

USO DE RACIONALIDADE FRACA NA ANÁLISE DE RESULTADOS DE FUTEBOL: TAÇA LIBERTADORES DA AMÉRICA DE 2010

Alessandro Martins Alves

Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria 156, São domingos, Niterói
alessandro.martinsalves@yahoo.com.br

Thiago Graça Ramos

Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria 156, São domingos, Niterói
tgramos@globo.com

João Carlos C.B Soares de Mello

Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria 156, São domingos, Niterói
jcsmello@pesquisador.cnpq.br

Annibal Parracho Sant'Anna

Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria 156, São domingos, Niterói
tppaps@vm.uff.br

RESUMO

O presente trabalho faz uma adaptação do método BC (Bowman and Colantoni) para analisar os resultados da Copa Libertadores da América de 2010. O objetivo principal do método é encontrar uma matriz coerente de resultados o mais próxima possível da matriz original de resultados. Uma matriz de resultados é considerada coerente quando respeita a propriedade de racionalidade fraca, isto é, se o time A não é vencido pelo time B, que, por sua vez, não é vencido pelo time C, então o time C não vence o time A. Baseado nessa matriz coerente de resultados; é possível identificar os resultados mais incoerentes do campeonato assim como identificar o impacto desses resultados na tabela final de classificação do campeonato. Uma restrição adicional incluída no conceito de matriz coerente aplicado neste estudo é que também a vantagem de jogar em casa seja preservada, ou seja, exige-se que cada time deve apresentar um desempenho melhor ao jogar em casa.

PALAVRAS CHAVE. Futebol, Vantagem de jogar em casa, Bowman e Colantoni método

ABSTRACT

The present work uses the BC method (Bowman and Colantoni) to analyze the 2010 Libertadores da América Championship results. The main objective of the method is to find a coherent matrix of results that is as similar as possible to original matrix of results. A coherent matrix is obtained when the championship results satisfy the weak rationality property, i.e., if team A is not defeated by team B and this one is not defeated by team C, then team C cannot defeat team A. Based on this coherent matrix, it is possible to identify the most incoherent results of the championship and evaluate the impact of these results in the final rank. Besides, teams have to present a better performance playing at home than playing outside; this means that we have to preserve the home advantage in the coherent matrix.

KEYWORDS. Soccer, Home Advantage, BC method

1. Introdução

Futebol é um esporte popular e famoso não somente no Brasil, mas em todo o mundo. As vantagens do futebol sobre os demais esportes são: regras fáceis, baixo custo e ausência de necessidade de utilização de material caro (Íbsan, 2006).

Associações esportivas que pretendem elaborar um plano estratégico necessitam compreender a relação entre os fatores que influenciem no resultado de um campeonato. Identificando características que podem influenciar na classificação final do time, para que, aprimorando as mesmas, consigam uma melhor classificação no campeonato subsequente.

Para compreender o desempenho de um time, faz-se necessário a utilização de um histórico de desempenho do time nos últimos campeonatos. Gelade (2007) identificou que o talento disponível em cada time impacta diretamente na força do time, ou seja, a tradição do time melhora seu desempenho.

Nos últimos anos, diversos trabalhos foram desenvolvidos para verificar o home advantage, ou vantagem de jogar em casa, em diversos esportes. Essa vantagem impacta no resultado final dos jogos, sendo confirmada por diversos autores. Aplica-se tanto no futebol como no beisebol, voleibol, futebol americano, entre outros esportes (Courneya e Carron, 1992; Pollard, 2002). Além do efeito em partidas individuais, existe o mesmo efeito a favor do país sede de grandes eventos como nas olimpíadas de inverno e verão, onde existe uma melhora no rendimento do país se comparada às participações olímpicas precedentes, como verificado por Balmer et al. (2001 e 2003).

Já em estudos anteriores, como em Pollard (1986), observava-se que há um grande predomínio das equipes mandantes, o que pode ser comprovado através de um aproveitamento de cerca de 60% a 67% de pontos obtidos em casa. Acrescenta-se ainda o aspecto de familiaridade com campo e estádio. Courneya e Carron (1992) sustentam que há uma maior consciência do atleta da "casa", o que lhe permite uma orientação mais eficaz nas ações decorrentes e exigidas na partida. Pollard (2006) também atribui à maior familiaridade de um time com o seu estádio que o mesmo leve vantagem quando enfrenta um adversário em seus domínios.

