

PROCEDIMENTO DE VOTAÇÃO BASEADO EM EXPRESSÕES LINGÜÍSTICAS PARA APOIAR PROCESSOS DECISÓRIOS ENVOLVENDO A SOCIEDADE

Vanessa Silva

Universidade Federal de Campina Grande-UFPE
Centro de Desenvolvimento de Semi-Árido - CDSA
Rua Luiz Grande, S/N - CEP 58540-000 – Sumé, PB, Brasil.
vanessa_eletrica@yahoo.com.br

Danielle Costa Morais

Universidade Federal de Pernambuco-UFPE
dcmorais@ufpe.br

RESUMO

Uma abordagem lingüística se faz necessária quando os dados não podem ser expressos quantitativamente, quer seja pela natureza qualitativa ou pela dificuldade em se estimar o valor quantitativo dos mesmos. De uma forma geral, sempre que a decisão depende da percepção humana, o uso de expressões lingüísticas passa a ser uma tendência natural dos avaliadores (decisores), particularmente nos casos onde não há julgamento de especialistas, tais como as decisões que envolvem a sociedade. Este artigo propõe um procedimento de votação baseado no uso de expressões lingüísticas populares para representar a preferência de indivíduos com relação a um conjunto de alternativas sociais. As expressões lingüísticas são representadas por números *fuzzy* trapezoidais, inferidos do próprio grupo; estes números são convertidos num parâmetro real, correspondendo à magnitude de número *fuzzy*, que por sua vez, são agregados para obter uma medida de desempenho global de cada alternativa avaliada.

PALAVRAS CHAVE. Decisão em Grupo. Escolha Social. Variáveis Lingüísticas.

Área Principal: Teoria e Metodologia.

ABSTRACT

A linguistic approach is necessary when data can not be quantitatively expressed, either by its qualitative nature or by the difficulty in assessing its values. In general, when the decision depends of human perception, the decision makers tend to use linguistic expression to express their preference, especially when the stakeholders are not specialists, such as in decisions which involved the society. This paper presents a voting procedure based on the use of common linguistic expressions to describe the preference of individuals in relation to a set of social alternatives. The linguistic expressions are represented by trapezoidal fuzzy numbers, inferred from the group; these numbers are converted into real parameters, corresponding to the magnitude of the fuzzy number, then these parameters are aggregated in order to obtain a global performance measure for each evaluated alternative.

KEYWORDS. Group Decision. Social Choice. Linguistic Variables.

1. Introdução

Os estudos sistematizados sobre eleições tiveram início na segunda metade do século XVIII com os trabalhos de Jean-Charles de Borda (1733-1799) e Marie Jean Antoine Nicolas Caritat, o Marquês de Condorcet (1743-1794), membros da Academia de Ciências de Paris. O foco do trabalho de Condorcet era apoiar tomadas de decisão em júris, as quais envolviam questões do tipo “esta pessoa é culpada ou não”. Nesse contexto, Condorcet assumiu que os membros do júri possuem uma probabilidade maior que 0,5 de estarem corretos em seus julgamentos. Dessa forma, o resultado escolhido pela maioria apresenta uma probabilidade maior que 0,5 de estar correto, aproximando-se de 1 a medida que o número de membros do júri aumenta (Black, 1958; Young 1988; Young, 1990).

Nos casos de sentenças de júris, que foi o contexto estudado por Condorcet, o conceito de certo e errado se aplica bem: o réu é culpado ou inocente, ou seja, o réu pertence ou não ao conjunto dos culpados. Neste caso, a pertinência de um elemento a um conjunto fica bem definida, podendo ser representado pela teoria clássica dos conjuntos. No entanto, em outros tipos de decisão, é possível que os decisores não tenham condição de avaliar as alternativas de forma dicotômica (certo/errado, melhor/pior), o que exige uma forma mais ampla para definir a pertinência dos elementos a um determinado conjunto. Neste caso, a teoria dos conjuntos *fuzzy* (Zadeh, 1965) é mais adequada para traduzir em termos matemáticos as informações imprecisas resultantes das avaliações das alternativas pelos decisores.

