

MODELO DE DECISÃO EM GRUPO BASEADO EM SIMILARIDADES PARA OBTENÇÃO DE CONSENSO

Suzana de França Dantas Daher

Universidade Federal de Pernambuco

Núcleo de Tecnologia, Rodovia BR-104 km 59, Nova Caruaru, Caruaru, PE, 55.002-970, Brasil
sfdd@uol.com.br

Adiel Teixeira de Almeida

Universidade Federal de Pernambuco

Departamento de Engenharia de Produção, Cx. Postal 7462, Recife, PE, 50.630-970, Brasil
almeidaatd@gmail.com

RESUMO

Os processos de tomada de decisão em grupo nem sempre conduzem a uma solução aceita por todos os decisores. Neste trabalho a combinação de duas métricas tipicamente usadas como medida de distância é proposta de forma a possibilitar uma melhor identificação de alternativas menos conflitantes, são elas o grau de similaridade e a magnitude de um vetor sobre outro. Além disso, um fator redutor é aplicado de forma a penalizar as alternativas conflituosas. Através do apoio a um grupo de decisores, o modelo fornece informações que permitem aos decisores entenderem melhor as perspectivas dos demais acerca do problema e também auxilia esses decisores a alcançarem uma solução consensual. Uma aplicação numérica é apresentada como ilustração ao modelo.

PALAVRAS CHAVE. Decisão multicritério, modelo vetorial, consenso.

Área principal: Decisão Multicritério

ABSTRACT

Group decision processes not always generate solution accept by all decision makers. In this paper, a combination of two distance measures is proposed to better identify less conflicting alternatives. They are the similarity degree and the magnitude of the projection of one vector onto another. Throughout a group decision support, the model gives information to decision makers to allow them to understand how are the others problem perspectives and also to support decision makers to achieve more consensual solution. A numerical application is figured to illustrate de model proposed.

KEYWORDS. Multicriteria decision, vector model, consensus.

Main area: Multicriteria Decision

1. Introdução

Um problema em qualquer sociedade é como agregar opiniões individuais de forma a alcançar uma solução que agrade a todos (Montero 2008). Pela definição clássica, consenso é um acordo pleno e unânime entre os decisores acerca das possíveis alternativas para um problema (Ben-Arieh e Easton 2007). Entretanto, essa definição pode ser relaxada, uma vez que um acordo pode ser obtido sem que todos os decisores estejam plenamente satisfeitos com a solução proposta. Uma recomendação/decisão de grupo não implica na existência de um consenso, haja vista que os sistemas de votação podem seguir a regra da maioria ou da representação proporcional tal como a Contagem de Borda (García-Lapresta, Martínez-Panero e Meneses 2009). A decisão por maioria simples é um mecanismo bastante utilizado de declarar uma alternativa a vencedora. A representação proporcional por sua vez dá a oportunidade de promover a representatividade de todos os elementos do grupo, dando tratamento especial às minorias (Brams e Taylor 1996; Tjosvold e Field 1983).

Alcançar uma decisão por consenso requer um esforço maior dos participantes, uma vez que esse tipo de decisão geralmente leva tempo para que uma recomendação final seja aceita por todos. Adotar um modelo de decisão baseado em consenso significa considerar a opinião da minoria, minimizar arrependimentos e ter a segurança de que os decisores estão dispostos a abandonar suas alternativas preferidas em favor de alternativas mais consensuais. Arrow (1950) demonstra que não há um sistema de votação capaz de gerar uma função de bem estar social, onde um conjunto de preferências individuais é transformado em uma ordem global completa, sem violar pelo menos umas das cinco propriedades do Teorema da Impossibilidade, a saber: não-ditatorial; não-impositiva; domínio irrestrito; independência de alternativas irrelevantes e monotonicidade. A função de bem estar social de Arrow poderia ser vista como o consenso em seu termo clássico, e procura explica o quão difícil é alcançá-lo no dia a dia.