Outro estudo que sustenta a mesma conclusão é o de Pollard (2002) que avalia o impacto no desempenho das equipes quando há uma mudança de cidade. Isto se tornou mais comum nos últimos tempos, visto que com a globalização, muitos clubes tradicionais do mundo do futebol estão sendo vendidos para grandes grupos de investimentos internacionais e, em alguns casos o novo dono do clube acaba por mudar a equipe de cidade, quando não altera o nome da equipe. Estas mudanças de cidades ocorrem em maior número nos EUA, onde o clube é empresa e quando a média de público da cidade é baixa a equipe procura uma cidade que tenha maior apelo pelo esporte em questão.

Bray (1999) faz uma grande avaliação de 20 temporadas completas da liga de hockey profissional e verificou que em mais de 52% dos jogos a equipe mandante vence. Além disso, nesse artigo ilustra que, na campanha de uma equipe, o maior número de pontos é proveniente de vitórias em casa.

O presente trabalho busca fazer uma avaliação dos resultados de um grupo da Taça Libertadores da América do ano de 2010, com foco em retirar os ciclos de intransitividade dos resultados. Estes ciclos são formados pelos jogos que apresentam incoerência quando considerados no conjunto de todos os jogos do campeonato.

Com base nessa matriz coerente de resultados, será possível identificar as principais "zebras" do campeonato, assim como avaliar o impacto dos resultados incoerentes na classificação final dos times.

A avaliação, assim como a previsão dos resultados, no futebol possui um papel fundamental no planejamento e na tomada de decisões sobre a postura e evolução do time ao longo do campeonato. Nos últimos anos, muito esforço se dedicou à previsão de resultados esportivos para o desenvolvimento de estratégias de apostas. Veja-se, por exemplo, Craig e Hall (1994), Lee (1997), que estudou o futebol inglês, e Stefani e Clarke (1992), que estudaram o

futebol australiano.

O Método de Bowman e Colantoni é uma metodologia bastante utilizada para resolver problema de multicritério e alguns textos podem ser citados como referencia de emprego desta metodologia.

Korhonen e Soismaa (1981) utilizaram o método de Bowman e Colantoni para ajudar na ordenação de alternativas. Esse artigo ilustrou a eficiência do método, comparado a outros, nessa tarefa de ordenar alternativas.

Korhonen (1986) tenta utilizar um grande número de critérios para ordenar diversas alternativas quando existe uma relação hierárquica entre os critérios. Em função disso, o autor tenta criar matrizes de correlação entre os critérios com o intuito de reduzir o número de critérios, tornando possível o uso do método de Bowman e Colantoni, que foi para isso o método mais fácil e adequado segundo informações do autor.

Wang et al. (2005) visam a agregar as utilidades individuais e criar intervalos de utilidades que resumam as preferências dos entrevistados. Ao inserir uma série de restrições ao problema, o autor se deparou com problema de transitividade e acabou por utilizar o método de Bowman e Colantoni como forma de mensurar melhor e criar melhores intervalos de utilidades. Intransitividade é algo bastante comum quando se mede a preferência das pessoas, pois, na maioria dos casos, os respondentes não conseguem manter a coerência durante toda a pesquisa.

O objetivo da presente aplicação do método é encontrar uma matriz coerente de resultados que apresente a menor distância de Manhattan em relação à matriz de resultados original para o grupo 8 da Taça Libertadores da América do ano de 2010. A partir das diferenças apresentadas, serão identificados os jogos que influenciaram de forma mais importante no resultado final do campeonato, assim como os resultados que, sendo menos prováveis, ocorreram.

2. Método de Bowman e Colantoni

O método BC (Bowman e Colantoni) foi publicado em 1973, porém, sua popularidade surge com uma aplicação posterior, já no final dos anos 70, dentro da IBM, na França, por F. Marcotorchino e P. Michaud (1979). A idéia geral do método é transformar uma matriz de relação binária qualquer em uma matriz próxima, porém, respeitando a transitividade das relações, tal como definida por Slater (1961) e Kemeny e Snell (1962).

Desta forma, o método busca uma matriz coerente de resultados, que apresente a menor distância da matriz original, ou seja, seja a mais próxima possível da original segundo a definição de distância adotada.

