Metodologia baseada no Algoritmo de Branch-and-Bound para localização de sedes de vestibulares da UFOP

Rafael Quintão de Andrade
Universidade Federal de Ouro Preto
Rua Diogo de Vasconcelos, 122 – Centro – Ouro Preto – Minas Gerais, 35400-000
rafaelqandrade@gmail.com

André Luís Silva
Universidade Federal de Ouro Preto
Rua Diogo de Vasconcelos, 122 – Centro – Ouro Preto – Minas Gerais, 35400-000
andreluismg@gmail.com

RESUMO

A exigência do aumento do nível de escolaridade dos trabalhadores fez com que a procura pelo Ensino Superior crescesse nos últimos anos. Mais pessoas almejando o acesso à universidade potencializam a necessidade das instituições planejarem os locais de realização dos processos seletivos. Com isso, o presente trabalho apresenta um método quantitativo baseado no Problema das P-medianas para a escolha das sedes de realização do vestibular. A solução foi obtida através da aplicação do algoritmo de *Branch-and-Bound*. A metodologia empregada foi a Pesquisa Aplicada com dados dos vestibulares da Universidade Federal de Ouro Preto. Para cada edição do vestibular, foi realizada uma simulação com base nos dados do ano anterior visando a minimização da distância total percorrida pelos candidatos do processo. Ao fim, o resultado se mostrou bastante eficaz.

PALAVRAS CHAVE: Problema das p-medianas, Programação Linear Inteira, Programação Matemática.

Área Principal: AdP - PO na Administração Pública

ABSTRACT

The constant increase in the workers' education level has caused a high demand for undergraduate courses. University acceptance is based on a test in Brazil. Thus, an increased demand of people aiming for University enrollment creates an urge to better organize the location selection where these tests will be applied. The present manuscript reports the use of a quantitative method P-Median problem-based to select these locations. The solution was obtained using the Branch-and-Bound algorithm together with the Applied Research methodology. Data was obtained from yearly admittance tests of Federal University of Ouro Preto. One simulation was performed for each yearly test based on data from the previous year effort in order to minimize the total distance traveled by the candidates of the process. At the end, the result was very efficient.

KEYWORDS: p-median Problem, Integer Linear Programming, Mathematical Programming.

1. Introdução

Um dos processos decisórios importantes para a organização de um concurso público é definir quais os locais de realização do processo seletivo. No caso municipal, em quais bairros situar as provas. No caso de uma região ou pais, quais cidades escolher para serem sedes.

Muitos concursos permitem ao candidato a escolha do seu próprio local de prova, dentro de uma enumeração de possibilidades. Seguindo essa tendência, o candidato ao vestibular da Universidade Federal de Ouro Preto, no ato da inscrição, determina qual o local de prova deseja se encaminhar dentre as opções estabelecidas previamente.

É possível estabelecer uma relação entre a escolha do local de prova e a quantidade de candidatos inscritos no concurso. Locais de concentração demográfica mais elevada, bem como locais mais próximos de pontos de interesse ao concurso, geralmente concentram maior número de candidatos ao processo.

A escolha dos locais a serem realizados os processos seletivos, portanto, impacta diretamente na quantidade de inscritos do processo seletivo e, consequentemente, na sua repercussão e melhor seleção, atendendo de forma efetiva ao objetivo do concurso.

Mesmo não ignorando o fato de a distância ser uma variável considerável no momento de se planejar locais sedes ao vestibular, muitas instituições ainda baseiam-se na metodologia subjetiva de seus tomadores de decisão. Assim, o presente artigo visa partir da explanação a respeito de ferramentas de otimização no processo decisório, até a aplicação de uma abordagem quantitativa para a determinação dos locais sedes aos vestibulares da Universidade Federal de Ouro Preto.

