts with memory are statistical tools that demonstrate great sensitivity in the detection of small changes, contributing to a more complete use of all available information. Traditionally used for monitoring changes in mean processes, development in the application of these charts has also permitted the simultaneous monitoring of variability. This paper presents a

study of the application of the main memory control charts CUSUM, EWMA and GWMA to simultaneously monitoring the mean and variability of an industrial process. The main objective is to investigate from a comparative study whether there is significant difference in sensitivity between the use of these charts and the traditional Shewhart type charts in detecting small changes and reducing detection time without increasing the false alarm rate. In this study we used real data from a paper production process whose quality characteristic is the percentage of moisture. Results are presented and discussed.

KEYWORDS. Control charts with memory, small process change, simultaneous monitoring of the mean and variability.

EST - Statistics

1. Introdução

Os gráficos de controle mais conhecidos e, atualmente utilizados para monitorar um processo industrial, são ainda os gráficos do tipo Shewhart. Nestes gráficos cada conjunto de dados ou cada valor é inserido no gráfico individualmente e a sua relação com outros pontos é determinada apenas pelo gráfico (MONTGOMERY, 2004). Apesar de extremamente eficaz, não é a única ferramenta disponível para a análise estatística de processos industriais. Em alguns casos, outros tipos de gráficos de controle multivariados podem complementar ou substituir com vantagens os gráficos de Shewhart, podendo permitir em função do caso em análise, a obtenção de uma solução mais precisa, a um custo e prazos menores que os requeridos pelas metodologias tradicionais. É, o caso dos gráficos de controle com memória CUSUM (Soma Acumulada), EWMA (Média Móvel Exponencialmente Ponderada) e GWMA (Média Móvel de Ponderação Geral) abordados neste trabalho. Estes acumulam a informação mais recente com informações anteriores e, com isso, detectam pequenas e moderadas mudanças dos parâmetros de um processo multivariado com um número médio de amostras até o sinal (ARL) bem menor do que fariam os gráficos de Shewhart.

A principal desvantagem de qualquer gráfico de controle do tipo Shewhart é usar somente informação sobre o processo contido no último ponto demarcado e ignorar qualquer informação dada pela seqüência inteira de pontos. Os gráficos de controle de Shewhart para variáveis como, por exemplo, para a média ($\overline{X}$) e para observações individuais (X_i), nenhuma estatística que envolva todos os dados anteriores é utilizada, ou seja, apenas a informação do último ponto demarcado no gráfico é considerada. Esta característica faz com que o gráfico de controle de Shewhart seja insensível a pequenos e contínuos desvios no processo, da ordem de até 1,5 desvios padrão (ALVES, 2003).

Neste trabalho propõe-se a aplicação dos principais gráficos de controle com memória CUSUM, EWMA e GWMA para o monitoramento simultâneo da média e variabilidade de um processo industrial cujos dados são observações individuais. O principal objetivo é a realização de um estudo comparativo para avaliar o desempenho e o comportamento de cada um desses gráficos na detecção de anomalias em relação aos tradicionais gráficos do tipo Shewhart em um mesmo processo. Para isto, dados reais de um processo de produção de papel cuja característica de qualidade é a percentagem da umidade do papel monitorada através observações individuais.

2. Gráficos de Controle com Memória

O monitoramento de pequenas alterações nos parâmetros de um processo é uma tarefa realmente importante numa perspectiva de aumentar a consistência da qualidade de processos e produtos. Os gráficos de controle com memória são ferramentas alternativas de grande sensibilidade, mais apropriadas para a rápida detecção de pequenas alterações, em contraste com os tradicionais gráficos de controle de Shewhart onde apenas a informação do último ponto demarcado no gráfico é considerada.

A idéia de gráficos com memória é que sua representação gráfica não se baseia em observações individuais, ou médias de subgrupos racionais, mas no acúmulo de observações. É por isso que eles são chamados de gráficos com memória. Suponha que se deseja controlar a evolução de uma variável X que mede certa característica da qualidade. As sucessivas observações dessa variável são X_1, X_2, X_3,...Considerando que a característica X deve assumir o valor nominal μ, os valores

$$d_1 = (X_1 - \mu); \quad (1)$$

$$d_2 = (X_2 - \mu); \quad (2)$$

$$d_3 = (X_3 - \mu), \quad (3)$$

.....

correspondem à seqüência de desvios em relação ao valor nominal μ. Se ocorrer uma alteração muito pequena, a evolução dos valores $d_1, d_2, d_3,...$ seria pouco eficaz para detectá-lo. É mais

eficiente o desenvolvimento de uma representação gráfica baseada em d_1, $d_1 + d_2$, $d_1 + d_2 + d_3$,..., etc., de modo que a cada instante a informação histórica também seja considerada. Uma pequena alteração irá se acumulando até que seja evidente sua detecção.