O método consiste na resolução de um problema de programação linear em que a função a se minimizar é a distância entre as matrizes original de resultados (d_{ij}) e a matriz coerente de resultados (c_{ij}). Esse problema está sujeito às restrições responsáveis por manter a coerência fraca dos resultados, e pode ser escrito como:

Função objetivo:

$$\text{Minimizar Distância} = \sum_{i \neq j} |d_{ij} - c_{ij}|$$

Sujeito a

$$C_{ij} + C_{jk} - C_{ik} \leq 1$$

$$C_{ij} + C_{ji} = 0$$

$$C_{ij(\text{em casa})} - C_{ij(\text{fora de casa})} \geq 0$$

$$C_{ij} = 1 \text{ ou } -1 \text{ ou } 0$$

Os valores 1, -1 e 0 representam, respectivamente, a vitória do time da linha i sobre o da linha j , a derrota e o empate.

A primeira equação traduz o conceito de coerência fraca dos resultados, ou seja, se o time “ i ” vencer o time “ j ” ($C_{ij}=1$) e este empatar com o time “ k ” (resultando no valor $C_{jk}=0$) ou se o time “ i ” empatar com o time “ j ” ($C_{ij}=0$) e este vencer o time “ k ” ($C_{jk}=1$), a soma das duas primeiras parcelas desta equação sendo igual a 1, já não se pode ter a derrota do time “ i ” para o time “ k ”, que produziria $C_{ik}=-1$.

A segunda equação decorre da construção de C_{ij} como representando o resultado do jogo entre “ i ” e “ j ”, que obriga que a soma do resultado do jogo do time “ i ” contra “ j ” com o

resultado do time “j” contra “i” deverá ser zero. Assim, a partir da diagonal superior da matriz é possível saber os elementos da diagonal inferior.

Até então, as restrições garantiram a transitividade fraca da matriz, entretanto, falta acrescentar a restrição que define a vantagem de jogar em casa. Este tipo de restrição opera entre matrizes, com uma matriz para o time de índice mais baixo jogando em casa e outra ao contrário. Essa restrição é dada na terceira equação e garante que a performance do time em casa será melhor ou igual a sua performance jogando fora de casa.

A quarta restrição é com relação aos valores válidos para os componentes da matriz, assim, só serão aceitos os valores 1, 0 e -1 para C_{ij} .

A primeira função de restrição descrita anteriormente, a responsável por garantir a transitividade dos resultados, gera um número de restrições que depende da quantidade de times. O número de equações de transitividade, para cada matriz, é dado por $2 * n * (n-1) * (n-2)$, sendo n a quantidade de equipes. No caso do presente trabalho, com 4 equipes, a quantidade de restrições é de $(4*3*2) * 2 = 48$ restrições.

Do mesmo modo, a quantidade de possíveis matrizes de valores diferentes também depende da quantidade de equipes. Como os resultados da diagonal superior definem os da diagonal inferior, a quantidade de jogos é dada por $(1+2+3+4+...+(n-1))$. No nosso caso, considerando 4 times, a quantidade de jogos é $2*(3+2+1)=12$. Como cada jogo pode apresentar 3 resultados possíveis, a quantidade de matrizes diferentes é dada por $3^{12} = 531.441$.

Como utilizamos um método onde enumeramos todas as matrizes de resultados possíveis, o aumento no número de equipes faz com que seja inviável enumerar todas as matrizes de resultados possíveis.

3. Dados

A Taça Libertadores da América é a principal competição de clubes da América do Sul, pois o seu campeão obtém vaga para o Mundial Interclubes organizado pela FIFA; cuja final é realizada anualmente no mês de dezembro.

A competição é dividida em 3 fases:

- Pré-Libertadores;
- Fases de grupos;
- Confrontos direto (Mata-Mata);

Na fase de Pré-libertadores são disputados 10 confrontos envolvendo times que não foram campeões em seus países. Os 10 vencedores dos confrontos, realizados em ida e volta, estarão qualificados para a fase de grupos.

Os 32 times classificados, 22 classificados diretamente, segundo critérios da Confederação Sul-Americana de Futebol (Conmebol), e 10 indiretamente, via Pré-Libertadores, são organizados em 8 grupos de 4 equipes e fazem jogos de ida e volta contra todos os outros 3 times do mesmo grupo.

As 2 agremiações com melhor desempenho em cada grupo se classificam para a fase seguinte, dos confrontos diretos.

Nestes confrontos diretos os 16 melhores times são ordenados e são feitos cruzamentos olímpicos: 1x16, 2x15, 3x14, 4x13, 5x12, 6x11, 7x10, 8x9.

