HEURÍSTICA MODIFICADA PARA UM PROBLEMA DE ROTEAMENTO E COBERTURA COM MAXIMIZAÇÃO DE RETORNOS ÀS ÁREAS SENSÍVEIS – RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Maria José Pinto Lamosa
Instituto de Estudos Avançados (IEAv)
Trevo Cel Av José A. A. do Amarante, nº 1, Putim, CEP 12228-001, São José dos Campos, SP
maju@ieav.cta.br

Daniel Merli Lamosa
Universidade de Taubaté (UNITAU)
Avenida Marechal Deodoro, nº 605, Jardim Stª Clara, Taubaté, SP
daniel.lamosa@unitau.br

Mônica Maria De Marchi
Instituto de Estudos Avançados (IEAv)
Trevo Cel Av José A. A. do Amarante, nº 1, Putim, CEP 12228-001, São José dos Campos, SP
monica@ieav.cta.br

RESUMO

No problema de roteamento e cobertura tratado neste trabalho busca-se gerar uma rota eficiente para cobrir (proteger) áreas em uma região onde algumas destas áreas, denominadas sensíveis, devem ser revisitadas o mais breve possível. Em trabalhos anteriores, este problema foi denominado CRPRCA (do inglês, *Covering-Routing Problem with Returns to Critical Áreas*) e propôs-se uma formulação matemática e uma heurística de resolução, onde retornos às áreas sensíveis eram permitidos, mas não maximizados. Neste trabalho são apresentados os resultados obtidos após alteração na heurística proposta de forma a obter um aumento dos retornos interferindo o mínimo possível no custo da rota. Os resultados deste trabalho podem ser aplicados em cenários considerados críticos para a tomada de decisão, como em cenários de crises naturais, sistemas de busca e salvamento e sistemas de vigilância do espaço aéreo.

PALAVARAS CHAVE. Problema de roteamento e cobertura, Áreas sensíveis, Heurística.

Logística & Transporte.

ABSTRACT

The covering-routing problem considered in this work aims to find an efficient route to cover areas in a region where some of these areas are considered critical and should be revisited as soon as possible. In previous works, we denominated the problem CRPRCA (*Covering-Routing Problem with Returns to Critical Áreas*) and a formulation and a heuristic method were proposed to solve it, where returns to critical areas were permitted but not maximized. Now, we present the results after had made a modification in the heuristic to obtain the maximum returns interfering as minimum as possible in the route cost. The results of this work can be applied in scenarios considered critical in decision making process such as natural disaster management, airspace surveillance systems and search and rescue systems.

KEYWORDS. Covering-routing problem. Critical area. Heuristic.

Logistic & Transport

1. Introdução

Em geral, resolver um problema de roteamento consiste em estabelecer rotas eficientes para uma entidade com um determinado objetivo como, por exemplo, minimizar o custo total destas rotas, o que inclui minimizar custos fixos, custos operacionais ou, até mesmo, o número de entidades envolvidas. Este problema aparece em uma série de serviços como: entrega postal ou de mercadorias, serviços emergenciais, rotas de ônibus, entre outros (Goldbarg e Luna, 2000; Daskin, 1995).

O problema de roteamento e cobertura tratado neste trabalho busca determinar uma rota eficiente para cobrir (proteger) áreas em uma determinada região onde algumas destas áreas, denominadas sensíveis, precisam ser revisitadas o mais breve possível.

Numa primeira tentativa de tratar o problema, o denominamos CRPRCA (do inglês, *Covering-Routing Problem with Returns to Critical Areas*) e propusemos uma formulação matemática e uma heurística com o objetivo de minimizar o custo total da rota (ou a distância percorrida), onde os retornos às áreas sensíveis eram permitidos, mas não maximizados (Lamosa *et al.*, 2010 e 2011a). Entretanto, para garantir que as áreas permaneçam descobertas o mínimo possível seria interessante buscar a maximização destes retornos. Com este objetivo, estamos apresentando neste trabalho os resultados obtidos considerando uma pequena alteração na heurística apresentada anteriormente que permite um aumento dos retornos às áreas sensíveis buscando não resultar num aumento indesejável do custo.

Esta necessidade de maximizar o retorno às áreas sensíveis e não somente permiti-los, já foi observada anteriormente (Lamosa *et al.* 2011a, 2011b), onde denominamos o problema CRPMRCA (do inglês, *Covering-Routing Problem with Maximum Returns to Critical Areas*) e sugerimos tratá-lo como multi-objetivo, tendo em vista o *trade-off* entre a maximização dos retornos e a minimização dos custos. Para maiores detalhes sobre abordagens multi-objetivo veja Deb (2001) e Jozefowiez *et al.* (2008). Esta abordagem multi-objetivo será explorada futuramente e os resultados poderão ser comparados com os do presente trabalho.

De nosso conhecimento, os problemas CRPRCA e CRPMRCA não foram tratados na literatura, mas podem ser visto como uma variação do TSP (do inglês, *Traveling Salesman Problem*), amplamente explorado na literatura (Daskin, 1995; Goldbarg e Luna, 2000; Gutin e Punnen, 2007).

A heurística para resolução do problema, proposta em Lamosa *et al.* (2011a), é reapresentada na Seção 2, juntamente com a modificação proposta para tratar a maximização dos retornos às áreas sensíveis. A Seção 3 apresenta os resultados dos testes computacionais realizados e, na Seção 4, são apresentadas algumas propostas para trabalhos futuros. Na Seção 5 são feitas algumas considerações finais.

2. Heurística modificada para maximizar retornos

De acordo com Goldbarg e Luna (2000), quando um problema de roteamento considera uma única entidade com capacidade ilimitada, podemos considerá-lo como um TSP. Como, até o momento, estamos considerando que nosso problema possui estas características, utilizamos em Lamosa *et al.* (2011a) um procedimento simples que normalmente é utilizado para resolver este tipo de problema, onde alguns ajustes foram feitos para permitir os retornos às áreas sensíveis.

De maneira geral, gera-se uma rota inicial sem considerar retornos e, em seguida, um procedimento de inserção de áreas sensíveis na rota é feito para permitir os retornos a estas áreas. Em seguida, um procedimento 2-opt é aplicado para melhoria da solução sendo novamente aplicado o procedimento de inserção. O procedimento 2-opt e o de inserção são repetidos até que nenhuma melhoria seja obtida. A Fig. 1 mostra a ideia geral do procedimento proposto.