Trabalhos similares já foram realizados anteriormente, tais como a dissertação de Marques (2003), que objetiva distribuir os alunos da rede pública de forma a minimizar o deslocamento dos mesmos, definidas as condicionantes do processo. Para isso, parte da aplicação de Programação Linear Inteira a problemas de localização para estabelecer uma metodologia para determinação das escolas que cada aluno irá cursar o ensino público.

Dito isso, o presente artigo parte das explanações a respeito do uso de Programação Linear Inteira para a resolução de problemas similares, tais como o problema das p-medianas, que deu suporte ao modelo estabelecido a partir das condicionantes determinadas. Assim, propõe-se uma metodologia baseada na aplicação do Algoritmo de *Branch-and-Bound*, o qual resolve problemas de Programação Linear Inteira, para estabelecer quais as cidades são potencialmente melhores para a realização do processo seletivo da Universidade Federal de Ouro Preto. A análise foi feita com base nos dados fornecidos pela própria instituição e abrangeu os vestibulares entre o segundo semestre de 2008 e o último semestre de 2010.

2. Revisão Bibliográfica

2.1 Programação Linear

A programação linear consiste no método de resolução de modelos de otimização linear, os quais se apresentam de forma bastante diversificada, bem como suas aplicações.

Segundo Caixeta Filho (2001), convergindo a Stevenson (1981), modelos são representações simplificadas da realidade, com o intuito de se obter uma visão do sistema como um todo. Modelos matemáticos são comumente utilizados para aplicação de métodos de otimização para certo processo decisório.

Basicamente, modelos matemáticos são constituídos por 3 elementos (TAHA, 2008; MOREIRA, 2007):

- Função Objetivo: consiste no critério pelo qual se deseja otimizar, seja através de maximização ou de minimização.
- Variáveis de Decisão: cujos valores procuram-se determinar.
- Restrições: são condições que a solução deve obedecer, de forma a viabilizar a solução obtida.

Isso posto, Hiller e Lieberman (1988) afirmam que uma solução ótima consiste em uma solução viável que possui o valor mais favorável à Função Objetivo, através da determinação das Variáveis de Decisão, obedecendo-se às Restrições estabelecidas.

Assim sendo, a Programação Linear consiste na aplicação de métodos de otimização aplicados a problemas lineares, nos quais tanto a função objetivo, quanto as restrições do modelo são representadas na forma linear (PASSOS, 2008).

Para a resolução de problemas lineares Dantzig (1951) desenvolveu o Método Simplex, o qual garante que a solução ótima seja encontrada. Bueno e Menezes (2002) relatam que diversas variantes ao Método Simplex foram criadas, com o objetivo de melhorar o número de iterações.

2.2 Programação Linear Inteira

A Programação Linear Inteira é considerada como um caso especial da Programação Linear. Segundo Hiller e Lieberman (1988), um problema de Programação Linear Inteira está sujeito a uma restrição adicional, em que as variáveis de decisão devem possuir valores inteiros.

Moreira (2007) denomina tal restrição adicional como exigência. Antes que seja considerado como uma restrição ao problema em questão, trata-se de uma consideração pertinente a um grupo enorme de problemas práticos.

Nesse caso, o domínio de variáveis de decisão inteiras deixa de ser contínuo, conforme problemas lineares, e passa a ser discreto. Dessa forma, um outro método deve ser abordado para a resolução do modelo tratado. Dois algoritmos, em particular, são utilizados para a resolução de tais problemas: Método de Planos de Corte (KELLEY, 1960) e Algoritmo *Branch-and-Bound* (LAND e DOIG, 1960).

Segundo Taha (2008), o Algoritmo *Branch-and-Bound* possui comprovada superioridade em complexidade computacional ao Método de Planos de Corte. Assim, o presente trabalho propõe a aplicação do Algoritmo *Branch-and-Bound* para a identificação dos locais de aplicação do Processo Seletivo da Universidade Federal de Ouro Preto.

2.3 Algoritmo de *Branch-and-Bound*

Branch-and-Bound é uma técnica de otimização, proposta inicialmente por Land e Doig (1960), baseada em uma árvore de enumeração para resolver um problema. Cada nó da árvore representa um subproblema do problema principal e cada ramo representa uma nova restrição a ser considerada (LOBATO, 2009).