A partir das quartas-de-final, os confrontos não são bem definidos, pois, no caso de haver diversas equipes de um mesmo país, haverá um confronto entre eles para evitar uma possível final entre equipes do mesmo país.

Para o presente trabalho foram utilizados os dados do grupo 8 da Taça Libertadores da América de 2010.

O grupo era composto pelas seguintes agremiações:

- Universidad Católica (Chile)
- Universidad del Chile (Chile)
- Flamengo (Brasil)
- Caracas (Venezuela)

Nesta fase de grupos da Taça Libertadores da América, todas as equipes jogam entre si

em confrontos de ida e volta, ou seja, um jogo será realizado em casa e outro fora contra cada equipe do grupo.

A partir dos resultados dos jogos realizados, foi criada a matriz de resultados (matriz de Condorcet = dij), onde 1 significa que, na realidade, o time da linha i venceu o time da coluna j; -1 significa que o time da linha foi derrotado pelo time da coluna j e 0 significa que os times empataram. Os resultados do grupo 8 estão representados na Tabela 1.

Tabela 1 – Matriz original de resultados

		Jogando Fora de Casa				Jogando em Casa			
		Univ. Chile	Caracas	Flamengo	Univ. Cat	Univ. Chile	Caracas	Flamengo	Univ. Cat
Jogando em casa	Univ. Chile	-	1	1	0	-	-	-	-
	Caracas	-1	-	-1	0	-	-	-	-
	Flamengo	0	1	-	1	-	-	-	-
	Univ. Cat	0	0	1	-	-	-	-	-
Jogando fora de casa	Univ. Chile	-	-	-	-	-	1	0	0
	Caracas	-	-	-	-	-1	-	-1	0
	Flamengo	-	-	-	-	-1	1	-	-1
	Univ. Cat	-	-	-	-	0	0	-1	-

Ao analisar a primeira linha da tabela acima, percebe-se, por exemplo, que o Univ. Chile empatou com a equipe do Univ. Católica; venceu o Caracas e o Flamengo. Enquanto que ao analisar a quinta linha da matriz, vemos que jogando fora de casa o Univ. Chile venceu o Caracas e empatou com Flamengo e Univ. Católica.

4. Análise dos resultados

O grupo 8 da Copa Libertadores foi um dos grupos mais equilibrados da competição no ano de 2010. Por isso que foi o grupo escolhido, já que, diante do equilíbrio das equipes, resultados incoerentes são esperados. Estes resultados podem ser uma vitória do time A contra o time B fora de casa e uma derrota em seus domínios. Este resultado é incoerente, pois quando uma equipe vence fora de casa é esperado que obtenha a vitória quando jogar em casa.

Foram encontradas 2 matrizes coerentes de resultados para o grupo 8 da Taça Libertadores da América de 2010, todas com 2 alterações em relação à matriz original. Ao observar a matriz acima, pode-se perceber que o primeiro resultado que deveria ser modificado seria o do jogo Flamengo e Universidad Católica, pois se considerarmos que o Universidad do Chile venceu o Flamengo e em seguida empatou com o Universidad Católica, o resultado do jogo Flamengo e Universidad Católica deveria ser vitória do Universidad Católica ou empate. Para isso, a matriz final de resultados coerente mais próxima está apresentada na Tabela 2.

Tabela 2: Matriz de Resultado com a alteração no Jogo Flamengo x Univ. Cat.

		Jogando fora de casa				Jogando em casa			
		Univ. Chile	Caracas	Flamengo	Univ. Cat.	Univ. Chile	Caracas	Flamengo	Univ. Cat.
Jogando em casa	Univ. Chile	-	1	1	0	-	-	-	-
	Caracas	-1	-	-1	0	-	-	-	-
	Flamengo	0	1	-	0	-	-	-	-
	Univ. Cat.	0	0	1	-	-	-	-	-
Jogando fora de casa	Univ. Chile	-	-	-	-	-	1	0	0
	Caracas	-	-	-	-	-1	-	-1	0
	Flamengo	-	-	-	-	-1	1	-	-1
	Univ. Cat.	-	-	-	-	0	0	0	-

Uma segunda alteração que resulta em matriz coerente à mesma distância da matriz observada envolve novamente o Flamengo e Universidad Católica. Desta vez, o terceiro componente é a equipe do Caracas que conseguiu um empate fora de casa com a equipe do Universidad Católica, que tinha vencido o Flamengo em casa. Como o Flamengo também tinha vencido o Caracas em casa, o resultado esperado para esta partida seria a derrota da equipe do

Caracas e não o empate.

