UNA CONDICIÓN SUFUCIENTE SOBRE CONJUNTOS INDEPENDIENTES DE CARDINALIDAD SEIS PARA QUE UN GRAFO BIPARTITO BALANCEADO SEA HAMILTONIANO

Daniel Brito
Departamento de Matemáticas, Universidad de Oriente
Cumaná 6101-A, Apartado 245, Venezuela
danieljosb@gmail.com

Lope Marín
Departamento de Matemáticas, Universidad de Oriente
Cumaná 6101-A, Apartado 245, Venezuela
lmata73@gmail.com

RESUMEN

Sea G un grafo bipartito balanceado de orden $2n$ y mínimo grado al menos cinco. Si para cada conjunto independiente balanceado S de seis vértices de G se tiene que la cardinalidad de la unión de vecinos de S es al menos $n + 2$, entonces G es hamiltoniano. Este es una extensión de un resultado dado por Brito y Lárez.

La motivación de este trabajo es su relación con el problema de Hamilton, un problema abierto, que aún no se ha caracterizado, y se trata de seguir buscando una generalización del teorema de Moon y Moser para grafos bipartitos balanceados, pero con la condición de vecinos de conjuntos independientes balanceados de cardinalidad seis, como una función del número de vértices del grafo. Se usa para terminologías y notaciones no definidas aquí G es un grafo bipartito balanceado (GBB) de orden $2n$. $N(S)$ es la unión de los vecinos de un conjunto independiente balanceado S de seis vértices. $\delta(G)$ es el mínimo grado del grafo G. G es hamiltoniano si tiene un ciclo que cubre todos los vértices del grafo G.

Teorema. Sea G un GBB de orden 2n con mínimo grado $\delta(G) \geq 5$. Si para todo conjunto independiente balanceado S con $|S| = 6$, se tiene que $|N(S)| \geq n + 2$, entonces G es hamiltoniano.

Demostración.

Se Supone que G (GBB) no es hamiltoniano, entonces existe un ciclo C de longitud $2n - 2$ tal que $G - C$ es un lado. Sin perdida de generalidad sea $C = a_2\, b_2 ... a_i\, b_i ... a_n\, b_n\, a_2$ y $a_1\, b_1$ en $E(G - C)$. Como $\delta(G) \geq 5$, entonces a_1 y b_1 tienen, al menos, cuatro vecinos sobre C.
Sea $T = \{b_i^+ \in V(C) : b_i \in N_C(a_1)\} \cup \{a_j^+ \in V(C) : a_j \in N_C(b_1)\}$.

Es obvio que T es un conjunto independiente balanceado. Sea $S \subseteq T$ un conjunto independiente balanceado tal que $|S| = 6$. Como $|N(S)| > n + 1$ hay un lado en C, cuyos extremos son adyacentes a S, en forma cruzada, con lo cual se consigue un ciclo hamiltoniano, y en caso contrario $|N(S)| \leq n + 1$, en ambos casos se llega a una contradicción; quedando demostrado el teorema.

PALABRA CLAVES: Hamiltoniano; Unión de vecindades; Grafos bipartitos

ÁREA PRINCIPAL; **TAG**