

APLICAÇÃO DE MODELOS DE VOLATILIDADE EM OPERAÇÕES DE HEDGE DE VARIÂNCIA MÍNIMA NO MERCADO DE ÍNDICES DE AÇÕES BRASILEIRO

Roberto Cavalcante Barcellos

Depto. de Engenharia Industrial – Escola Politécnica / UFRJ
Centro de Tecnologia – Bloco F – sala F 101 – Ilha do Fundão – Rio – Brasil
e-mail: robertobarcellos@gmail.com

André Assis de Salles

Depto. de Engenharia Industrial – Escola Politécnica / UFRJ
e-mail: asalles@ind.ufrj.br

RESUMO

Uma estratégia de *hedge* permite ao investidor que tem uma posição de compra ou venda de um ativo em determinado mercado proteção contra a flutuação dos preços desse ativo. Este artigo examina o desempenho de modelos de volatilidade no *hedge* de variância mínima no mercado de índice de ações. Este trabalho utiliza a volatilidade das séries temporais de retornos dos mercados de índice de ações à vista e futuro para implementar uma estratégia de *hedge*. Para examinar a performance do modelo de volatilidade na estratégia foi calculada a efetividade do *hedge*. O objetivo deste trabalho é investigar através da eficiência do *hedge* o modelo de volatilidade, dentre os disponíveis na literatura de finanças, que proporciona o melhor estimativa para a razão de *hedge* de mínima variância em estratégias realizadas com índice de ações negociado no mercado brasileiro.

PALAVRAS CHAVE. Modelos de Volatilidade. Mercado Futuro. Hedge.

Área principal: Gestão Financeira. Estatística. Modelos Probabilísticos.

ABSTRACT

The hedge strategies allow negotiators that have short and long positions of an asset in the market protection against this asset price fluctuation. This paper examines the performance of volatility models for minimum variance hedge in the stock index market. This work used the volatility of spot and future stock index time series returns to implement the hedge strategy. To examine the performance of the volatility model used in this strategy the hedge effectiveness was calculated. The objective of this work is to investigate through hedge efficiency the volatility model among the ones available in finance literature which provides the best estimate for minimum variance hedge ratio in strategies carried out with future contracts of stock index negotiated in the Brazilian market.

KEYWORDS. Volatility Models. Future Market. Hedge Effectiveness.

Main area: Finance Management. Applied Statistics. Probabilistic Models.

1. Introdução

Os índices de lucratividade do mercado de ações, ou simplesmente índices de ações, são indicadores utilizados em todas as principais bolsas de valores no mundo para indicar o desempenho de uma carteira composta pelas principais ações negociadas nessas bolsas. Esses índices podem ser definidos também como instrumentos, construídos a partir de uma carteira teórica composta dos títulos ou contratos mais negociados, que tem como objetivo mensurar o comportamento geral de mercados, ou setores, organizados, seja de commodities ou de títulos. Se constituindo, dessa forma, em indicadores avançados da economia. No mercado brasileiro de ações, o índice mais empregado para representar o mercado de ações é o Índice da Bolsa de Valores de São Paulo – o Ibovespa, índice que representa o comportamento médio das principais ações mais negociadas do mercado brasileiro e tem sua composição modificada a cada 4 meses. Existem outros índices representativos do mercado brasileiro de ações, dentre outros podem ser citados: o IBX, o IBrX-50, o ISE e o IEE. Como forma de reduzir a volatilidade, ou exposição ao risco, de carteiras de ações, ou de investimentos em ações de uma maneira geral, foram criados instrumentos derivativos desses índices. Dada sua importância para a economia e, em especial, para o mercado de capitais, os derivativos desses índices são negociados em mercados organizados: de opções e de futuros. Esses mercados têm apresentado desde a sua criação um crescente aumento no volume financeiro negociado e uma alta volatilidade.

Este trabalho tem como motivação a relevância dos mercados de derivativos para gerenciar ou minimizar o risco, em particular, o de futuros de índices de ações. Os participantes de mercados de derivativos são especuladores, ou tomadores de risco, e *hedgers*, que buscam proteção para risco de suas posições no mercado à vista. Em mercados eficientes informacionalmente os preços futuros e à vista, ou *spot*, devem estar relacionados e se constituem em variáveis fundamentais para estudo de formação de preços e de *hedge*. Fazer *hedge* significa uma proteção contra variações adversas nos preços de ativos financeiros ou de *commodities*. Os instrumentos negociados em mercados de derivativos são muito utilizados para se realizar *hedge*, dentre esses instrumentos estão os contratos negociados em mercados futuros. Para se verificar o desempenho da operação de *hedge* realizada faz-se necessário mensurar a efetividade do *hedge*, ou seja, a proporção do risco que pode ser eliminada por meio de uma estratégia de *hedge*. Dentre as várias estratégias utilizadas para operações de *hedge* tem-se a do *hedge* de variância mínima, que procura minimizar a variabilidade da posição, *long* ou *short*, em um ativo. No estudo de estratégias de *hedge*, além dos preços futuro e *spot*, outra variável útil é a base. A base é definida como a diferença entre o preço *spot* do ativo, para o qual se deseja fazer *hedge*, e o preço futuro do contrato relacionado.

Este artigo está estruturado da seguinte forma. Além do objetivo do trabalho descrito na próxima seção, a seguir a seção 3 mostra, um levantamento bibliográfico sobre a teoria de *hedge* e modelos de volatilidade, univariados e multivariados, apresentando os principais modelos utilizados para a realização de *hedge* com contratos futuros. A seção 4 trata da metodologia utilizada neste trabalho. Na seção 5 estão descritos os dados, ou a amostra utilizada. Enquanto a seção seis trata da análise dos resultados obtidos e a seção sete dos comentários finais.