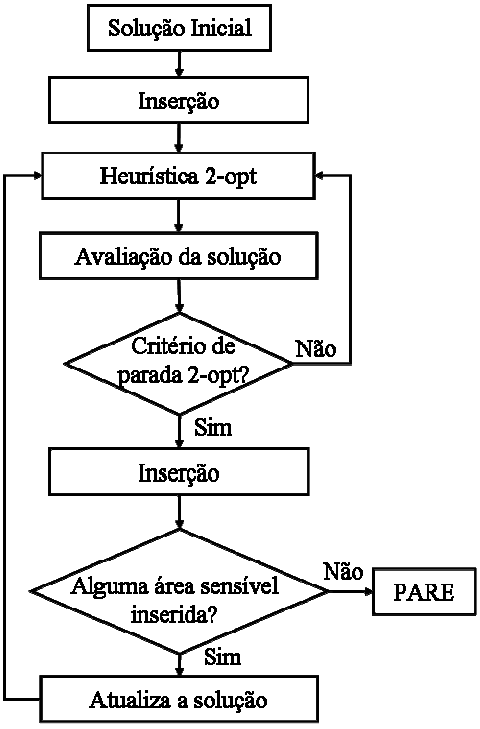

FIGURA 1: Fluxograma da heurística proposta em Lamosa *et al.* (2011a).

Na heurística proposta, consideramos duas heurísticas auxiliares para obter a solução inicial: a heurística Inserção Mais Barata (IMB) e um procedimento guloso. Estes métodos foram utilizados por serem bem conhecidos na literatura para resolver o TSP (Goldbarg & Luna, 2000) e serem de fácil implementação.

Para atualização da solução, a heurística proposta olha somente o custo, ou seja, a solução é atualizada quando a solução corrente possui um custo menor. Ainda, a inserção é permitida somente se a solução (com relação ao custo) melhorar. Com isto, o retorno a uma determinada área sensível era permitido somente se o custo para chegar a esta área não fosse muito alto.

Nossa proposta de modificação para permitir que haja um número maior de retornos às áreas sensíveis foi ponderar o custo dos arcos que passam por uma área sensível utilizando uma taxa fixa, com valores entre 0 e 1, de forma a reduzir seu custo. No final, o custo original é restaurado para mostrar o aumento resultante no custo da rota.

3. Resultados

Os testes computacionais foram realizados utilizando instâncias obtidas da TSPLIB (Reinelt, 1991) para o TSP, onde são fornecidos N pontos e o custo dos arcos entre eles. Para utilizar estas instâncias consideramos os pontos como sendo as áreas a serem cobertas e, como nosso problema considera áreas sensíveis, criamos um gerador aleatório responsável em selecionar um conjunto $M \subset N$ de áreas e considerá-las sensíveis. Para cada instância, consideramos diferentes valores de M para mostrar o comportamento do método para uma quantidade pequena, média e grande de áreas sensíveis em relação ao total de áreas, ou seja, consideramos: $M = 0{,}25N$; $M = 0{,}50N$ e $M = 0{,}75N$, respectivamente.

Os testes foram realizados num notebook Intel Core I7 Q 720, 1.6 GHz e 4GB de RAM para 20 instâncias da TSPLIB. Para cada instância, geramos os 3 valores diferentes para M ($0{,}25N$, $0{,}50N$ *e* $0{,}75N$) resultando em 60 instâncias. Ainda, consideramos as ponderações (0,1; 0,2; ...; 0,9; 1) para o custo para cada uma das 60 instâncias resultando em 600 instâncias. Com isto, ficaria complicado apresentar todos os resultados obtidos. Então optamos por apresentar o

resultado completo para uma das instâncias (Tabelas 1 e 2 e Figuras 1 a 5) e apresentar um resultado mais resumido para as demais (Tabelas 3 e 4).

As Tabelas 1 e 2 mostram os resultados para a instância "brazil58" considerando ambos os métodos para determinar a solução inicial (guloso e IMB), respectivamente. A coluna *N* corresponde ao total de áreas a serem cobertas e a coluna *M* corresponde ao total de áreas sensíveis, sendo os 10 primeiros valores correspondentes a 25% do total de áreas, os 10 próximos correspondem a 50% e os 10 últimos a 75%. A coluna P apresenta as ponderações realizadas no custo. No caso, os valores 0,1 e 0,9 correspondem, respectivamente, à maior e à menor redução dos custos (redução de 90% e 10%). O valor 1 foi apresentado para efeito de comparação, pois representa o custo original. A coluna T apresenta o tempo gasto para obter as soluções, em segundos.

Como a heurística 2-opt tem uma característica aleatória, repetimos o procedimento *s* vezes. Assim, as tabelas apresentam os resultados considerando as *s* simulações, ou seja, as colunas *min*C e *max*R correspondem à solução, dentre as *s* encontradas, que resultou no menor custo e no maior número de retornos às áreas sensíveis, respectivamente. A coluna RC mostra a média das soluções (com relação ao custo e ao número de retornos) para as *s* simulações. Para cada uma destas colunas é apresentado o custo (colunas C) e o retorno (colunas R). No caso, consideramos $s = 100$ e o número de retornos foi calculado de acordo com o número de vezes que alguma área sensível reaparece na solução.

Os valores em negrito nas Tabelas 1 e 2 mostram os resultados que foram melhores ao comparar os dois métodos (guloso e IMB) para obtenção da solução inicial. Observa-se que, normalmente, o guloso obtém os menores custos e o IMB os maiores retornos. Em geral, este comportamento foi observado para os 600 resultados obtidos, confirmando o que já tinha sido comentado em Lamosa *et al.* (2011a).

Tabela 1. Resultado completo para uma das instâncias da TSPLIB usando o guloso.

Caso	***N***	***M***	***P***	***Min*C**		***Max*R**		**RC**		**T**
				C	**R**	**C**	**R**	**C**	**R**	
brazil58	58	14	0,1	62188	25	80718	33	69153,8	27,32	0,80
			0,2	**36364**	17	**38658**	**23**	**40082,2**	18,11	0,72
			0,3	**32574**	13	**36455**	19	**36159,6**	16,13	0,57
			0,4	**28806**	**11**	**30789**	**14**	**31211,1**	**10,96**	0,41
			0,5	**27603**	6	**29338**	10	**29291,3**	7,81	0,36
			0,6	**26716**	3	**27646**	7	**27853,5**	5,44	0,30
			0,7	**26496**	3	**27229**	5	**27720,5**	3,84	0,30
			0,8	**26497**	2	**27217**	**6**	**27347,6**	2,81	0,36
			0,9	**25725**	2	**26039**	3	**26749,4**	1,87	0,28
			1	**26077**	0	**26509**	2	**26751,6**	0,83	0,24
		29	0,1	32543	**10**	50402	**24**	40493,7	**14,52**	0,66
			0,2	**30188**	7	35911	**16**	35034,6	**11,36**	0,64
			0,3	29155	**7**	34473	**14**	33030,2	**9,4**	0,57
			0,4	**27766**	5	31046	**11**	**30415,3**	**7,15**	0,47
			0,5	**27168**	3	30049	**9**	**29444,7**	**5,49**	0,37
			0,6	**26647**	3	**27370**	**7**	**27588,7**	**4,83**	0,33
			0,7	**26223**	**3**	**26860**	**6**	**26935,7**	**4,03**	0,27
			0,8	**25870**	2	**26385**	3	**26573,4**	1,83	0,29
			0,9	**25859**	2	**26173**	3	**26878,8**	2,09	0,28
			1	**25867**	1	**26892**	**4**	**26689,4**	**2,26**	0,30
		43	0,1	**27644**	4	29221	6	28537,5	3,21	0,30
			0,2	**27420**	2	28814	5	28683,7	3,46	0,29
			0,3	**27089**	1	28453	5	28535,9	3,14	0,29
			0,4	**26273**	1	27316	5	28047,3	3,19	0,30