2.1 Gráfico CUSUM

O gráfico de controle de Soma Acumulada (*CUSUM - Cumulative Sum*) inicialmente proposto na Inglaterra por Page (1954) é uma alternativa ao gráfico do tipo Shewhart. Este gráfico incorpora diretamente, toda a seqüência de informações demarcando as somas acumuladas dos desvios de em relação ao valor-alvo (valor nominal). É um procedimento que utiliza a soma acumulada dos desvios de cada média aleatória previamente observada em relação ao valor nominal para monitorar a média de um processo (ALVES ET AL, 2009). Assim, a estatística CUSUM é formada demarcando a quantidade da equação que segue junto à amostra i:

$$C_1 = (\bar{x}_1 - \mu_0); \quad (4)$$

$$C_2 = (\bar{x}_1 - \mu_o) + (\bar{x}_2 - \mu_o) = C_1 + (\bar{x}_2 - \mu_o); \quad (5)$$

$$C_3 = (\bar{x}_1 - \mu_o) + (\bar{x}_2 - \mu_o) + (\bar{x}_3 - \mu_o) = C_2 + (\bar{x}_3 - \mu_o); \quad (6)$$

.....

$$C_i = \sum_{j=1}^{i} (\bar{x}_i - \mu_o) = C_{i-1} + (\bar{x}_i - \mu_o), \quad (7)$$

onde C_i é a soma acumulada incluindo a i-ésima amostra, pois combinam informações de diversas amostras.Diversos procedimentos de decisão foram desenvolvidos para os gráficos de soma acumulada, entre eles a Máscara V, desenvolvida em 1959 um método gráfico que permite por inspeção dos pontos representados verificar a ocorrência ou não de um desvio no valor médio μ_o desejado. Outros procedimentos de decisão também são utilizados, nestes casos os valores limites superiores e inferiores são calculados, e quando um deles for alcançado, uma tendência está presente e alguma ação deve ser tomada. É o caso do CUSUM tabular, onde estatísticas C_i^+ e C_i^- são utilizadas para detectarem tendências positivas e negativas, respectivamente. Estas estatísticas são denominadas CUSUM superior e CUSUM inferior unilaterais, conforme equações (8) e (9):

$$C_i^+ = \text{máx}\left[0, X_i - (\mu_o + k) + C_{i-1}^+\right]; \quad (8)$$

$$C_i^- = \text{máx.}\left[0, (\mu_o - k) - X_i + C_{i-1}^-\right], \quad (9)$$

onde $C_0^+ = C_0^- = 0$. Se C_i^+ ou C_i^-, excede o intervalo de decisão H, o processo é considerado fora de controle. Um valor razoável para H é cinco vezes o desvio padrão σ do processo. Nas equações (8) e (9), K é denominado de valor de referência e, corresponde aproximadamente a metade do valor, no qual há interesse em detectar rapidamente determinada mudança entre μ_o (valor nominal) e o valor da média fora de controle μ_1.

O monitoramento da variabilidade de um processo é tão importante quanto média. O procedimento para o monitoramento da variabilidade de um processo consiste em considerar X_i como uma medida do processo, distribuída normalmente com média μ_o e desvio padrão σ. Chang e Gan (1995) propõem uma avaliação do desempenho dos gráficos CUSUM para a variância S^2 e log (S^2). Hawkins (1993,1998) propõe um novo valor padronizado para observações individuais conforme equações 10, 11 e 12.

$$W_i = \frac{\sqrt{|yi|} - 0{,}822}{0{,}349}, \quad (10)$$

onde $y_i = \frac{(X_i - \mu_o)}{\sigma}$ é o valor padronizado de X_i.

A estatística V_i é sensível a mudanças tanto na variância quanto na média. Se X_i é normal, V_i proveniente de uma distribuição N~(0,1), então dois gráficos CUSUM de escala padronizada podem ser estabelecidos como segue,

$$V_i^+ = máx(0, V_{i-1}^+ + W_i - k^+); \quad (11)$$

$$V_i^- = mín(0, V_{i-1}^- + W_i + k^-), \quad (12)$$

onde: $V_o^+ = V_o^- = 0$.

2.2 Gráfico EWMA

O gráfico de controle de Média Móvel Exponencialmente Ponderada (*EWMA - Exponentially Weighted Moving Average*) tem sido amplamente aplicado na indústria como uma alternativa ao tradicional gráfico de Shewhart para detectar pequenos deslocamentos na média do processo (Montgomery, 2004). É usualmente, aplicado em processos cujas características de qualidade monitoradas são observações individuais (VARGAS, 2001). Este gráfico de controle para a média baseado em Z_i é representado por $EWMA_Z$ (SAMOHYL, 2009). A estatística que define o gráfico de controle EWMA é