2. Objetivos

O objetivo deste trabalho é verificar, através da efetividade do *hedge*, o modelo de volatilidade, dentre os disponíveis na literatura de finanças, que proporciona a melhor estimação da razão de *hedge* de variância mínima, em estratégias realizadas com contratos futuros de índices de ações negociados no mercado brasileiro.

3. Hedge e Modelos de Volatilidade: Uma Resenha

Muitas pesquisas têm contribuído para o desenvolvimento de operações de *hedge* em diversos mercados, com uma grande variedade de ativos negociados em diversos mercados. Dentre esses trabalhos deve-se mencionar o de Johnson (1960), que propôs um modelo no qual o *hedge* e a especulação são tratados conjuntamente, observando que não tem sentido efetuar apenas o *hedge* no mercado. Para Johnson (1960) o *trader* decide fazer *hedge* em um mercado

para compensar uma posição especulativa tomada em outro. Enquanto Ederington (1979) usou a teoria de carteiras desenvolvida em Johnson (1960) para avaliar o mercado de títulos do tesouro norte americano e do mercado de hipotecas. Castelino (1992) calculou através da razão de *hedge* de mínima variância a redução percentual do risco nos mercados futuros de carne, milho, títulos do tesouro norte americano e eurodólares. Chance (1998), por sua vez, define a razão de *hedge* como o número de contratos futuros que se deve usar para proteger uma exposição ao risco no mercado à vista. Esta razão pode ser mensurada através do número de contratos futuros necessários para minimizar a variância do lucro “hedgado”. Através dos trabalhos de Johnson (1960) e Stein (1961), citados em Chance (1998), tem-se a definição de lucro que relaciona a variação dos preços à vista e futuro e a razão de *hedge*. Essa relação permite através que se obtenha a variância do lucro e a estimativa da razão de *hedge*.

Para se estimar a razão de *hedge* de variância mínima devemos estimar os valores para as variâncias dos retornos à vista e futuro e também para a covariância entre eles. Assim na determinação da taxa ótima de *hedge* é fundamental além das estimativas das volatilidades, ou das variâncias, as estimativas da associação, ou das covariâncias, das séries temporais dos retornos dos ativos envolvidos no cálculo. A estimação da taxa ótima de *hedge* pode ser realizada através de vários métodos. Para estimar esta taxa, ou razão, podem ser utilizados modelos de volatilidade univariados ou multivariados. Alguns desses métodos são descritos adiante.

Um método muito utilizado é a estimação baseada em valores históricos. Esta estimação leva em consideração apenas os valores da amostra. Um dos problemas apresentados por este método é que este modelo apresenta pouca adaptabilidade às informações recentes. Pereira (2005) observa que isso decorre do fato de todas as informações receberem o mesmo peso e que uma alternativa é utilizar uma janela móvel de observações. Outro método é a aplicação do modelo *Exponencial Weighted Moving Average* (EWMA). O modelo EWMA apresenta vantagens em relação a estimação da volatilidade histórica, pois a volatilidade reage rapidamente aos choques nos mercados dado que as informações recentes tem pesos maiores do que as informações mais distantes do passado e, como observado no relatório do Morgan (1996), após uma grande alta, ou baixa, a volatilidade decai exponencialmente a medida que a variabilidade das observações de alta, ou de baixa, diminuem. Para se estimar a variância e a covariância através de modelos EWMA é necessário arbitrar valores iniciais, o que não constitui um problema pois a influência desses valores sobre os valores seguintes tendem a desaparecer com o aumento da amostra. Para estimar volatilidades de forma mais realista Engle (1982) desenvolveu o *Autoregressive Conditional Heterocedasticity Model*, ou simplesmente o modelo ARCH, com o intuito de estudar o comportamento da inflação do Reino Unido. O modelo ARCH consiste em estimar a variância condicionada a informações passadas, levando em consideração a heteroscedasticidade dos dados. Esse modelo de variância condicional deu origem é uma série de modelos formando uma família de modelos. Bollerslev (1986) apresentou uma generalização do modelo ARCH acrescentando mais um termo, além das variâncias passadas, os quadrados dos erros. Assim tem-se o *Generalized Autoregressive Conditional Heterocedasticity Model*, ou simplesmente modelo GARCH. Posteriormente outra adaptação do modelo GARCH foi proposto por Engle & Bollerslev (1986) o modelo *Integrated GARCH* (IGARCH), semelhante ao modelo EWMA citado anteriormente. Outro modelo bastante utilizado é o ARCH-M, ou ARCH *in mean*, proposto por Engle *et al.* (1987), vem a ser um desenvolvimento do modelo ARCH para um modelo no qual a variância condicional influencia a média. Existem muitas outras variações do modelo proposto por Engle (1982) e Bollerslev (1986), dentre outros pode-se destacar: *Exponential GARCH* - EGARCH, *Threshold GARCH* - TGARCH, *Fractionally Integrated GARCH* - FIGARCH. Apesar da variância condicional poder ser estimada pelos modelos ARCH e GARCH gerando boas estimativas, uma questão ainda continua em aberto, a estimação das covariâncias condicionais. Bollerslev *et al.* (1988) generalizaram o modelo GARCH-M para o caso multivariado. Esta generalização, designada por VECH, ao invés de usar escalares usa vetores e matrizes, e no lugar da variância utiliza-se uma matriz de variância-covariância. No artigo os autores adotaram uma simplificação na qual as matrizes dos coeficientes são diagonais e com isso reduz-se o número de parâmetros a serem estimados. Uma dificuldade encontrada no

modelo VECH é a restrição para a matriz de variância-covariância que deve ser positiva definida. Assim Engle & Kroner (1995) propuseram uma nova parametrização designada por BEKK, as iniciais do nome de cada um dos seus autores Baba, Engle, Kraft e Kroner. O modelo BEKK não impõe a restrição do VECH e a matriz dos coeficientes é triangular superior, o que reduz o número de parâmetros a serem estimados pelo modelo. Ainda no modelo BEKK pode-se impor que as matrizes que multiplicam as matrizes dos resíduos e a matriz de variância-covariância sejam diagonais e a matriz de variância-covariância seja positiva definida transformando o modelo em BEKK diagonal. Esse modelo tem a vantagem de poder ser estimado mais facilmente do que o modelo completo, uma vez que as matrizes diagonais apresentam menos parâmetros do que as originais. Bollerslev (1990) propôs, também, um modelo multivariado no qual as variâncias e covariâncias variam no tempo mas o coeficiente de correlação se mantém constantes. E uma extensão desse modelo proposto por Bollerslev é o modelo designado como *Dynamic Conditional Correlation* (DCC). Esse modelo, segundo Engle (2002), consiste em estimar os parâmetros em dois passos: as séries GARCH univariadas e depois a estimação das correlações. A seguir são apresentados a metodologia e os dados utilizados neste trabalho.

