

Dimensionamento de Lotes: análise de heurísticas Busca Tabu híbridas

Luiz Henrique Cherri

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Universidade de São Paulo (USP)
lhcherri@icmc.usp.br

Franklina Maria Bragion Toledo

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Universidade de São Paulo (USP)
fran@icmc.usp.br

Resumo

Neste trabalho abordamos o problema de dimensionamento de lotes com múltiplos produtos e períodos, limite de capacidade de produção, possibilidade de estoque e atendimento de demanda com atraso. Este problema consiste em determinar o quanto produzir de cada produto em cada período de um horizonte de planejamento finito. São apresentadas três heurísticas distintas para a resolução deste problema. Uma das heurísticas foi proposta na literatura e é baseada fortemente em fatores aleatórios, as outras duas são heurísticas determinísticas. Testes computacionais com problemas da literatura foram realizados para avaliar a qualidade das soluções obtidas. Os resultados mostram que as heurísticas determinísticas são mais promissoras que a heurística baseada em aleatoriedade.

PALAVRAS CHAVE: Dimensionamento de Lotes, Busca Tabu, *Relax-and-fix*.

Área principal: Meta-heurísticas, Planejamento de Produção, Otimização Combinatória.

Abstract

In this paper, the multi-item, multi-period capacitated lot sizing problem with inventory and backlogging is addressed. This problem consists of determining how much of each product in each period of a finite planning horizon is produced. Three different heuristics to solve this problem are presented. One of these was proposed in the literature and is based strongly on random factors, the other two heuristics are deterministic. Computational experiments addressing problems taken from the literature were performed to evaluate the quality of the solutions obtained. The results show that deterministic heuristics are more promising than the heuristic based on randomness.

KEYWORDS: Lot Sizing, Tabu Search, *Relax-and-fix*.

Main area: Metaheuristics, Production Planning, Combinatorial Optimization.

1 - Introdução

O Planejamento de produção visa organizar a produção de uma indústria de forma que esta atinja os objetivos e as metas de produção com eficiência. Assim o planejamento de produção é uma ferramenta estratégica e fundamental para uma empresa melhorar sua competitividade junto ao mercado.

Inserido no planejamento de produção está o problema de dimensionamento de lotes (PDL). O PDL é um problema clássico de pesquisa operacional que consiste em determinar a quantidade de cada produto a ser fabricada e o momento em que esta produção deve ocorrer, ou seja, o planejamento está relacionado ao período de tempo, chamado de horizonte de planejamento. O PDL é encontrado em diferentes tipos de indústrias, tais como: indústrias têxteis, de bebida, de alimentos, química e metalúrgicas.

Para representar características específicas de diferentes linhas de produção o PDL possui muitas variações com objetivo de aproximá-lo da realidade do processo de produção, melhorando assim a qualidade das soluções obtidas. De modo geral, quanto mais próximos da realidade são os modelos, mais complexos se tornam e quanto mais complexo é o problema, maiores são as dificuldades encontradas para resolvê-lo, pois, na maioria das vezes o tempo computacional necessário para obter sua solução ótima é inviável na prática. Desta forma, para estes problemas, justifica-se o desenvolvimento de métodos heurísticos para a sua resolução, pois, embora estes métodos não garantam encontrar a solução ótima do problema, podem obter soluções de boa qualidade em tempo computacional aceitável.

Os primeiros trabalhos que enfocam o PDL são de Manne (1958) e de Wagner e Whitin (1958). Estes trabalhos abordam o PDL com um único produto sem restrições quanto a capacidade de produção para este produto. Tratar o problema desta forma é relativamente simples, entretanto, quando adiciona-se restrições de capacidade e múltiplos produtos ao planejamento, o problema torna-se NP-Difícil (Bitran e Yanasse, 1982).

O PDL abordado neste trabalho possui múltiplos produtos e períodos, tempos e custos de preparação de máquina, capacidade produtiva limitada e possibilidade de atendimento da demanda com atraso. O problema de encontrar uma solução factível quando se considera o tempo de preparação de máquina é *NP-completo* (Maes *et al.*, 1991). Devido à dificuldade em tratar problemas com custo e tempo de preparação de máquina, poucos métodos ótimos foram propostos na literatura (Diaby *et al.*, 1992a, Sousa e Armentano, 1994, Armentano *et al.*, 1999). No entanto, várias heurísticas foram propostas, das quais podemos destacar as apresentadas por Trigeiro *et al.* (1989), Lozano *et al.* (1991), Diaby *et al.* (1992b), Pedroso e Kubo (2005) e Toledo e Armentano (2006). Boas revisões bibliográficas são encontradas em Drexl e Kimms (1997), Karimi *et al.* (2003), Brahimí *et al.* (2006), Jans e Degraeve (2008) e Buschkühl *et al.* (2010).