Segundo Wang, Yang e Xu (2005), as principais considerações acerca das preferências individuais em um processo de decisão em grupo são: como coletar e representar as preferências individuais; como resolver as inconsistências de preferência de cada decisor; e decidir como combinar as preferências individuais para alcançar uma recomendação do grupo e/ou um consenso. As duas primeiras considerações dizem respeito à seleção do método mais adequado para identificar e organizar as preferências individuais. O último aspecto trata da abordagem a ser adotada para a decisão em grupo, seja através de modelos de agregação ou baseados em consenso.

Um sistema de apoio à decisão pode auxiliar um grupo de decisores com técnicas baseadas em simulação, em interfaces dinâmicas e em recursos gráficos (Efremov, Insua e Lotov 2009; Matsatsinis, Grigoroudis e Samaras 2005). Podem-se utilizar também modelos de programação matemática ou métodos multiatributos tais como os baseados na Teoria da Utilidade Multiatributo (*Multi-attribute Utility Theory* -MAUT) (Keeney e Raiffa 1976; Golabi, Kirkwood e Sicherman 1981) ou modelos de sobreclassificação (Roy 1996). Quando o problema que envolve uma decisão em grupo não é de otimização ou esta não é viável, então é necessário considerar *tradeoffs* entre critérios e os diferentes pontos de vista dos decisores. Os modelos baseados nos métodos de critério único de síntese, tais como o MAUT, sofrem com o efeito compensatório, típico desses modelos. A recomendação final gerada através de uma função utilidade pode não representar a estrutura de preferência de nenhum decisor. Entretanto, o modelo sempre gera uma recomendação final independente de quão conflitante ou indesejável seja o resultado.

Existe na literatura uma discussão acerca da utilização do termo consenso como uma medida, isto é, grau de consenso (Kacprzyk e Fedrizzi 1988; Xu 2009; Zhang, Dong, Xu, e Li 2011). Nestes casos, os estudos procuram construir modelos que auxiliem os decisores a modificarem suas opiniões de forma a obter um acordo mais próximo do que seria um consenso em seu termo clássico. Em geral, esses modelos procuram minimizar os custos de alcançar um consenso. Ben-Arieh e Easton (2007) apresentaram um modelo multicritério baseado na elasticidade de opinião a um custo linear. Em Herrera-Viedma, Alonso, Chiclana, e Herrera (2007) discutiu-se a utilização de modelos *fuzzy* e representações linguísticas para a

construção de modelos de consenso. Xu e Cai (2011) desenvolveram conjunto de modelos de programação linear e programação quadrática baseados na idéia de maximizar o consenso no grupo, considerando para tanto relações de preferência *fuzzy*.

Diversas métricas de distância são encontradas na literatura para avaliações par a par das diferenças entre as opiniões dos decisores acerca das alternativas, tais como distância euclidiana, distância geométrica, distância de Hamming, distância de Chebshev e medida do cosseno (García-Lapresta 2008; Xu e Chen 2008; Tavana, LoPinto e Smither 2007). Yu e Lai (2011) apresentam uma metodologia baseada em distância, onde após a formulação do problema, do ambiente de discussão e de um modelo de decisão multicritério a ser adotado para obter as informações de cada decisor, os resultados podem ser agregados de forma a obter um consenso para a recomendação final.

Em problemáticas de ordenação, a grande dificuldade continua sendo como gerar uma ordenação global das alternativas que seja coerente com as ordenações feitas individualmente. Segundo Chen e Cheng (2009) um problema de ordenação pode ser classificado em três dimensões: a primeira refere-se a completude das informações acerca das preferências individuais; a segunda está relacionada com o tipo de resultado gerado (podendo ser uma ordem completa ou parcial); e a terceira dimensão trata de como os usuários expressam suas preferências. O formato adotado pode ser baseado em pesos ou comparações par a par.