4. Metodologia Utilizada

Chance (1998) define a razão de *hedge* como o número de contratos futuros que se deve usar para proteger uma exposição ao risco no mercado à vista. Esta razão pode ser mensurada através do número de contratos futuros necessários para minimizar a variância do lucro “hedgeado”. Através dos trabalhos de Johnson (1960) e Stein (1961), citados em Chance (1998), define-se o lucro como:

$$\Pi = \Delta S - h\Delta F$$

Onde Π é o lucro de uma operação de hedge, ΔS é a variação do preço spot, ΔF é a variação do preço futuro e h é o número de contratos futuros. A partir desta equação tem-se a variância do lucro:

$$\hat{\sigma}_{\Pi}^2 = \hat{\sigma}_{\Delta S}^2 + \hat{\sigma}_{\Delta F}^2 h^2 + 2\hat{\sigma}_{\Delta S\Delta F} h$$

Da derivada da equação da variância obtem-se o número ótimo de contratos futuros que minimizam a variância do lucro com *hedge*, ou o parâmetro h , que é dado por:

$$h = -\frac{\hat{\sigma}_{\Delta S\Delta F}}{\hat{\sigma}_{\Delta F}^2}$$

Caso o *hedge* fosse de venda a variação no preço à vista teria sinal negativo na equação do lucro e a expressão acima teria valor positivo. A razão de *hedge* de variância mínima é a relação entre o risco assumido e a posição no mercado futuro, como observado na seção anterior, a razão de *hedge* minimiza a variância da posição do *hedger*. Esta razão pode ser estimada por:

$$h = \hat{\rho} \frac{\hat{\sigma}_S}{\hat{\sigma}_F}$$

onde: σ_S é a variância do retorno no mercado spot; σ_F é a variância do retorno no mercado futuro; ρ é o coeficiente de correlação entre os retornos spot e os retornos futuros. Sendo a variável x o retorno spot e y o retorno futuro, a estimativa do coeficiente de correlação pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\hat{\rho} = r_{xy} = \frac{COV(x; y)}{\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y}$$

A efetividade do *hedge* é definida como a proporção da variância eliminada através do *hedge* e pode ser calculada, como observado em Hull (2005) da seguinte forma:

$$\hat{\rho}^2 = h^2 \frac{\hat{\sigma}_F^2}{\hat{\sigma}_S^2}$$

Para tomada de decisão dos investidores é necessário o cálculo do número de contratos necessários para se realizar o *hedge*. O número ideal de contratos pode ser calculado pela fórmula:

$$N^* = h^* \frac{\text{Cotação.Spot}}{\text{Cotação.Futura}}$$

Na estimativa dos parâmetros, das expressões apresentadas anteriormente, foram utilizados modelos de volatilidade, disponíveis na literatura de finanças, que serão descritos a seguir.

O primeiro modelo de volatilidade utilizado foi o modelo univariado de volatilidade histórica, mencionado na seção anterior. Neste trabalho a variância dos retornos dos mercados spot e futuro foram calculados de 60 em 60 observações, ou com uma janela de tamanho sessenta, de forma a se obter uma série de variâncias para período estudado, isto é, com amostras de 60 observações sendo acrescentado a cada nova amostra o retorno seguinte e retirada a primeira observação.

Outro modelo utilizado foi o modelo EWMA, descrito no documento Morgan (1996) da seguinte forma, respectivamente, para variância dos retornos, *spot* e futuro, e para a covariância entre esses retornos, onde λ é o fator de amortecimento:

$$\hat{\sigma}_t^2 = \lambda \hat{\sigma}_{t-1}^2 + (1 - \lambda) r_{t-1}^2$$

$$\hat{\sigma}_{xy,t}^2 = \lambda \hat{\sigma}_{xy,t-1}^2 + (1 - \lambda) r_{x,t} r_{y,t}$$

Para os valores iniciais das variâncias e da covariância foram utilizados os valores amostrais e o fator de amortecimento igual a 0,93.

Outros modelos utilizados foram modelos ARCH e GARCH multivariados, citados anteriormente. E para o cálculo da estimativa da média dos retornos *spot* e futuro, designados por r , foi utilizado um modelo autoregressivo de ordem p , ou AR(p), que pode ser descrito da seguinte forma:

$$r_t = a + \sum_{i=1}^p b_i r_{t-i} + e_t$$

O modelo utilizado neste trabalho foi o AR(1) para duas séries retornos do mercado *spot* e do mercado futuro. Assim, para o caso bivariado pode ser expresso da seguinte forma, onde o operador “ \bullet ” representa o produto de Hadamard para vetores e matrizes:

$$\begin{bmatrix} r_{1,t} \\ r_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{1,1} \\ b_{1,2} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} r_{1,t-1} \\ r_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1,t} \\ e_{2,t} \end{bmatrix}$$

A variação do modelo autoregressivo utilizado neste trabalho foi feita retirando-se o intercepto, ou o parâmetro a , do modelo. Além desses modelos para média foi estimado um modelo somente com o parâmetro a , que pode ser expresso pela equação a seguir.