O objetivo deste artigo é mostrar que o método de busca tabu não precisa recorrer a aleatoriedade para encontrar soluções de boa qualidade. Para tanto, propomos dois métodos de busca tabu para resolver o problema de dimensionamento de lotes. O primeiro é uma busca tabu pura (sem intensificação e diversificação) e o segundo é uma busca tabu com intensificação e diversificação. Os resultados obtidos pelos métodos propostos são comparados com a busca tabu híbrida proposta por Pedroso e Kubo (2005) que recorre frequentemente a aleatoriedade para melhorar a solução obtida.

Este artigo está organizado da seguinte forma. Na Seção 2 é apresentada a definição e formulação matemática para o problema de dimensionamento de lotes estudado. Na Seção 3 são descritas as heurísticas propostas para a solução do problema. Na Seção 4 são reportados os resultados computacionais obtidos para problemas da literatura. Finalmente na Seção 5, apresentamos as considerações finais do trabalho.

2 - Modelo Matemático

Uma vez definido um horizonte de planejamento, este pode ser dividido em períodos em que a demanda dos produtos e a quantidade de recursos disponíveis são conhecidos. O dimensionamento de lotes é um problema de planejamento de produção bastante estudado na literatura e consiste em determinar o quanto produzir de cada produto em cada período de forma a atender a demanda dos produtos.

O PDL abordado envolve o planejamento de produção de múltiplos produtos cuja demanda é conhecida e pode ser atendida com atraso. São considerados custos de preparação, de produção, de estoque e de atraso, a soma dos quais devem ser minimizada. A produção dos produtos consome recursos de uma capacidade de produção limitada. Este problema pode ser formulado como o seguinte problema de programação inteira mista (MIP):

$$\begin{aligned} \text{Minimizar: } & \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N (s_i y_{it} + c_i x_{it} + h_i I_{it} + hb_i B_{it}) & (1) \\ \text{Sujeito a: } & x_{it} + I_{i,t-1} - I_{it} - B_{i,t-1} + B_{it} = d_{it} & i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T; & (2) \\ & \sum_{i=1}^N (b_i x_{it} + f_i y_{it}) \leq C & t = 1, \dots, T; & (3) \\ & x_{it} \leq M y_{it} & i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T; & (4) \\ & I_{i0} = 0, B_{i0} = 0 & i = 1, \dots, N; & (5) \\ & I_{it} \geq 0, B_{it} \geq 0 & i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T; & (6) \\ & y_{it} \in \{0, 1\}, x_{it} \geq 0 & i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T. & (7) \end{aligned}$$

em que os parâmetros e as variáveis são dados por:

- N : Número de produtos;
- T : Número de períodos;
- s_i : Custo de preparação para a produção do produto i ;
- c_i : Custo unitário de produção do produto i ;
- h_i : Custo unitário de estoque do produto i ;
- hb_i : Custo unitário de atraso na entrega do produto i ;
- d_{it} : Demanda do produto i no período t ;
- b_i : Tempo de processamento do produto i ;
- f_i : Tempo de preparação para a produção do produto i ;
- C : Capacidade de produção em cada período (em unidades de tempo);
- M : Um número grande;
- x_{it} : Quantidade produzida do produto i no período t (variável);
- y_{it} : Variável binária que assume o valor 1 se o produto i for produzido no período t e assume o valor 0 (zero) caso contrário;
- I_{it} : Estoque do produto i no final do período t (variável);
- B_{it} : Número de unidades do produto i em atraso no final do período t (variável).

No modelo (1) - (7), a função objetivo (1) visa minimizar a soma dos custos de produção, de preparação para produção, de estoque e de atraso na entrega dos produtos. As restrições (2) asseguram que a demanda de cada produto i no período t será atendida pela produção do produto no próprio período, estoque, ou atendida com atraso. As restrições (3) indicam que a capacidade disponível para a produção é limitada e compartilhada entre os produtos fabricados em um dado período. As restrições (4) garantem a incidência do custo e do tempo de preparação quando há produção do produto i no período t , ou seja, quando x_{it} é positiva. Os estoques e atrasos iniciais são, sem perda de generalidade, considerados nulos em (5) (Johnson e Montgomery, 1974). A não negatividade das variáveis I_{it} e B_{it} é assegurada nas restrições (6). O domínio das variáveis de produção é definido pelas restrições (7).

3 - Métodos de Solução

Como, tanto o método híbrido da literatura quanto os métodos de solução aqui propostos, são busca tabu híbridas, iniciamos esta seção resumindo as principais ideias da meta-heurística Busca Tabu. Na Subseção 3.2, descrevemos sucintamente o método híbrido proposto por Pedroso e Kubo (2005) e na Subseção 3.3 descrevemos a Busca Tabu Pura e as técnicas de intensificação e diversificação propostas neste trabalho.

3.1 - Busca Tabu

Busca Tabu é uma meta-heurística utilizada com sucesso para resolver diferentes problemas de otimização combinatória. Esta meta-heurística foi proposta por Glover (1989, 1990) e consiste em buscar soluções de melhor qualidade para um problema na vizinhança de uma dada solução.

