APLICACIÓN DE ERRORES DE PROPAGACIÓN PARA LA ESTIMACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE UTILIDAD

Oscar Javier Herrera Ochoa
Universidad Cooperativa de Colombia, Bogotá D.C.
ojavierho@gmail.com

RESUMEN

En el presente trabajo se muestra el uso de la técnica de errores de propagación dentro del área de los métodos numéricos como forma de estimar el cálculo de una función de utilidad basada en un pronóstico que tiene un error especifico, de forma que se obtenga un valor de la función de utilidad con una buena estimación de su error. Este caso en particular se aplico en el análisis de la utilidad de una empresa dedicada a la manufactura de partes en concreto en el municipio de Cota, cercano a Bogotá, Colombia para el mes de enero del año de 2012.

Palabras Clave: Errores de propagación, pronósticos, errores de pronóstico

ABSTRACT

In this paper illustrates the use of the technique of error propagation within the area of numerical methods as a way to estimate the calculation of a utility function based on a forecast that has a specific error, so as to obtain a value utility function with a good estimate of the error. This particular case was applied in the analysis of the value of a company engaged in the manufacture of parts in particular in the municipality of Cota, near Bogota, Colombia for the month of January 2012.

Key Words: propagation errors, forecasts, forecast errors

1. Introducción

En el mundo empresarial moderno en el que se busca trabajar con mayor eficiencia y ahorro de los recursos disponibles tratando de ser lo más precisos a la hora de planear y programar las actividades productivas, es que cobra vital importancia el manejo de herramientas que sean cada vez más precisas en su acierto de forma que se consiga un valor lo más cercano a la realidad, o sea que el error en su cálculo sea el menor posible.

En este orden de ideas, se torna de gran interés e importancia el uso de técnicas de análisis como el de errores de propagación como forma de poder evaluar, cómo se puede extender o propagar los errores en funciones matemáticas, en este caso en particular en una función de pronóstico de la utilidad en un sistema real productivo de nuestro entorno.

2. Estructura Teórica y Metodológica

En primer lugar se quiere destacar el papel que juegan los pronósticos en la toma de decisiones acertadas a nivel de gestión de cualquier tipo de actividad empresarial, pues son ellos los que determinan los niveles de unidades a producir, manejar y/o requerir para el desarrollo competitivo de las operaciones productivas, Ensenada (2010), además se destaca el hecho que en los sistemas de producción controlados por el mercado de la actualidad, los pronósticos son más importantes que nunca, Sipper y Bulfin (1998), por ello cobra gran importancia tener un alto grado de acierto en su cálculo, de tal manera que se obtengan buenas decisiones productivas de forma que se reduzcan los costos.

Es así como se puede dar por entendido como pronostico en su aseveración más sencilla como; "predicción del mañana observando la regularidad de un determinado fenómeno" Makridakis S. G., (1993). De una forma más específica un pronóstico se conoce como aquel valor de estimación de los niveles futuros de comportamiento de alguna variable, la cual por lo general es de la demanda o de las ventas. Herrera (2011). Estas mediciones pueden tener un fuerte impacto sobre todas las áreas funcionales de una organización, puesto que se utilizan para la toma de una gran cantidad de decisiones.

De una forma general, no es posible imaginar la actividad de gestión empresarial sin los pronósticos; los gerentes necesariamente pronostican variables como ventas futuras, niveles de precio, capacidad requerida, tendencias tecnológicas y legales, etc. Ahora bien, mientras que, a pesar de sus ventajas, la mayoría de las empresas no cuenta con sistemas formales de pronóstico, otras sí han desarrollado esquemas para el tratamiento sistemático de los valores que las variables de interés tomarán en el futuro, Makridakis y Wheelwright (1990).

Los sistemas formales de pronósticos presentan dos tipos de ventajas: las “clásicas” y las “derivadas de las prácticas de clase mundial”. Entre las primeras están la reducción de stocks y capital inmovilizado, la reducción de órdenes pendientes de entrega, el establecimiento de una base objetiva para la planificación, la construcción razonada de escenarios, la posibilidad de analizar la influencia conjunta de numerosas variables y la capacidad del sistema para explicar la realidad. Por otro lado, se tienen las “prácticas de clase mundial”, o sea, los métodos de trabajo que tienen las empresas exitosas del entorno global, cualquiera sea el lugar de sus operaciones, donde se dichos pronósticos están enmarcados dentro de un marco de aprendizaje continuo alineados con la misión, los valores y aspiraciones de las empresas, donde se responde a estándares de eficiencia.