A teoria dos conjuntos *fuzzy* (Zadeh, 1965) ampliou a função característica da teoria clássica dos conjuntos, permitindo-a assumir infinitos valores no intervalo $[0, 1]$, os quais representam graus de pertinência de um elemento x em um dado conjunto A . Com isso, é possível usar a teoria dos conjuntos *fuzzy* para ampliar as escalas de avaliação utilizadas em julgamentos humanos e, conseqüentemente, tornar possível a consideração de informações sobre intensidade de preferência nas estruturas de preferência do(s) decisor(es). A escala de avaliação pode então ser ampliada de dois *labels* (melhor e pior, representados por 1 e 0, respectivamente) para n *labels* (por exemplo: muito melhor, melhor, pior, muito pior), oferecendo maior flexibilidade ao eleitor para expressar suas preferências. Ao ampliar a escala de avaliação, o uso de expressões semânticas para expressar as preferências passa a ser uma tendência natural dos decisores.

Este artigo apresenta um procedimento de votação baseado no uso de expressões lingüísticas populares para representar a preferência de indivíduos com relação a um conjunto de alternativas sociais. O artigo está dividido da seguinte forma: a Sessão 2 apresenta uma revisão sobre o uso da abordagem lingüística na avaliação de alternativas; a Sessão 3 apresenta uma proposta de um procedimento de votação baseado no uso de opiniões lingüísticas; a Sessão 4 apresenta algumas considerações.

2. Abordagem Lingüística

Uma abordagem lingüística se faz necessária quando os dados, a serem explorados de um conjunto de ações, não podem ser expressos quantitativamente, quer seja pela natureza qualitativa ou pela dificuldade em se estimar o valor quantitativo dos mesmos. De uma forma geral, sempre que a avaliação depende da percepção humana, o uso de expressões lingüísticas passa a ser uma tendência natural dos avaliadores (decisores), particularmente nos casos onde não há julgamento de especialistas, tais como as decisões que envolvem a sociedade.

Uma variável lingüística é uma variável cujos valores são palavras ou sentenças de uma linguagem natural ou artificial (Zadeh, 1975). Estes valores lingüísticos são representados por *labels* com um valor semântico associado (Zadeh, 1975). Os *labels* representam os nomes ou expressões lingüísticas usadas numa tentativa de valorar uma opinião. A cada *label* é associado um número que serve para atribuir significado ao mesmo, isto é um valor. O uso de *labels* lingüísticos ajuda na captura da imprecisão do julgamento humano (García-Lapresta et al., 2009).

O conjunto de *labels* deve ser capaz de suprir os decisores com os termos lingüísticos necessários para que eles possam expressar suas opiniões acerca das alternativas que estão sendo consideradas. Segundo, Herrera e Herrera-Viedma (2000), a cardinalidade do conjunto de *labels*

L deve ser pequena o suficiente para evitar níveis de precisão desnecessários e grande o suficiente para discriminar as avaliações de acordo com as percepções dos decisores. Geralmente, a cardinalidade é ímpar, com o termo do meio representando uma avaliação aproximada de 0,5 e os demais termos são dispostos simetricamente em torno dele.

Definida a cardinalidade, o próximo passo é escolher os termos lingüísticos apropriados para compor o conjunto de *labels* L. De acordo com Herrera e Herrera-Viedma (2000), uma forma de determinar os elementos de um conjunto de *labels* lingüísticos $L = \{l_0, l_1, \dots, l_m\}$, com cardinalidade m , consiste em considerar os m elementos como termos primários e distribuí-los numa escala de ordem completa, onde $l_a < l_b$ se $a < b$. Geralmente, nestes casos, é desejável que o conjunto L satisfaça também as seguintes características:

$\exists$ operador Neg $\mid$ $Neg(l_i) = l_j \forall i, j = T - i$, onde $(T + 1)$ é a cardinalidade de L

$\exists$ operador Max $\mid$ $Max(s_i, s_j) = s_i$ se $s_i > s_j \forall i, j$

$\exists$ operador Min $\mid$ $Min(s_i, s_j) = s_i$ se $s_i < s_j \forall i, j$

Além disso, assume-se que os *labels* do par (s_i, s_{T-i}) são igualmente informativos.