$$\begin{bmatrix} r_{1,t} \\ r_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1,t} \\ e_{2,t} \end{bmatrix}$$

No que se aos modelos para variância e covariância foram utilizados os modelos VECM e BEKK, nas variações ARCH e GARCH, e o DCC. O modelo VECM-diagonal apresentado por Bollerslev *et al.*(1988) consiste em estimar a seguinte equação proposta por Ding & Engle (2001):

$$H_t = C + D \bullet e_{t-1} e'_{t-1} + G \bullet H_{t-1}$$

Neste trabalho foram estimados os modelos bivariados para o modelo ARCH(1) e o modelo GARCH(1,1) que podem ser representados, respectivamente, pelas fórmulas a seguir:

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{21,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} e_{1,t-1}^2 \\ e_{2,t-1} e_{1,t-1} \\ e_{2,t-1}^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} \\ h_{21,t} \\ h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} e_{1,t-1}^2 \\ e_{2,t-1} e_{1,t-1} \\ e_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} h_{11,t-1} \\ h_{21,t-1} \\ h_{22,t-1} \end{bmatrix}$$

Estas matrizes de coeficientes podem ser parametrizadas de diferentes maneiras: sem restrições, matrizes indefinidas; com restrições, matrizes de posto completo, para garantir que a matriz de variância-covariância seja positiva semi-definida; e com restrições de matrizes diagonais. Para um maior aprofundamento dessas restrições pode-se recorrer a Ding & Engle. (2001). O modelo BEKK empregado neste trabalho pode ser representado pelas seguintes equações, respectivamente, na sua forma geral e na sua variação ARCH:

$$H_t = C' C + \sum_{i=1}^q D_i' e_{t-i} e'_{t-i} D_i + \sum_{j=1}^p G_j' H_{t-j} G_j$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11,t} & \sigma_{12,t} \\ \sigma_{21,t} & \sigma_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ 0 & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ 0 & c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & 0 \\ 0 & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{1,t-1}^2 & e_{1,t-1} e_{2,t-1} \\ e_{2,t-1} e_{1,t-1} & e_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{11} & 0 \\ 0 & d_{22} \end{bmatrix}$$

O outro modelo multivariado utilizado foi o DCC que pode ser representado pelas equações descritas adiante, onde H representa a variância condicional e D é uma matriz estocástica diagonal:

$$H_t = D_t \Gamma D_t$$

Bollerslev (1990) observa que H_t será positiva definida para todo t , se e somente se cada uma as variâncias condicionais forem bem definidas e Γ for positiva definida. Para o caso bivariado o modelo assume a forma da seguinte equação:

$$H_t = \begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\sigma_{22,t}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\sigma_{22,t}} \end{bmatrix}$$

Os modelos multivariados foram estimados através do *software Econometric Views*. Dentre todos os modelos estimados foram selecionados, com base nos critérios de seleção de modelos, 18 modelos, sendo 9 para o modelo ARCH(1) e 9 para o modelo GARCH(1,1). Dentre estes 9 modelos, 3 foram estimados para cada modelo de média condicional. Para cada modelo de média condicional foram estimados: um modelo VECH, um modelo BEKK e um modelo DCC. Além disso foram estimados modelos com erros normalmente distribuídos e com erros seguindo uma distribuição t de Student com número de graus de liberdade estimados em um intervalo de 2 a 10. Foi escolhido um modelo ARCH(1) e um modelo GARCH(1,1) dentre todos os estimados. Os critérios de seleção de modelos aplicados foram: o critério de informação de Akaike (AIC) sugerido por Akaike (1974), o critério de informação de Schwartz (BIC) proposto por Schwarz (1978) e o critério de informação de Hannan-Quinn (HQ) proposto por Hannan *et al.* (1979). Com os resultados dos modelos foram calculadas razão de *hedge* e de eficiência do *hedge* de forma a identificar aquele que apresentou a melhor performance.

5. Amostra Utilizada

Para o estudo do *hedge* com mercados futuros foram utilizadas cotações de fechamento diário do índice de lucratividade de ações da BM&FBOVESPA, o Ibovespa no mercado à vista e futuro. Foi selecionado o contrato de fevereiro de 2009. A periodicidade dos dados foi do início da negociação do contrato selecionado até o seu vencimento, de janeiro de 2005 até 18 de fevereiro de 2009. Os dados foram obtidos nos *web-sites*: www.cmcapitalmarkets.com.br e www.bmfbovespa.com.br. O gráfico apresentado na Figura 1, a seguir, mostra a evolução das cotações do Ibovespa nos mercados à vista e do mercado futuro. A linha mais escura corresponde as cotações do mercado à vista. De acordo com o gráfico as cotações do Ibovespa apresentaram desde 2005 uma tendência crescente atingindo seu ápice próximo de 17/04/2008, o mesmo acontecendo com a série de cotações futuras para o contrato fevereiro 2009. Após este período, uma vez que estava chegando a data de vencimento deste contrato, as cotações apresentaram uma tendência decrescente até o final deste ano tornando a retomar a tendência de crescimento no início de 2009. Neste mesmo gráfico é possível perceber o comportamento da base ao longo do período de negociação. A base ao longo do período foi diminuindo chegando à zero na data de vencimento do contrato.