			0,5	**26773**	3	27531	5	27783	3,44	0,27
			0,6	**26606**	4	27034	**6**	27625	**4,34**	0,27
			0,7	**26386**	1	28172	**7**	27489	3,3	0,26
			0,8	**25857**	2	27384	5	26854	2,43	0,25
			0,9	**25945**	1	26657	4	26746,3	2,41	0,29
			1	**25739**	2	27056	4	**26700,7**	2,3	0,28

Tabela 2. Resultado completo para uma das instâncias da TSPLIB usando IMB.

Caso	***N***	***M***	***P***	***Min*C**		***Max*R**		**RC**		**T**
				C	**R**	**C**	**R**	**C**	**R**	
brazil58	58	14	0,1	**61286**	25	**73126**	**34**	**67880,5**	**27,98**	3,59
			0,2	38386	17	47393	22	44258,6	**18,65**	3,31
			0,3	33847	**16**	41528	19	40026,4	**16,41**	3,35
			0,4	30461	9	31745	13	32082	10,43	3,16
			0,5	29157	**9**	29162	10	29949,6	**8,95**	3,23
			0,6	28356	**7**	29227	**9**	29268,2	**7,58**	3,02
			0,7	27358	**4**	28400	**6**	28468,8	**5,17**	3,06
			0,8	27783	**3**	28282	5	28826,5	**3,49**	3,04
			0,9	28158	**3**	28404	**4**	28969,7	**3,82**	2,98
			1	28043	**1**	28116	2	28915,4	**1,57**	2,92
		29	0,1	**31644**	7	**34402**	11	**34099,2**	8,53	3,88
			0,2	30956	**8**	**30956**	8	**32304,6**	7,49	3,71
			0,3	**28879**	6	**29933**	9	**30933,3**	8,24	3,91
			0,4	29230	5	**29233**	8	30469,7	6,37	4,04
			0,5	29016	**4**	**29860**	5	30003,4	3,64	4,41
			0,6	28110	3	28232	4	29310,3	2,57	4,59
			0,7	27948	2	29465	5	28963,9	3,46	4,00
			0,8	27231	2	28557	**4**	28703,3	**2,48**	3,89
			0,9	27837	2	28407	**4**	28903	**3**	4,32
			1	27640	**2**	28682	3	28808,4	1,68	4,52
		43	0,1	28357	**5**	28997	**7**	29423,3	**5,84**	3,00
			0,2	28369	**6**	28784	**7**	29424,1	**5,99**	3,02
			0,3	28078	**5**	28299	**7**	29292,6	**5,91**	2,99
			0,4	28240	**4**	28947	**7**	29250,8	**5,32**	2,96
			0,5	28150	**4**	29415	**6**	29034,8	**4,19**	2,98
			0,6	27700	4	28597	5	29055,5	4,12	3,16
			0,7	28010	**4**	28010	4	28945,1	**3,62**	2,96
			0,8	27584	**4**	28511	5	28952,2	**3,56**	3,00
			0,9	27694	**4**	27694	4	28912,8	**3,6**	2,98
			1	27818	**4**	27818	4	28940,4	**3,52**	3,02

As Figuras 1, 2 e 3 mostram os gráficos que foram construídos para mostrar a influência que a mudança na taxa de ponderação resulta no custo e no número de retornos às áreas sensíveis, respectivamente, à cada valor de *M*. As figuras mostram os resultados para o método guloso e para a heurística IMB. Para um número pequeno de áreas sensíveis em relação ao total de áreas a serem cobertas (*0,25N*), o comportamento observado com relação ao custo e ao número de retornos corresponde ao esperado, pois à medida que a taxa de ponderação diminui (ou seja, o custo das áreas sensíveis tem uma redução maior) o custo e os retornos aumentam. Para um número médio (*0,50N*), este comportamento também é observado com relação ao custo. Entretanto, dependendo da ponderação utilizada, o número de retornos é reduzido quanto a taxa de ponderação aumenta. Este comportamento também é observado para um número grande

(*0,75N*), tanto com relação ao custo quanto ao retorno.

Também é possível observar que o número de retornos e, consequentemente, o custo são reduzidos à medida que *M* aumenta. Este comportamento pode ser considerado esperado pois quando o número de áreas sensíveis aumenta, significa que a maioria delas é considerada sensível. Assim, quando reduzimos os seus custos, estamos reduzindo proporcionalmente o custo da maioria das áreas, ou seja, estamos praticamente na situação sem ponderação (P=*1*).

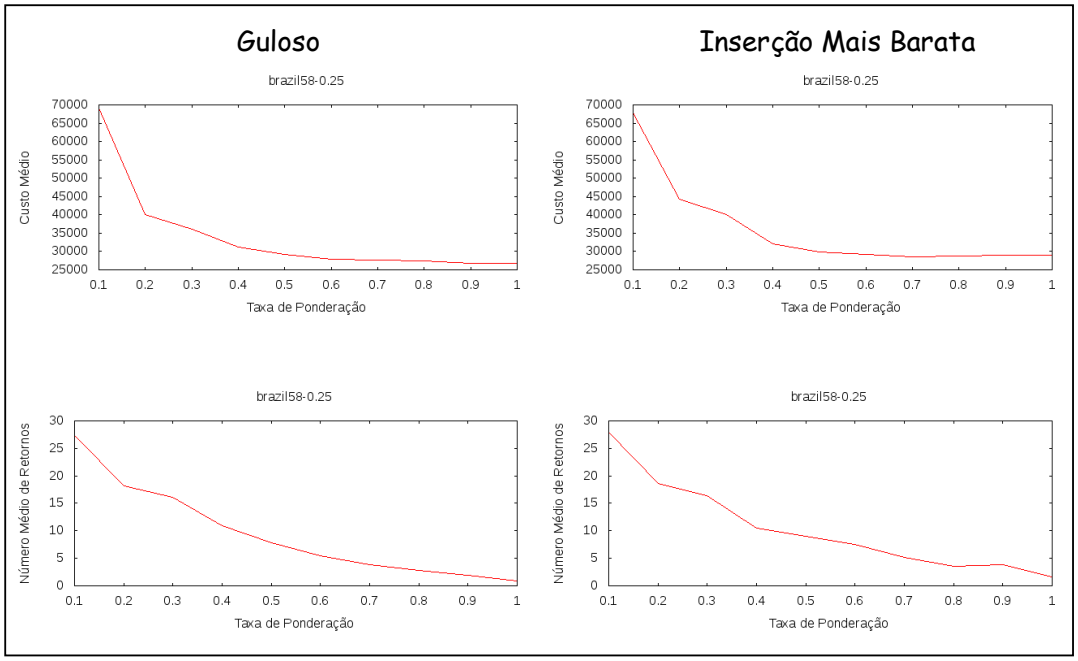

Figura 1. Variação da ponderação, olhando custo e retorno para *M = 0,25N* (Guloso × IMB).