Por otro lado se entiende, que estos estimativos no son exactos en un 100%, lo cual genera algunos errores, los cuales miden la precisión del modelo de pronóstico que se ha usado, comparando los valores pronosticados con los valores reales u observados. Si F(t) denota el pronóstico en el periodo t, y A(t) denota la demanda real del periodo t, el error de pronóstico (o desviación) se define como: demanda real – valor pronosticado = A(t) – F(t). En pronósticos los más utilizados son la Desviación Absoluta Media (MAD), cuyo valor se calcula sumando los valores absolutos de los errores individuales del pronóstico y dividiendo entre el número de periodos de datos (n), también está el Error Cuadrático Medio (MSE), el cual es una segunda forma de medir el error global del pronóstico y se define como el promedio de los cuadrados de las diferencias entre los valores pronosticados y observados, y finalmente entre los más usados se tiene el Error Porcentual Absoluto Medio (MAPE); éste se calcula como el promedio de las diferencias absolutas entre los valores pronosticados y los reales y se expresa como porcentaje de los valores reales.

De otra forma y con respecto a la teoría de errores numéricos, se aclara que estos son aquellos que se generan con el uso de aproximaciones para representar las operaciones y cantidades matemáticas. Chapra y Raymond (1995). De acuerdo con la forma en que se producen o generan los errores, se tienen los siguientes tipos: Nieves (1997).

- *Error de redondeo*: Se debe a que la computadora sólo puede representar cantidades con un número limitado de dígitos, por lo tanto los valores verdaderos no son expresados exactamente ya que parte de la fracción decimal están redondeada pues ha sido acortada después del dígito final.
- *Error de truncamiento*: Se debe a las aproximaciones utilizadas en la fórmula matemática del modelo. Los errores de truncamiento representan la diferencia entre una formulación matemática exacta del problema y la aproximación dada por un método numérico.
- *Error significativo*: Ocurre cuando al ejecutar una operación en una máquina calculadora, el número de cifras válidas es menor que lo esperado.
- *Error propagado*: Es el error que se obtiene en la salida (respuesta) generada en los pasos sucesivos debido a la ocurrencia de un error anterior. Sobre este tipo de error es que pretende trabajar en el siguiente documento como técnica para determinar cómo los errores en números pueden propagarse en las funciones matemáticas, específicamente en los pronósticos usados en la gestión productiva.

Este tipo de error permite que una función $f(x)$ de una variable independiente x, donde se tiene que $x´$ es una aproximación de x, de forma tal que se pretende evaluar el efecto de la discrepancia entre x y $x´$ en el valor de la función; esto sería:

$$\Delta f(x') = |f(x) - f(x')| \quad (1)$$

La dificultad para evaluar $\Delta f(x')$es que se desconoce $f(x)$porque se desconoce x. Se supera esta dificultad si $x´$ está cercana a x y $f(x´)$ es continua y diferenciable. Si se satisface estas condiciones se utiliza una serie de Taylor para calcular $f(x)$ cerca de $f(x´)$

$$f(x) = f(x') + f'(x')(x-x') + f''(x')(x-x')^2/2 + \ldots \quad (2)$$

Quitando el Segundo término, los de orden superior y reordenando se obtiene:

$$f(x) - f(x') \equiv f'(x')(x-x') \quad (3)$$

ó

$$\Delta f(x') = |f'(x')|\,(x-x') \quad (4)$$

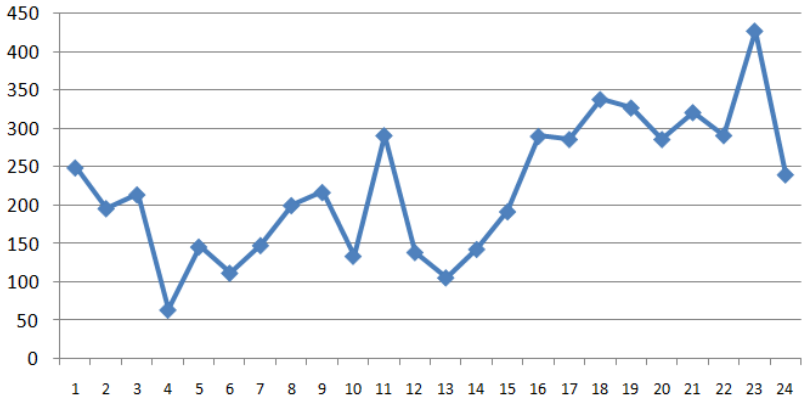
Donde $\Delta f(x') = |f(x) - f(x')|$ representa una estimación del error de la función y $\Delta(x') = |x-x'|$ representa una estimación del error de x. La ecuación (4) proporciona la capacidad de aproximar el error en $f(x)$ dando la derivada de una función con una estimación del error en la variable independiente.

3. Aplicación Metodológica

El estudio realizado se llevó a cabo en la empresa *Formas en Concreto Ltda*., ubicada en el municipio de Cota Cundinamarca, cerca de la ciudad de Bogotá Colombia, para uno de los productos más representativos de esta compañía. Se trabajo con este producto en el cálculo del valor de la utilidad para el mes de enero del año productivo 2012, a través de determinar una función que representara este comportamiento por medio de un análisis de regresión basada en datos históricos, teniéndose previamente establecido un pronóstico de demanda para el mes en referencia y calculando su respectivo valor de error por medio del método de *Desviación Absoluta Media* MAD.

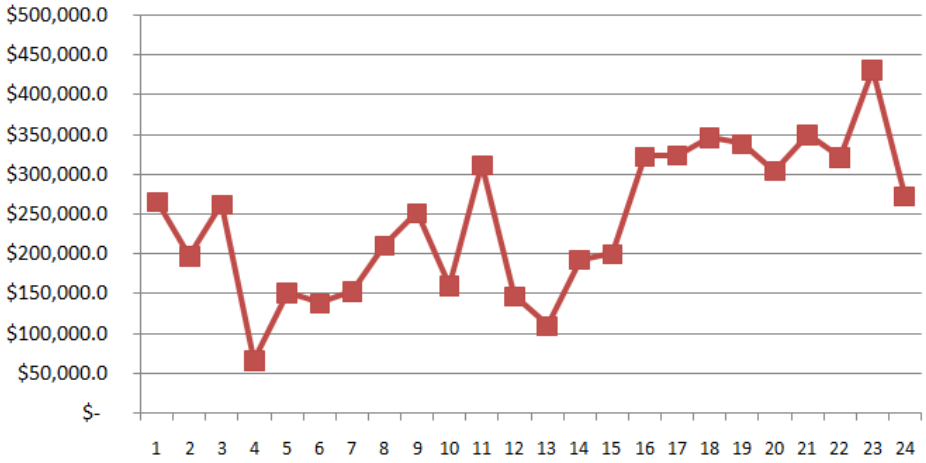
Los datos del comportamiento histórico de la demanda para los años de 2010 y 2011, así como los valores de la utilidad, se presentan en las (figuras 1 y 2) respectivamente que a continuación se muestran:

Figura 1. Comportamiento Histórico de la demanda 2010-2011



Fuente: Este trabajo

Figura 2. Comportamiento de la Utilidad para el producto seleccionado 2010-2011



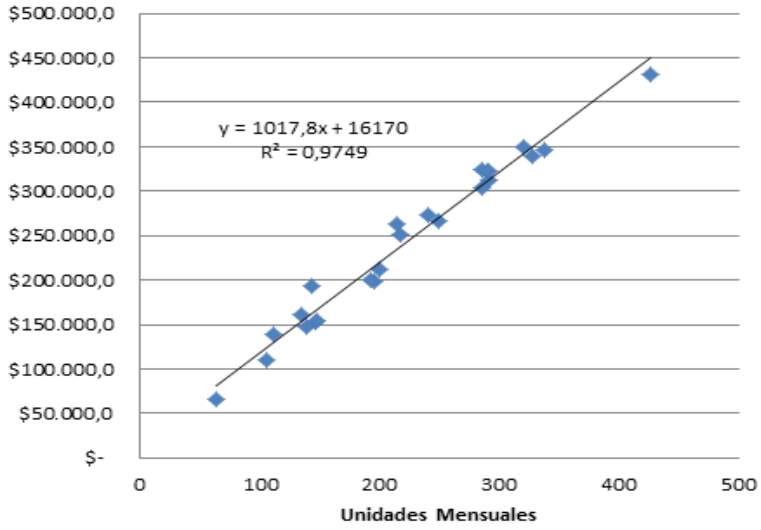
Fuente: Este trabajo

Como se puede observar a simple vista, el comportamiento de estas dos variables están muy interrelacionadas entre sí a través del tiempo, pues a medida que cambia una (Demanda), la

