

PROPOSTA DE ESTRUTURAÇÃO DE ESTRATÉGIAS CONTÍNUAS DE COOPERAÇÃO USANDO DECISÃO MULTICRITÉRIO COM ABORDAGEM FUZZY: UM DILEMA DO PRISIONEIRO MODIFICADO

Maisa Mendonça Silva

Núcleo de Tecnologia – UFPE – CAA (Centro Acadêmico do Agreste)
Rodovia BR-104 km 59 - Nova Caruaru, CEP: 55002-970 Caruaru - PE
maisa@ufpe.br

Ana Paula Cabral Seixas Costa

PPGEP - UFPE
Av. Prof. Moraes Rego, 1235 - Cidade Universitária, Recife - PE - CEP: 50670-901
apcabral@ufpe.br

Ana Paula Henriques de Gusmão

Núcleo de Tecnologia – UFPE – CAA (Centro Acadêmico do Agreste)
Rodovia BR-104 km 59 - Nova Caruaru, CEP: 55002-970 Caruaru – PE
anapaulahg@hotmail.com

RESUMO

Ao contrário de trabalhos que propõem uma abordagem contínua a jogos cujas estratégias são discretas, mas que pecam por não apresentarem uma maneira de fazê-lo, este trabalho tem por objetivo apresentar um modelo sistemático para suprir tal lacuna. A partir de um dilema dos prisioneiros modificado, o procedimento compreendeu duas fases: a primeira foi de transformar comportamentos cooperativos em níveis de cooperação; e a segunda, por sua vez, foi classificar esses níveis de cooperação em baixa, média e alta, por meio de um método multicritério de decisão.

Palavras-chave: Estratégias Contínuas, Dilema do Prisioneiro modificado, Decisão Multicritério

ABSTRACT

Unlike studies that propose an approach to continuous games whose strategies are originally discrete, but do not to present a way to do it, this paper aims to present a systematic way to address this gap. From a modified prisoners' dilemma, the procedure involved two phases: the first was to transform cooperative behavior into levels of cooperation; the second, was to classify these levels in low, medium and high cooperation by means of a multicriteria decision method.

Keywords: Continuous Strategies, Modified Prisoners' Dilemma, Multicriteria Decision

1. Introdução

Weber e Murnighan (2008) afirmam que grupos e organizações enfrentam um problema fundamental: embora necessitem de cooperação, os indivíduos têm liberdade para agir como quiserem. Ainda, estes autores enfatizam que o estudo da cooperação e das situações em que ela pode emergir é matéria de estudo de diversas áreas do conhecimento e há um consenso com relação ao fato de que cooperação sempre traz riscos.

Quando indivíduos, nações e grupos são interdependentes, a cooperação mútua pode significar muitos benefícios, enquanto que os incentivos para não-cooperar podem ser muito poderosos. A literatura apresenta várias teorias para abordar “o problema da cooperação”, tais como: Teoria da Escolha Racional, modelos de utilidade esperada e a Teoria dos Jogos, mais precisamente, através do estudo dos “dilemas sociais”. Estas possuem basicamente uma característica em comum: os indivíduos sempre tentam maximizar sua utilidade pessoal. Como consequência, pelo menos em teoria, ações cooperativas são dificilmente esperadas (WEBER E MURNIGHAN, 2008).

Quando o problema em análise inclui um conflito entre duas estratégias – cooperação ou não – este geralmente pode ser modelado pelo famoso dilema do prisioneiro, provavelmente o jogo mais famoso da teoria dos jogos (Bierman e Fernandez, 1998). Wahn e Nowak (1999_a) afirmam que o dilema dos prisioneiros é o *framework* matemático para o estudo da cooperação. O jogo original apresenta uma situação dicotômica com relação às estratégias e tem sido de grande interesse ~~propostas em~~ que estas estratégias sejam contínuas. Segundo Zhong, Kokubo e Tanimoto (2012), muitos estudos insistem em presumir esta situação dicotômica em relação à cooperação, qual seja: cooperação ou não cooperação. Estes mesmos autores enfatizam que este tipo de estratégia discreta parece pouco realista nos problemas do mundo real.

Li *et al* (2011) afirmam que estratégias fracionárias significam que os indivíduos não são absolutamente cooperativos ou não cooperativos, estes simplesmente podem adotar estratégias intermediárias. Várias propostas foram feitas no sentido de trabalhar com estratégias contínuas, estas serão apontadas em uma seção específica deste trabalho. No entanto, faltam trabalhos que proponham uma forma de escolher e classificar as faixas intermediárias de cooperação.