$$Z_i = \lambda X_i + (1-\lambda) Z_{i-1}, \text{ i =1,2,...,} \quad (13)$$

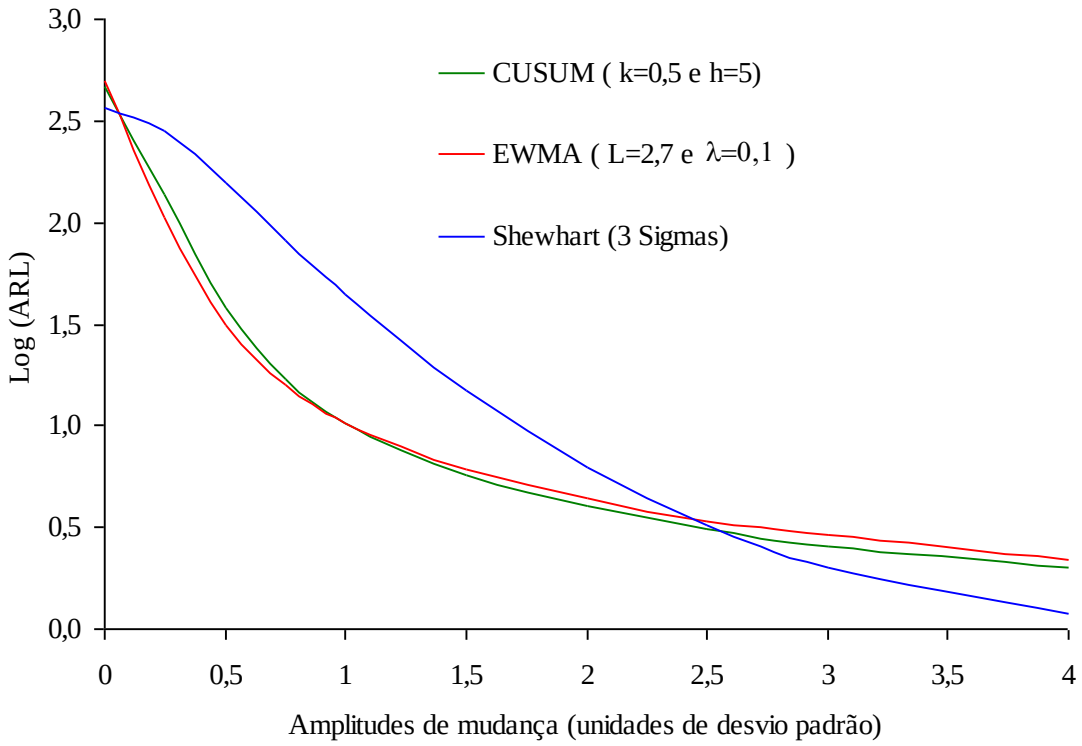
onde λ é um parâmetro (peso) com $0 \leq \lambda \leq 1$, $\alpha > 0$, e o valor inicial é usualmente $Z_o = \mu_o$. O valor de λ é determinado através de tabelas ou gráficos baseados no desempenho de ARL desejado. Por exemplo, se λ = 0,2, o peso atribuído para a última amostra é 0,2, e o peso para as amostras precedentes são 0,16; 0,128; 0,1024, e assim por diante. Para λ = 1, o EWMA se transforma em um gráfico do tipo Shewhart, e para valores de λ próximos a zero, a observação recente tem pouco peso e o gráfico se aproxima do CUSUM. Para monitorar o processo, as observações Z_i são demarcadas no gráfico EWMA cujos limites superior e inferior de controle são obtidos por

$$LSC = \mu_o + L\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}\left[1-(1-\lambda)^{2i}\right]}; \quad (14)$$

$$LIC = \mu_o - L\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}\left[1-(1-\lambda)^{2i}\right]}, \quad (15)$$

onde o fator L é a amplitude dos limites de controle. A escolha dos parâmetros λ e L para o procedimento de planejamento ótimo para um gráfico EWMA consiste na seleção adequada da combinação (λ,L) capaz de fornecer o melhor desempenho de ARL. Quando L=3 (os limites 3σ usuais) funciona razoavelmente bem, particularmente com valores maiores de λ. No entanto, quando λ é pequeno, por exemplo, $\lambda = 0{,}1$, existe uma vantagem de reduzir a amplitude do limite de controle pela utilização de um L entre 2,6 e 2,8.

Um comparativo entre o desempenho de ARL (número médio de amostras coletadas até a emissão de um sinal) dos gráficos de controle do tipo Shewhart, CUSUM e EWMA para diferentes amplitudes de mudanças pode ser visualizado na Figura 1.



Fonte: Montgomery (2004)

Figura 1: Desempenho de ARL dos gráficos dos gráficos Shewhart, CUSUM e EWMA

Como se pode observar, os gráficos CUSUM e EWMA têm ótimos desempenhos para pequenas mudanças, mas no caso de alterações maiores o gráfico Shewhart consegue uma detecção mais rápida.

Reynolds e Stoumbos (2001) propõem uma metodologia baseada no gráfico EWMA dos desvios quadrados do valor sob controle para desenvolver o gráfico EWMA para a variância cujas características de qualidade são observações individuais. Esta proposta é baseada no desenvolvimento de dois gráficos simultâneos que complementariam o gráfico EWMA para a detecção de μ, um para a detecção do aumento no desvio padrão e outro para a detecção da redução no desvio padrão. O gráfico para a detecção de μ é baseado na estatística EWMA, conforme a equação (16), com $0 < \lambda < 1$, e valor inicial $Y_0 = \mu_0$. Os autores chamam este gráfico de $EWMA_y$. Os limites de controle neste caso são representados de forma semelhante ao gráfico $EWMA_Z$, porém a amplitude dos limites de controle é representada pela variável h_y:

$$LSC = \mu_0 + h_y \sigma_0 \sqrt{\frac{2\lambda}{(2-\lambda)}}; \qquad (16)$$

$$LIC = \mu_0 - h_y \sigma_0 \sqrt{\frac{2\lambda}{(2-\lambda)}}. \qquad (17)$$

Para a detecção do aumento no σ (desvio padrão), considera-se a estatística

$$S_k = (1-\lambda)\max\{S_{k-1}, \sigma_0^2\} + \lambda\left(X_k - \mu_0\right)^2 \text{ , k =1,2,...,} \quad (18)$$