Um exemplo de um conjunto de *labels* L, com cardinalidade 7, é apresentado a seguir:

$L = \{l_0 = \text{péssimo}, l_1 = \text{muito ruim}, l_2 = \text{ruim}, l_3 = \text{razoável},$

$l_4 = \text{bom}, l_5 = \text{muito bom}, l_6 = \text{excelente}\}$

O valor semântico deve ser capaz de prover informação suficiente sobre o *label*, de modo a torná-lo apropriado para descrever o verdadeiro valor, conhecido ou não, de uma variável. Uma das formas de atribuir valor semântico aos *labels* lingüísticos é por meio de números *fuzzy*, definidos num intervalo $[0, 1]$ e representados por funções de pertinência, que podem ser uniformemente distribuídas ou não. Delgado et al. (1998), García-Lapresta (2006) e García-Lapresta et al. (2009) defendem a representação por números *fuzzy* trapezoidais argumentando que esta representação contempla casos particulares de outras, tais como números reais, por intervalos e por números *fuzzy* triangulares, além de serem boas ferramentas para captura da imprecisão nos julgamentos dos decisores. Delgado et al. (1998) também argumenta o uso da forma trapezoidal dizendo que não há necessidade em usar formas mais sofisticadas, visto que os julgamentos lingüísticos são apenas aproximações das reais preferências dos decisores, de modo que a obtenção de valores mais precisos é impossível ou desnecessária.

Dado quatro números reais a, b, c, d tais que $a \leq b \leq c \leq d$, o número *fuzzy* trapezoidal $T = T(a, b, c, d)$ é definido pela seguinte função de pertinência:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < a \text{ ou } x > d \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{se } a < x < b \quad (\text{crescente em } [a, b]) \\ 1, & \text{se } b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & \text{se } c < x < d \quad (\text{decrecente em } [c, d]) \end{cases}$$

e

$$\mu(a) = \begin{cases} 0, & \text{se } a < b \\ 1, & \text{se } a = b \end{cases}, \quad \mu(d) = \begin{cases} 0, & \text{se } d > c \\ 1, & \text{se } d = c \end{cases}$$

A Figura 1 apresenta a representação de um número *fuzzy* trapezoidal:

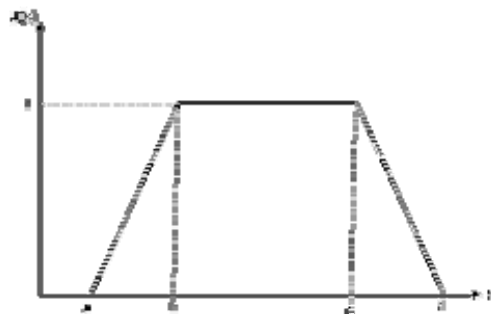


Figura 1- Número Fuzzy Trapezoidal

Por exemplo, pode-se atribuir os seguintes valores ao conjunto de *labels* L , com cardinalidade 7, através de números fuzzy trapezoidais:

$$l_0 = (0, 0,02, 0,05, 0,11) \quad l_1 = (0,05, 0,11, 0,17, 0,25), \quad l_2 = (0,17, 0,25, 0,34, 0,44),$$

$$l_3 = (0,34, 0,44, 0,56, 0,66) \quad l_4 = (0,56, 0,66, 0,75, 0,83), \quad l_5 = (0,75, 0,83, 0,89, 0,95),$$

$$l_6 = (0,89, 0,95, 0,98, 1)$$

O valor semântico deve ser capaz de representar a percepção que o decisor (ou, de uma forma geral, o sistema) tem em relação ao termo lingüístico, a qual o valor está associado. A modelagem de sistemas complexos está sempre sujeita a presença de incerteza e imprecisão, resultado da indisponibilidade de dados que descrevam o comportamento do sistema, o que dificulta ou torna impraticável o desenvolvimento de modelos analíticos (Lawry, 2004). No que concerne a modelagem da percepção de um decisor, características inerentes ao ser humano tornam impossível o desenvolvimento de modelos analíticos. Além disso, a percepção de um decisor, ou melhor, a compreensão que ele tem dela, pode mudar; conseqüentemente, um modelo considerado adequado pode deixar de ser num segundo momento. O problema se agrava ainda mais quando se deseja obter um modelo que represente, ao mesmo tempo, a percepção de diferentes indivíduos. Portanto, o esforço despendido no desenvolvimento de modelos complexos para a percepção humana é desnecessário. Contrariamente, tais modelos devem ser simples o suficiente para serem compreendidos e utilizados, ao mesmo tempo em que devem levar em consideração a presença da incerteza e da imprecisão.

3. Procedimento de Votação Proposto

O procedimento de votação está dividido em quatro etapas: (i) determinação do conjunto de *labels* lingüísticos e respectivos valores semânticos; (ii) avaliação individual das alternativas; (iii) conversão do *labels*; e (iv) agregação das opiniões individuais (Figura 2).