Neste sentido, o presente trabalho tem por objetivo propor um dilema dos prisioneiros modificado, em que as estratégias previstas na interação são contínuas e derivadas de um estudo prévio de faixas de cooperação, utilizando um modelo multicritério de decisão que faça uso da problemática de classificação, admitindo que as inferências dos envolvidos são *fuzzy* por estar inserido em um cenário de imprecisão e subjetividade.

2. Propostas de Estratégias Contínuas em Jogos de Cooperação

Alguns trabalhos recentes apresentaram propostas de jogos com estratégias contínuas. O foco da maioria destes trabalhos têm sido apresentar o jogo modificado e então analisar as diferenças entre o jogo original (estratégias discretas) e o jogo modificado (estratégias contínuas) com relação aos equilíbrios, dinâmicas e incentivos à cooperação.

Por exemplo, Li *et al* (2011) generaliza o dilema do prisioneiro, de duas estratégias – cooperação e não cooperação – em um jogo de múltiplas estratégias em que a estratégia s pode assumir q diferentes valores fracionários entre zero e um. Verhoeff (1993) apresenta um dilema do prisioneiro contínuo em que os jogadores escolhem um número entre zero e um, significando a parcela de cooperação empregada no jogo e tendo uma estrutura de *payoff* que também é contínua.

O trabalho de Golman e Page (2010) apresenta o jogo de caça ao veado (*stag hunt game*) modificado em que as estratégias de cooperação são múltiplas, enquanto que só há uma estratégia de não-cooperação. Por sua vez, Tanimoto (2007) nos aponta que estratégias intermediárias são equivalentes ao que a literatura de jogos chama de

estratégias mistas, que podem ser usualmente interpretadas como a probabilidade de um indivíduo cooperar ou não cooperar, como também pode ser compreendida como até que ponto um indivíduo coopera ou não coopera. Os trabalhos aqui citados usam a segunda interpretação como ponto de partida, qual seja: a possibilidade de empregar frações de cooperação em detrimento da abordagem clássica e dicotômica.

Encontra-se uma gama de aplicações de Teoria dos Jogos em problemas que tratam a dinâmica de evolução de algum fenômeno usando ou analisando estratégias contínuas de cooperação (DAY E TAYLOR, 2003; SCHEURING, 2005; WAHK E NOWAK, 1999_a; WAHK E NOWAK, 1999_b).

Ao mesmo tempo em que existem várias propostas de jogos com estratégias contínuas de cooperação, é notório a falta de estudos que apontam uma maneira sistemática para determinar e classificar as tais faixas. A próxima seção discutirá a metodologia de decisão multicritério com abordagem *fuzzy* que será empregada neste artigo para alcançar os objetivos almejados.

3. Decisão Multicritério e Lógica Fuzzy

Os dois objetivos deste trabalho são: propor um dilema do prisioneiro modificado em que as estratégias são contínuas e classificar tais estratégias em níveis de cooperação. A estruturação deste problema nos leva a assumir que temos uma problemática de classificação, onde os envolvidos devem ser designados para classes que indiquem o nível de cooperação empregado. Entretanto, duas questões devem ser estabelecidas: a dificuldade do decisor em determinar as classes que definem os níveis de cooperação e a dificuldade de avaliar os envolvidos de forma precisa. Diante deste contexto, é proposto um modelo multicritério de sobreclassificação *fuzzy*. Este capítulo irá descrever os conceitos importantes subjacentes às ferramentas usadas.

Um problema de decisão multicritério consiste em, pelo menos, duas alternativas de escolha que dependem da necessidade de se atender múltiplos objetivos, muitas vezes conflitantes entre si. A estes objetivos são associadas variáveis que os representam e permitem a avaliação de cada alternativa, com base em cada objetivo. Estas variáveis são conhecidas como critérios, atributos ou dimensões. O resultado pretendido em determinado problema pode ser identificado entre quatro tipos de problemática: escolha, classificação, ordenação e descrição. (ALMEIDA, 2011).