otra (utilidad) también varia, determinándose una correlación del 0.987 ascendente entre estas variables, por lo tanto se llevo a cabo un análisis de regresión lineal simple entre estas dos variables. Dicho análisis hace referencia al estudio de la dependencia de una variable que está en función de otra variable explicativa, con el fin de explorar o cuantificar el comportamiento (media poblacional) de la primera a partir de un conjunto de valores conocidos o fijos de la segunda Delgado de la Torre (2008).

Con base a esta comparación para un periodo de 24 meses (2010-2011), se estableció una ecuación de utilidad con una proporción de ajuste de la variable dependiente (utilidad) de forma lineal de un 97.4% en función de la cantidad demanda para el mes de enero del año 2012, el cual se presenta en la (Figura 3).

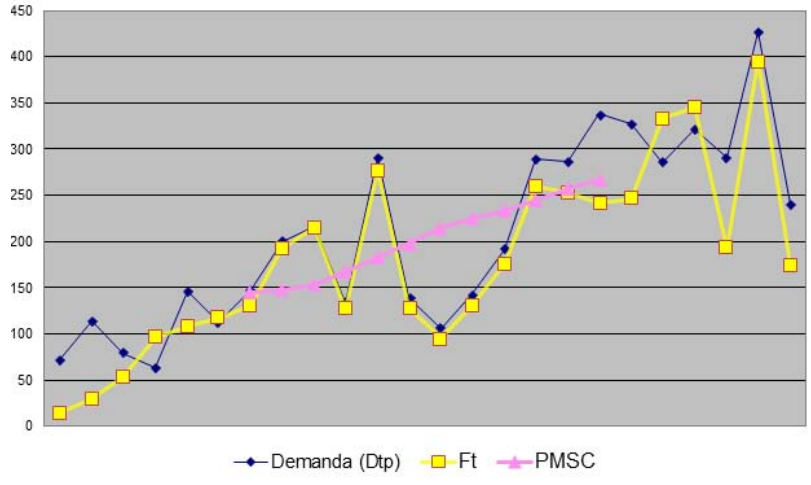
Figura 3. Demanda vs Utilidades y su función de regresión



Fuente: Este trabajo

De otra forma, el valor de los requerimientos del mercado para el producto manejado, se estableció a través de un pronóstico de demanda usando la técnica de *Promedio Móvil Simple Centrado* PMSC, el cual es un método de suavización que usa el promedio de n datos más recientes en la serie de tiempo como el pronóstico para el siguiente periodo realizándose un suavizamiento previo y teniendo en cuenta una tendencia especifica de los datos. Con dicho método se determinó una aproximación del valor real Ft *(x´)* y un error $\Delta(x')$ del 23.4%. A continuación en la (figura 4), se muestra el comparativo de la demanda histórica (Dtp) para el mismo periodo en referencia junto con el valor pronosticado (Ft) y el *promedio móvil simple centrado* con el cual se estableció el pronóstico anteriormente citado.

Figura 4. Comportamiento de la demanda y su Pronóstico



}

Fuente: Este trabajo

Ahora, teniendo en cuenta la función de utilidad obtenida a través del análisis de regresión y del estimativo de la demanda por medio del pronóstico utilizado para el mes de enero del 2012 con su respectiva variación basado en el error obtenido, se calculo el valor de la utilidad con su respectiva estimación del error de la función de utilidad $\Delta f(x')$ fundamentado en la teoría de propagación del error como se explicó anteriormente. Para esto y en primer lugar, se derivó la respectiva función de utilidad verificando que cumpliera con la condición de ser continua y diferenciable, para luego multiplicarla posteriormente por el error de pronóstico. Los datos y el resultado obtenido se presentan a continuación:

- Función de utilidad: $f(x) = 1017x + 16170$
- Aproximación de la variable dependiente: $x' = 123$
- Estimación del error de x; $\Delta(x') = 0.234$

Calculando la variación del valor real a través de derivar la función de utilidad se obtiene el siguiente valor:

$\Delta f(x') =$ *$ 29.391,5*

Finalmente se obtiene el valor de la función para el valor pronosticado con su respectivo cálculo de error:

f(123) =	*$ 141.604*	± *$29.391,5*

4. Conclusiones

Se observa que al utilizar la técnica de errores de propagación para calcular el intervalo de variación del error de una función, se mantiene un muy buen resultado de la estimación deseada de variación ya que el valor real de la utilidad para el mes de enero del 2012 fue de $157.608,6 unidades monetarias, encontrándose dentro del límite establecido con el método, con lo cual se puede llegar a disminuir la incertidumbre en la predicción futura en los negocios y específicamente se puede llegar a tomar mejores decisiones en el área productiva de forma que sirva de mecanismo para el aumento de la competitividad de los diversas empresas, sectores y en general de un país. Es importante anotar que este manejo de estimación del error depende en gran manera de la estimación del error, el cual a su vez se ve influenciado por el tipo de pronóstico de la demanda que se utilice; para este caso en particular, hubo variación significativa del pronóstico en el 20.1% de los meses únicamente. Por ello se viene desarrollando en otra investigación, análisis de la variabilidad en los pronósticos con el uso de distribuciones de probabilidad como forma de mejorar este tipo de estimativos.

Teniendo en cuenta el método utilizado para desarrollar el pronóstico que fue el *Promedio Móvil Simple Centrado,* es importante aclarar que este método es muy bueno -evaluado a través de los diferentes cálculos de error de pronósticos- siempre y cuando los datos históricos cumplan con las condiciones de ciclicidad y que este bien definida la estacionalidad a lo largo del periodo manejado en el respetivo histórico, ya que esta técnica utiliza índices de estacionalidad para ajustar los datos una respectiva regresión de los datos, de lo contrario no es muy buena técnica si no cumple con estas condiciones.

Por otro lado y de manera específica, la aplicación de esta técnica a un caso real en el cual se pueda contar con la disposición de información pertinente, se puede llegar a evidenciar que las técnicas de métodos numéricos son muy útiles para mejorar los niveles de cálculo ente las muchas operaciones de gestión en los sistemas reales, como lo son la planeación, programación y control de las actividades productivas.

Para el caso en particular de este trabajo, se logró mejorar los niveles de confianza para la estimación de la utilidad para un producto en específico, con base al pronóstico de la demanda utilizando una técnica tradicional de manera que se pueda definir o establecer diversas estrategias de operación productiva y gerencial, proporcionando a los encargados de la toma de decisiones una mayor flexibilidad frente a la dinámica natural de los sistemas productivos.

5. Bibliografía

Chapra, S. C., & Raymond P., C. (1995). *Métodos Numéricos para Ingenieros.* Mexico: Mc Graw-Hill.

Delgado de la Torre, R. (2008). *Probabilidad y Estadística para Ciencias e Ingenierías.* Galicia: Delta publicaciones. 1ra Ed.

Ensenada, L. S. (2010). *Importancia Estrategica del pronóstico de Demanda.* Mexico: BC.

Herrera Ochoa, O. J. (2011). Optimización de Sistemas Logísticos. *Memorias, Diplomado Gerencia en Logística* (págs. 89-99). Neiva, Huila: Unidad de desarrollo Empresarial UDE.

Makridakis, S. G. (1993). *Pronósticos, Estrategia y Planificación para el siglo XXI.* Madrid (España): Ediciones Días de Santos, S.A.

Makridakis, S., & Wheelwright, S. C. (1990). *Forecasting Methods for Management.* New York: John Wiley & Sons, Quinta Edición.

Nieves Hurtado, A. (1997). *Métodos numéricos aplicados a la ingeniería.* Mexico: Continental.

Seminario Vásquez, R. (2009). *Métodos numéricos para ingeniería., consultado en* HYPERLINK "http://www.eumed.net/libros/2009a/488/" www.eumed.net/libros/2009a/488/

Sipper, D., & Bulfin, R. L. (1998). *Planeación y Control de la Producción.* Mexico D.F.: Mc Graw-Hill.