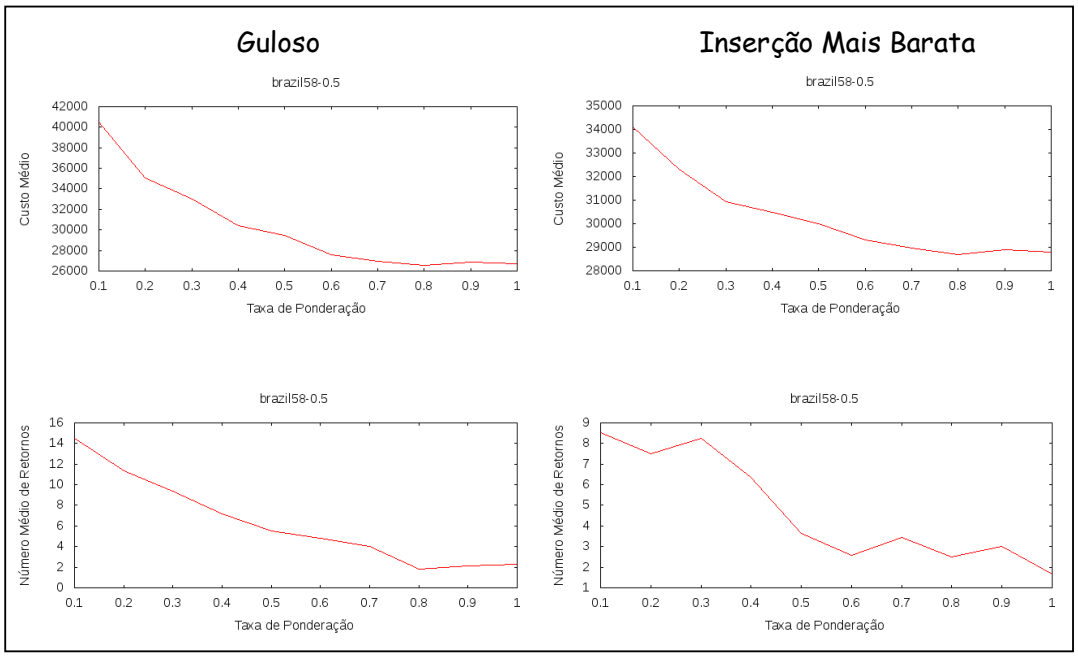

Figura 2. Variação da ponderação, olhando custo e retorno para *M = 0,50N* (Guloso × IMB).

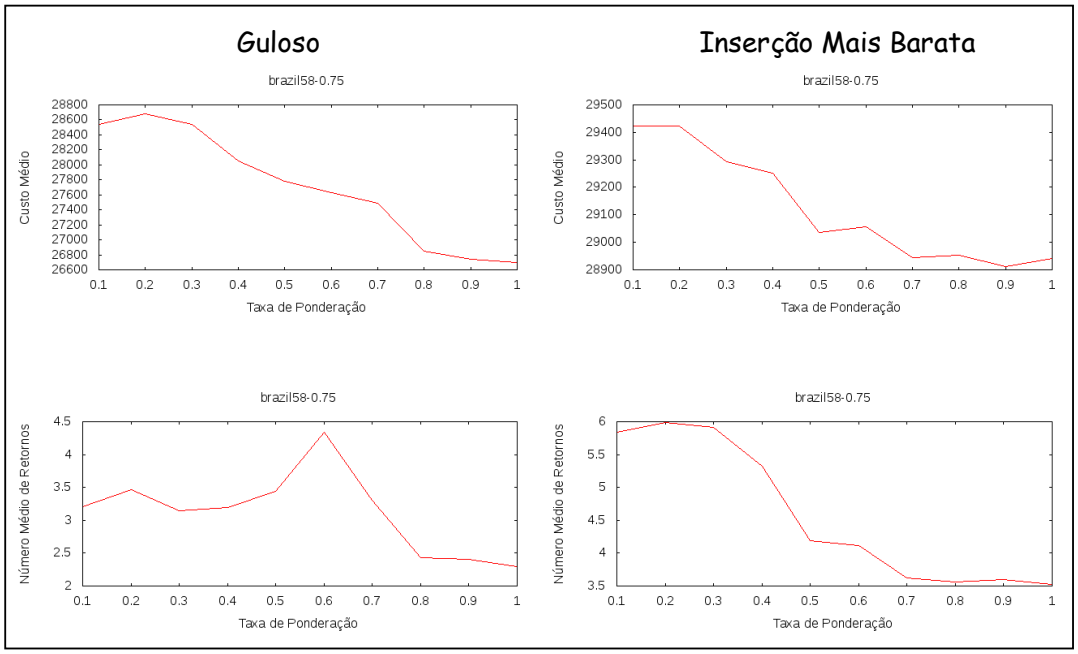

Figura 3. Variação da ponderação, olhando custo e retorno para $M = 0{,}75N$ (Guloso × IMB).

As Figuras 4 e 5 apresentam os gráficos entre o custo e o retorno considerando os diferentes valores de *M,* para o guloso e IMB, respectivamente. Mostrar o resultado desta forma pode ser interessante para apoiar decisores em um processo de tomada de decisão, pois é possível visualizar o *trade-off* entre os dois objetivos. Assim, se o decisor tiver um intervalo de limitação de custo, por exemplo, vai poder decidir pelo melhor retorno que consegue atingir.