Almeida (2003) aponta que a escolha do método multicritério é consequência de alguns aspectos, a saber: problema analisado, contexto considerado, informações, racionalidade requerida, estrutura de preferências do decisor e problemática. Dito isto, a escolha do ELECTRE TRI, neste trabalho, é justificada por este ser um método para a problemática de classificação, em que são feitas alocações de alternativas em categorias pré-definidas, resultado da comparação destas com perfis definidos de limites para as categorias. Ainda, é um método cuja racionalidade é não compensatória, o que é o caso de uma escolha em se tratando de cooperação, pois os critérios envolvidos dificilmente exigirão uma lógica de compensação. Em se tratando do contexto considerado, uma das grandes dificuldades a surgir diz respeito à eliciação dos parâmetros, de cunho altamente subjetivo. Isto será contornado fazendo uso de métodos de inferência voltados a problemas multicritério.

O método ELECTRE TRI considera as avaliações das alternativas para cada critério $\{g_1, \dots, g_i, \dots, g_m\}$ e um conjunto de índices de perfis $\{b_1, \dots, b_h, \dots, b_p\}$. Definem-se $(p + 1)$ categorias, em que b_h representa o limite inferior da categoria C_h e ?? (está faltando algo aqui?) o limite inferior da categoria C_{h+1} , $h = 1, 2, \dots, p$ e $p \geq 2$.

As preferências por cada critério são definidas mediante um pseudo-critério, no qual os limiares de preferência $p_j[g(b_h)]$ e indiferença $q_j[g(b_h)]$ constituem informações intra-critério. Assim, $q_j[g(b_h)]$ especifica a maior diferença $g_j(a) - g_j(b_h)$, que preserva a indiferença entre a e b_h no critério g_j , e $p_j[g(b_h)]$ representa a menor diferença $g_j(a) - g_j(b_h)$, compatível com uma preferência de a sobre b_h no critério g_j . A estrutura com duplo limiar evita julgamentos impróprios entre indiferença e preferência

estrita, existindo a possibilidade da chamada preferência fraca. As equações a seguir resumem estas relações.

$\forall a, b \in A$

$$a P b \text{ sse } g(a) > g(b) + p[g(b)] \quad (1)$$

$$a Q b \text{ sse } g(b) + p[g(b)] \geq g(a) > g(b) \quad (2)$$

$$a I b \text{ sse } \begin{cases} g(b) + q[g(b)] \geq g(a) \\ g(a) + q[g(a)] \geq g(b) \end{cases} \quad (3)$$

As relações de sobreclassificação, desta forma, são então construídas a partir da comparação das alternativas com os perfis. Duas condições são testadas para validar a sobreclassificação $a S b_h$:

- Concordância: a maioria dos critérios deve ser a favor da afirmação $a S b_h$
- Discordância: nenhum dos critérios deve opor-se fortemente à afirmação $a S b_h$

Para o ELECTRE TRI, usa-se o chamado limiar de veto para o teste de concordância, sendo este a menor diferença $g_j(b_h) - g_j(a)$, incompatível com a afirmação $a S b_h$. Os índices de concordância parcial $c_j(a, b)$, concordância $C(a, b)$ e discordância parcial $d_j(a, b)$ são obtidos, conforme apresentado nas equações abaixo:

$$c_j(a, b) = \begin{cases} 0, \text{ se: } g_j(b_h) - g_j(a) \geq p_j(b_h) \\ 1, \text{ se: } g_j(b_h) - g_j(a) \leq q_j(b_h) \\ \frac{p_j(b_h) + g_j(a) - q_j(b_h)}{p_j(b_h) - q_j(b_h)}, \text{ de outra forma} \end{cases} \quad (4)$$

$$C(a, b) = \frac{\sum_{j \in F} k_j c_j(a, b_h)}{\sum_{j \in F} k_j} \quad (5)$$

$$d_j(a, b) = \begin{cases} 0, \text{ se: } g_j(b_h) - g_j(a) \leq p_j(b_h) \\ 1, \text{ se: } g_j(b_h) - g_j(a) > v_j(b_h) \\ \frac{g_j(b_h) + g_j(a) - p_j(b_h)}{v_j(b_h) - p_j(b_h)}, \text{ de outra forma} \end{cases} \quad (6)$$

Ainda, utiliza-se um grau de credibilidade $\sigma(a, b_h) \in [0, 1]$, dado por:

$$\sigma(a, b_h) = c(a, b_h) \cdot \prod_{j \in \bar{F}} \frac{1 - d_j(a, b_h)}{1 - c(a, b_h)} \quad (7)$$

Onde $\bar{F} = \{j \in F : d_j(a, b_h) > c(a, b_h)\}$

A afirmação $a S b_h$ é considerada válida se $\sigma(a, b_h) \geq \lambda$ com $\lambda \in [0, 5; 1]$. As situações de preferência entre a e b_h são determinadas, conforme:

- $\sigma(a, b_h) \geq \lambda$ e $\sigma(b_h, a) \geq \lambda \rightarrow a S b_h$ e $b_h S a \rightarrow a$ é indiferente a b_h
- $\sigma(a, b_h) \geq \lambda$ e $\sigma(b_h, a) < \lambda \rightarrow a S b_h$ e não $b_h S a \rightarrow a$ é preferível a b_h
- $\sigma(a, b_h) < \lambda$ e $\sigma(b_h, a) \geq \lambda \rightarrow$ não $a S b_h$ e $b_h S a \rightarrow b_h$ é preferível a a
- $\sigma(a, b_h) < \lambda$ e $\sigma(b_h, a) < \lambda \rightarrow$ não $a S b_h$ e não $b_h S a \rightarrow a$ é incomparável a b_h

Por fim, há dois procedimentos para a atribuição das classes: modelo pessimista e modelo otimista. O papel destes procedimentos é analisar o modo como uma alternativa qualquer a_i é comparada com o perfil b_j , de modo a determinar a qual categoria esta deve ser designada (Mousseau *et al*, 2001):

a) Procedimento pessimista

- compara-se sucessivamente as ações a_i com os perfis b_h , para $h = p, p - 1, \dots, 1$;
- b_h sendo o primeiro perfil, tal que $a_i S b_h$, designa-se a_i para a categoria C_{h+1} .

b) Procedimento otimista

- compara-se sucessivamente as ações a_i com os perfis b_h , para $h = 1, 2, \dots, p$;
- b_h sendo o primeiro perfil, tal que b_h seja preferível a a_i , designa-se a_i para a categoria C_h .

Para a aplicação do método ELECTRE TRI, fica claro que é necessário um conjunto de parâmetros, que como explicitado anteriormente, são bem críticos, pois alteram o posicionamento de uma alternativa em uma classe. A fim de atender essa demanda, faz-se aqui uma proposta de uso de um modelo de inferência desenvolvido por Mousseau *et al* (2001), buscando-se uma melhor realização do procedimento de elicitação.

A proposta de um modelo de inferência é baseada da seguinte forma: a partir de exemplos de atribuições dados pelo decisor, é possível inferir os parâmetros do modelo por meio de algum tipo de regressão. Os exemplos atribuídos dizem respeito a um subconjunto $A^* \subset A$ de alternativas para os quais o decisor tem preferências claras, ou seja, estas devem ser facilmente designadas a determinadas categorias. Um ponto positivo desta metodologia diz respeito à possibilidade de incluir informações adicionais sobre os parâmetros do modelo sendo possível então, revisá-lo frequentemente.

O conjunto de parâmetros requeridos para aplicação do ELECTRE TRI é dado por π e está listado abaixo (MOUSSEAU E SLOWINSKI, 1998):

- $g_j(b_h)$ → perfis, definidos por suas avaliações em cada critério
- k_j → pesos dos critérios
- $q_j(b_h)$ → limiar de indiferença
- $p_j(b_h)$ → limiar de preferência
- $v_j(b_h)$ → limiar de veto
- Um procedimento de seleção (pessimista ou otimista, por exemplo)

De forma resumida, o uso de um modelo ELECTRE TRI demanda que o responsável pela estruturação do problema determine o melhor modelo a partir dos exemplos atribuídos pelo decisor. Isto é feito a partir da formulação de um modelo de otimização apropriado, que inclui: definir variáveis, critérios precisos e restrições.

A Teoria de Conjuntos *fuzzy* e os Conceitos de Lógica *fuzzy*, concebidas por L.A. Zadeh, podem ser utilizados para traduzir em termos matemáticos informações imprecisas que devem ser expressas por um conjunto de regras linguísticas. Seu uso pode ser observado em várias aplicações como, por exemplo, classificação, previsão de séries, mineração de dados, planejamento e otimização.

Um conjunto *fuzzy* A é, por definição, uma classe de elementos com níveis contínuos de associação. Seja X um espaço de pontos (objetos), com um elemento genérico denominado de x . Um conjunto *fuzzy* A em X é caracterizado por uma função de associação $f_A(x)$ que associa a cada ponto em X um número real no intervalo $[0,1]$, com o valor de $f_A(x)$ em x representando o nível de associação de x ao conjunto A . Então, quanto mais próximo de um for o valor de $f_A(x)$, assume-se ser maior a pertinência do elemento x ao

conjunto A . Quando trata-se de um conjunto ordinário, a função $f_A(x)$ apenas assume os valores zero ou um, com $f_A(x) = 1$ e $f_A(x) = 0$ sendo os casos em que x pertence e não pertence a A , respectivamente (Zadeh, 1965).

