

INFLUÊNCIA DE HEURÍSTICAS DE REORDENAMENTO NO DESEMPENHO DOS MÉTODOS DE PONTOS INTERIORES

Daniele Costa Silva

Depto de Telemática, FEEC, UNICAMP
13083-852, Campinas, SP
silvadc@yahoo.com.br

Aurelio Ribeiro Leite de Oliveira

Depto de Matemática Aplicada, IMECC, UNICAMP
13083-859, Campinas, SP
aurelio@ime.unicamp.br

RESUMO

Desde o surgimento dos métodos de pontos interiores para programação linear, códigos computacionais sofisticados baseado nessas ideias vêm se firmando como alternativas eficientes para a solução de problemas de grande porte.

Cada iteração de um método de pontos interiores envolve a solução de um ou mais sistemas lineares. Este é o passo mais caro destes métodos do ponto de vista computacional. Em aplicações reais esses sistemas quase sempre possuem dimensões elevadas e alto grau de esparsidade.

Usualmente métodos diretos são utilizados para resolver esses sistemas. A abordagem mais utilizada nas implementações existentes é a fatoração de Cholesky no sistema de equações normais. No entanto, por limitações de tempo e memória seu uso torna-se proibitivo em muitos problemas de grande porte, fazendo com que abordagens iterativas sejam mais adequadas.

Na resolução destes sistemas por métodos iterativos a utilização de preconditionadores se faz necessária para que uma convergência rápida possa ser obtida.

Em particular, preconditionadores adaptativos a estes sistemas lineares foram aplicados em conjunto com o método dos gradientes conjugados obtendo bons resultados computacionais ao serem integrados ao PCx. O preconditionador denominado fatoração controlada de Cholesky é utilizado nas iterações iniciais e o preconditionador separador especialmente desenvolvido para as iterações finais é utilizado em uma segunda etapa. No entanto, esta abordagem não utiliza uma técnica imprescindível para a fatoração de Cholesky: heurísticas de reordenamento. Estas consistem em dispor os elementos não nulos da matriz de restrições de forma que, as operações realizadas na resolução do sistema sejam feitas sobre uma matriz mais esparsa e compacta. Com isso, espera-se benefícios como a aceleração da convergência do método e a redução da quantidade de armazenamento.

Este trabalho consiste em analisar o comportamento de heurísticas de reordenamento mais simples como, a contagem de colunas e o método de Cuthil McKee reverso, além de heurísticas mais sofisticadas, como por exemplo, o mínimo grau.

Testes computacionais serão realizados para verificar a melhora no tempo de processamento com as heurísticas utilizadas e a implementação existente atualmente que não reordena a matriz de restrições.

Através deste estudo, pretende-se resolver problemas de grande porte que não foram resolvidos por outras abordagens.

PALAVRAS CHAVE. Métodos de Pontos Interiores, Fatoração de Cholesky, Heurísticas de Reordenamento.

ABSTRACT

Since the advent of interior point methods for linear programming, sophisticated computer codes based on these ideas have been established as an efficient alternative for solving large-scale problems.

Each iteration of an interior point method involves the solution of one or more linear systems. This is the most expensive step of these methods from computational point of view. In real applications such systems often are large and sparse.

Usually direct methods are used for solving these systems. The most used approach in existing implementation is the Cholesky factorization applied to the normal equations system. However, due to of time and memory limitation its uses becomes prohibitive in many large-scale problems, making iterative approaches more appropriate.

In order to achieve the solution of these systems by iterative methods preconditioners are a necessary tool.

In particular, adaptive preconditioners for the linear systems applied jointly with the conjugate gradient method obtained good computational results when integrated to the PCx code. The preconditioner called controlled Cholesky factorization is used in early iterations and the splitting preconditioner specially developed for final iterations is used in a second step. However, this approach does not use reorderings, an essential technique for the sparse Cholesky factorization. Such techniques consist in reordering the non-zero entries of the constraint matrix in such a way that the operations are performed on a more sparse and compact matrix. The benefits expected by this approach, include the convergence speed up and the amount of storage reduction.

This work involves the behavior analysis of simple reordering heuristics as the column count and the reverse Cuthill McKee method, and also more sophisticated heuristics, such as the minimum degree.

Computational experiments are performed to verify the running time improvement with the proposed heuristics.

Through this study, we intend to solve large-scale problems that could not be solved by others approaches.

KEYWORDS. Interior Point-Methods. Cholesky Factorization. Reordering Heuristics.