A seguir é apresentada a explanação do método, conforme pode ser verificado em Taha (2008).

Para problemas de Programação Linear Inteira, os ramos tratam das variáveis não inteiras obtidas pela solução do problema de Programação Linear, de forma que se criem ao menos dois ramos para cada variável não inteira obtida (menor que o limite inteiro inferior ou maior que o limite inteiro superior do valor obtido).

As soluções inviáveis criadas pelo método revelam o limite do valor objetivo buscado. À medida que a solução se torne mais viável, ou seja, maior número de restrições atendidas, o limite do valor objetivo buscado se aproxima mais da solução ótima.

Assim, uma interpretação importante que deve ser feita da árvore binária é que as folhas de cada ramificação representam soluções potenciais ao ótimo, quando atendem às restrições do problema. Em outras palavras, a solução ótima está dentre as folhas dessa árvore criada. Caso nenhuma folha represente uma solução viável, o domínio de soluções possíveis é vazio.

Por fim, é notório que o método *Branch-and-Bound* é mais robusto computacionalmente quando comparado ao método de Programação Linear. Isso vem do fato que a cada nó da árvore gerada é aplicado um método de otimização linear. Mas a grande variação que o resultado de um simples arredondamento pode provocar em uma solução, revela a necessidade da utilização de métodos como tal.

2.4 Problema das P-Medianas

Problemas de localização basicamente são problemas nos quais deve identificar locais de instalações ou facilidades dentre os analisados (LORENA et al, 2001; PEREIRA, 2005). Possui grande importância prática, uma vez que custos de instalação e transportes são bastante recorrentes à realidade.

O Problema das P-Medianas trata-se de um problema clássico de localização, o qual consiste em determinar a localização de p instalações (denominadas medianas) em uma rede de n nós de maneira a minimizar a soma das distâncias entre cada nó e a mediana mais próxima (LORENA et al, 2001; PEREIRA, 2005; SENNE e LORENA, 2003).

Lorena et. al. (2001) e Senne e Lorena (2003) revelam a importância do uso de Sistema de Informações Geográficas como ferramentas para resolução de problemas de localização. Através do sistema pode-se obter as distâncias, viárias ou não, dentre pontos no espaço. Segundo Fischbech (1994), Sistemas de Informações Geográficas integram uma interface gráfica a uma base de dados geo-referenciados, constituindo-se em poderosas ferramentas de análise e planejamento espacial.

Assim, a utilização dos Sistemas de Informações Geográficas é de suma importância para a obtenção dos dados para a resolução de problemas das p-medianas. Obtidos os dados relevantes, o passo seguinte à resolução do problema consiste na construção do modelo.

Encontrar p-medianas é considerado um modelo NP-difícil (GAREY e JOHNSON, 1979). Trata-se de um problema de Programação Linear Inteira Binária, em que as variáveis assumem valores de 0 ou 1, conforme segue o modelo apresentado pelas Equações 1 a 5 (SENNE e LORENA, 2003).

$$Min \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} d_{i,j} x_{i,j} \qquad \text{Equação 1}$$

$$\sum_{i \in N} x_{i,j} = 1 \qquad \forall j \in N \qquad \text{Equação 2}$$

$$\sum_{i \in N} x_{i,i} = p \qquad \text{Equação 3}$$

$$x_{i,j} \leq x_{i,i} \qquad \forall i, j \in N \qquad \text{Equação 4}$$

$$x_{i,j} \in \{0,1\} \qquad \forall i, j \in N \qquad \text{Equação 5}$$

A variável $x_{i,j}$ define se a mediana j atende ao local i, enquanto que $d_{i,j}$ representa a distância entre os locais i e j e p representa o número de medianas a serem identificadas. Assim sendo, a Equação 1 define o somatório das distâncias mínimas entre um local e a mediana mais próxima, cujo objetivo do modelo é minimizá-lo. A Equação 2 define que cada local é atendido por apenas uma mediana. A Equação 1 ainda garante que qualquer mediana definida a um dado local, seja a mais próxima do mesmo. A Equação 3 garante que sejam escolhidas exatamente p medianas. A Equação 4 define a condição de que um local é atendido por um outro, se este for uma mediana. Por fim, a Equação 5 define a natureza binária da decisão x.