De posse das definições anteriores, é importante frisar a conveniência da utilização de números *fuzzy* para o contexto por ora analisado. Ainda, é importante comentar os diversos formatos que um número desta natureza pode assumir, a saber: trapezoidal, gaussiano ou triangular. Pela simplicidade, os números *fuzzy* triangulares foram eleitos para serem usados neste trabalho. Na literatura é muito comum vê-los designados como TFN (do inglês, *Triangular Fuzzy Numbers*) e eles são geralmente parametrizados segundo uma tripla (a_1, a_2, a_3) .

No exemplo apresentado na Figura 1, o elemento x tem grau de pertinência igual a 1, ou seja, $\mu(A)=1$ para a dada função.

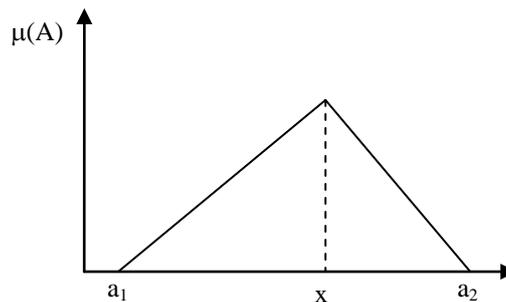


Figura 1 – Grau de Pertinência do elemento x à característica A .

Define-se X como sendo um conjunto universo não-vazio, e A_i é o i -ésimo subconjunto *fuzzy* de X tal que, $A_i = (a_1, a_2, a_3)$, com $i=1,2,3...n$, onde $a_1 < a_2 < a_3$ é a escala de preferência utilizada pelo decisor e n a quantidade de números *fuzzy* a serem utilizados na análise. O conjunto *fuzzy* A_i é caracterizado pela função de pertinência μ_A que associa a cada elemento x em X um número real no intervalo $[0,1]$. Cada elemento então assume três estados: x é dito pertencente a A se $\mu_A = 1$; x é dito não pertencente a A se $\mu_A = 0$ e x está em A com grau de pertinência $\mu_A(x)$ se $0 < \mu_A(x) < 1$.

Como um TFN é definido por uma tripla, sua função triangular de pertinência μ_A é dada pela equação (8):

$$\left(\begin{array}{l} 0, \text{ se } x < a_1 \\ \frac{(x-a_1)}{(a_2-a_1)}, \text{ se } a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{(a_3-x)}{(a_3-a_2)}, \text{ se } a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0, \text{ se } x > a_3 \end{array} \right) \quad (8)$$

4. Proposta de estruturação

Dada uma variável de estratégia s , que nada mais é do que o conjunto de níveis de cooperação, esta poderá assumir q valores entre zero e um: em que $q = 0$ significa a situação dicotômica original de ausência de cooperação e $q = 1$ se refere à situação de cooperação total.

Agora, a cada situação de interação estratégia no dilema dos prisioneiros, os dois jogadores vão decidir por um nível de cooperação q diferentemente do jogo original de duas estratégias discretas, sendo possível classificar esse nível em baixo, médio e alto, através de um modelo multicritério.

O jogo modificado proposto aqui pode ser descrito da seguinte forma: seja um conjunto de estratégias S , cujo elemento genérico seja s , referente aos níveis de cooperação a serem escolhidos, a cada interação estratégica, pelos dois jogadores de um dilema dos prisioneiros; ainda, s poderá assumir q valores diferentes entre zero e um.

Tem-se então $G = (N,S,P)$ a interação estratégica de um dilema dos prisioneiros.