A Tabela 3 apresenta a matriz coerente de resultados considerando a vitória do Universidad Católica frente ao Caracas:

Tabela 3: Matriz de Resultado com a alteração no Jogo Flamengo x Univ. Cat.

		Jogando fora de casa				Jogando em casa			
		Univ. Chile	Caracas	Flamengo	Univ. Cat.	Univ. Chile	Caracas	Flamengo	Univ. Cat.
Jogando Em Casa	Univ. Chile	-	1	1	0	-	-	-	-
	Caracas	-1	-	-1	0	-	-	-	-
	Flamengo	0	1	-	1	-	-	-	-
	Univ. Cat.	0	1	1	-	-	-	-	-
Jogando Fora De Casa	Univ. Chile	-	-	-	-	-	1	0	0
	Caracas	-	-	-	-	-1	-	-1	-1
	Flamengo	-	-	-	-	-1	1	-	-1
	Univ. Cat.	-	-	-	-	0	0	-1	-

Por fim será apresentada a tabela 4 que considera que os dois resultados tenham ocorrido.

Tabela 4: Matriz de Resultado com as 2 alterações

		Jogando Fora de Casa				Jogando em Casa			
		Univ. Chile	Caracas	Flamengo	Univ. Cat.	Univ. Chile	Caracas	Flamengo	Univ. Cat.
Jogando Em Casa	Univ. Chile	-	1	1	0	-	-	-	-
	Caracas	-1	-	-1	0	-	-	-	-
	Flamengo	0	1	-	0	-	-	-	-
	Univ. Cat.	0	1	1	-	-	-	-	-
Jogando Fora De Casa	Univ. Chile	-	-	-	-	-	1	0	0
	Caracas	-	-	-	-	-1	-	-1	-1
	Flamengo	-	-	-	-	-1	1	-	-1
	Univ. Cat.	-	-	-	-	0	0	0	-

A seguir são apresentadas, na Tabela 5, as 3 classificações resultantes das mudanças sugeridas pela coerência fraca de resultados.

Tabela 5: Pontuação Final Original e com as alterações propostas

Times	Pontuação Final Original	Pontuação da tabela 2	Pontuação da tabela 3	Pontuação da tabela 4
Universidade do Chile	12	12	12	12
Flamengo	10	8	10	8
Universidad Católica	7	8	9	11
Caracas	2	2	2	2

Ao observar a classificação percebe-se que em apenas um caso de coerência a classificação ficaria mantida. Este seria o da Tabela 3. No caso da Tabela 4, o Flamengo estaria eliminado e no caso da Tabela 2 teriam de ser considerados os critérios de desempate para verificar qual das equipes se classificaria para a próxima fase da competição.

5. Discussão

No presente artigo, o objetivo central da aplicação foi na análise dos resultados mais incoerentes do grupo; entretanto, o presente método poderia ser utilizado para planejar e auxiliar as equipes na tomada de decisão, com o foco na previsão dos jogos não realizados no campeonato; ou seja, fazer a aplicação do método ao longo do campeonato, utilizando os jogos realizados para prever os resultados dos jogos não realizados, considerando os conceitos de coerência fraca dos resultados, expostos no artigo.

Essa análise auxiliaria as equipes na preparação para os jogos, ou seja, planejar uma forma de contrariar as expectativas. Alves et al (2008) utilizou o modelo logito na previsão dos resultados do campeonato Brasileiro de Futebol. O modelo utilizado era aplicado a cada rodada do campeonato, com o objetivo de prever os resultados futuros do campeonato. As variáveis do modelo eram a força dos times e a vantagem de jogar em casa.

6. Conclusões

O método empregado permitiu demonstrar que o grupo estudado apresentou alguns resultados incoerentes. Ilustrou também que se os times tivessem sido coerentes, poderia haver uma troca nos classificados deste grupo para a fase seguinte da competição.

Essa mudança seria a classificação do Universidad Católica para a próxima fase e a eliminação do Flamengo, que ocorreria em uma das 3 possíveis opções de alterações para assegurar coerência. Em numa segunda alteração não ocorreria mudança alguma, enquanto, na terceira, teriam de ser usados os critérios de desempate para determinar qual time seria classificado. Vale ressaltar que, se houvesse mudança de classificado nesse grupo, o resultado final da competição poderia ser alterado, visto que mudariam os confrontos da fase seguinte.