3. Metodologia

Segundo Gil (1999), a Pesquisa Aplicada objetiva conhecer sobre um assunto definido e geralmente é relacionado ao desenvolvimento de setores econômicos por meio do emprego direto dos resultados obtidos. Em outras palavras, visa contribuir para fins práticos do objeto estudado; no caso, as sedes dos processos seletivos da Universidade Federal de Ouro Preto.

Lakatos e Marconi (2008) caracterizam a pesquisa aplicada por seu interesse prático, onde as abordagens são decorrentes de problemas que ocorrem na realidade e seus resultados possam ser aplicados ou utilizados. Danton (2002) classifica a pesquisa aplicada como sendo a busca de solução para problemas concretos e imediatos.

4. Pesquisa Aplicada

A Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) foi instituída como Fundação de Direito Público em 1969, a partir da incorporação de duas instituições de ensino superior centenárias: Escola de Minas e Escola de Farmácia.

A partir de dois cursos básicos Engenharia e Farmácia, a universidade expandiu-se com a implantação de novos cursos. Em 2007, a instituição possuía 24 cursos, distribuídos em 1130 vagas anuais.

Em dezembro do mesmo ano, a UFOP aprovou a proposta de adesão ao Programa de Apoio a Planos de Reestruturação e Expansão das Universidades Federais (REUNI), o qual tem o propósito de aumentar o número de vagas nas universidades públicas do país, bem como a diversificação dos cursos oferecidos. Assim, o programa define metas de expansão, tanto de vagas docentes, como de discentes, de servidores e espaço físico.

Com isso, o plano de metas para a UFOP ficou estabelecido da seguinte forma (UFOP, 2008):

- Aumento de 134,2% do número de vagas anuais oferecidas nos processos seletivos de curso superior até 2010, totalizando 2652 novos alunos por ano.

Conforme a meta estabelecida, atualmente a UFOP possui 2652 vagas anuais distribuídos em 38 cursos acadêmicos distribuídos em 3 campi, localizados nas cidades de Ouro Preto, Mariana e João Monlevade, além dos cursos à distância também oferecidos (Universidade Federal de Ouro Preto, 2008).

Assim, devido a esse rápido crescimento do número de vagas aumentou-se também a procura pelos processos seletivos da instituição.

Em 2008, eram 25313 inscritos nos processos seletivos da universidade. Com um aumento de 39,9% até 2010, a UFOP ganhou maior representatividade dentre as instituições de ensino superior, sobretudo dentre as do estado de Minas Gerais.

Assim, propõe-se um método para, a partir de dados de processos seletivos anteriores ao considerado, buscar as cidades que sediariam as provas do processo posterior, com o objetivo de minimizar o deslocamento total feito pelos inscritos.

Primeiramente será feita uma breve abordagem dos dados a serem utilizados no sistema, bem como as considerações realizadas. Em seguida, apresenta-se o modelo proposto, ferramentas utilizadas e resultados obtidos.

4.1 Dados

Objetiva-se no presente trabalho, propor uma metodologia em que dado o histórico de origens dos candidatos aos processos seletivos da Universidade Federal de Ouro Preto, decide quais locais para o próximo processo seriam melhores de forma a aproximar ao máximo os locais de prova aos candidatos. Além disso, busca-se validação do método proposto sobre o anteriormente aplicado.

Para alcançar os objetivos especificados, foi disponibilizada a quantidade de candidatos provenientes de cada cidade entre os processos seletivos dos segundos semestres de 2007 e 2010. Além disso, fez-se necessário para termos de comparação, os locais propostos pela metodologia anterior.