Uma das principais características da Busca Tabu é a possibilidade da busca continuar mesmo depois de atingir um ótimo local do problema, ou seja, podemos ir para uma solução vizinha de pior qualidade com a esperança de que após um determinado número de iterações seja possível atingir um outro mínimo local de melhor qualidade que o anterior. Quando caminhamos para uma solução vizinha de pior qualidade, é natural que a busca seja guiada a voltar ao mínimo local anterior, o que caracteriza a ciclagem da solução e compromete a busca de novos mínimos locais. Desta forma, é necessário incluir um elemento restritivo na busca que torne algumas soluções vizinhas proibidas (tabu), prevenindo a ciclagem e permitindo explorar novas regiões. Estes elementos são as restrições tabu.

Ao mudar de uma solução para uma solução vizinha é realizado o que se chama de movimento. Quando este é realizado, é criada uma restrição tabu com os atributos (características) do movimento que impedem a busca de desfazê-lo por algumas iterações. Estas restrições são armazenadas em uma lista tabu. As restrições a movimentos da lista tabu podem tornar a busca muito limitada, logo o tempo (número de iterações) que uma restrição tabu deve permanecer na lista deve ser grande o suficiente para evitar a ciclagem, mas não tão grande a ponto de limitar a busca. Ainda, para tornar a busca menos restritiva, pode-se permitir que um movimento, mesmo que tabu, seja realizado se a solução obtida for melhor que a melhor solução já encontrada, este critério é chamado de critério de aspiração.

As restrições tabu e o critério de aspiração definem a base da função de memória de curto prazo da busca tabu.

3.2 - Busca Tabu Híbrida da Literatura

Pedroso e Kubo (2005) propuseram uma busca tabu híbrida, denominada HTS (Hybrid Tabu Search), para solução do problema de dimensionamento de lotes com uma ou

mais máquinas. Este método híbrido utiliza a Busca Tabu pura para melhorar localmente uma solução e a heurística *Relax-and-fix* (relaxe-e-fixe) para gerar novos pontos de partida para a Busca Tabu. Esta heurística é resumida no Algoritmo 1.

Algoritmo 1 Híbrid Tabu Search

- 1 Solução inicial:
 Execute a heurística *Relax-and-fix* e faça $y^* = y$;
 - 2 Busca Tabu:
 - A. Escolha $y' \in V(y)$ tal que y' é melhor que y (respeitando as restrições tabu);
 - B. Se o passo realizado em A encontrar uma solução de melhor qualidade que y ,
 Faça $y = y'$ e se y é uma solução de melhor qualidade para o problema, faça $y^* = y$.
 Volte para A;
 - 3 Nova solução:
 Avalie $V(y)$ e faça o movimento que menos piora a solução, e então torne-o tabu;
 Destrua uma porcentagem randômica de y ;
 Reconstrua y utilizando a heurística *Relax-and-fix*;
 Se y é melhor que y^* , então atualize y^* ;
 - 4 Critério de parada:
 Se o tempo limite não foi ultrapassado volte ao Passo 2.
-

No Passo 2, a solução inicial é obtida utilizando a heurística *Relax-and-fix*. Esta heurística busca solucionar problemas de otimização combinatória em etapas, sendo que a cada etapa é resolvido de forma exata um subproblema do problema original. Para tanto a heurística divide as variáveis inteiras do problema em três grupos: variáveis fixas, variáveis inteiras não fixas (livres) e variáveis inteiras relaxadas. Ao fim de cada etapa é obtida uma solução para o subproblema, assim, são fixadas as variáveis inteiras livres no valor da solução encontrada. Então é escolhido um novo conjunto de variáveis para serem inteiras na etapa seguinte. Neste passo, o processo se inicia com o problema modificado contendo um conjunto de variáveis de preparação inteiras livres e outra parte relaxada e é realizado até que todas as variáveis inteiras do problema estejam fixadas. A Figura 1 ilustra a dinâmica da técnica.

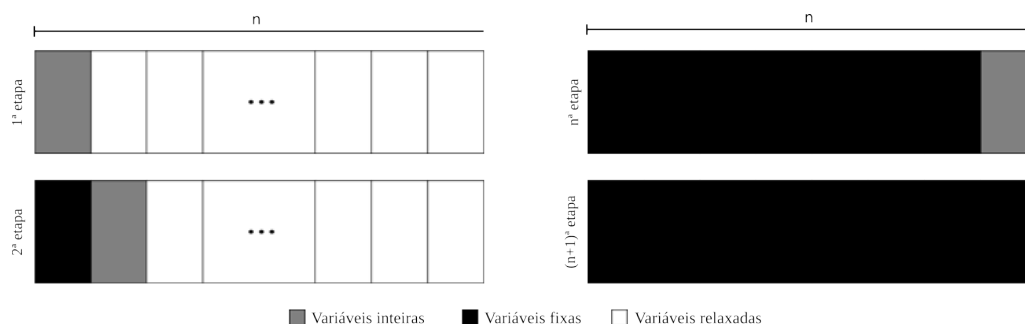


Figura 1: Etapas da heurística *Relax-and-fix*.