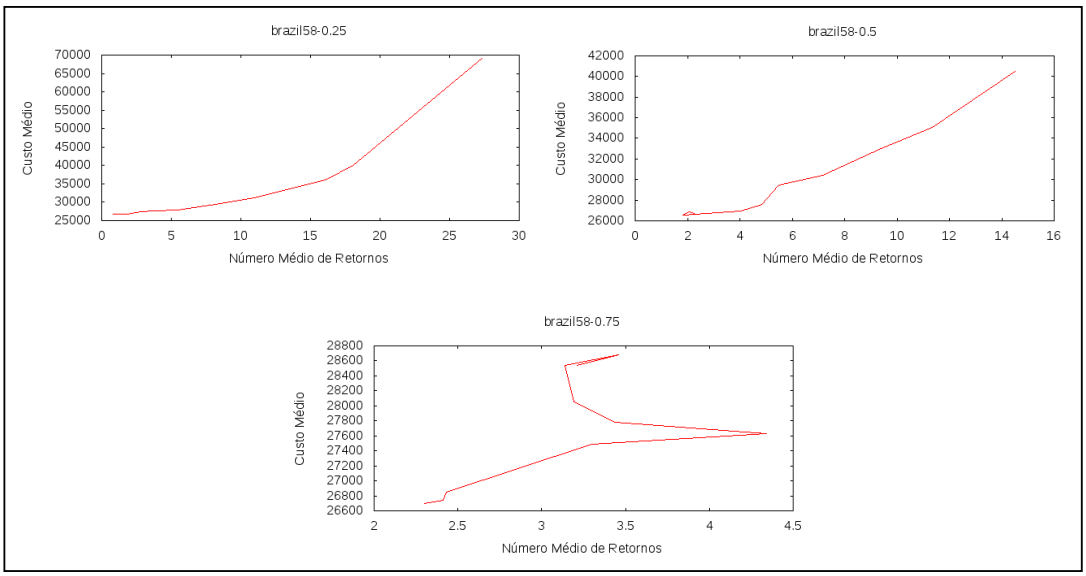

Figura 4. Custo × Retorno utilizando guloso para geração da solução inicial.

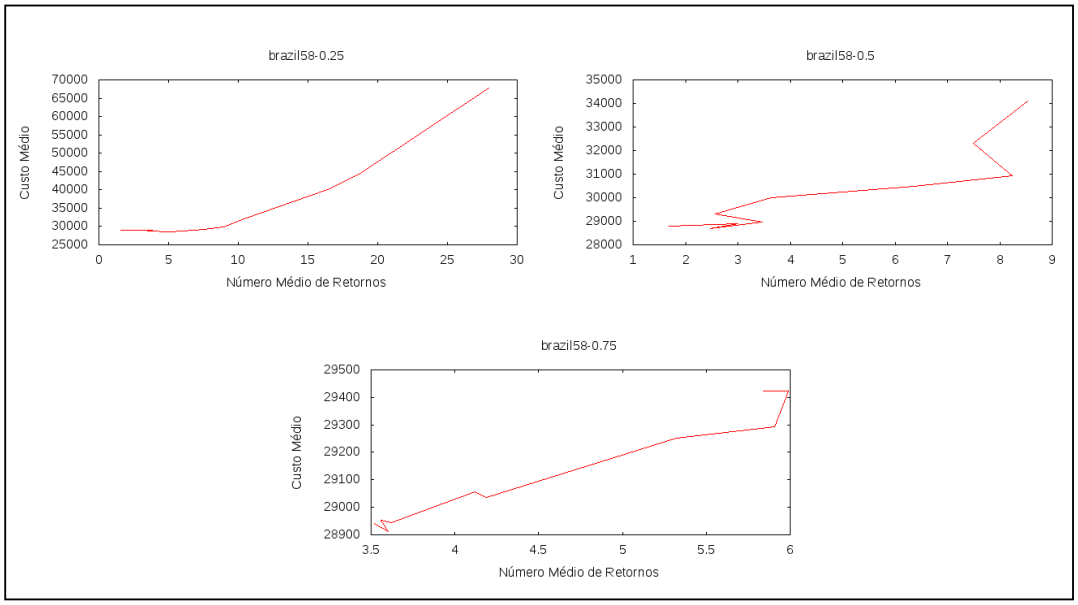

Figura 5. Custo × Retorno utilizando IMB para geração da solução inicial.

As Tabelas 3 e 4 apresentam uma compilação dos resultados para as 20 instâncias da TSPLIB, feita a partir da tabela completa para todas as instâncias. Para isto, todas as ponderações utilizadas foram analisadas e a coluna *min*C apresenta a ponderação que gerou a solução de menor custo; a coluna *max*R apresenta a ponderação que gerou a solução com maior número de retornos; e, as colunas RC e T apresentam a média das soluções e do tempo, respectivamente. Para comparação das soluções apresentamos, para todas as instâncias, o resultado sem ponderação (P=*1*). As Tabelas 3 e 4 apresentam, respectivamente, o resultado considerando o guloso e o método IMB para geração da solução inicial.

Tabela 3. Resultado resumido para as 20 instâncias da TSPLIB usando guloso.

Caso	*N*	*M*	*MinC*			*MaxR*			RC		T
			P	C	R	P	C	R	C	R	
att48	48	12	0,9	10931	1	0,1	32971	24	18017,2	10,1	0,3
			1	10902	0	1	10902	0	11507,4	0,0	0,2
		24	0,9	10853	0	0,1	15451	7	13155,8	1,8	0,2
			1	10998	0	1	11129	1	11370,2	0,0	0,2
		36	0,3	10754	0	0,7	11301	1	11385,9	0,1	0,2
			1	10933	0	1	10933	0	11370,4	0,0	0,2
bayg29	29	7	0,9	1634	0	0,1	4324	15	2417,4	4,3	0,2
			1	1626	0	1	1626	0	1681,2	0,0	0,1
		14	0,7	1623	0	0,1	2594	5	1942,7	1,3	0,1
			1	1626	0	1	1626	0	1681,8	0,0	0,1
		21	0,5	1625	0	0,1	1727	1	1751,5	0,0	0,1
			1	1623	0	1	1675	1	1679,2	0,0	0,1
bays29	29	7	0,9	2026	0	0,2	3928	18	2849,2	7,3	0,2
			1	2026	0	1	2026	0	2080,8	0,0	0,1
		14	0,6	2020	0	0,1	2930	8	2301,2	2,2	0,1
			1	2033	0	1	2082	1	2087,2	0,1	0,1
		21	0,3	2035	0	0,2	2472	4	2160,3	0,8	0,1
			1	2035	0	1	2078	1	2039,3	0,1	0,1
berlin52	52	13	0,9	7547	0	0,1	25407	27	12060,9	10,5	0,4
			1	7581	0	1	7581	0	7893,8	0,0	0,2