Nesse trabalho apresenta-se um modelo de decisão em grupo onde as avaliações individuais são obtidas através da elicitação de preferências dos decisores, sendo as alternativas avaliadas individualmente segundo modelos aditivos, para problemas de ordenação de alternativas. Em vez de utilizar uma função aditiva para gerar a ordenação final, propõem-se a combinação de informações individuais obtidas pelo modelo aditivo com as métricas de distância baseadas em comparação par a par, de forma a permitir identificar quão próximas ou distantes estão as opiniões dos decisores. As métricas adotadas são a de grau de similaridade e projeção de um vetor sobre o outro, tratadas em um ambiente vetorial.

As próximas seções do artigo estão organizadas da seguinte forma: a seção 2 apresenta o modelo proposto. A seção 3 apresenta uma aplicação numérica e por fim a seção 4 as considerações finais do trabalho são apresentadas.

2. Modelo baseado em similaridades

Na abordagem tradicional da Teoria da Utilidade Multiatributo para decisões em grupo, as utilidades individuais dos decisores são agregadas através de uma função aditiva para gerar uma função de utilidade global. Seja N o número de critérios e M o número de decisores, então se poderia escrever essa função global segundo (1).

$$u(x_1, x_2, \dots, x_N) = \sum_{j=1}^M w_j u_j(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (1)$$

Onde u_j é a função utilidade do decisor j e w_j representa o grau de importância, ou peso, desse participante no processo decisório (note que $\sum_{j=1}^M w_j = 1$).

A equação (1) não garante que a solução final representa a preferência dos decisores, pois o efeito compensatório causado pela agregação das utilidades poderia gerar uma recomendação de solução que representa as preferências de nenhum decisor. Esse seria o pior caso. O modelo também poderia satisfazer os interesses de parte dos decisores, remanesecendo os demais sem que suas preferências fossem atendidas. Isso significa que algumas alternativas consideradas indesejáveis por um decisor (ou por alguns) poderiam ser selecionadas, gerando discussões, insatisfação, inveja, etc., o que pode vir a promover uma situação de conflito.

Admitindo-se que todos os decisores estão inseridos num processo colaborativo e dispostos a abrir mão de suas alternativas mais preferidas em prol de um resultado mais consensual, busca-se, através deste modelo, modificar o modelo tradicional de agregação aditiva

e beneficiar as alternativas que seriam preteridas, penalizando as alternativas consideradas indesejáveis ou inaceitáveis por alguns decisores. Sabe-se que pelo efeito compensatório do modelo de agregação aditiva, algumas alternativas podem ser avaliadas com um valor de utilidade global maior do que alternativas menos conflituosas e aceitáveis por todos os decisores.

O modelo proposto pode ser dividido em quatro etapas, onde as duas primeiras dizem respeito às avaliações individuais de preferência: a primeira é a determinação das estruturas de preferências de cada decisor. Através da Teoria da Utilidade Multiatributo (Keeney e Raiffa, 1976), uma função utilidade é definida para cada decisor, considerando os vários critérios e seus *tradeoffs*. Para tanto, admite-se que os decisores são capazes de expressar suas preferências e indiferenças através de várias loterias. Nessa etapa do modelo, verificam-se as características dos decisores quanto à propensão ou aversão ao risco. Essa informação poderá ser útil na segunda etapa do modelo onde os participantes do processo decisório devem interagir e agregarem suas preferências. A segunda etapa dar-se-á através da agregação das preferências individuais em uma função de utilidade global aditiva.

As terceira e quarta etapas introduzem o diferencial do modelo proposto, pois fazem uso de informações obtidas por conceitos de álgebra linear para agregar as preferências individuais e gerar a ordenação global das alternativas. Os conceitos adotados são: o *grau de similaridade entre duas alternativas*, a *magnitude da projeção de uma alternativa sobre a outra* e o *fator redutor* (FR). Essas duas novas informações podem economizar tempo e prevenir arrependimentos futuros quanto à decisão do grupo. No novo modelo necessita-se de uma representação vetorial para os decisores e alternativas. Os decisores compõem um plano m -dimensional, onde m é o número de decisores. Cada eixo desse plano expõe a utilidade das alternativas para cada decisor. Todas as alternativas serão representadas nesse plano vetorial através de suas coordenadas. É necessário que todas as informações na construção desse modelo vetorial estejam numa mesma unidade (isto é, a escala de utilidade).