O conjunto de variáveis inteiras escolhido a cada iteração da heurística é dado por 1 produto, 1 período e todas as máquinas. A ordem de escolha de qual conjunto será inteiro a cada etapa é feita sequencialmente em relação aos períodos. Em cada período, a escolha sobre qual produto terá as variáveis consideradas inteiras é aleatória. O método exato utilizado para a resolução do subproblema resultante a cada etapa é o *Branch-and-Bound*.

No Passo 2 da heurística, o método *Relax-and-fix* é utilizado para gerar novos pontos de partida para a busca. Neste caso, uma porcentagem das variáveis é escolhida

para ser fixada e outra parte é explorada pelo método. O fato das decisões sobre qual conjunto de variáveis será considerado no método ser aleatória ajuda a gerar pontos de partida distintos, mesmo que a solução seja inteiramente reconstruída.

Para que todos os passos do algoritmo fiquem mais claros resta apresentar como os autores definem a vizinhança $V(y)$ de uma solução y factível. Considere que cada coordenada do vetor solução y é dada por y_{pmt} , em que $p \in \{1...N\}$, $m \in \{1...M\}$ e $t \in \{1...T\}$. Os autores definem os conjuntos $S_{pt} = \{m \in \{1...M\} | y_{pmt} = 1\}$ e $U_{pt} = \{m \in \{1...M\} | y_{pmt} = 0\}$ para todo produto p e período t .

Seja $m' \in S_{pt}$ e $m'' \in U_{pt}$ então uma solução y' é vizinha de uma solução factível y quando elas diferem em no máximo duas variáveis, sendo obrigatoriamente $y_{pm't} = 0$ e com a possibilidade de $y_{pm''t} = 1$, para algum produto p ou período t .

3.3 - Busca Tabu Proposta

O primeiro método proposto neste trabalho consiste em uma busca tabu pura, ou seja, com memória de curto prazo. A solução inicial para a busca tabu é dada pela heurística *Relax-and-fix*. Similar a utilizada em Pedroso e Kubo (2005), o conjunto de variáveis tomadas como inteiras a cada iteração da heurística é dado por 1 produto, 1 período e todas as máquinas. A ordem de escolha de qual conjunto será inteiro a cada etapa é feita sequencialmente em relação aos períodos. Em cada período são fixados primeiramente as variáveis referentes aos produtos que possuem maior demanda. Desta forma a heurística *Relax-and-fix* utilizada na proposta não contém um fator aleatório. Durante a Busca Tabu, dizemos que uma solução y' é vizinha de uma solução factível y quando ambas as soluções diferem em apenas uma variável. O método proposto é resumido no Algoritmo 2.

Algoritmo 2 Busca tabu proposta

1 Solução inicial:

Encontre a solução inicial y pela heurística *Relax-and-fix* e faça $y^* = y$;
Considere a lista tabu T vazia; $T = \{\}$;

2 Critério de parada:

Se o critério for satisfeito, pare e retorne a solução y^* ;

3 Movimento:

Avalie a vizinhança $V(y)$ da solução atual;
Escolha $y' \in V(y)$ tal que y' seja uma solução de melhor qualidade que y
ou, pelo menos, que piore o mínimo possível a solução
(este movimento deve satisfazer ao critério de aspiração ou não estar na lista tabu);

4 Atualização:

Faça $y = y'$;
Adicione os atributos do movimento na lista tabu T ;
Se y' for uma solução de melhor qualidade quando comparada a y^* faça $y^* = y'$;
retorne ao Passo 2.

Utilizar apenas memória de curto prazo tende a levar a busca a demorar para encontrar soluções de melhor qualidade. Logo, para melhorar a eficiência do método proposto, foram acrescentadas funções de memória de longo prazo. Estas funções são responsáveis por promover a intensificação local e a diversificação global da solução.

A estratégia da intensificação tem por objetivo retornar a busca para regiões consideradas promissoras. Isto é realizado analisando características das soluções de melhor qualidade encontradas durante um determinado período do processo de busca e então, procurando por soluções que exibam as características similares as destas soluções.

A intensificação aqui proposta somente pode ser executada após um número mínimo de iterações. Satisfazendo esta restrição, o processo é executado toda vez que uma solução y é um mínimo local para o problema e y é melhor que y^* , ou seja, quando é encontrada uma solução de melhor qualidade para o problema. A estratégia consiste em fixar algumas variáveis do problema, fazendo com que a Busca Tabu siga por uma região mais limitada, sendo assim mais ágil.

O critério para a fixação de variáveis baseia-se na frequência que as mesmas permaneceram ativas ou não nas soluções do problema. Seja y uma solução factível para o problema tal que y é o novo mínimo local de melhor qualidade, então, uma variável é fixada como:

- 1 Ativa (em um) quando a variável em y é ativa e a frequência que esta variável permanece ativa no decorrer da busca é maior que 70%;
- 2 Não Ativa (em zero) quando a variável em y não é ativa e a frequência que esta variável permanece ativa no decorrer da busca é menor que 30%.