Caso	*N*	*M*	*MinC*			*MaxR*			RC		T
			P	C	R	P	C	R	C	R	
gr17	17	4	0,8	2085	0	0,1	4360	9	2926,2	3,2	0,1
			1	2085	0	1	2085	0	2085	0,0	0,1
		8	0,9	2085	0	0,1	2810	3	2542,3	2,4	0,1
			1	2085	0	1	2085	0	2090,2	0,0	0,1
		12	0,7	2085	0	0,1	2281	1	2175,5	0,0	0,1
			1	2085	0	1	2085	0	2086,3	0,0	0,1
gr21	21	5	0,7	2707	0	0,1	6971	11	4007,6	3,6	0,1
			1	2707	0	1	2707	0	2806,3	0,0	0,1
		10	0,6	2898	1	0,1	3447	4	3321,3	1,8	0,1
			1	2707	0	1	2707	0	2816,4	0,0	0,1
		15	0,9	2782	0	0,1	2973	1	2918,8	0,1	0,1
			1	2782	0	1	2832	1	2814,9	0,3	0,1
gr24	24	6	0,9	1272	0	0,1	2747	12	1772,3	4,9	0,1
			1	1300	0	1	1357	1	1345,4	0,0	0,1
		12	0,7	1307	1	0,1	1564	4	1440,1	2,0	0,1
			1	1332	0	1	1384	1	1362,4	0,5	0,1
		18	0,8	1304	0	0,2	1537	4	1404,6	1,2	0,1
			1	1304	0	1	1398	4	1337,1	1,0	0,1
gr48	48	12	0,8	5087	1	0,1	13650	28	7437,8	9,9	0,3
			1	5294	0	1	5302	1	5551,6	0,2	0,2

		26	0,9	7596	0	0,1	12175	9	9461,5	2,9	0,3			24	0,9	5258	1	0,1	7937	9	6411,8	3,7	0,3
			1	7571	0	1	8030	1	7879,1	0,0	0,2				1	5302	0	1	5351	2	5556,8	0,3	0,2
		39	0,6	7662	0	0,1	8466	2	8402,4	0,7	0,2			36	0,7	5200	0	0,2	5984	3	5711,5	1,3	0,3
			1	7700	0	1	7718	1	7935,3	0,2	0,2				1	5243	0	1	5346	3	5526,1	1,2	0,3
brazil58	58	14	0,9	25725	2	0,1	80718	33	35063,2	10,5	0,5	gr96	96	24	0,8	60872	4	0,1	267454	53	110738	20,8	0,9
			1	26077	0	1	26509	2	26751,6	0,8	0,2				1	59884	0	1	61933	1	63529,6	0,0	0,6
		29	0,9	25859	2	0,1	50402	24	30710,6	6,7	0,4			48	0,8	59786	3	0,1	127287	21	89033,8	8,5	0,8
			1	25867	1	1	26892	4	26689,4	2,3	0,3				1	61263	0	1	62216	1	64155,8	0,1	0,6
		43	0,8	25857	2	0,1	29221	6	27811,3	3,2	0,3			72	0,7	61062	1	0,1	70851	3	65984,5	1,0	0,7
			1	25739	2	1	27056	4	26700,7	2,3	0,3				1	61236	0	1	63976	2	63832,7	0,7	0,6
burma14	14	3	0,9	3484	0	0,1	7595	8	4593,2	2,5	0,1	hk48	48	12	0,9	11525	0	0,1	37670	25	18249,6	9,7	0,3
			1	3454	0	1	3454	0	3474,8	0,0	0,1				1	11461	0	1	11461	0	11829,6	0,0	0,2
		7	0,6	3454	0	0,1	4103	0	3718,7	0,5	0,1			24	0,9	11461	0	0,1	20349	10	14021,2	3,1	0,3
			1	3454	0	1	3454	0	3477	0,0	0,1				1	11461	0	1	11461	0	11837,1	0,0	0,2
		10	0,8	3454	0	0,1	3523	0	3560,1	0,1	0,1			36	0,9	11461	0	0,3	12184	1	11993,7	0,0	0,2
			1	3454	0	1	3454	0	3476,2	0,0	0,1				1	11461	0	1	11461	0	11840,1	0,0	0,2
dantzig42	42	10	0,9	721	1	0,1	2222	23	1043,9	7,6	0,2	pr76	76	19	0,9	112857	3	0,1	450526	40	185890	14,2	0,6
			1	725	1	1	747	2	773,8	0,4	0,2				1	116345	0	1	116345	0	123932	0,0	0,4
		21	0,9	707	1	0,1	910	9	837,5	3,5	0,2			38	0,7	114841	0	0,1	191581	13	150847	3,6	0,5
			1	708	0	1	796	3	772,1	1,0	0,2				1	114851	1	1	114851	1	123850	0,0	0,4
		31	0,8	703	1	0,1	915	7	817,3	3,1	0,2			57	0,9	118503	0	0,2	133108	4	129766	0,9	0,5
			1	715	2	1	805	7	770,1	2,7	0,2				1	116069	2	1	116069	2	123694	0,1	0,5
eil51	51	12	0,9	439	0	0,1	1211	31	678,4	11,3	0,4	rat99	99	24	0,9	1335	2	0,1	5754	81	2174,8	22,6	1,1
			1	431	0	1	436	1	450,1	0,0	0,2				1	1318	0	1	1374	2	1379,1	0,4	0,8
		25	0,8	441	0	0,2	705	15	545,3	4,9	0,3			49	0,9	1368	4	0,1	3212	38	1781	13,5	1,0
			1	436	0	1	464	3	452,7	0,8	0,2				1	1354	0	1	1393	5	1399,2	3,7	0,7
		38	0,9	434	0	0,2	550	7	493,7	1,7	0,3			74	0,9	1326	5	0,1	1495	8	1429,5	5,0	0,7
			1	433	1	1	465	4	456,8	1,8	0,2				1	1321	3	1	1383	6	1395	4,5	0,7
eil76	76	19	0,9	561	0	0,1	1594	46	877	16,3	0,7	st70	70	17	0,9	710	1	0,1	2188	38	1128,2	15,5	0,6
			1	567	0	1	582	3	588,3	0,3	0,5				1	698	1	1	716	2	725	1,0	0,4
		38	0,9	571	0	0,1	1022	26	724,3	9,7	0,7			35	0,9	696	0	0,2	1271	19	897	7,7	0,6
			1	562	0	1	569	2	576,5	0,8	0,5				1	728	1	1	743	3	755,9	1,5	0,4
		57	0,7	561	1	0,1	714	12	621,1	4,1	0,5			52	0,9	720	0	0,3	852	9	794,3	3,2	0,5
			1	583	0	1	608	4	598,6	2,1	0,5				1	734	1	1	759	6	761	3,4	0,5
fri26	26	6	0,8	955	0	0,1	2263	13	1352,5	4,0	0,2	swiss42	42	10	0,8	1298	0	0,1	4015	24	1992,7	8,5	0,3
			1	937	0	1	937	0	937,2	0,0	0,1				1	1273	0	1	1273	0	1324,5	0,0	0,2
		13	0,7	953	0	0,1	1406	6	1123,2	2,0	0,1			21	0,9	1273	0	0,1	1891	12	1565,4	3,5	0,2
			1	961	0	1	961	0	961,1	0,0	0,1				1	1273	0	1	1273	0	1327,9	0,0	0,2
		19	0,7	955	0	0,1	1057	2	1013	0,7	0,1			31	0,7	1273	0	0,1	1431	2	1356,1	0,6	0,2
			1	937	0	1	937	0	938	0,0	0,1				1	1273	0	1	1365	2	1329,5	0,3	0,2

Tabela 4. Resultado resumido para as 20 instâncias da TSPLIB usando IMB.