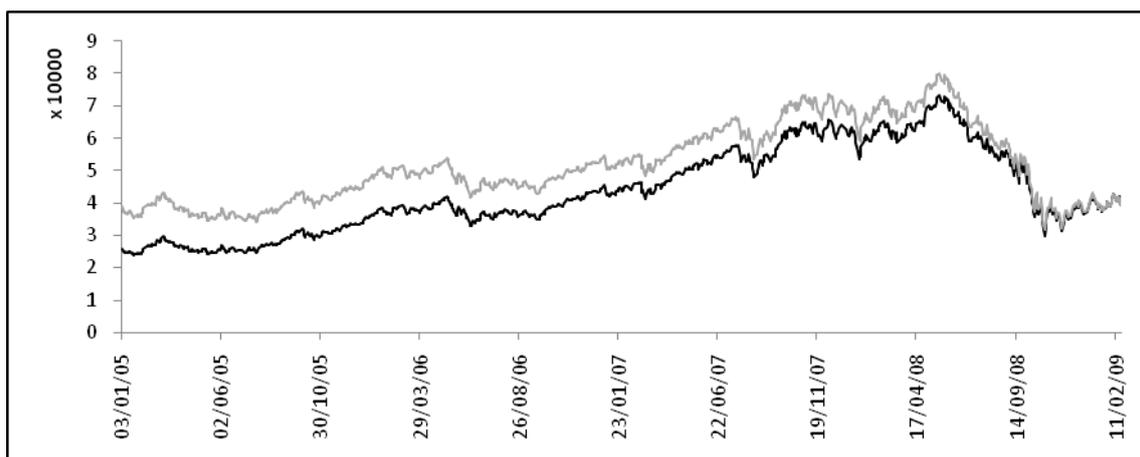


Figura 1 – Evolução das Cotações do Ibovespa no Mercado *Spot* e Futuro

Além do estudo das séries com as cotações diárias do índice, foram utilizadas neste trabalho séries de retornos das cotações dos índices, ou da variação diária. O retorno para cada dia t foi calculado da seguinte forma:

$$R_t = \ln\left(\frac{Ibovespa_t}{Ibovespa_{t-1}}\right)$$

A seguir dois gráficos da Figura 2 apresentam a evolução dos retornos do mercado *spot*, no gráfico da esquerda, e do mercado futuro, no gráfico da direita. As séries dos retornos *spot* e futuro do contrato fevereiro de 2009 não apresentam tendência. Os únicos efeitos significativos são os de variabilidade. Pode-se perceber também a similaridade das séries, pois a volatilidade apresenta pouca variação durante grande parte do período de negociação e a partir de 15/09/2008 ocorre um grande aumento e concentração, este período antecede a crise financeira global de 2008.

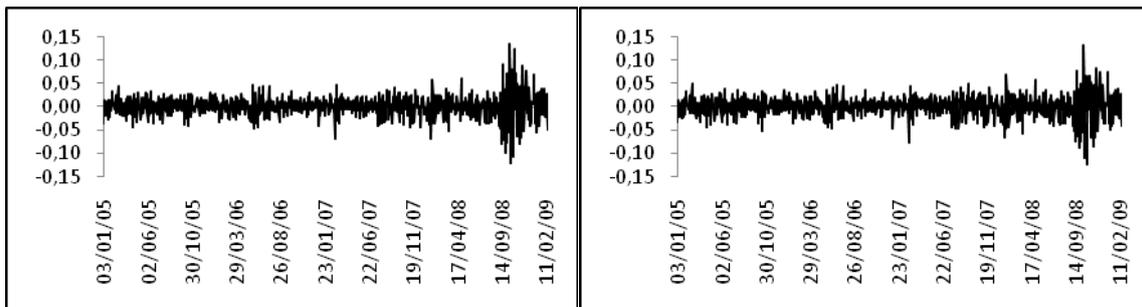


Figura 2 – Evolução dos Retornos do Ibovespa no Mercado *Spot* e Futuro, á direita.

Estatística	Spot	Futuro
Média	0,0004	0,0000
Mediana	0,0015	0,0014
Quartil 1	-0,0097	-0,0113
Quartil 3	0,0122	0,0122
Mínimo	-0,1210	-0,1236
Máximo	0,1368	0,1325
Desvio Padrão	0,0219	0,0218
Assimetria	-0,0474	-0,2454
Curtose	8,3717	6,9913
Jarque-Bera	1229,11	688,63
Teste ADF	-1,1547 (0,0555)	-1,3325 (0,0931)
Nº de Observações	1022	1022

Tabela 1 – Resumo Estatístico dos Retornos

A Tabela 1 mostra um resumo estatístico com retornos do Ibovespa à vista e futuro. Os dados mostram que a distribuição dos retornos apresenta uma pequena assimetria, o que pode ser comprovado pelos coeficientes de assimetria muito próximos de zero. Os coeficientes de curtose das duas séries são muito altos. Comparando-se com a distribuição normal, pode-se dizer que são menos achatadas, leptocúrticas. Deve-se observar que a série *spot* são mais leptocúrticas que a série de retornos futuros. Percebe-se também que a séries de retornos futuros têm maior assimetria e maiores coeficientes de variação. As séries apresentam excesso de curtose nas séries de retornos pelo decaimento muito rápido para as caudas. Dessa forma deve se suspeitar que as séries de retornos não se aproximam de uma distribuição normal. O teste de Jarque-Bera confirma essa suspeita pois seus valores são muito altos para duas séries o que leva a não aceitação da hipótese de normalidade. Analisando as séries de retornos *spot* e futuro, percebe-se que as séries de retornos têm comportamento de séries estacionárias. Para verificar essa hipótese foram realizados testes de Dickey-Fuller aumentado – ADF, e os resultados das estimativas do parâmetro de interesse com o respectivo erro padrão estão entre parênteses, confirmando a estacionariedade das duas séries de retornos. Implementados no *software* Eviews, o teste ADF para os retornos do mercado à vista foi realizado com duas defasagens, ou com um número de

lags igual a 2, enquanto o teste para futuro o número de defasagens foi de 6. Na seção seguinte estão os resultados obtidos com os dados aqui apresentados e os comentários finais do trabalho.

6. Análise dos Resultados Obtidos

A seguir na Figura 3 e na Figura 4, são apresentados gráficos com as séries de volatilidades, ou variâncias, dos retornos do mercado à vista e no mercado futuro, respectivamente. Da análise da série de variâncias observou-se que desvio padrão histórico apresenta maior discrepância em relação aos demais. Os modelos ARCH e GARCH selecionados foram modelos autoregressivos para média com a variância dada por um modelo VECH diagonal, com matrizes indefinidas e distribuição de erros *t* de Student. Pode-se observar também que as séries estimadas para o modelo ARCH apresentam uma maior previsibilidade, isto pode ser visto pelo limite inferior da série que se mantém constante ao longo do tempo. Enquanto as séries obtidas dos modelos EWMA e GARCH apresentam comportamentos muito semelhantes.