Caso nenhuma destas condições seja satisfeita, a variável se mantém disponível para ser alterada pela busca local.

Testes computacionais iniciais mostraram que um bom número mínimo de iterações para o processo de intensificação poder ser realizado é aproximadamente 80% do número de variáveis inteiras que o problema possui ($0.8 \times N \times M \times T$). Quando ativo, o processo é executado por ($0.2 \times N \times M \times T$) iterações.

O objetivo da diversificação é explorar novas regiões, ou seja, é buscar soluções que contrastem com as encontradas durante um determinado período do processo de busca. O processo é realizado de maneira inversa a intensificação, ou seja, é feita uma análise das características das soluções encontradas durante a busca e então, procura-se por soluções que contrastem com as encontradas até momento, gerando um novo ponto de partida para a busca.

A estratégia para diversificação adotada consiste em penalizar os movimentos da busca tabu de acordo com a frequência que uma dada variável que está sendo modificada no movimento ocorre nas soluções durante a busca. A diversificação ocorre por um número predeterminado de iterações, e ao final do processo o que se espera é obter uma solução que tenha pouca semelhança com as soluções visitadas durante a busca.

Testes computacionais iniciais mostraram que um bom número de iterações para ativar o processo de diversificação é aproximadamente 60% do número de variáveis inteiras que o problema possui ($0.6 \times N \times M \times T$). Quando ativo, a diversificação é executada por ($0.2 \times N \times M \times T$) iterações.

O segundo método proposto neste trabalho consiste em adicionar a busca tabu as estratégias de intensificação e diversificação descritas acima com o objetivo de acelerar o processo de convergência da heurística para soluções de boa qualidade.

4 - Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados provenientes dos testes computacionais realizados com as heurísticas apresentadas na Seção 3. Na Subseção 4.1 detalhamos as instâncias de teste utilizadas no trabalho. Na Subseção 4.2 são apresentados os resultados computacionais obtidos pelas heurísticas.

4.1 - Instâncias utilizadas

As instâncias utilizadas para avaliar as heurísticas aqui estudadas foram originalmente propostas por Trigeiro et al. (1989) para o problema de dimensionamento de lotes para uma única máquina. Para estas instâncias não é permitido atender as demandas com atraso. Portanto, para considerar esta possibilidade foi adicionado o custo de atendimento da demanda com atraso (*backlogging*), definido para cada um dos produtos como 1,5 vezes seu custo de estoque.

Dentre as várias instâncias propostas pelos autores, os testes realizados neste trabalho se restringem a Classe G, a qual contém as instâncias consideradas mais difíceis dentre as propostas por Trigeiro et al. (1989) (Belvaux e Wolsey, 2000). Esta classe contém 71 instâncias com 6, 12 ou 24 produtos e 15 ou 30 períodos. Para facilitar a análise dos resultados, elas foram divididas, de acordo com o número de produtos e de períodos, em seis grupos.

4.2 - Resultados Computacionais

Para realizar os testes computacionais, as heurísticas apresentadas na Seção 3 foram codificadas em linguagem C e os testes foram conduzidos num computador com processador Intel Core i5-2300 2.80 GHz com 4 Gb de memória e sistema operacional Ubuntu 10.04 (64 bits). O tempo limite de um, de cinco e de dez minutos foi imposto para resolução dos problemas. Para cada uma das instâncias é calculado o desvio percentual entre a solução obtida pela heurística e a melhor solução factível encontrada pelo software de otimização CPLEX 12.2 com tempo limite de 30 minutos, ou seja,

$$\text{Desvio} = \frac{(\text{Solução Heurística}) - (\text{Solução CPLEX})}{(\text{Solução CPLEX})} \times 100.$$

Com base nestes desvios, para cada grupo de instâncias é apresentado nas tabelas a seguir o desvio médio, ou seja, para cada grupo são somados os desvios das instâncias e soma é dividida pelo número de instâncias de cada grupo. Como a heurística proposta por Pedroso e Kubo (2005) (HTS) depende em grande parte de fatores aleatórios, cada uma das instâncias foi resolvida cinco vezes e para cada grupo foram calculados: o desvio médio entre os desvios mínimos, desvio médio entre os desvios máximos, e o desvio médio entre a média dos desvios de cada instância.

A primeira coluna das tabelas define o número de produtos e de períodos de cada grupo de instâncias. Na segunda coluna é apresentado o número de instâncias que a classe possui. Na terceira, quarta e quinta colunas, são apresentados, respectivamente, o desvio médio mínimo, médio e máximo obtidos ao resolver as instâncias testes de cada grupo pela HTS. Os desvios médios obtidos pela heurística tabu (BT) e pela heurística tabu com intensificação e diversificação (BT+ID) propostas neste artigo são apresentadas nas colunas seis e sete das tabelas, respectivamente. Nas Tabelas 1, 2 e 3 são reportados, respectivamente, os resultados obtidos para os métodos com tempo limite de um minuto, cinco minutos e dez minutos.