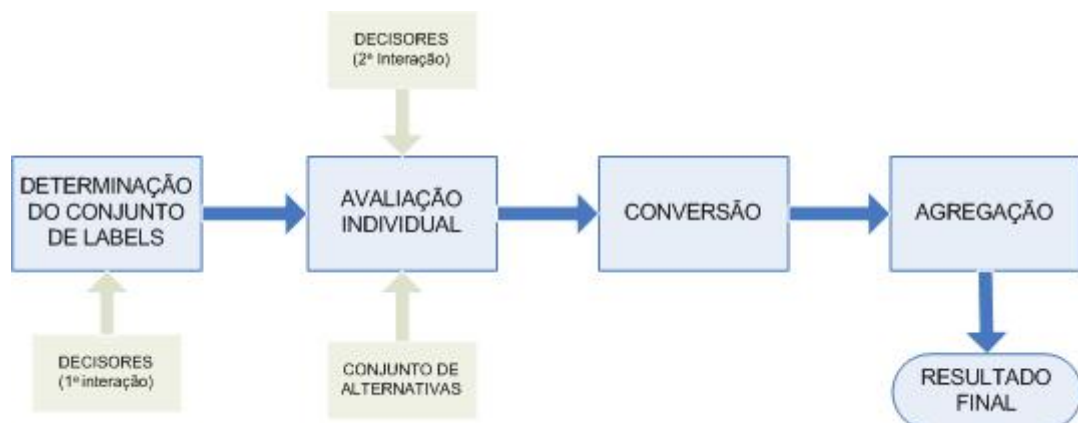


Figura 2 – Procedimento de Votação Proposto

3.1. Determinação do Conjunto de Labels

A função de pertinência pode ser interpretada como uma distribuição de probabilidade (Lawry, 2004). Seja H uma variável lingüística que representa a altura de um sujeito e L um conjunto de *labels* pré-definidos que podem ser usados por um conjunto de indivíduos V para descrever H . Suponha que um indivíduo I saiba que $H=h$, onde h é um valor numérico, e, portanto, este decisor está apto a identificar um *label* apropriado em L para descrever H . Sob a mesma suposição, variando-se I dentro do conjunto V , será obtido um conjunto aleatório D_h formado por elementos de $L(V : L \rightarrow D_h)$, tal que $D_h(I) = D_h^I$. Com isso, é possível definir a probabilidade $\mu_l(h) = \Pr(\{I \in V | h \in D_h^I\})$, que representa a probabilidade do valor h ser representado pelo *label* $l \in L$ (Lawry, 2004).

Seja $V = \{I_1, I_2, I_3\}$ um conjunto de indivíduos que irão avaliar uma variável lingüística Y , através um conjunto pré-definido de labels $L = \{\text{baixo}, \text{médio}, \text{alto}\}$. Y representa o nível de doçura de uma xícara de chá, que recebeu n colheres de açúcar, onde $n = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. D_n^I representa o subconjunto de L , usado por I para descrever a doçura de uma xícara de chá com n colheres de açúcar. Variando I em V , suponha que foram obtidos os seguintes resultados:

$$\begin{aligned} D_1^{I_1} &= D_1^{I_2} = D_1^{I_3} = \{\text{baixo}\} \\ D_2^{I_1} &= \{\text{baixo}, \text{médio}\}, & D_2^{I_2} &= D_2^{I_3} = \{\text{baixo}\} \\ D_3^{I_1} &= D_3^{I_2} = \{\text{médio}\}, & D_3^{I_3} &= \{\text{médio}, \text{baixo}\} \\ D_4^{I_1} &= \{\text{médio}, \text{alto}\}, & D_4^{I_2} &= D_4^{I_3} = \{\text{médio}\} \\ D_5^{I_1} &= D_5^{I_3} = \{\text{alto}\}, & D_5^{I_2} &= \{\text{médio}, \text{alto}\} \\ D_6^{I_1} &= D_6^{I_2} = D_6^{I_3} = \{\text{alto}\} \end{aligned}$$

Considerando uma distribuição uniforme em V , tem-se:

$$\begin{aligned} \mu_{\text{baixo}}(1) &= 1, & \mu_{\text{baixo}}(2) &= 1, & \mu_{\text{baixo}}(3) &= 1/3 \\ \mu_{\text{médio}}(2) &= 1/3, & \mu_{\text{médio}}(3) &= 1, & \mu_{\text{médio}}(4) &= 1, & \mu_{\text{médio}}(5) &= 1/3 \\ \mu_{\text{alto}}(4) &= 1/3, & \mu_{\text{alto}}(5) &= 1, & \mu_{\text{alto}}(6) &= 1 \end{aligned}$$