Caso	N	M	MinC			MaxR			RC		T	Caso	N	M	MinC			MaxR			RC		T
			P	C	R	P	C	R	C	R					P	C	R	P	C	R	C	R	
att48	48	12	0,8	10962	1	0,1	31144	24	17287	11	2	gr17	17	4	0,8	2090	0	0,1	4360	9	2905,7	3,1	0,1
			1	11322	0	1	11322	0	12042	0	2				1	2211	0	1	2211	0	2211	0	0,1
		24	0,9	11484	0	0,2	13786	3	13073	1,2	2			8	0,8	2090	0	0,2	3004	3	2455,1	1,9	0,1
			1	11307	0	1	11723	1	12050	0,2	2				1	2159	0	1	2159	0	2159	0	0,1
		36	0,4	11111	1	0,9	12241	2	12057	0,1	2			12	0,7	2187	0	0,1	2246	0	2268,6	0	0,1
			1	11144	0	1	11144	0	12028	0	2				1	2159	0	1	2159	0	2159	0	0,1
bayg29	29	7	0,8	1630	0	0,1	4328	15	2392,5	4,5	0	gr21	21	5	0,7	3011	1	0,1	7248	11	4067,3	3,7	0,2
			1	1610	0	1	1610	0	1687	0	0				1	2707	0	1	3011	1	2848,2	0	0,2
		14	0,7	1624	0	0,1	2391	2	1923,3	0,9	0			10	0,9	3000	0	0,2	4118	2	3468,4	1,3	0,2

			1	1610	0	1	1610	0	1686,1	0	0
		21	0,9	1688	0	0,1	1711	0	1735	0	0
			1	1620	0	1	1620	0	1677,2	0	0
bays29	29	7	0,7	2059	1	0,1	4079	18	2913,3	8,3	0
			1	2092	0	1	2174	2	2144,1	0,1	0
		14	0,6	2080	2	0,3	2712	5	2433,2	2,8	0
			1	2062	1	1	2062	1	2133,2	1	0
		21	0,6	2071	0	0,4	2340	3	2237,3	1,6	0
			1	2092	1	1	2141	2	2148,7	1,1	0
berlin52	52	13	0,9	8610	1	0,1	22134	28	12060	11	2
			1	8636	0	1	8636	0	9155	0	2
		26	0,7	8434	1	0,1	10446	5	9649	2,5	2
			1	8676	0	1	8676	0	9196,9	0	2
		39	0,3	8452	0	0,8	9395	4	9270,3	0,6	2
			1	8554	1	1	9209	2	9222,6	0,5	2
brazil58	58	14	0,7	27358	4	0,1	73126	34	36637	11	3
			1	28043	1	1	28116	2	28915	1,6	3
		29	0,8	27231	2	0,1	34402	11	30410	5,1	4
			1	27640	2	1	28682	3	28808	1,7	5
		43	0,8	27584	4	0,5	29415	6	29144	4,7	3
			1	27818	4	1	27818	4	28940	3,5	3
burma14	14	3	0,9	3454	0	0,1	6996	8	4657,3	2,5	0
			1	3454	0	1	3454	0	3501,1	0	0
		7	0,6	3454	0	0,1	4103	0	3701,8	0,3	0
			1	3454	0	1	3454	0	3500,8	0	0
		10	0,8	3454	0	0,1	3523	0	3605,4	0,1	0
			1	3454	0	1	3454	0	3504,3	0	0
dantzig42	42	10	0,8	764	1	0,1	1922	22	1053,9	7,2	1
			1	763	0	1	763	0	810,36	0	1
		21	0,8	785	3	0,2	942	10	882,9	5	1
			1	767	1	1	805	3	811,15	1,6	1
		31	0,6	758	1	0,1	873	5	837,69	1,9	1
			1	736	1	1	810	4	799,69	1,2	1
eil51	51	12	0,9	455	0	0,1	1347	32	694,78	11	2
			1	476	0	1	476	0	500,39	0	2
		25	0,9	464	0	0,1	633	8	541,86	3,6	2
			1	474	0	1	493	2	493,01	0,9	2
		38	0,9	471	0	0,3	524	4	512,74	2	2
			1	467	0	1	468	1	488,93	0,2	2
eil76	76	19	0,9	606	2	0,1	1593	50	868,91	16	9
			1	605	1	1	605	1	639,65	1	9
		38	0,7	616	3	0,1	830	13	706,08	6,8	9
			1	625	3	1	638	4	642,44	2,7	9
		57	0,8	600	5	0,3	684	12	657,12	7	9
			1	622	6	1	643	10	643,48	7,2	9
fri26	26	6	0,8	1015	0	0,1	2285	13	1363,1	4,1	0
			1	974	0	1	974	0	1032,5	0	0
		13	0,7	955	0	0,1	1200	3	1124,9	1,5	0
			1	1006	0	1	1006	0	1035,2	0	0
		19	0,8	956	0	0,1	1127	2	1067,4	0,7	0
			1	1006	0	1	1044	1	1035,7	0	0
			1	2707	0	1	3011	1	2883,9	0	0,1
		15	0,6	2998	0	0,4	3256	3	3104	0,2	0,2
			1	2998	0	1	3052	2	3017,1	0,2	0,2
gr24	24	6	0,8	1329	0	0,1	2726	12	1781,9	4,9	0,2
			1	1305	0	1	1364	1	1374,3	0	0,2
		12	0,7	1307	1	0,2	1568	4	1482,5	1,7	0,2
			1	1279	0	1	1337	1	1359,7	0	0,2
		18	0,6	1272	1	0,4	1540	3	1435,7	1,1	0,2
			1	1278	1	1	1378	2	1370,4	1	0,2
gr48	48	12	0,8	5332	2	0,1	13662	27	7376,2	9,6	1,6
			1	5548	0	1	5677	1	5858,2	0	1,5
		24	0,7	5120	1	0,1	8489	8	6706,2	4,6	1,6
			1	5247	0	1	5516	2	5860,8	0,9	1,6
		36	0,9	5120	1	0,2	6411	5	5969	2,2	1,6
			1	5336	0	1	5616	3	5825	0,9	1,6
gr96	96	24	0,9	69408	3	0,1	209764	49	103669	21	19
			1	70394	0	1	70394	0	73110	0	17
		48	0,9	70466	1	0,1	100138	7	81546	3,8	19
			1	70537	0	1	70537	0	73188	0	19
		72	0,4	70338	2	0,2	75452	0	75109	0,7	18
			1	69867	0	1	74654	2	73086	0	17
hk48	48	12	0,9	12295	0	0,1	35170	24	18544	10	1,7
			1	12326	0	1	12326	0	13302	0	1,6
		24	0,8	11984	0	0,1	16837	6	14579	2,1	1,6
			1	12351	0	1	12351	0	13302	0	1,6
		36	0,4	12126	1	0,6	13109	2	13217	0,5	1,6
			1	12209	0	1	12866	1	13294	0,1	1,6
pr76	76	19	0,9	130575	4	0,1	351241	37	183276	14	9,2
			1	130359	0	1	130359	0	133558	0	9,8
		38	0,8	127371	3	0,1	173592	6	146732	3	8,5
			1	129497	0	1	129497	0	133641	0	8,2
		57	0,9	129684	0	0,1	142746	2	137296	0,7	11
			1	129387	1	1	129387	1	133332	0,7	13
rat99	99	24	0,9	1536	2	0,1	5119	69	2179,5	23	22
			1	1532	0	1	1566	1	1593,9	0	22
		49	0,6	1450	5	0,1	1995	13	1734,7	6,8	22
			1	1541	3	1	1541	3	1600,4	2,4	22
		74	0,7	1539	3	0,1	1652	7	1614,4	5,4	22
			1	1553	2	1	1582	7	1598,4	5,2	22
st70	70	17	0,9	786	3	0,1	2369	39	1126	16	6,5
			1	785	0	1	804	1	827,11	0,8	6,5
		35	0,9	744	1	0,1	1106	14	920,22	6	7
			1	806	0	1	808	1	828,5	0,5	6,9
		52	0,5	743	5	0,2	870	6	842,61	4	6,8
			1	805	3	1	844	7	830,2	3,9	6,7
swiss42	42	10	0,9	1408	0	0,1	3723	23	2068,6	8,8	1,1
			1	1368	0	1	1368	0	1505,7	0	0,9
		21	0,7	1343	0	0,1	2035	10	1667	3,4	1
			1	1392	0	1	1458	1	1497,8	0	1
		31	0,9	1388	0	0,5	1547	2	1541,1	0,4	0,9
			1	1383	0	1	1383	0	1514,3	0	0,9