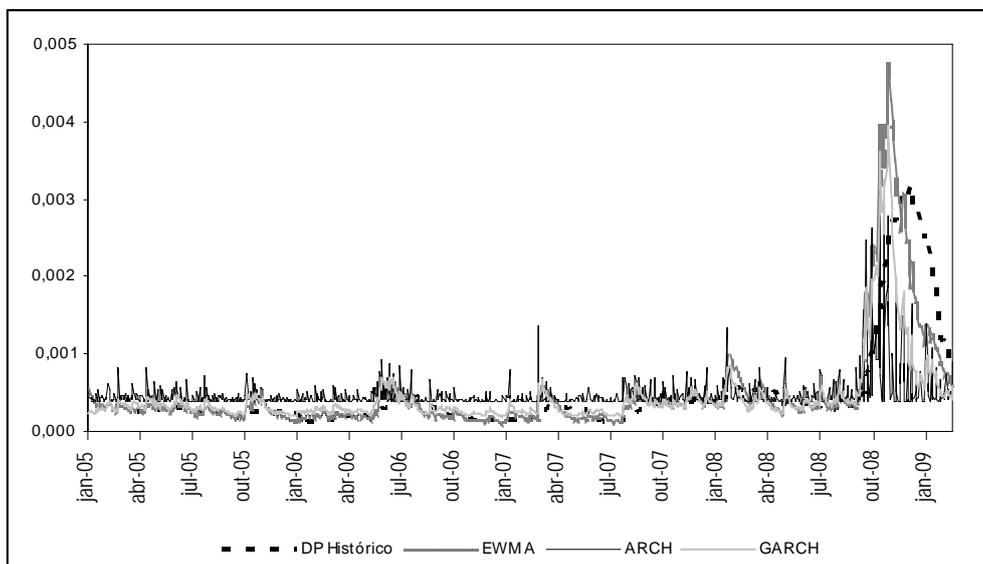


Figura 3 – Evolução das Volatilidades dos Retornos do Ibovespa no Mercado *Spot*

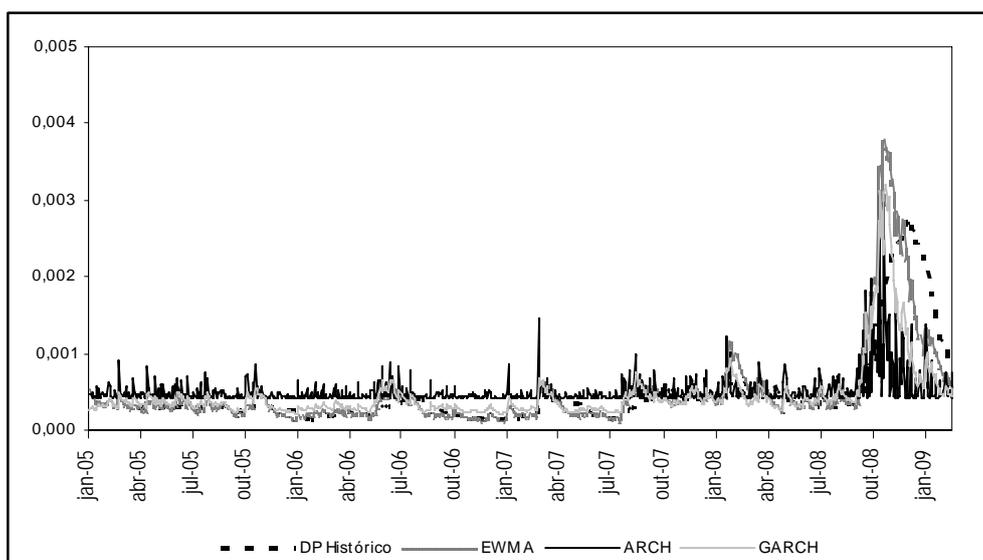


Figura 4 – Evolução das Volatilidades dos Retornos do Ibovespa no Mercado Futuro

Na Tabela 2, adiante, são mostradas as medidas estatísticas resumo referentes as efetividades do hedge para os modelos selecionados para estimativa de variâncias e covariâncias: volatilidade histórica, ou desvio padrão histórico - DP; EWMA; ARCH e GARCH. Os modelos ARCH e GARCH multivariados selecionados foram os modelos VECH diagonal com matrizes indefinidas e distribuição de erros t de Student. Através da Tabela 2 observa-se que a menor média ocorreu para o modelo desvio-padrão histórico e a maior para o modelo ARCH. A maior variabilidade para este contrato ocorreu para o modelo EWMA enquanto que a menor ocorreu para o modelo ARCH. A maior variabilidade para este contrato ocorreu para o modelo EWMA enquanto que a menor ocorreu para o modelo GARCH. É clara a superioridade dos dois modelos multivariados utilizados. O modelo GARCH parece ainda melhor no que se refere a variabilidade da efetividade do hedge, enquanto o modelo ARCH é superior quando se observa a média, mais próxima da unidade.