A probabilidade irá representar a pertinência do valor h dentro do conjunto *fuzzy* l . Assumindo l com forma trapezoidal, pode-se usar os valores de pertinência encontrados para interpolar o conjunto *fuzzy* integralmente. A aproximação pela forma trapezoidal é satisfatória, visto que este tipo de representação contempla outras, tais como números reais, por intervalos e por números *fuzzy* triangulares (Delgado, 1998, García-Lapresta, 2006 e García-Lapresta, 2009). Além disso, não há necessidade de se usar formas mais complexas, visto os julgamentos lingüísticos são apenas aproximações dado a presença da incerteza e imprecisão no sistema. Para o exemplo numérico apresentado, tem-se o conjunto apresentando na Figura 3

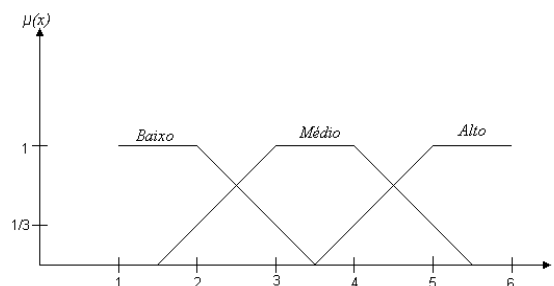


Figura 3 – Conjunto de Labels e Respetivos Semânticos

O conjunto inferido a partir do uso dos *labels* de L na descrição de um conjunto de valores conhecidos, leva em consideração a distribuição dos indivíduos que realizaram as avaliações. Dessa forma, é possível afirmar que o modelo obtido representa a percepção do grupo e, portanto, pode ser estendida a cada um dos membros do grupo, individualmente. Além disso, este conjunto pode ser usado para descrever qualquer variável lingüística que possa vir a ser avaliada pelo grupo.

3.2. Avaliação Individual das Alternativas

Durante o processo decisório social, os participantes devem ser incentivados a expressarem suas opiniões acerca de todas as alternativas que estão sendo consideradas no processo. As opiniões devem ser expressas através do conjunto de *labels* inferido pelo próprio grupo na etapa para determinação do conjunto de *label*.

As opiniões de cada decisor devem ser armazenadas numa matriz $m \times n$, onde m corresponde ao número total de alternativas consideradas e n corresponde ao número de decisores. Se um decisor i ($i = 1, \dots, n$) não desejar expressar sua opinião acerca de uma alternativa j ($j = 1, \dots, m$), a célula jxi deve ficar vazia. Este decisor deve ficar ciente de que não será considerado na função de agregação que irá determinar a avaliação global da alternativa i .

3.3. Conversão dos labels

Geralmente, as operações (cálculos ou comparações) com números *fuzzy* são complexas. Nesse sentido, muitos pesquisadores desenvolveram formas de representar números *fuzzy* através de índices reais que capturam as informações contidas nos números *fuzzy*. Delgado (1998) desenvolveu uma representação de números *fuzzy* baseada no uso de dois índices reais, os quais capturam a informações contidas no número original. O índice valor de um número *fuzzy* com função pertinência μ , representado por $V(\mu)$, pode ser interpretado como um valor central que representa a magnitude de μ . A ambigüidade de μ , representada por $A(\mu)$, mede a imprecisão presente em μ .

Para a definição do índice $V(\mu)$, o autor fez uso de uma função crescente $s: [0,1] \rightarrow [0,1]$, onde $s(0) = 0$ e $s(1) = 1$, a qual é chamada de função redução. A função redução realiza uma ponderação dos elementos de um conjunto *fuzzy*, de modo a reduzir a contribuição dos que apresentam maior incerteza. A consequência do uso da função redução no cálculo da magnitude de um número *fuzzy* é que este parâmetro carrega intrinsecamente a informação de incerteza associada ao respectivo número *fuzzy*.

Para um número *fuzzy* μ e uma função redução $s: [0,1] \rightarrow [0,1]$, a magnitude $V(\mu)$ é dada por:

$$V_s(\mu) = \int_0^1 s(r)[L_T(r) + R_T(r)]dr$$

onde $LT(\cdot)$ e $RT(\cdot)$ são funções que representam os intervalos do número *fuzzy* μ .