Analisando os resultados obtidos podemos observar que a BT proposta obtém resultados 1,2%, 0,8% e 0,5% melhores que a HTS em, respectivamente, um, cinco e dez minutos. Destacamos ainda que mesmo após 10 minutos a HTS não obtém resultados melhores que a BT com limite de um minuto. Como esperado, observa-se que a BT não aleatória é capaz de encontrar resultados melhores que a Busca Tabu baseada fortemente em características aleatórias como proposto em Pedroso e Kubo (2005). Outro ponto negativo da aleatoriedade do método proposto pelos autores é a variabilidade da solução obtida. Quando comparados os valores obtidos em pior caso e no melhor caso com o valor médio, a variação é igual a (0,68%, 0,59%) com tempo limite de um minuto, (0,56%, 0,43%) com

Tabela 1: Desvio entre a solução obtida pelos algoritmos em 1 minuto e a solução obtida pelo CPLEX em 30 minutos

Produtos x Períodos	Número de Instâncias	HTS			BT	BT+ID
		Melhor	Média	Pior		
6 × 15	46	1,82%	2,50%	3,12%	1,46%	1,21%
12 × 15	5	2,32%	2,64%	2,92%	1,68%	1,69%
24 × 15	5	2,72%	3,07%	3,27%	1,83%	1,82%
6 × 30	5	2,65%	3,43%	4,14%	1,84%	1,80%
12 × 30	5	4,01%	4,96%	5,92%	2,68%	2,47%
24 × 30	5	4,37%	5,32%	5,90%	4,30%	4,28%
Média por instância		2,31%	2,99%	3,58%	1,81%	1,63%

Tabela 2: Desvio entre a solução obtida pelos algoritmos em 5 minutos e a solução obtida pelo CPLEX em 30 minutos

Produtos x Períodos	Número de Instâncias	HTS			BT	BT+ID
		Melhor	Média	Pior		
6 × 15	46	1,16%	1,76%	2,30%	1,32%	0,72%
12 × 15	5	1,65%	2,05%	2,43%	1,39%	1,11%
24 × 15	5	2,48%	2,78%	3,02%	1,64%	1,54%
6 × 30	5	2,14%	2,74%	3,28%	1,80%	1,58%
12 × 30	5	3,89%	4,53%	4,91%	2,32%	2,31%
24 × 30	5	4,28%	4,77%	5,08%	2,99%	2,97%
Média por instância		1,77%	2,33%	2,81%	1,57%	1,14%

Tabela 3: Desvio entre a solução obtida pelos algoritmos em 10 minutos e a solução obtida pelo CPLEX em 30 minutos

Produtos x Períodos	Número de Instâncias	HTS			BT	BT+ID
		Melhor	Média	Pior		
6 × 15	46	1,00%	1,50%	2,02%	1,32%	0,52%
12 × 15	5	1,59%	1,87%	2,15%	1,39%	1,02%
24 × 15	5	2,34%	2,64%	2,84%	1,64%	1,53%
6 × 30	5	2,02%	2,56%	3,03%	1,80%	1,27%
12 × 30	5	3,58%	4,21%	4,66%	2,32%	2,19%
24 × 30	5	4,19%	4,65%	4,92%	2,78%	2,78%
Média por instância		1,61%	2,09%	2,55%	1,56%	0,96%

tempo limite de cinco minutos e (0,48% , 0,46%) com tempo limite de dez minutos, ou seja, próxima a meio por cento independente do tempo limite imposto ao método.

Quando são acrescentadas a busca tabu a intensificação e a diversificação (BT+ID), os resultados obtidos são ainda melhores que os anteriores. Esta heurística é em média 0,18%, 0,43% e 0,60% melhor que a BT e 1,36%, 1,19% e 1,13% melhor que a HTS, respectivamente, para tempo limite de um, cinco e dez minutos. Naturalmente, quando o tempo limite é maior, a BT+ID tem resultados melhores, pois é possível aplicar mais vezes a diversificação e a intensificação como ilustram os gráficos a, b e c da Figura 2.