Onde:

$N = \{n_i \mid n_i \in A_i \wedge i = 1,2\}$; $A = \{a \mid a \in (\text{jogador 1, jogador 2})\}$

$S = \{n_i S_j \wedge i = 1,2 \wedge j = q\}$; $S_j = \{q \mid q \in [0, 1]\}$

$P =$ estrutura de *payoffs*

A fim de classificar os níveis de cooperação em classes pré-determinadas, utilizando o método ELECTRE TRI, será proposta a seguinte estrutura mostrada na figura 2:

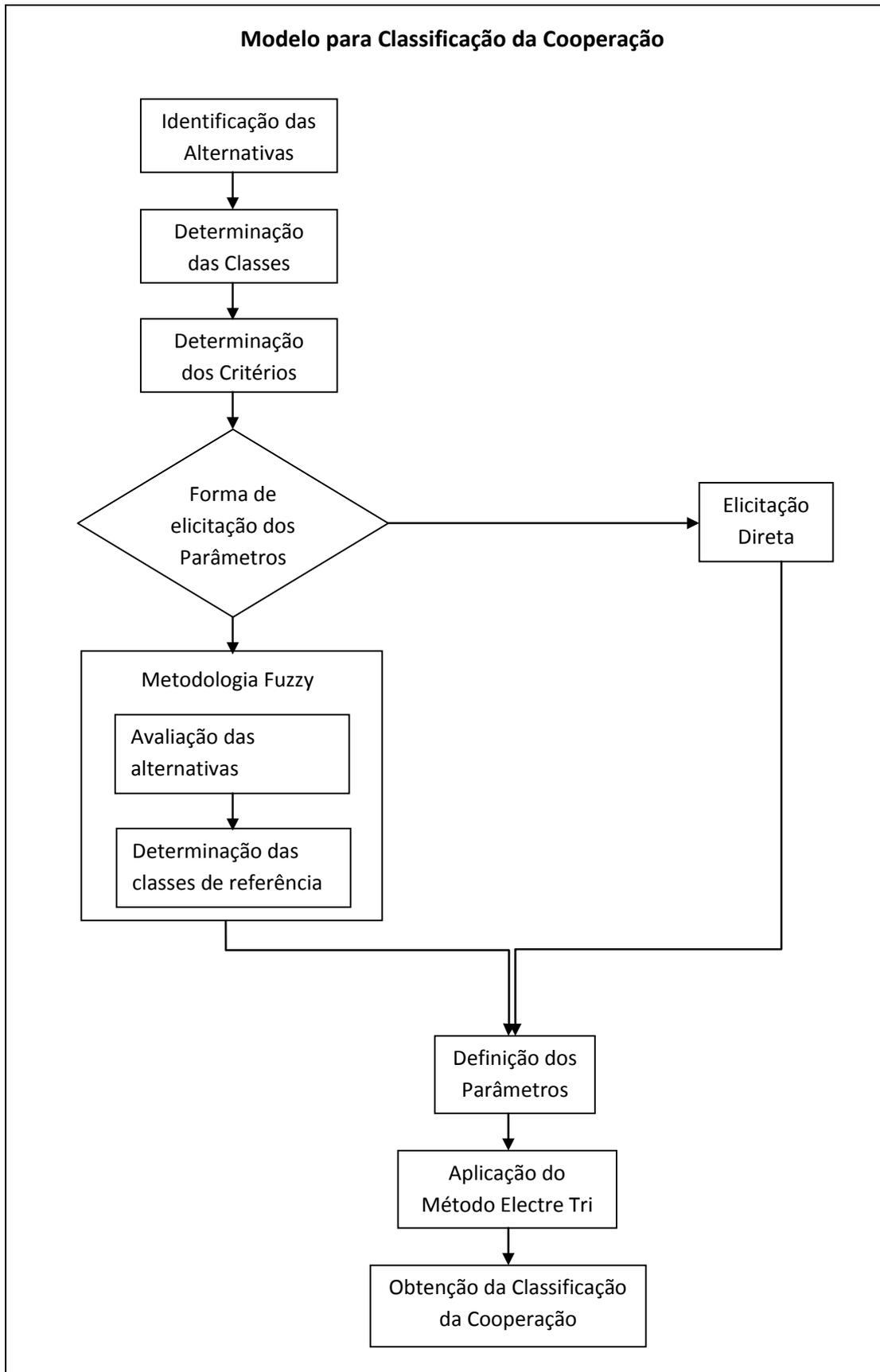


Figura 2 – Estruturação do problema de classificação de cooperação.

No modelo proposto, cada categoria de cooperação é definida *a priori* por um

número *fuzzy* e, respeitando o pressuposto de que não há sobreposição entre elas. Segue-se então uma comparação do nível de cooperação com classes que representam os níveis de referência. Será sugerida aqui a função triangular, quando do uso da abordagem *fuzzy*.

5. Exemplo de aplicação

A aplicação da estrutura proposta requer a definição das alternativas, dos critérios, da escala utilizada para avaliação das alternativas e das classes para as quais serão designadas as alternativas.