Foi necessário também obter as distâncias viárias entre as cidades abordadas. Para isso, foi utilizada uma ferramenta do Sistema de Informação Geográfica (SIG). Este consiste em um sistema de hardware, software, informação espacial e procedimentos computacionais que permite e facilita a análise, gestão ou representação do espaço (VIEIRA, 2002). Assim sendo, o SIG foi utilizado para obtenção de estimativas de distâncias mínimas entre os municípios.

Para a simplificação do espaço de solução do problema e adequação às necessidades da universidade, foram abordadas algumas premissas:

- Necessariamente, cidades que possuem campi universitários da UFOP são sedes dos processos seletivos (Ouro Preto, Mariana e João Monlevade).
- Serão considerados apenas os candidatos do estado de Minas Gerais para os processos seletivos da universidade.

- O número de cidades sedes dos processos seletivos é o mesmo considerado pela metodologia anterior, dentre as do estado de Minas Gerais.
- O local de prova de cada candidato será considerado o local de processo seletivo mais próximo, para, assim, realizar-se uma comparação coerente ao contexto apresentado.
- Cidades sedes do processo seletivo devem possuir mais de 30 candidatos inscritos no ano anterior.

O fato de municípios que possuem campi universitários da UFOP serem sedes obrigatórias ocorre devido à infra-estrutura já disponibilizada à universidade, bem como a localização dos mesmos. O número mínimo de 30 candidatos inscritos no vestibular do ano anterior para a possibilidade de candidatura à sede do processo seletivo do ano posterior visa minimizar o espaço de busca da solução, concentrando assim as soluções obtidas em cidades com relativo potencial a número de inscritos.

4.2 Modelo Proposto

O modelo deve ser capaz de, dados o número de inscritos de cada cidade e as distâncias entre as localidades estudadas, analisar sedes potencialmente melhores que quaisquer outras para a realização do processo seletivo da UFOP. Dessa forma, o modelo define quais cidades são sedes das provas de vestibular, bem como quais candidatos são atendidas pelas mesmas, levando em consideração as premissas apresentadas anteriormente.

O problema abordado se assemelha bastante com o problema das p-medianas, conforme explanado anteriormente. Assim sendo, seu modelo matemático possui especificações equivalentes, exceto pelos ajustes necessários para a contextualização do método.

Assim, os dados necessários para a implementação do modelo são:

- $inscritos_i$: número de inscritos do local i;
- $d_{i,j}$: distância entre os locais i e j;
- $campus_i$: dado binário que define se a cidade i possui campus da UFOP ($campus_i$=1), ou não ($campus_i$=0).
- *nsedes*: número de sedes pretendidas para o próximo processo seletivo.
- *N*: quantidade mínima de candidatos que uma cidade deve possuir para ser sede de um vestibular.

Enquanto que as variáveis de decisão são:

- $x_{i,j}$: variável binária que define se a localidade i é atendida pela sede j ($x_{i,j}$=1), ou não ($x_{i,j}$=0);
- y_i: variável binária que define se a localidade i representa uma sede (y_i=1), ou não (y_i=0).

Isto posto, a modelagem segue nas Equações de 6 a 13.

$$Min = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} d_{i,j} * inscritos_i * x_{i,j} \qquad \text{Equação 6}$$

Sujeito às restrições:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i,j} = 1 \qquad \forall j = 1,2,...,n \qquad \text{Equação 7}$$

$$x_{i,j} \le y_i \qquad \forall i = 1,2,...,n \quad \forall j = 1,2,...,n \qquad \text{Equação 8}$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i \le nsedes \qquad \text{Equação 9}$$

$$y_{i|inscritos(i)<N} = 0 \qquad \forall i = 1,2,...,n \qquad \text{Equação 10}$$