Modelos	Média	Mediana	Desvio Padrão	Coef. de Variação
DP	0,9684	0,9715	0,0125	1,2900
EWMA	0,9686	0,9717	0,0149	1,5346
ARCH	0,9790	0,9817	0,0114	1,1653
GARCH	0,9767	0,9786	0,0093	0,9509

Tabela 2 – Medidas Estatísticas Resumo para Efetividade do Hedge

O resultado do cálculo da razão de hedge de variância mínima e da efetividade do hedge pode ser observado através dos gráficos mostrados: acima na Figura 5, com resultados obtidos do modelo DP, na Figura 6, com resultados obtidos do modelo EWMA e na Figura 7, com resultados obtidos do modelo ARCH; e a seguir na Figura 8, com resultados obtidos do modelo GARCH. Os gráficos mostram a variação no tempo das séries estimadas de razão de hedge de variância mínima e efetividade do hedge para cada modelo de volatilidade: volatilidade histórica, ou desvio padrão histórico - DP; EWMA; ARCH e GARCH. A observação desses gráficos confirma os resultados mostrados na Tabela 2. Isto é, as melhores performances são dos modelos multivariados, destacando a estabilidade da efetividade do hedge obtida com o modelo GARCH.

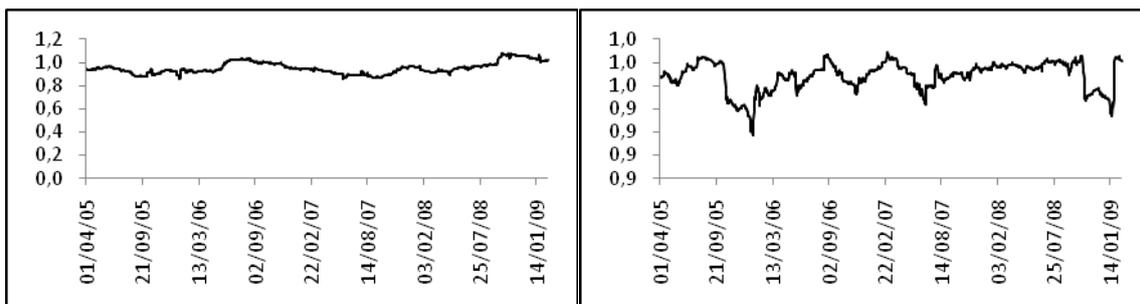


Figura 5 – Série da Razão de Hedge e da Efetividade de Hedge obtidas com o modelo DP

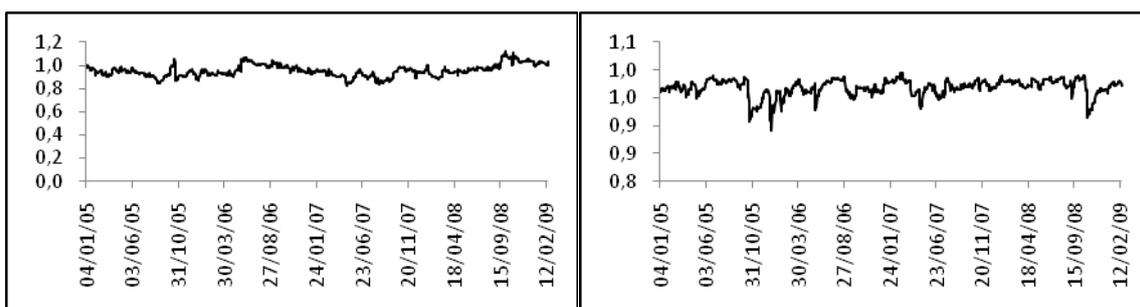


Figura 6 – Série da Razão de Hedge e da Efetividade de Hedge obtidas com o modelo EWMA

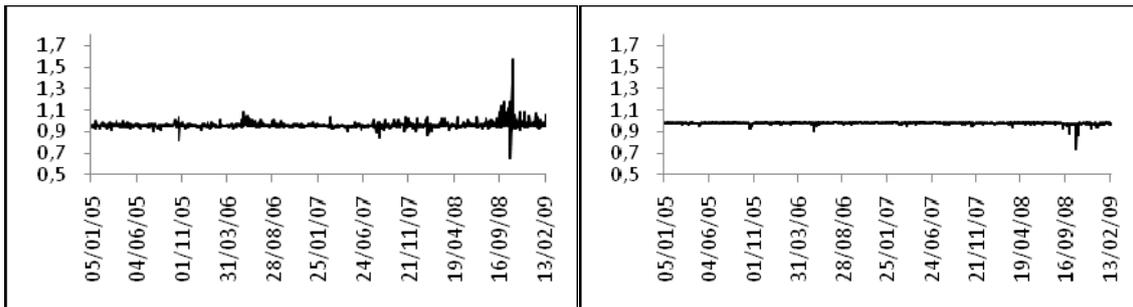


Figura 7 – Série da Razão de Hedge e da Efetividade de Hedge obtidas com o modelo ARCH

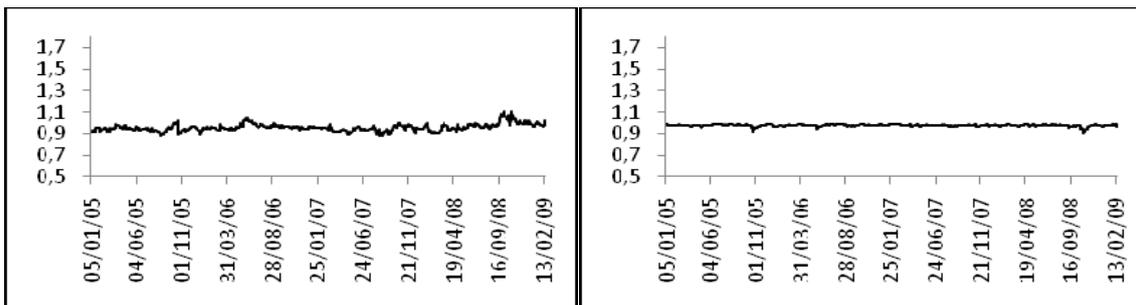


Figura 8 – Série da Razão de Hedge e da Efetividade de Hedge obtidas com o modelo ARCH