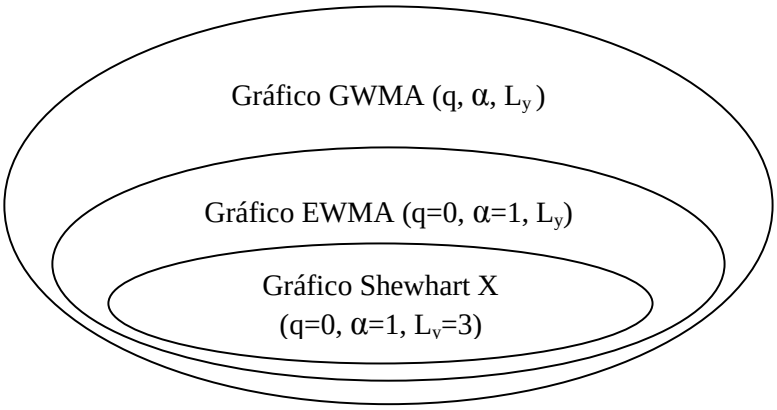
onde λ é a constante de suavização e o valor inicial normalmente é $S_0 = \sigma_0^2$. O gráfico EWMA com base na estatística S_k é denominado gráfico $EWMA_s$.

2.3 Gráfico GWMA

A estatística do gráfico GWMA para detectar alterações na média μ é definida como

$$Y_t = \sum_{i=1}^{t}(q^{(i-1)^\alpha} - q^{i^\alpha})X_{t-i+1} + q^{t^\alpha}\mu_0 \quad (19)$$

onde $0 \le q \le 1$, $\alpha > 0$, e o valor inicial é usualmente $Y_o = \mu_o$ (Sheu e Lin, 2003). O parâmetro q é constante, e α pode ser utilizado para ajustar ligeiramente o coeficiente da função curtose. Para q = 1-λ, o peso que é fornecido para a última amostra no GWMA é o mesmo que no EWMA. Quando q = 1-λ e α = 1 os gráficos GWMA e EWMA para a média apresentam a mesma função de ponderação. Quando q = 0, α = 1 e a região dos limites de controle $L_y = 3{,}0$, então o gráfico GWMA se reduz ao gráfico de Shewhart. A relação entre os parâmetros q, α e L_y destes três gráficos com memória conforme figura 2.



Fonte: Sheu et al (2009)

Figura 2: Relação entre os gráficos X, EWMA e GWMA

Os limites de controle para os gráficos GWMA para a média são:

$$LIC = \mu_0 - L_y\sigma_0\sqrt{W_L}\ ; \quad (20)$$

$$LSC = \mu_0 + L_y\sigma_0\sqrt{W_L}\ , \quad (21)$$

onde $W_L = \lim_{t\to\infty}\left\{\sum(q^{(i-1)^\alpha} - q^{i^\alpha})^2\right\}$, e $\sigma_0\sqrt{W_L}$ é o desvio padrão assintótico de Y_T. O processo é considerado fora de controle e algumas ações devem ser tomadas sempre que Y_T ficar fora da amplitude dos limites de controle. Este gráfico de controle GWMA para a média baseado em Y_T é representado por $GWMA_Y$.

A estatística do gráfico GWMA é aplicada aos valores , para monitorar a variabilidade é definida como

$$S_t = \sum_{i=1}^{t}(q^{(i-1)^\alpha} - q^{i^\alpha})(X_{t-i-1} - \mu_0)^2 + q^{t^\alpha}\sigma_0^2 \text{ , t=1,2,... ,} \quad (22)$$

onde $0 \leq q \leq 1$, $\alpha > 0$, e o valor inicial é normalmente $S_0 = \sigma_0^2$. O valor esperado de S_{TF} pode ser calculado por

$$E(S_t) = \sum_{i=1}^{t}(q^{(i-1)^\alpha} - q^{i^\alpha}).E(X_{t-i-1} - \mu_0)^2 + q^{t^\alpha}\sigma_0^2 = (1-q^{t^\alpha})\alpha_0^2 + q^{t^\alpha}\sigma_0^2 = \sigma_0^2 , \quad (23)$$

e sua variância é

$$Var(S_t) = \sum_{i=1}^{t}(q^{(i-1)^\alpha} - q^{i^\alpha}).Var(X_{t-i-1} - \mu_0)^2 ;$$
$$= \left\{\sum_{i=1}^{t}(q^{(i-1)^\alpha} - q^{i^\alpha})\right\}.2\sigma_0^4 . \quad (24)$$

Portanto, os limites de controle dos gráficos GWMA para variabilidade são:

$$LIC = \sigma_0^2 - L_s\sigma_0^2\sqrt{2W_L} ; \quad (25)$$

$$LSC = \sigma_0^2 \pm L_s\sigma_0^2\sqrt{2W_L} , \quad (26)$$

onde $W_L = \lim_{t\to\infty}\left\{\sum(q^{(i-1)^\alpha} - q^{i^\alpha})^2\right\}$, e $\sigma_0^2\sqrt{2W_L}$ onde W_L é o desvio padrão assintótico desvio padrão de S_t.