Para um número *fuzzy* trapezoidal $T(a, b, c, d)$, e função redução $s(r) = r$, ($r \in [0,1]$) o valor e ambigüidade de T podem ser definidos por:

$$V(T) = \frac{(c+b)}{2} + \frac{(d-c) - (b-a)}{6}$$

3.4. Agregação

A avaliação global para uma dada alternativa é obtida através de uma soma ponderada das respectivas avaliações individuais, convertidas em um valor real $V(T)$.

Os pesos estão relacionados com a importância relativa dos decisores. Se um decisor não expressar nenhuma opinião acerca de uma alternativa específica, este decisor não será considerado durante a agregação das opiniões.

Para uma alternativa x , que foi avaliada por n decisores, por meio de opiniões lingüísticas, a avaliação global de x , será representada por $V_G(x)$ e é dada por:

$$V_G(x) = \frac{\sum_{i=1}^n V_i(x)w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

$$\text{onde: } \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$V_i(\cdot)$ corresponde ao índice real associado à opinião que o decisor i , cuja importância relativa é w_i , expressou em relação à alternativa x .

As alternativas devem ser ordenadas em ordem decrescente das respectivas avaliações globais. O resultado, ou seja, a decisão deve ser explorada a partir deste ranking, que está ordenado de acordo com o desempenho global obtido por cada alternativa, representado pelo parâmetro $V_G(x)$.

4. Considerações Finais

O artigo apresenta uma nova proposta de votação, onde as preferências dos eleitores (decisores) são representadas por meio de expressões linguísticas simples, comum ao vocabulário dos envolvidos no processo decisório.

O uso de expressões linguísticas permite que os decisores expressem de forma simples a intensidade de preferência com a qual eles desejam determinada alternativa. Dessa forma, o procedimento de votação pode levar em consideração, além do número de eleitores, a informação de intensidade de preferência disponibilizada espontaneamente pelos mesmos.

A modelagem dessas expressões linguísticas é obtida a partir de um processo que infere do próprio grupo os valores semânticos atribuídos a um conjunto de *labels* pré-definido. Com isso, garante-se que os *labels* e os respectivos valores levem em consideração a percepção do grupo em relação aos termos utilizados nas avaliações, melhorando a qualidade da informação capturada da linguagem.

O procedimento também encoraja o grupo a expressar suas opiniões sobre todas as alternativas consideradas no processo decisório, o que torna a etapa de avaliação mais completa e, conseqüentemente, melhora a qualidade da informação de preferência coletada do grupo. As avaliações individuais obtidas por cada alternativa são agregadas num parâmetro que irá corresponder a uma medida de desempenho da mesma, e, por sua vez, será usado para apoiar a decisão final referente à escolha de uma ou mais alternativas.

Referências

- Black, D.** (1958) *The Theory of Committees and Elections*. Cambridge, Cambridge University Press.
- Delgado, M.; Vila, M. A. e Voxman, W.** (1998), On a canonical representation of fuzzy numbers. *Fuzzy Sets and Systems*, 93, 125-135.
- García-Lapresta, J. L.** (2006), A General Class of Simple Majority Decision Rules based on linguistic opinions. *Information Sciences*, 176, 352-365.
- García-Lapresta, J. L.; Martínez-Panero, M. e Meneses, L. C.** (2009), Defining the Borda Count in a Linguistic Making Context. *Information Sciences*, 179, 2309-2316.
- Herrera, F. e Herrera-Viedma, E.** (2000), Linguistic Decision Analysis: Steps for Solving Decision Problems under Linguistic Information. *Fuzzy Sets and Systems*, 115, 67-82.
- Lawry, J.** (2004), A framework for Linguistic Modelling. *Artificial Intelligence*, 155, 1-39.
- Young, H. P.** (1988), Condorcet's Theory of Voting. *The American Political Science Review*, 82, 1231-1244.
- Young, H. P.** (1990), Condorcet's Theory of Voting. *Mathématiques et Sciences Humaines*, 28, 45-49.
- Zadeh, L. A.** (1975), The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning. *Information Sciences*, Part I: 8, 199-249, Part II: 8, 301-357, Part III: 9, 43-80.
- Zadeh, L. A.** (1965), Fuzzy Sets. *Information and Control*, 8, 338-353.