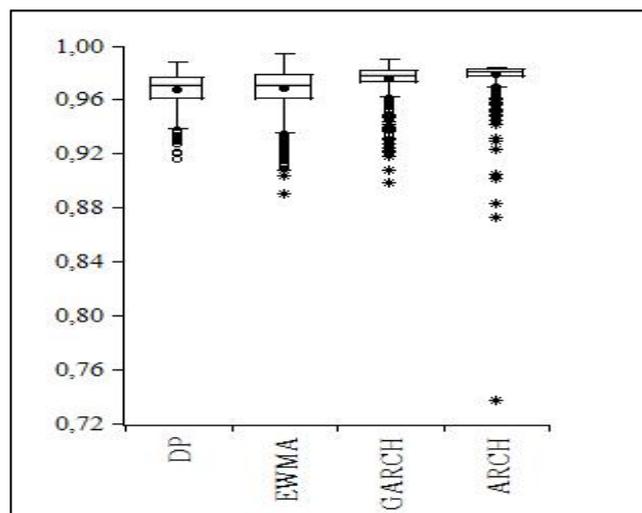


Figura 9 – Box-Plot da Efetividade do Hedge

Na Figura 9, mostrada acima, é apresentado gráficos *box-plot* para as séries das efetividades de hedge para cada modelo de volatilidade. Os gráficos mostram que o modelo que apresentou o melhor desempenho quanto a efetividade do hedge para o contrato fevereiro 2009 foi o modelo ARCH, VECH Diagonal com restrições de matrizes indefinidas e distribuição dos erros t de Student, quando observa-se a média das efetividades obtidas com as séries de volatilidades. No entanto no que se refere a variabilidade o modelos GARCH, VECH diagonal com matrizes indefinidas e distribuição dos erros t de Student apresenta uma melhor performance.

7. Comentários Finais

Este trabalho buscou verificar qual o melhor método, dentre os aqui selecionados, para se estimar a razão de hedge de mínima variância para um contrato futuro de Índice Bovespa. Pode-se inferir que o melhor método para estimar esta razão para todos os contratos foi o modelo

de média condicional seguindo modelo Autoregressivo de ordem 1 com intercepto e modelo para covariâncias seguindo modelo AR(1)-ARCH(1) - Vech Diagonal. Para este modelo as restrições foram: matriz dos coeficientes indefinida, matriz para o processo ARCH indefinida e distribuição dos erros seguindo distribuição t de Student. Este modelo se ajustou melhor aos dados como é possível observar através da efetividade do hedge. Dessa forma, pode-se dizer que os objetivos foram atingidos. Em trabalhos futuros outros modelos de volatilidade devem ser testados, assim como outras estratégias de hedge, além da utilizada neste artigo. Outra sugestão para trabalhos futuros se refere a inferência estatística, é interessante que se procure desenvolvimento de técnicas alternativas para implementação de estratégias de hedge.

Referências

- Akaike, H.** (1974), A New Look at the Statistical Model Identification, *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-19, n.6, pp. 716-723.
- Bollerslev, T.** (1986), Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, v.31, n.3, pp. 307-327.
- Bollerslev, T., Engle E, R. F., Wooldridge, J. M.**, A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances, *The Journal of Political Economy*, v.96, n. 1, pp. 116-131, Fev.1988.
- Bollerslev, T.** (1990), Modeling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized Arch Model, *The Review of Economics and Statistics*, v.72, n.3, pp. 498-505, Ago. 1990.
- Castelino, M.**, (1992), Hedge Effectiveness: Basis Risk and Minimum-Variance Hedging, *The Journal of Futures Markets*. 12, n.2, pp.187-201.
- Chance, D.**, *An Introduction to Derivatives*. Orlando, FL: Dryden Press, 1998.
- Ding, Z., Engle, R.**, Large Scale Conditional Covariance Matrix Modeling, Estimation and Testing, 2001. Disponível em: <http://ssrn.com/abstract=1296437>. Acesso em: 29 jul 2010, 13:37:20.
- Ederington, L.** (1979), The Hedging Performance of the New Futures Market, *The Journal of Finance*, v. 34, n. 1, pp. 157-170.
- Engle, R.** (1982), Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of The United Kingdom Inflation, *Econometrica*, v.50, n.4, pp. 987-1007.
- Engle, R.** (2002), Dynamic conditional correlation: a simple class of multivariate GARCH models, *Journal of Business and Economic Statistics*, v.20, n.3, pp. 339-350.
- Engle, R., Bollerslev, T.** (1986), Modeling the Persistence of Conditional Variances, *Econometric Reviews*, v.5, n.1, pp.1-50.
- Engle, R., Lilien, D., Robins, R.** (1987), Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The Arch-M Model, *Econometrica*, v.55,n.2, pp.391-407.
- Engle, R., Kroner, K.** (1995), Multivariate Simultaneous Generalized Arch, *Econometric Theory*, v.11,n.1, pp.122-150.
- Hannan, E., Quinn, B.** (1979), *The Determination of the Order of an Autoregression*, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B*, v.41, n.2, pp. 190-195.
- Hull, J.**, *Fundamentos dos mercados futuros e de opções*. Tradução de Marco Aurélio Teixeira: 4 ed. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2005.
- Johnson, L. L.** (1960), The Theory of Hedging and Speculation in Commodity Futures, *The Review of Economic Studies*, v.27, n.3, pp. 139-151.
- Morgan, J. P., Reuters**, *RiskMetrics™ Technical Document.*, 4 ed. New York, J. P. Morgan Bank 284 p., 1996 Disponível em: <http://www.riskmetrics.com/system/files/private/td4e.pdf>. Acesso em: 22 jul. 2010, 12:15.
- Pereira, P.**, Estimação de volatilidades, 2005. Disponível em: <http://www.risktech.com.br/PDFs/>. Acesso em: 22 jun 2010, 20:09:20.
- Stein, J. L.** (1961), The Simultaneous Determination of Spot and Futures Prices, *The American Economic Review*, v.51, n.5, pp. 1012-1025.
- Schwarz, G.** (1978), Estimating the Dimension of a Model, *The Annals of Statistics*, v.6, n.2, pp. 461-464.