O processo é considerado fora de controle e algumas medidas devem ser tomadas sempre que S_t ficar fora do intervalo dos limites de controle. O gráfico de controle GWMA da variância com base em S_t é representado como $GWMA_S$.

3. Aplicação de Gráficos de Controle com Memória e Estudo Comparativo

Com o objetivo de aprimorar os fundamentos sobre os gráficos de controle com memória até aqui apresentados e comprovar a validade prática da metodologia proposta para cada um desses gráficos, são utilizados neste trabalho dados reais de um processo de produção de papel cuja característica de qualidade é o percentual de umidade no papel (X_i), monitorado através de observações individuais. Estes dados pertencem a uma indústria de papel e embalagens do oeste de Santa Catarina e autorizados para Zago (2009) para comprovar a aplicação de gráficos de controle com memória em sua dissertação de mestrado que inclui, além dos gráficos CUSUM e EWMA, o mais recente gráfico GWMA.

A umidade é a quantidade de água presente no papel em peso por unidade de área, mensurada nesta indústria em percentual, cujo valor nominal é $8 \pm 0{,}5\%$. Por ser um material higroscópico, o papel absorve ou perde umidade conforme o ambiente em que se encontra. A umidade tem grande influência nas operações de fábrica nas quais o papel é submetido durante a produção de produtos onde ele é a matéria-prima, e também nas características do produto final. Esta característica da qualidade é importante uma vez que as propriedades das embalagens de papelão tais como gramatura, peso, coluna, entre outros, sofrem grande influência da umidade presente no papel.

Para ilustrar a sistemática de desenvolvimento dos gráficos de controle com memória utilizaram-se dados reais do processo de produção de papel em estudo, conforme Tabela 1. Existem vários métodos para o desenvolvimento de gráficos com memória. Neste artigo, optou-se pela metodologia proposta para o gráfico CUSUM de Hawkins (1993,1998), para o gráfico EWMA de Montgomery (2004) e para o gráfico GWMA de Sheu e Hsieh (2009). Para tal,

desenvolveu-se uma planilha eletrônica em ambiente MS-Excel cujos dados da Tabela 1 são utilizados para o desenvolvimento dos gráficos de controle utilizados para a análise estatística deste processo.

Tabela 1: Percentagem da umidade do papel

Amostra	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
X_i	8,5	8,2	8,0	8,3	8,3	7,5	7,1	8,3	8,5	9,6	6,8	7,8	7,5
Amostra	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	
X_i	7,6	7,6	8,1	8,5	8,2	8,0	7,5	8,0	8,3	8,2	7,2	7,0	

Fonte: Zago (2009)

A verificação da normalidade dos dados e ausência de autocorrelação é realizada com auxílio do aplicativo R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2009) e pacote RExcel (NEUWIRTH, 2011) conforme Figura 3.