O presente trabalho fez uso de uma variável que é muito utilizada por outros autores em análises de desempenho de diversas equipes e campeonatos pelo mundo, que é a vantagem de jogar em casa. O uso desta variável se torna cada vez mais importante. Recentemente, Balduck eT al. (2010), avaliam o efeito de se jogar em casa, em conjunto com a qualidade da equipe e a classificação final. Sanchez et al. (2009) avaliam o efeito casa para as duas principais divisões do futebol espanhol.

Uma deficiência encontrada no uso do modelo estudado é o fato de ser computacionalmente muito intensivo, até o limite de tornar-se impraticável para problemas com mais alternativas. A aplicação de metaheurísticas ou algoritmos genéticos podem tornar o modelo aplicável a problemas mais complexos.

Referências

Alves, A. M.; Ramos, T, G.; Soares de Mello, J. C. Sant'Anna A. P. (2008). *Uma proposta de previsão de resultados para o campeonato Brasileiro de futebol através do modelo logito*. SPOLM – Simpósio de Pesquisa Operacional da Marinha.

Balduck, A.; Prinzie, A.; Buelens, M.(2010). *The effectiveness of coach turnover and the effect on home team advantage, team quality and team ranking*. Journal of Applied Statistics, 37 (4), pp. 679-689.

Balmer, N. J.; Nevill, A. M. ; Williams, A. M.(2001). *Home advantage in the Winter Olympics (1908–1998)*. J. Sports Sci., 19, 129–139.

Balmer, N. J.; Nevill, A. M.; Williams, A. M.(2003). *Modelling home advantage in the Summer Olympic Games*. J. Sports Sci., 21, 469–478.

Bray, S. R.(1999) *The home advantage from an individual team perspective*. Journal of Applied Sport Psychology, 11,1, 116–125.

Courneya, K. S.; Carron, A. V.(1992). *The home advantage in sport competitions: a literature review*. Journal of Sport and Exercise Psychology; 14:13-27.

Craig. L. A.; Hall, A. R. *Trying out for the team: Do exhibitions matter? Evidence from the National Football League*. Journal of the American Statistical Association, 89, 1091-1099, 1994

Gelade, Garry A.; Dobsson, Paul.(2007). *Predicting the Comparative Strengths of National Football Teams*. Social Science Quarterly, volume 88.

Íbsan, ALP(2006). *Performance Evaluation of Goalkeepers of the World Cup*. Journal of Science 19 (2): 119-125.

Kemeny, J. Snell, L.(1962). *Mathematical Models in the Social Sciences*, The M.I.T. Press, Cambridge U.S.A.

Korhonen, P. Soismaa, M.(1981). *An Interactive Multiple Criteria Approach to Ranking Alternatives*, The Journal of the Operational Research, vol.32 , No.7.

Korhonen, P. Soismaa, M.(1986). *A hierarchical interactive method for ranking alternatives with multiple qualitative criteria*, European Journal of Operational Research, volume 24 , issue 2.

Marcotorchino, F. Michaud, P.(1979). *Optimisation en Analyse Ordinale des Données*, Masson, Paris.

Lee, A. J.(1997). *Modeling scores in the premier league: Is Manchester United really the best?* Chance, 10, 15-19.

Pollard, R.(1986). *Home advantage in soccer: a retrospective analysis*. Journal of Sports Sciences, 4, 237-248.

Pollard, R.(2002). *Evidence of a reduced home advantage when a team moves to a new stadium*. Journal of Sports Sciences, 20 (12), pp. 969-973002E.

Pollard, R.(2006). *Worldwide regional variations in home advantage in association football*. Journal of Sports Sciences, 24 (3), pp. 231-240.

Sanchez, P.A., Garcia-Calvo, T., Leo, F.M., Pollard, R., Gomez, M.A.(2009). *An analysis of home advantage in the top two spanish professional football leagues. Perceptual and Motor Skills*, 108 (3), pp. 789-797.

Slater, P. *Inconsistencies in a schedule of paired comparisons*. Biometrika, 48:303_312, 1961.

Stefani, R. T. E, Clarke, S. R.,(1992). *Predictions and home advantage for Australian Rules football*, Journal of Applied Statistics, 9, 251-261.

Wang, Ying-Ming, Yang, Jian-Bo, Xu, Dong-Ling, (2005). *A preference aggregation method through the estimation of utility intervals*, Computers & Operations research, volume 32, issue 8, 2027-2049.