Vamos considerar uma alternativa onde todos os decisores atribuam utilidade igual a 1(um) para ela. Neste caso, essa alternativa será a chamada de *alternativa ideal*. Em um modelo vetorial, a alternativa ideal posiciona-se sobre o *vetor consenso*, onde qualquer alternativa cuja representação gráfica recaia sobre esse vetor terá obrigatoriamente o mesmo valor de utilidade para todos os decisores.

A terceira etapa do modelo recai no cálculo do grau de similaridade entre cada alternativa e a alternativa ideal, e também no cálculo da magnitude da projeção do vetor de uma alternativa sobre o vetor consenso.

Considere um contexto de decisão que envolve M decisores e N alternativas. Os elementos a_{ij} da matriz $A_{m \times n}$ representam a avaliação de cada decisor sobre a utilidade de cada alternativa.

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M-1,1} & a_{M-1,2} & a_{M-1,3} & \dots & a_{M-1,N} \\ a_{M1} & a_{M2} & a_{M3} & \dots & a_{MN} \end{bmatrix} = [a_{ij}]_{m \times n} \quad (2)$$

Cada alternativa pode ser representada por um vetor formado por todos os elementos de uma coluna da matriz $A_{M \times N}$. Isto é, a alternativa j pode ser obtida pela transposta da matriz-produto resultante da multiplicação da matriz $A_{m \times n}$ pela matriz $B_{n \times 1}^j = [b_i]_{n \times 1}^j$, onde $b_i = 0$ se $i \neq j$ e $b_i = 1$ se $i = j$. A representação de uma alternativa por um vetor composto pelas utilidades individuais de todos os decisores já é por si só uma forma de agregação de preferência diferente do modelo aditivo. A distância entre as alternativas já informa ao grupo as diversas

percepções acerca do problema e já estimula o debate. A Figura 1 ilustra um cenário com três decisores. Trata-se apenas de uma representação espacial, fictícia, de como duas alternativas poderiam estar posicionadas num plano n-dimensional. Em até três dimensões as informações dos decisores podem ser agregadas visualmente para melhorar o entendimento do problema em estudo.

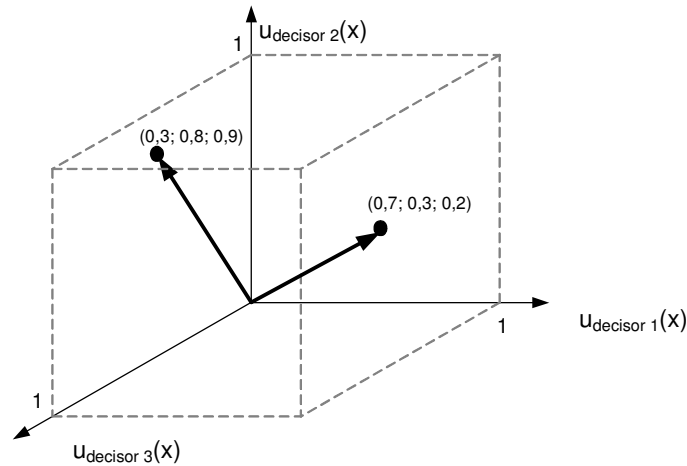


Figura 1. Representação vetorial das alternativas para um cenário envolvendo 3 decisores

Seja J a representação vetorial da alternativa j e X^* a representação vetorial da alternativa ideal x^* . Define-se como *grau de similaridade* $Sim(j, x^*)$ o valor obtido pelo cosseno do ângulo formado entre uma alternativa qualquer e a alternativa ideal, cujo valor pode ser obtido utilizando (3):

$$Sim(j, x^*) = \frac{\sum_{i=1}^n u_{j_i}(j) \cdot u_{x_i}(x^*)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n u_{j_i}^2(j)} \sqrt{\sum_{i=1}^n u_{x_i}^2(x^*)}} \quad (3)$$