$$y_i \ge campus_i \qquad \forall i = 1,2,...,n \qquad \text{Equação 11}$$

$$x_{i,j} \in (0,1) \qquad \text{Equação 12}$$

$$y_i \in (0,1) \qquad \text{Equação 13}$$

A Equação 6 define a Função Objetivo do modelo como sendo a minimização da distância total percorrida pelos candidatos ao processo seletivo. A Equação 7 estabelece um local único para os candidatos de cada localidade se direcionar à seleção. A Equação 8, apresenta a restrição de que, para uma cidade ser atendida por outra, esta tem de ser sede do processo. Já a Equação 9 define o número máximo de sedes que a prova deve possuir, uma vez que o cenário deve corresponder às condições reais. A Equação 10 se baseia na premissa de que apenas cidades com mais de 30 inscritos podem ser sedes do processo seletivo, suposição essa definida subjetivamente para tornar hábil a busca pela solução. Já a Equação 11 restringe cidades que possuem campi universitários da UFOP serão, necessariamente, sedes da seleção. As equações 12 e 13 definem a natureza binária das variáveis de decisão.

Vale ressaltar que a Equação 10 apenas foi apresentada no modelo para a generalização das equações. Na pesquisa aplicada realizada, as cidades com menos de 30 candidatos foram já excluídas do espaço de busca no tratamento dos dados iniciais, de forma a diminuir o custo computacional do modelo de otimização proposto.

4.3 Ferramentas Utilizadas

Foi utilizado o software Transcad 2005 para a obtenção das distâncias viárias entre as localidades. Vale salientar que as distâncias são estimativas de caminho mínimo entre duas cidades.

Em seguida, os dados obtidos foram exportados a uma planilha do Microsoft Excel 2007, o qual também importa os dados obtidos de cada vestibular.

O modelo foi implementado no software Lingo versão 11.0, com interface para os resultados na mesma planilha utilizada anteriormente. O Lingo consiste em um software o qual implementado o modelo de Programação Linear Inteira, aplica o algoritmo de *Branch-and-Bound* para otimização da função objetivo especificada.

4.4 Resultados Obtidos

Grande parte dos vestibulares de universidades públicas ocorre a cada ano. Entretanto, a Universidade Federal de Ouro Preto aplica seu processo seletivo semestralmente. Então, antes de aplicar-se a metodologia proposta foi verificado, através de testes, que obtém-se melhores resultados quando relaciona-se dados de vestibulares de mesmo período do ano, ao invés de utilizar-se do vestibular do semestre anterior. Assim sendo, utilizando-se dados a partir do 2º semestre de 2007, obteve-se cenários para o período entre os segundos processos seletivos de 2008 e de 2010.

O número de cidades sedes dos processos seletivos é o mesmo do tratado no cenário real, conforme especificado anteriormente. Além disso, vale ressaltar que foram considerados apenas os inscritos do estado de Minas Gerais, bem como as cidades disponíveis para sediar os processos seletivos da universidade.

Assim, as tabelas 1 e 2 especificam quais as cidades sedes reais e quais as propostas pela metodologia.

2º sem. 2008		*1º sem. 2009*		*2º sem. 2009*	
Real	**Proposto**	**Real**	**Proposto**	**Real**	**Proposto**
Belo Horizonte	Belo Horizonte	Belo Horizonte	Belo Horizonte	Belo Horizonte	Belo Horizonte
Ipatinga	Ipatinga	Ipatinga	Ipatinga	Ipatinga	Ipatinga
João Monlevade	João Monlevade	João Monlevade	João Monlevade	João Monlevade	João Monlevade
Juiz de Fora	Juiz de Fora	Juiz de Fora	Juiz de Fora	Juiz de Fora	Juiz de Fora
Montes Claros	Montes Claros	Montes Claros	Montes Claros	Mariana	Mariana
Ouro Preto	Ouro Preto	Ouro Preto	Ouro Preto	Montes Claros	Montes Claros
Pouso Alegre	Pouso Alegre	Pouso Alegre	Uberlândia	Ouro Preto	Ouro Preto
Uberlândia	Uberlândia	Uberlândia	Varginha	Pouso Alegre	Uberlândia
				Uberlândia	Varginha