- I) As alternativas do nosso problema são as avaliações dos níveis de cooperação dos envolvidos - cada subordinado será analisado segundo seu empenho em determinado projeto na empresa, ou seja, é um dilema do prisioneiro com dois jogadores, em que há a interação estratégica entre empresa-representada por um gestor/decisor e funcionário;
- II) Os quatro critérios utilizados para avaliar os níveis de cooperação são comunicação, comprometimento, recompensas - que será entendido como esforço exercido para obter tais recompensas - e confiança. Estes fatores foram testados no trabalho de Silva e Costa (2009) e identificados como influenciadores do comportamento cooperativo;
- III) As alternativas serão avaliadas segundo os quatro critérios e a escala verbal utilizada será de cinco pontos (escala Likert) contendo os seguintes itens: concordo totalmente (5), concordo parcialmente (4), indiferente (3), discordo parcialmente (2) e discordo totalmente (1);
- IV) As classes para as quais as alternativas devem ser designadas são: nível de cooperação baixo (C1), moderado (C2) e alto (C3);
- V) Como foi sugerido o uso dos números *fuzzy* triangulares (TFN), tanto a avaliação dos envolvidos quanto as classes de referência serão definidas através de uma tripla típica deste tipo de abordagem;
- VI) A Tabela 1 ilustra cada uma das alternativas (o comportamento dos funcionários) avaliadas, segundo cada critério, utilizando TFN's;

Tabela 1 – Avaliação das alternativas.

Funcionários	Comunicação (g_1)	Confiança (g_2)	Comprometimento (g_3)	Esforço (g_4)
F1	(a, b, c)	...		
F2	...			
F3				
F4				...

- VII) A classificação final, a partir do uso do ELECTRE TRI é dada pela Tabela 2, supondo ser esta uma aplicação real posterior da situação apresentada.

Tabela 2 – Classificação final.

Funcionários	Categoria	Descrição
F1	3	Cooperação alta
F2	3	Cooperação alta
F3	1	Cooperação baixa
F4	2	Cooperação moderada

6. Discussão, Limitações e Sugestões para trabalhos futuros

A partir do que foi mostrado ao longo do trabalho, algumas considerações devem ser feitas. O primeiro ponto são as possíveis implicações que o dilema do prisioneiro

modificado traz para a Teoria dos Jogos. Ao contrário do que alguns possam vir a supor, a proposta aqui apresentada não funciona da mesma forma que o mecanismo probabilístico presente nas estratégias mistas. Nestas, o jogador simplesmente adota uma postura aleatória (com a estratégia q sendo um valor entre zero e um) a fim de surpreender o outro jogador. Aqui, ao contrário, o jogo *a priori* já apresenta um esquema de estratégias contínuas aos agentes, mediante as preferências do decisor – responsável pela classificação dos comportamentos. Mais precisamente, os envolvidos se comportam, segundo um paradigma contínuo, e terão esse comportamento classificado pelo responsável – o decisor.

Alguns aspectos importantes ainda são sugeridos para trabalhos futuros. Estudos acerca das informações ao longo de interações repetidas servirão de informação preciosa para os envolvidos e suas futuras escolhas para comportamento. Ainda, neste contexto de repetição, o histórico do jogo poderá servir de diagnóstico para o comportamento de alguns indivíduos antes da interação.

A nova proposta se destina a auxiliar a Teoria dos Jogos no seu objetivo principal, que é entender o comportamento dos indivíduos em situações estratégicas, sendo possível agora fazer uma análise contínua de uma situação de mesma natureza, o que não era possível com o dilema do prisioneiro original.

Por fim, os autores pretendem, no futuro, desenvolver toda aplicação no contexto sugerido, com dados numéricos reais. Sendo esta, então, uma limitação do atual trabalho.

7. Conclusões

Ao contrário de outros trabalhos, que propõem uma abordagem contínua a jogos cujas estratégias são discretas, mas que pecam por não apresentar uma maneira de fazê-lo, este trabalho objetivou determinar uma sistemática para preencher tal lacuna. A partir de um dilema dos prisioneiros, em que as estratégias são originalmente discretas, o procedimento compreendeu duas fases: a primeira foi de transformar comportamentos cooperativos em níveis de cooperação; e a segunda, por sua vez, foi classificar esses níveis de cooperação em rótulos como baixa, média e alta cooperação, por meio de um método multicritério de decisão.