A identificação do grau de similaridade permite aos decisores perceberem quão alinhados eles estão em torno das alternativas existentes e permite também que um dado decisor possa entender melhor o ponto de vista dos demais decisores. Essas informações extraídas do modelo permitem a adoção de uma postura de decisão mais pró-ativa e mais focada em alcançar uma solução considerada satisfatória por todos os decisores. Quanto menor o ângulo entre a alternativa e a alternativa ideal, mais consensual a alternativa será. Alguns leitores podem questionar quão difícil seria para os decisores interpretarem o que o grau de similaridade significa. O importante é ter em mente que qualquer valor de similaridade diferente de +1 implica na existência de divergência entre os decisores. O que deve ser avaliado é quando essa divergência passa a ser uma situação de desconforto, e, possivelmente, de conflito. Os decisores devem, assim, estabelecer um *limiar de similaridade* α de forma que alternativas abaixo desse valor são consideradas conflituosas. Esse limiar de similaridade servirá para construir o fator redutor, que penaliza alternativas conflituosas. Os decisores podem estabelecer esse limiar informando o valor do ângulo admissível, de forma que alternativas localizadas dentro desse setor são consideradas aceitáveis por todos os decisores.

Ainda nessa terceira etapa, precisa-se calcular a magnitude da projeção de um vetor sobre o vetor consenso. A projeção do vetor A sobre o vetor B pode ser obtida por (4). A magnitude dessa projeção pode ser calculada por $\|proj_B A\|$.

$$proj_B A = \frac{A \bullet B}{\|B\|^2} B \quad (4)$$

A última etapa do modelo é a construção da ordenação final das alternativas. Para tanto, a magnitude da projeção é uma escalar, sendo utilizada pelo modelo como a informação principal dessa ordenação. Para as alternativas ditas conflituosas, um fator redutor é aplicado de forma a modificar a posição destas alternativas na ordenação final. Esse fator redutor é adotado de maneira que ele não gere inconsistências no modelo. Se $Sim(j, x^*) < \alpha$, então o fator redutor deve ser aplicado sobre a alternativa j . Nessa primeira versão do modelo, admite-se que o fator redutor modifica o valor da projeção para o valor equivalente ao de uma alternativa posicionada sobre o vetor consenso cujas coordenadas são iguais ao menor valor de utilidade individual definido originalmente para a alternativa j .

3. Aplicação Numérica

Uma fábrica necessita expandir sua produção para continuar competitiva. Os decisores estão precisando definir a sequência de ações que devem tomar. Dois decisores (um diretor de operações e um diretor financeiro) estão envolvidos nesse processo decisório. Note que apesar desta aplicação numérica tratar apenas de dois decisores, o modelo é projetado para aceitar m decisores. As ações são postas num conjunto de 10 alternativas ($A_1, A_2, \dots, A_{10}$) para serem avaliadas e ordenadas pelos decisores. Os critérios adotados são: tempo para preparar a infraestrutura (C1), custo da alternativa (C2) e percentual de aumento da produtividade (C3).

Com o auxílio de um analista/facilitador, cada decisor avalia separadamente as alternativas utilizando MAUT. Uma alternativa A_i é representada pelo vetor $(u(a_i)_{DM1}, u(a_i)_{DM2})$, onde cada elemento do vetor é o valor de utilidade individual associado à alternativa A_i . Como a similaridade será calculada em relação à alternativa virtual e o valor de utilidade varia entre 0 e +1, é esperado que o maior ângulo possível de afastamento entre vetores seja de 45°. De posse dessa informação, os decisores estabelecem de comum acordo que o limiar de similaridade será aquele equivalente ao ângulo de 10°, ou seja, α será de 0,9848. A Tabela 1 sumariza os dados obtidos nessa aplicação.