Tabela 1 – Relação de Cidades Sedes Reais e Propostas dos Processos Seletivos da UFOP do 2º Semestre de 2008 e do ano de 2009

1º sem. 2010		2º sem. 2010	
Real	**Proposto**	**Real**	**Proposto**
Belo Horizonte	Alfenas	Alterosa	Belo Horizonte
João Monlevade	Belo Horizonte	Belo Horizonte	Boa Esperanca
Juiz de Fora	Ipatinga	Divinolandia De Minas	Conselheiro Lafaiete
Mariana	João Monlevade	Governador Valadares	Divinopolis
Montes Claros	Mariana	Ipatinga	Governador Valadares
Ouro Preto	Montes Claros	João Monlevade	Ipatinga
Pouso Alegre	Ouro Preto	Juiz de Fora	João Monlevade
Uberlândia	Uberlândia	Lagamar	Juiz de Fora
		Mariana	Mariana
		Montes Claros	Montes Claros
		Ouro Preto	Ouro Preto
		Pouso Alegre	Ponte Nova
		Salinas	Pouso Alegre
		Uberlândia	Uberlândia

Tabela 2 – Relação de Cidades Sedes Reais e Propostas dos Processos Seletivos da UFOP do Ano de 2010

Vale ressaltar que foram admitidos apenas os deslocamentos intermunicipais, a partir de um ponto de referência de cada cidade. Assim, considerando as premissas adotadas, a distância média e somatório de deslocamento dos inscritos para o processo, além da porcentagem de melhora a partir dos cenários propostos sobre o cenário real, são apresentados na Tabela 3.

Semestre	*Cenário*	*Deslocamento Médio (km)*	*Deslocamento Total (km)*	*Melhora*
2º sem. 2008	Real	50,4	548075	0,0%
	Proposto	50,4	548075	---
1º sem. 2009	Real	50,2	568906	1,1%
	Proposto	49,6	562452	---
2º sem. 2009	Real	51,8	616212	-0,6%
	Proposto	52,1	619786	---
1º sem. 2010	Real	66,9	983399	3,0%
	Proposto	64,9	953426	---
2º sem. 2010	Real	43,2	680703	14,9%
	Proposto	36,8	579264	---

Tabela 3 – Resultados Obtidos a partir da Metodologia Proposta

Percebe-se que os resultados obtidos foram satisfatórios para o problema apresentado. Nota-se que para os 5 processos seletivos analisados, em 4 deles apresentaram melhoras e em apenas um houve piora, mesmo que menos expressiva que as melhoras obtidas.

Principalmente no momento em que a universidade decidiu pelo aumento significativo de 8 para 14 cidades sedes, entre o primeiro e segundo processos seletivos de 2010, as melhoras foram expressivas, chegando à economia de quase 15% de deslocamento dos inscritos.

Além disso, vale ressaltar que o método quantitativo utilizado supera até mesmo a tendência empírica de que, a partir do momento que a instituição define uma cidade como sede do vestibular, os municípios que se enquadram nessa característica, bem como os que os cercam, obtêm maior representatividade no número de inscritos no vestibular. Com isso, espera-se que os resultados através da implementação efetiva da metodologia sejam ainda melhores devido a essa tendência apresentada.

Assim sendo, confirma-se a hipótese de que há certa tendência de similaridades de um processo seletivo com o do ano anterior. Na falta de uma análise de demanda mais profunda, a proposição do método se faz pertinente e eficaz para a busca por maior proximidade dos locais sedes dos vestibulares da universidade com os inscritos.

5. Limitações e considerações finais

O presente trabalho, portanto, propõe a utilização de métodos quantitativos de Programação Linear Inteira para a resolução de problemas de localização aplicados à escolha de cidades a sediarem processos seletivos da Universidade Federal de Ouro Preto.