4. Trabalhos Futuros

Uma primeira proposta para trabalhos futuros seria realizar testes computacionais para valores maiores de *N*, para verificar o comportamento do método. Pensando em melhorar o método, uma sugestão seria aplicar uma ponderação não-uniforme para todas as áreas sensíveis. Uma possibilidade poderia ser definir esta ponderação de acordo com a distância (ou tempo) para retornar a uma determinada área.

Ainda como melhoria, propomos utilizar novos métodos que gerassem soluções de melhor qualidade como, por exemplo, o GRASP (Festa & Resende, 2009a e 2009b) ou algoritmo genético (Holland, 1975). Outra possibilidade seria utilizar o procedimento proposto acoplado a estes métodos.

Por ser uma primeira tentativa de tratar o problema, fizemos algumas simplificações no modelo que podem dificultar a aplicação direta dos resultados a problemas reais. Para possibilitar esta aplicação, uma consideração importante e essencial seria incluir limitações e características ao problema como, por exemplo, o tempo associado ou a autonomia/capacidade da entidade que realizará o roteamento.

Finalmente, como já comentado anteriormente, o próximo passo será aplicar metodologias multi-objetivo para tratar o problema CRPMRCA buscando o *trade-off* entre o custo e número de retornos às áreas sensíveis. Assim, será possível verificar a qualidade dos resultados obtidos.

5. Considerações Finais

Este trabalho apresentou os resultados computacionais obtidos ao aplicar ponderações nos custos das áreas sensíveis com o objetivo de permitir um aumento dos retornos às áreas sensíveis buscando não resultar num aumento indesejável do custo.

De maneira geral, os resultados deste trabalho podem ser aplicados em sistemas onde ações críticas e monitoramento são necessários como em sistemas de gerenciamento de crises naturais (enchentes, terremotos, etc), sistemas de busca e salvamento e de vigilância do espaço aéreo.

Em nossas pesquisas, temos buscado tratar sistemas complexos que envolvam decisões relacionadas à eficiência da cobertura gerada por sensores operando de maneira geograficamente distribuída e de forma integrada. Este trabalho irá complementar estas pesquisas tendo em vista a aplicabilidade do trabalho no contexto de vigilância do espaço aéreo, onde o objetivo é cobrir áreas (sensíveis ou não) de uma determinada região utilizando tanto as informações de sensores fixos, quanto de sensores móveis e aerotransportados. Com este trabalho será possível gerar rotas eficientes para os sensores aerotransportados para complementar a cobertura resultante do posicionamento dos sensores fixos e/ou móveis.

Referências

Goldbarg, M. C. e Luna, H. P. L., *Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos*, Editora Campus, R. J., 2000.

Daskin, M., *Network and Discrete Location: Models, Algorithms and Applications*, Wiley Interscience, New York, EUA, 1995.

Deb, K. *Multi-objective Optimization using Evolutionary Algorithms.* John Wiley & Sons, 2001.

Festa, P. e Resende, M. G. C. (2009a), An annotated bibliography of GRASP – Part I: Algorithms, *International Transactions in Operational Research*, 16, 1-24.

Festa, P. e Resende, M. G. C. (2009b), An annotated bibliography of GRASP – Part II: Applications, *International Transactions in Operational Research*, 16, 131-172.

Gutin, G. e Punnen, A. P., *The Traveling Salesman Problem and its Variations*, Springer, New York, EUA, 2007.

Holland, J. H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. MIT Press, Reprint Edition, 1975.

Jozefowiez, N., Semet, F. e Talb, E.-G. (2008), Multi-objective vehicle routing problems, *European Journal of Operational Research*, 189, 293-309.

Lamosa, M. J. P., Lamosa, D. M. e De Marchi, M. M. (2010), Covering-routing problems considering sensitive areas, *Atas do ALIO/INFORMS International Meeting*, Buenos Aires, Argentina, p. 40.

Lamosa, M. J. P., Lamosa, D. M. e De Marchi, M. M. (2011a), A covering-routing problem with returns to critical areas, *Pesquisa Operacional*, submetido para publicação.

Lamosa, M. J. P., Lamosa, D. M. e De Marchi, M. M. (2011b), An interactive approach to solve a multi-objective covering-routing problem considering critical areas, *Atas do 1st CogSIMA (Conference on Cognitive Methods in Situation Awareness and Decision Support)*, Miami Beach, Flórida, EUA, 115-118.

Reinelt, G. (1991), TSPLIB: A traveling salesman problem library, *ORSA Journal on Computing*, 3, 376-384.