O resultado da ordenação das alternativas sem o fator redutor é A8 P A9 P A7 P A4 P A3 P A2 P A10 P A1 P A6 P A5, onde P significa “preferível a”. Considerando o limiar de similaridade estabelecido, três alternativas foram caracterizadas como conflituosas, a saber: A1, A3 e A9. Aplicando o fator redutor estabelecido pelo modelo, a sequência final é: A8 P A7 P A4 P A2 P A10 P A9 P A3 P A6 P A5 P A1. Note que a alternativa A9 mudou da segunda para a sexta posição nessa nova ordenação. De fato, a alternativa A9 é uma alternativa conflituosa já que apresenta a maior diferença entre os valores de utilidade informados pelos decisores.

O processo de elicitação da função utilidade envolve um trabalho árduo e necessita do comprometimento dos envolvidos. Os decisores devem estar dispostos a perderem algum tempo pensando sobre seus valores e decidindo em loterias. *Tradeoffs* representam constantes de escala entre os critérios e são determinados, por exemplo, em procedimentos de *swing weights* (Edwards e Barron 1994). O analista deve conduzir a análise de sensibilidade, onde através desse teste o analista encoraja o uso do modelo e melhora o entendimento do problema e das incertezas associadas ao mesmo. Para o modelo proposto a análise de sensibilidade também deve

ser feita sobre o limiar de similaridade informado. Neste exemplo numérico, uma variação de +10% nesses valores já inclui todas as alternativas no conjunto aceitável de alternativas. Já uma variação de -10% fará com que o modelo considere todas as alternativas como conflitantes. Em termos gerais, o modelo é bastante sensível as variações do limiar.

Tabela 1. Resumo dos resultados

Alternative	$u_{DM1}(x)$	$u_{DM2}(x)$	$Sim(a_i, I)$	$\ Proj_I a_i\ $	Novo valor de projeção nas alternativas que sofreram redução
A_1	0,32025	0,595	0,957775867	0,457625	0,32025
A_2	0,5166	0,59925	0,99726812	0,557925	
A_3	0,4641	0,68	0,982656634	0,57205	0,4641
A_4	0,5544	0,6103	0,998850217	0,58235	
A_5	0,3591	0,34935	0,999905311	0,354225	
A_6	0,4347	0,4029	0,999280084	0,4188	
A_7	0,567	0,61115	0,999298588	0,589075	
A_8	0,735	0,6205	0,996451332	0,67775	
A_9	0,84	0,4794	0,964621959	0,6597	0,4794
A_{10}	0,5019	0,5627	0,998373165	0,5323	

4. Considerações finais

Neste trabalho procurou-se discutir um modelo de agregação de preferências baseado em informações de similaridade e de métricas de distância para auxiliar um grupo de decisores. O modelo apresentado faz uso do modelo aditivo para determinação das utilidades individuais, e de um ambiente vetorial para análise dos dados e determinação de uma recomendação coletiva. Métricas como grau de similaridade e magnitude da projeção de um vetor sobre outro foram utilizadas, bem como foi proposto o uso de um limiar de similaridade que promoveu uma penalização nas alternativas vistas como conflituosas.

Observou-se que, assim como outros métodos existentes na literatura, o modelo apresentado também viola o Teorema da Impossibilidade de Arrow, no que tange a monotonicidade. Entretanto percebeu-se que o uso de outras métricas associadas a modelo aditivo de utilidade é viável e fornece aos decisores outras informações que auxiliam o entendimento de como os demais decisores entendem o problema e de quão próxima ou distante é esse entendimento entre os decisores. Apesar de admitir-se que os decisores estão dispostos a aproximar-se de um consenso e aceitarem alternativas menos conflituosas em posições melhores na ordem final das alternativas, observou-se que o modelo também não está imune a “*misrepresentation*”, onde os decisores podem alterar suas avaliações individuais de maneira a garantir que suas alternativas não sejam penalizadas. Sendo assim, o papel do analista é essencial para a condução do processo decisório, suportando os decisores e auxiliando-os no entendimento do problema e de suas preferências.

Para até três decisores, a possibilidade de utilizar uma ferramenta gráfica que auxilie no processo decisório surge viável e é visto como um trabalho futuro pelos autores.