O modelo apresentou resultados satisfatórios com economias de até 14,9% do deslocamento dos inscritos no processo seletivo da universidade. O método supera, na maioria das vezes, a influência empírica dos locais definidos como sede sobre o número de inscritos da região do município especificado.

As limitações dos resultados obtidos consistem na consideração de apenas os municípios e inscritos do estado de Minas Gerais. Para trabalhos futuros, propõe-se que se faça uma análise de todos os inscritos do país e suas respectivas cidades. Além disso, pode-se fazer análises estatísticas para verificar a influência de um vestibular com o do ano seguinte, bem como o quanto a proximidade às sedes do processo seletivo podem influenciar o número de inscritos.

Referências

Bueno, E. F. e Menezes, M. A. F. Implementação de Algoritmos das Famílias Simplex, Elipsóides e Pontos Interiores para Programação Linear, *Estudos: Revista da Universidade Católica de Goiás*, v. 35, n. 2, Editora da UCG, Goiânia, 225-246, 2008

Caixeta Filho, J. V. *Pesquisa operacional*. Atlas, São Paulo, 2001.

Danton, G. *Metodologia científica*. Virtual Books Online, Pará de Minas, 2002.

Dantzig, G. B. (1951) Maximization of a linear function of variables subject to linear inequalities. *Activity Analysis of Production and Allocation*, T. C. Koopmans, John Wiley, New York, 339-347.

Fischbeck, P. GIS: More than a Map. *OR/MS Today*, p. 42-45, Agosto 1994.

Garey, M. R. e Johnson, D. S. *Computers and intractability: a guide to the theory of NP-completeness.* W.H. Freeman and Co., San Francisco, CA, 1979.

Gil, A. C. *Métodos e técnicas de pesquisa social.* São Paulo: Atlas, 1999.

Hiller F. e Lieberman, G. J. *Introdução à pesquisa operacional*. 3.ed. Edusp, São Paulo, 1988

Kelley, J. E. (1960) The cutting plane method for solving convex programs. *Journal of the SIAM*, v. 8, p. 703-712.

Lakatos E. M. e Marconi, M. A. (1960) *Metodologia científica*. 5ª ed. São Paulo: Atlas, 2008.

Land, A. H. e Doig, A. G. An automatic method of solving discrete programming problems. *Econometrica*, v. 28, n. 3: 497-520,1960.

Lobato, R. D. *Algoritmos para Problemas de Programação Não-Linear com Variáveis Inteiras e Contínuas.* Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

Lorena, L. A. N.; Senne, E. L. F.; Paiva, J. A. C. e Pereira, M. A. (2001) Integração de modelos de localização a sistemas de informações geográficas. *Gestão e Produção*, v. 8, n.2, São Carlos, 180-195, 2001.

Marques, K. W. B. *Preferência Declarada Aplicada à Alocação Ótima de Alunos às Escolas: um Estudo de Caso.* Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2003.

Moreira, D. A. *Pesquisa Operacional: curso introdutório*. Thonson, São Paulo, 2007.

Passos, E. J. P. F. *Programação Linear: como instrumento da pesquisa operacional*. Atlas, São Paulo, 2008.

Pereira, M. A. *Um Método Branch-And-Price para Problemas de Localização de P-Medianas*. Tese de Doutorado, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2005.

Senne, E. L. F. e Lorena, L. A. N. Abordagens complementares para problemas de p-medianas. *Gestão e Produção*. v. 13, n.3, São Paulo, 78-87, 2003.

Taha, H. A. *Pesquisa Operacional*. Pearson, São Paulo, 2008.

Universidade Federal de Ouro Preto. *Projeto REUNI da UFOP* – 2008/2012. Universidade Federal de Ouro Preto , 2008 (http://www.ufop.br/downloads/JornalUFOP/reuni_09jun2008plusacordometas51.pdf), 4, 2011.

Vieira, A. S. Orientações para implantação de um SIG municipal considerando aplicações na área de segurança pública. Monografia. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2002.