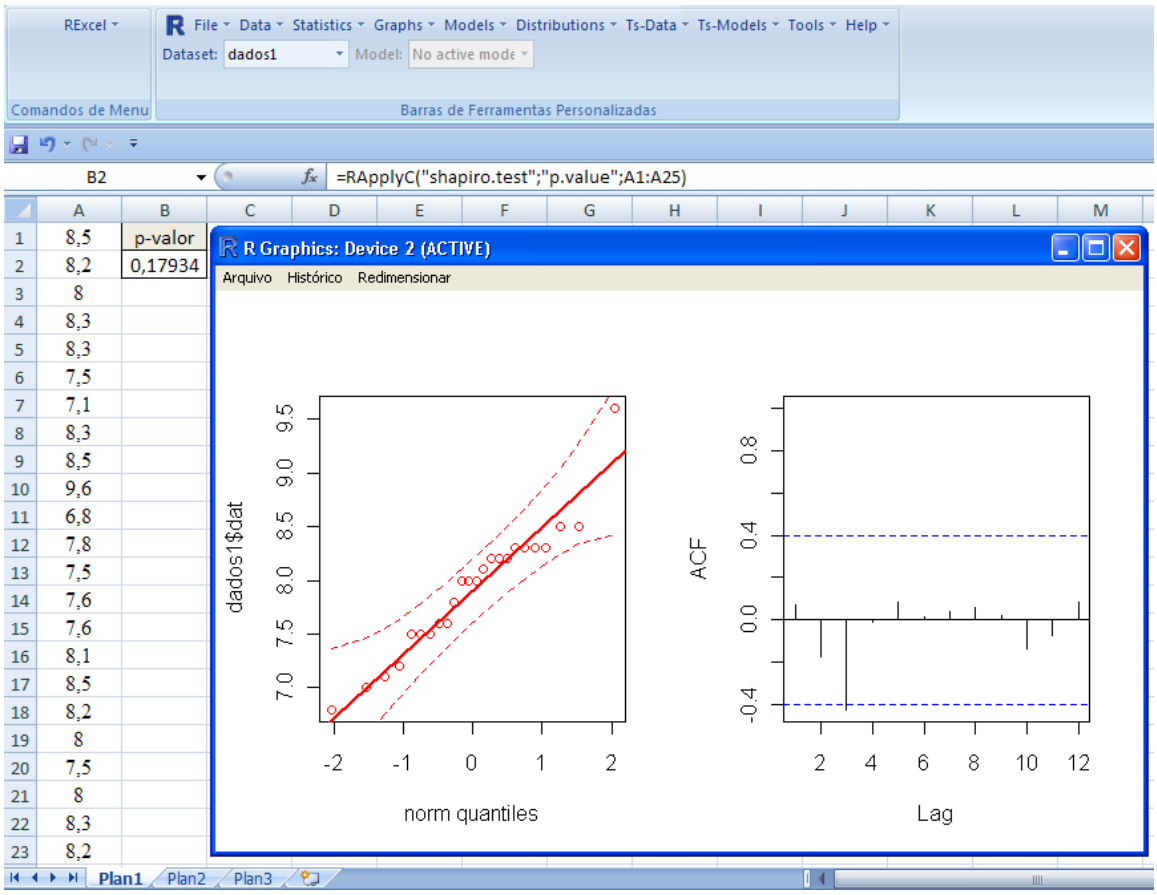


Figura 3: Gráfico de Probabilidade Normal, Teste Shapiro-Wilk e gráfico da função de autocorrelação para os dados da umidade do papel

Os gráficos de controle EWMA, GWMA, Shewhart X_i e RM e CUSUM para média e variabilidade para os dados coletados no processo encontram-se nas *Figura* 4 e *Figura* 5.

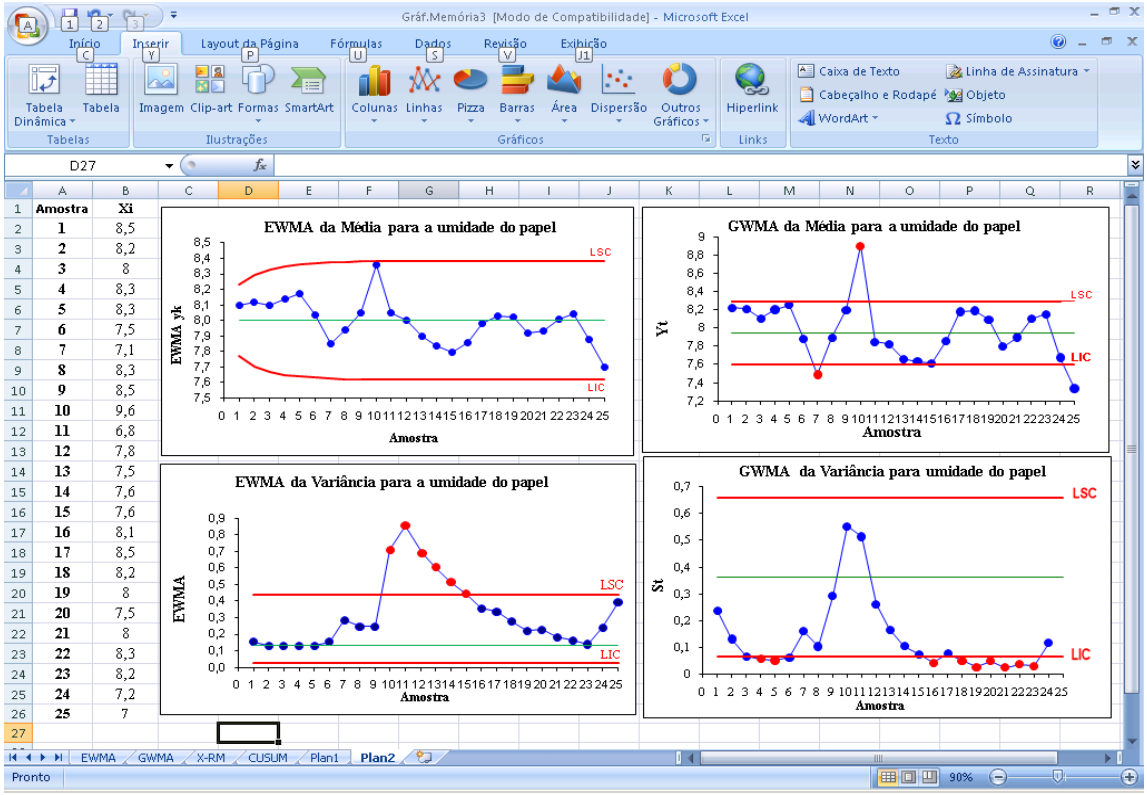


Figura 4: Gráficos de controle EWMA e GWMA da Média e Variabilidade para a umidade do papel .