Agradecimentos

Esse trabalho recebeu o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

5. Referências

- Arrow K.J** (1950), A Difficulty in the Concept of Social Welfare, *Journal of Political Economy*, 58, n.4, 328–346.
- Ben-Arieh, D., Easton, T.** (2007), Multi-criteria group consensus under linear cost opinion elasticity, *Decision Support System*, 43, n. 3, 713–721.
- Brams, S., Taylor, A.**, *Fair Division. From Cake-Cutting to Dispute Resolution*, Cambridge University Press, New York, 1996.
- Chen Y-L, Cheng L-C.** (2009), Mining maximum consensus sequences from group ranking data, *European Journal of Operational Research*, 198, n. 1, 241–251.
- Edwards, W., Barron, F. H.** (1994), SMARTS and SMARTER: Improved simple methods for multi-attribute utility measurement, *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 60, 306–325.
- Efremov, R., Insua, D.R, Lotov, A.** (2009), A framework for participatory decision support using Pareto frontier visualization, goal identification and arbitration, *European Journal of Operational Research*, 199, n. 2, 459–467.
- García-Lapresta, J.L** (2008), “Favoring Consensus and Penalizing Disagreement in Group Decision Making”. *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, 12, n.5, 416–421.
- García-Lapresta, J.L., Martínez-Panero, M., Meneses, L. C.** (2009), Defining the Borda count in a linguistic decision making context, *Information Sciences*, 179, 2309–2316.
- Golabi, K., Kirkwood, C. W., Sicherman, A.** (1981), Selecting a Portfolio of Solar Energy Projects Using Multiattribute Preference Theory, *Management Science*, 27, n. 2, 174–189.
- Herrera-Viedma, E., Alonso, S., Chiclana, F., Herrera, F.** (2007), A consensus model for group decision making with incomplete fuzzy preference relations, *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, 15, n. 5, 863–877.
- Kacprzyk, J., Fedrizzi, M.** (1988), A “soft” measure of consensus in the setting of partial (fuzzy) preferences, *European Journal of Operation Research*, 34, n. 3, 316– 325.
- Keeney R.L, Raiffa H.** *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Trade-Offs*. John Wiley & Sons, New York; 1976.
- Matsatsinis, N., Grigoroudis, E., Samaras, A.** (2005), Aggregation and Disaggregation of Preferences for Collective Decision-Making, *Group Decision and Negotiation*, 14, 217–232.
- Montero, J.** (2008), The impact of fuzziness in social choice paradoxes, *Soft Computing - A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications*, 12, n.2, 177–182.
- Roy B.** *Multicriteria Methodology for Decision Aiding*, Dordrecht, Kluwer Academic Publisher, The Netherlands, 1996.
- Tavana, M., LoPinto, F., Smither, J.W.** (2007), A Hybrid Distance-Based Ideal-Seeking Consensus Ranking Model, *Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences*, 11, 1–18.
- Tjosvold, D., Field, R.** (1983) Effects of Social Context on Consensus and Majority Vote Decision Making, *Academy of Management Journal*, 26, n. 3, 500–506.
- Xu, Z.S.** (2009), An automatic approach to reaching consensus in multiple attribute group decision making, *Comput. Ind. Eng.*, 56, n. 4, 1369–1374.
- Xu, Z., Chen, J.** (2008), Ordered weighted distance measure, *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 17, n. 4, 432–445.
- Xu, Z., Cai, X.** (2011), Group consensus algorithms based on preference relations, *Information Sciences*, 181, n. 1, 150–162.
- Wang, Y.M., Yang, J. B. , Xu, D. L.** (2005), A preference aggregation method through the estimation of utility intervals, *Computers & Operations Research*, 32, n. 8, 2027–2049.
- Yu, L., Lai, K.K.** (2011), A distance-based group decision-making methodology for multi-person multi-criteria emergency decision support, *Decision Support Systems*, 51, n. 2, 307–315.



Zhang, G.; Dong, Y.; Xu, Y.; Li, H. (2011), Minimum-Cost Consensus Models Under Aggregation Operators, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, vol.PP, no.99, pp.1-9, 0 doi: 10.1109/TSMCA.2011.2113336.