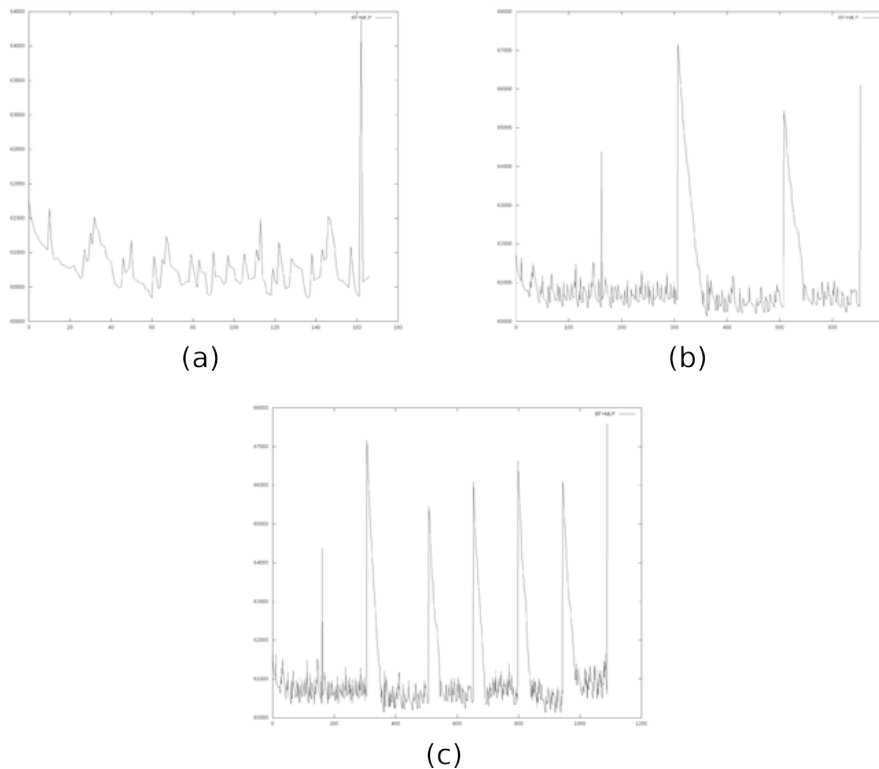


Figura 2: Busca Tabu com memória de longo prazo. Em (a) a busca termina com 1 minuto de execução, em (b) a busca termina com 5 minuto de execução e em (c) a busca termina com 10 minuto de execução

Notamos pelos desvios médios obtidos pelos métodos heurísticos com limite de tempo igual a um, cinco e dez minutos, uma melhoria de 0,90% para a HTS, de 0,25% para a BT e de 0,67% para a BT+ID. Para a HTS a melhoria é mais significativa devido a aleatoriedade do método, já para a BT+ID, o tempo limite maior permite que a intensificação e a diversificação presentes no método sejam mais exploradas, melhorando de forma mais significativa a qualidade da solução obtida.

Na Tabela 4, apresentamos o desvio médio para todas as instâncias com 15 e 30 períodos. A coluna tempo indica o tempo de execução da heurística. A coluna períodos indica o número de períodos das instâncias utilizadas. As demais colunas são similares as encontradas nas tabelas anteriores.

Analisando as médias dos desvios obtidos em um minuto podemos observar que para 15 períodos as diferenças do desvio médio para melhor e pior desvio obtidos com a HTS são, respectivamente, (0,62%, 0,55%) para um minuto, (0,55%, 0,50%) para cinco minutos, e (0,47%, 0,47%) para dez minutos. Realizando a mesma análise para 30 períodos obtemos as diferenças de desvio (0,89%, 0,75%) para um minuto, (0,58%, 0,42%) para cinco minutos e (0,54%, 0,40%) para dez minutos.

Notamos que as diferenças de desvio entre o melhor e o pior caso da HTS para instâncias com 15 períodos são 1,17%, 1,05% e 0,94% em 1, 5 e 10 minutos respectivamente. Para instâncias com 30 períodos esta diferença de desvios é igual a 1,64%, 1% e 0,94% para 1, 5 e 10 minutos respectivamente. O que mostra um aumento da variabilidade a medida que os problemas são de maior dimensão, mais um reflexo da aleatoriedade.

Podemos observar também que ao comparar as heurísticas BT+ID e HTS, a pri-

Tabela 4: Média dos desvios por instância, em 1, 5 e 10 minutos, para classes com 15 e 30 períodos separadamente.

Tempo	Períodos	Número de Instâncias	HTS			BT	BT+ID
			Melhor	Média	Pior		
1 min	15	56	1,94%	2,56%	3,12%	1,51%	1,30%
	30	15	3,68%	4,57%	5,32%	2,94%	2,85%
5 min	15	56	1,32%	1,88%	2,38%	1,36%	0,83%
	30	15	3,43%	4,01%	4,42%	2,37%	2,29%
10 min	15	56	1,17%	1,63%	2,11%	1,36%	0,65%
	30	15	3,26%	3,81%	4,20%	2,30%	2,08%

meira possui desvios médios menores que a segunda em uma magnitude de 1,26%, 1,05% e 0,98% para 1, 5 e 10 minutos respectivamente, 15 períodos. Realizamos a mesma análise para 30 períodos e obtivemos 1,72% de diferença entre o desvio das heurísticas em 1, 5 e 10 minutos. Observamos também que, no geral, as instâncias com 15 períodos possuem um desvio menor que as instâncias com 30 períodos, o que é de se esperar visto que para 15 períodos o número de variáveis é menor, fazendo com que as heurísticas consigam explorar mais rapidamente as regiões de busca.

Foi realizada uma análise similar a esta sobre os desvios médios para instâncias de 6, 12 e 24 produtos separadamente. No entanto, obtivemos conclusões análogas a análise dos desvios médios por período.