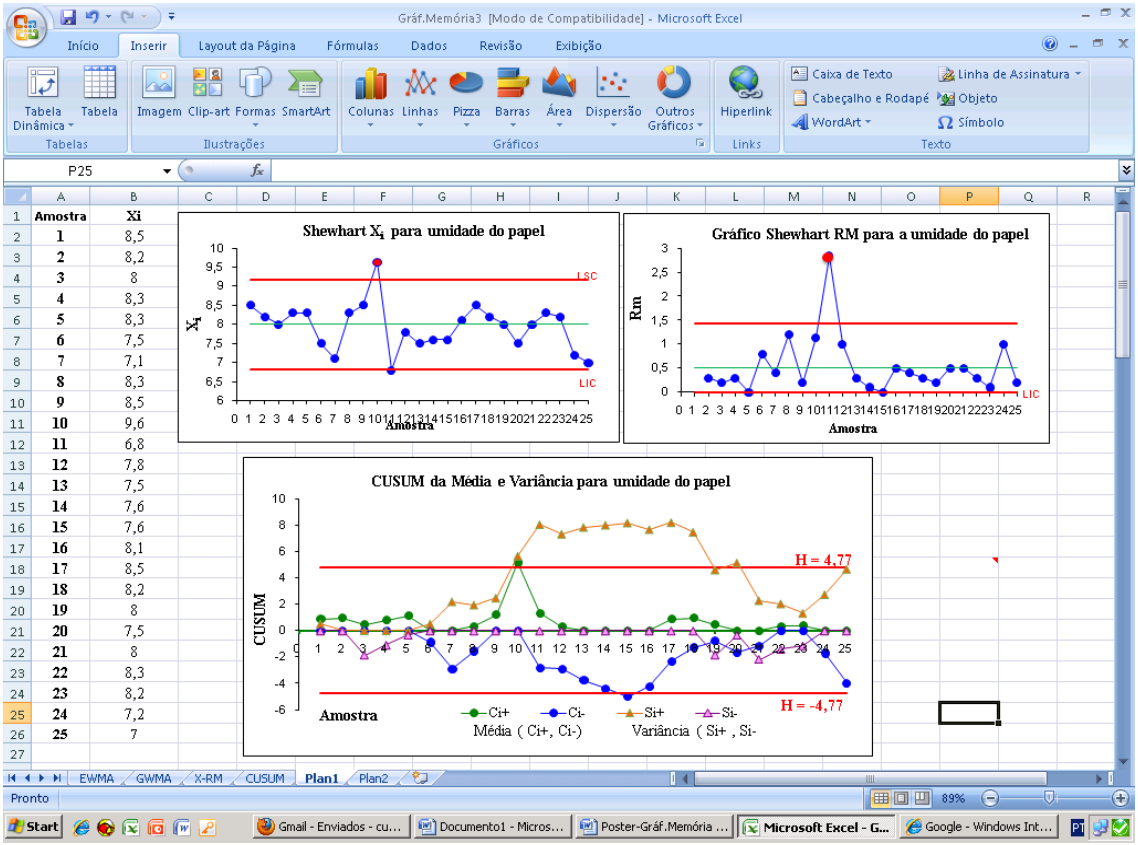


Figura 5: Gráficos de controle CUSUM da Média e Variabilidade e o gráfico X_i e RM para a umidade do papel

Conforme as Figuras 4 e 5, observa-se que:

- Todos os gráficos de controle avaliados para o conjunto de dados deste processo assinalam um deslocamento no nível médio do processo a partir da 7ª amostra e pontos fora dos limites de controle na 10ª amostra.
- Os gráficos que monitoram a variabilidade demonstram sua relevância, sendo que além de confirmar e facilitar a percepção e o entendimento do que ocorre no processo, na utilização do gráfico EWMA. Neste caso, houve um alarme de pontos fora dos limites de controle apenas no gráfico da variabilidade.
- Através dos gráficos com memória (CUSUM, EWMA e GWMA), pelo fato de eles captarem com maior precisão modificações mais brandas no processo, é possível acompanhar com maior clareza o comportamento do mesmo tanto quando inicia o deslocamento do ponto médio quanto o momento em que excede os limites de controle e o retorno.
- O gráfico GWMA parece maximizar levemente o efeito das alterações, deixando-as mais visíveis e destacadas com relação aos outros gráficos com memória.

4. Conclusões e Considerações Finais

Nos quatro tipos de gráficos analisados é possível verificar que o comportamento das linhas que representam tanto a média quanto a variabilidade ao longo do tempo é bastante similar. Todos sinalizaram a presença de uma anomalia (alarme) na 10ª amostra, através do gráfico de média, de variabilidade ou de ambos. Para o nível no qual o processo trabalha nas amostras coletadas e para os parâmetros escolhidos no desenvolvimento dos gráficos, o desempenho na detecção do primeiro ponto fora dos limites de controle foi praticamente semelhante. O que difere um gráfico do outro é principalmente a sensibilidade que cada gráfico possui para as alterações Isto, significa que no caso de outros níveis de alteração no processo, possivelmente todos os gráficos avaliados não responderão da mesma forma.

Em todos os gráficos com memória, a percepção do comportamento do processo ao longo do tempo, é facilitada pelo fato das mudanças não serem plotadas de forma tão brusca, sendo possível um acompanhamento mais coerente do processo no tempo. O gráfico CUSUM pareceu um pouco lento no retorno ao nível atual devido ao acúmulo dos pontos anteriores, mas isto possibilita um destaque maior da anomalia. A utilização do gráfico da média e variabilidade simultaneamente é importante, pois permite que seja possível entender melhor o comportamento dos gráficos e dos processos, a origem das variações e inclusive as tendências ao longo do tempo. Sem o gráfico de variabilidade, por exemplo, o gráfico EWMA não teria sinalizado.