A partir do que foi exposto, pode-se concluir que o dilema dos prisioneiros modificado proposto aqui é capaz de lidar com situações reais de forma mais realística do que o original, em que as estratégias de cooperação são dicotômicas e de forma mais transparente do que as propostas de estratégias contínuas existentes na literatura, em que não está clara a forma em que poderão ser implementadas.

Com o uso de uma abordagem multicritério de classificação focada em abordagem *fuzzy*, mais precisamente método ELECTRE TRI, foi possível classificar as estratégias contínuas em níveis de cooperação. Devido ao alto caráter subjetivo do contexto, o decisor envolvido no processo é assumido como tendo dificuldades em determinar os parâmetros requeridos - pesos dos critérios, limiares de indiferença, preferência e veto e finalmente, os perfis -, portanto, sugeriu-se a utilização de um método de inferência (Mousseau *et al*, 2001; Mousseau e Slowinski, 1998), em detrimento da elicitação direta. Ainda, foi sugerido o uso de números *fuzzy* triangulares, para as avaliações do decisor – tanto das classes de referência, como dos níveis de cooperação, por serem de mais fácil aplicação, mas isto não invalida o uso de outros tipos, tais como trapezoidais e gaussianos.

Por fim, o trabalho mostra um contexto para aplicação do dilema do prisioneiro modificado aqui proposto, qual seja: interação estratégica entre gestor (decisor) e comportamentos cooperativos dos funcionários em um dado projeto.

Referências

Almeida, A. T. A, Utilização de Métodos Multicritério de Apoio a Decisão. In: Almeida, A. T.; Costa, A. P. C. S.; *Aplicações com Métodos Multicritério de Apoio a Decisão*, Editora Universitária, 2003.

- Almeida, A. T. A.**, O conhecimento e o uso de métodos multicritério de apoio à decisão, Editora Universitária, 2011.
- Bierman, H. S. e Fernandez, L.**, *Game Theory with economic applications*. Second Edition: Addison-Wesley, 1998.
- Day, T. e Taylor, D.**, (2003), Evolutionary dynamics and stability in discrete and continuous games, *Evol. Ecol. Res.* 5, (4), 605-613.
- Golman, R. e Page, S. E.** (2010), Individual and cultural learning in stag Hunt games with multiple actions, *Journal of Economic Behaviour & Organization*.
- Li, Z-H., Fan, H-Y., Xu, W-L., Yang, H-X.**, (2011), q -Strategy spatial prisoner's dilemma game, *Physics Letters A* 41, 375, 3557-3561.
- Mousseau, V. Figueira, J. Naux, J.** (2001) Using assignment examples to infer weights for electre tri method: some experimental results, *European Journal of Operational Research*, 130, 263-275.
- Mousseau, V.; Slowinski, R.** (1998) Inferring an ELECTRE TRI model from assignment examples, *Journal of Global Optimization*, 12, 157-174.
- Scheuring, I.**, (2005), The iterated continuous prisoners' dilemma game cannot explain the evolution of interspecific mutualism in unstructured populations, *J. Theor. Biol* 232, 99-104.
- Silva, M. M.; Costa, A. P. C. S.** Beyond the Prisoners' Dilemma Cooperation: Analysing the Role of Relational Factors Between IS and Business Professionals. In: DSI- Decision Science Institute Meeting, 2009, New Orleans. DSI Proceedings, 2009.
- Tanimoto, J.**, (2007), Differences in dynamics between discrete strategies and continuous strategies in a multi-player game with a linear payoff structure 90, 568-572.
- Wahk, L.M e Nowak, M. A.**, (1999_a), The continuous prisoners' dilemma: I. Linear reactive strategies, *J. Theor. Biol.* 200, 3, 307-321.
- Wahk, L.M e Nowak, M. A.**, (1999_b), The continuous prisoners' dilemma: II. Linear reactive strategies with noise, *J. Theor. Biol.* 200, 3, 323-338.
- Weber, J. M. e Murnighan, J. K.**, (2008), Suckers or Saviors? Consistent Contributors in Social Dilemmas, *Journal of Personality and Social Psychology* 95, 6, 1340-1353.
- Verhoeff, T.**, (1993), A continuous version of the Prisoners' dilemma, *Computing Science Note* 93/02. Eindhoven: Eindhoven University of Technology.
- Zadeh, L. A.**, (1965), Fuzzy Sets, *Information and control* 8, 338-353.
- Zhong, W., Kokubo, S. e Tanimoto, J.**, (2012), How is the equilibrium of continuous strategy game different from that of discrete strategy game?