5 - Conclusões

O problema de dimensionamento de lotes estudado neste trabalho considera a possibilidade de atender as demandas com atraso. O objetivo é encontrar um plano de produção que minimize a soma dos custos de produção, de preparação para produção, de estoque dos produtos e de atraso para sua entrega. A capacidade de produção é restrita e incorre-se no consumo de capacidade para preparação para produção de cada um dos produtos.

Neste trabalho, dois métodos heurísticos foram propostos. O primeiro é uma heurística tabu pura e, o segundo, uma busca tabu com intensificação e diversificação. Os métodos propostos foram comparados com a busca tabu proposta por Pedroso e Kubo (2005). Esta busca tabu tem muitas componentes aleatórias e não utiliza os procedimentos de intensificação e de diversificação. As soluções obtidas pelas três heurísticas também foram comparadas com as melhores soluções factíveis obtidas pelo software de otimização CPLEX 12.2 com tempo limitado a 30 minutos.

Os resultados mostraram, como esperado, que a busca tabu pura proposta é melhor que a busca tabu fortemente aleatória proposta por Pedroso e Kubo (2005). Também pudemos observar que ao incorporar intensificação e diversificação na busca tabu proposta obtivemos resultados ainda melhores, reforçando a hipótese de que a aleatoriedade não é necessária para a melhoria dos resultados.

Referências Bibliográficas

Armentano, V.A.; França, P.M.; Toledo, F.M.B., (1999), A network flow model for the capacitated lot-sizing problem. *Omega*, 27, 1275 – 284.

- Belvaux, G.; Wolsey, L.A.**, (2000), BC-PROD: A specialized branch-and-cut system for lot-sizing problems. *Management Science*, 46, 724 – 738.
- Bitran, G. R.; Yanasse, H. H.**, (1982), Computational complexity of the capacitated lot size problem. *Management Science*, 28, 1174–1186.
- Brahimi, N.; Dauzere-Peres, S.; Najid, N.M.; Nordli, A.**, (2006), Single item lot sizing problems. *European Journal of Operational Research*, 168, 1-16.
- Buschkühl, L.; Sahling, F.; Helber, S.; Tempelmeier, H.**, (2010), Dynamic capacitated lot-sizing problems: a classification and review of solution approaches. *OR Spectrum*, 32, 231-261.
- Diaby, M.; Bahl, C.C.; Karwan, M.H.; Zionts, S.**, (1992a), A lagrangean relaxation approach for very-large-scale capacitated lot-sizing. *Management Science*, 38, 1329–1340.
- Diaby, M.; Bahl, C.C.; Karwan, M.H.; Zionts, S.**, (1992b), Theory and methodology capacitated lot-sizing and scheduling by lagrangean relaxation. *European Journal of Operational Research*, 59, 444–458.
- Drexel, A.; Kimms, A.**, (1997), Lot sizing and scheduling - survey and extensions. *European Journal of Operational Research*, 99, 221-235.
- Glover, F.**, (1989), Tabu Search — Part I. *ORSA Journal on Computing*, 1, 190-206.
- Glover, F.**, (1990), Tabu Search — Part II. *ORSA Journal on Computing*, 130, 4-32.
- Jans, R.; Degraeve, Z.**, (2008), Modeling industrial lot sizing problems: a review. *International Journal of Production Research*, 46, 1619-1643.
- Johnson, L.A.; Montgomery, D.C.**, *Operations Research in production planning, Scheduling and Inventory Control*, John Wiley & Sons, New York, 1974
- Karimi, B.; Fatemi Ghomia, S.M.T.; Wilson, J.M.**, (2003), The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. *Omega*, 31, 365-378.
- Lozano, S.; Larraneta, J.; Onieva, L.**, (1991), Theory and methodology primal-dual approach to the single level capacitated lot-sizing problem, *European Journal of Operational Research*, 51, 354 – 366.
- Maes, J.; McClain, J.; Wassenhove, L.**, (1991), Multilevel capacitated lot-sizing complexity and LP-based heuristics, *European Journal of Operational Research*, 53, 131 - 148.
- Manne, A.S.**, (1958), Programming of economic lot sizes. *Management Science*, 4, 115 - 135.
- Pedroso, J.; Kubo, M.**, Hybrid tabu search for lot sizing problems, Springer, Hybrid Metaheuristics, 66–77, 2005.
- Souza, K.X.X.; Armentano, V.A.**, (1994), Multi-item capacitated lot-sizing by a cross-decomposition based algorithm. *Annals of Operations Research*, 50, 557–574.
- Toledo, F.M.B.; Armentano, V.A.**, (2006), A lagrangian-based heuristic for the capacitated lot-sizing problem in parallel machines, *European Journal of Operational Research*, 175, 1070–1083.
- Trigeiro, W. W.; Thomas, L. J.; McClain, J. O.**, (1989), Capacitated lot sizing with setup times. *Management Science*, 35, 353–366.
- Wagner, H. M.; Whitin, T. M.**, (1958), Dynamic version of the economic lot size model. *Management Science*, 5, 89–96.