O gráfico GWMA pareceu ser menos influenciado por alterações bruscas no processo do que os gráficos Shewhart. Por isso, as variações no processo aparecem de forma mais branda, podendo-se identificar melhor se existe alguma tendência ou alteração no nível de operação. Isto permite ao analista e principalmente ao operador do processo interpretar o gráfico com mais segurança e atuar no sistema de forma facilitada. Por outro lado, o gráfico GWMA parece mostrar as alterações de uma forma mais destacada do que os outros gráficos com memória, maximizando a demonstração gráfica destas variações no processo. Assim, o GWMA mostrou ser um gráfico que une duas características presente em cada um dos outros gráficos analisados – a clareza e facilidade de perceber as alterações do EWMA e a agilidade de detecção do Shewhart.

A utilização destes gráficos de controle para monitorar características da qualidade de um processo com pequenas variações apresentam vantagens, considerando-se aspectos estatísticos e econômicos (ALVES, 2003). Sob o ponto de vista estatístico, pode haver uma redução no número médio de amostras até que o gráfico sinalize a ocorrência de uma causa especial. Do ponto de vista econômico, pode haver uma redução nos custos relacionados ao controle do processo, causada pela redução na taxa de amostragem quando o gráfico estiver indicando um processo sob controle. Tal impacto econômico deve-se não somente à redução nos custos de amostragem, mas também a redução nas perdas ocasionadas pela não conformidade dos itens manufaturados. A redução destas perdas, obtidas através da sinalização mais rápida de processos fora de controle, pode ser bastante significativa, principalmente em processos onde

pequenos desvios do valor alvo estabelecido para a característica da qualidade que impliquem em grandes prejuízos materiais. Apesar do impacto econômico no monitoramento de processos, sua utilização prática no Brasil infelizmente ainda é pequena.

Os gráficos de controle com memória não são substitutivos aos gráficos de Shewhart, uma vez que são utilizados para detectar pequenos desvios, mas podem atuar como complemento aos mesmos, auxiliando na melhoria do desempenho do processo com a finalidade de atingirem níveis de estabilidade sempre melhores e portando melhor qualidade dos bens produzidos. É importante salientar ainda que a implementação de qualquer gráfico de controle de que se considere, pressupõe uma escolha adequada dos seus parâmetros, uma vez que a sua eficiência depende em parte desta escolha.

5. Referências

Alves, C.C., Henning, E., Cruz, A.C., Neto, A.S. A Utilização de Gráficos de Controle de Soma Acumulada (CUSUM) para Monitoramento de um Processo de Usinagem. *Revista Cadernos do IME*, Série Estatística vol.27, p.45-58, 2009.

Alves, C.C. Gráficos de controle CUSUM: um enfoque dinâmico para a análise estatística de processos. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis, 2003.

Chang, T.C, Gan, F.F. A cumulative sum control chart for monitoring process variance. *Journal of Quality Technology*, v. 27, n. 2, p.109-119, 1995.

Hawkins, D.M. Cumulative Sum Control Charting: An Underutilized SPC Tool, *Quality Engineering*, v. 5, n. 3, p. 463-477, 1993.

Hawkins, D.M., Olwell, D.H. *Cumulative Sum Charts and Charting for Quality Improvement, Statistics for Engineering and Physical Science*, Springer,1998.

Montgomery, D.C. *Introduction to statistical quality control*. 4rd Edition, New York: John Wiley, 2004.

Neuwirth, E. RexcelInstaller: Integration of R and Excel, R Package version 3.1-13, 2011. http://CRAN.R-project.org/package=RExcelInstaller.

Page, E.S. Continuous Inspection Schemes, *Biometrika*, v.41, p.100-115, 1954.

R development core team. R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2009. http://www.R-project.org.

Reynolds, M.R., Stoumbos, Z.G. Monitoring the process mean and variance using individual observation and variable sampling intervals. *Journal of Quality Technology*, v. 33, n.2, p. 181-205, 2001.

Samohyl, R.W. *Controle Estatístico de Qualidade*. Elsevier. Rio de Janeiro: 2009.

Sheu, S.-H, Lin, T.C. The Generally weighted moving average control chart for detecting small shifts in the process mean. *Quality Engineering*, v.16, n.2, p. 209-231, 2003.

Sheu, S.-H, Hsieh, Y.-T. The extended GWMA Control Chart. *Journal of Applied Statistics*, v. 33, n.2, p. 135-147, 2009.

Sheu, S.-H, et al. Cg process mean and variability with generally weighted moving average control charts. *Computers & Industrial Engineering*, v.57, n.1, p.401- 407, 2009.

Vargas, V.C.C. Estudo Comparativo do desempenho das cartas de controle CUSUM e EWMA. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção, UFSM, Santa Maria, 2001.

Zago, V.A. Avaliação da aplicação de gráficos de controle com memória em uma indústria de papel e embalagens. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis, 2009.