

## Modelo multicritério para suportar a definição da política de manutenção oportuna

### Rodrigo Lopes

UFPE

Laboratório de Engenharia e Gestão da Manutenção, CDSID, Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de Pernambuco, Recife PE, CEP: 50.670-901, Brasil  
rodrigoengep@gmail.com

### Cristiano Cavalcante

UFPE

Laboratório de Engenharia e Gestão da Manutenção, CDSID, Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de Pernambuco, Recife PE, CEP: 50.670-901, Brasil  
cristianogesm@gmail.com

### Thiago Nascimento

UFPE

Laboratório de Engenharia e Gestão da Manutenção, CDSID, Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de Pernambuco, Recife PE, CEP: 50.670-901, Brasil  
thiago.gnascimento1@gmail.com

### Cláudio Junior

UFPE

Laboratório de Engenharia e Gestão da Manutenção, CDSID, Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de Pernambuco, Recife PE, CEP: 50.670-901, Brasil  
claudio\_carneiro123@hotmail.com

### Resumo

Este artigo trata da política de manutenção oportuna para um sistema constituído por duas partes 0 e 1 onde teve inspiração nos cálculos para política de manutenção oportuna apresentado por Jorgenson et. al. (1966) os autores apresentaram como calcular a disponibilidade e custo para política de manutenção oportuna através de limites críticos  $(n, N)$ , no entanto estes critérios não foram tratados juntos, foram otimizados de forma tradicional onde tratam de maximizar ou minimizar cada critério individualmente, neste trabalho propõe-se tratar estes critérios em conjunto com uma abordagem multicritério através do método MAUT.

Palavras-chaves: MAUT, Políticas de Manutenção, Manutenção Oportuna.

### Abstract

This article addresses the opportunity maintenance policy for a system consisting of two parts 0 and 1 which was inspired in the calculations for opportunity policy presented by Jorgenson et. al. (1996) the showed how to calculate the availability and cost of policy throught opportunity maintenance of critical limits  $(n, N)$ , however optimized each criterion individually, this paper proposes to treat these criteria in conjunction with a multicritério approach by method MAUT.

## 1. Introdução

O início dos estudos de manutenção oportuna decorrem da década de 60 com as pesquisas da corporação RAND no objetivo de combinar técnicas de manutenção corretiva e preventiva.

A manutenção oportuna pode ser definida como um método sistemático de coleta, investigação, planejamento prévio de atividades, com objetivo de gerar um conjunto de tarefas de manutenção para agir no surgimento de uma oportunidade (Day & George, 1982).

Uma oportunidade pode estar relacionada a ações preventivas ou corretivas de manutenção que resultem em uma oportunidade para ação em outro componente, ou alguma parada da planta.

A manutenção oportuna é aplicada a sistemas multicomponentes e muitas vezes é descrita como uma combinação de ações de manutenção corretiva e preventiva. Do ponto de vista prático, a política de manutenção oportuna é bastante significativa, pois a maioria dos sistemas são multicomponentes e muitas vezes há algum tipo de dependência entre os componentes (Vergin & Scriabin, 1977).

Thomas (1986) destaca que a manutenção oportuna é de grande interesse para os decisores e especialistas de manutenção, pois oportunidades surgem com abundância e sem um planejamento prévio estas oportunidades são negligenciadas.

## 2. Tratamento Multicritério ao Suporte a Decisão

Os responsáveis pelo planejamento de manutenção deparam diariamente com a tomada de decisão que envolve múltiplos critérios, estes critérios, por exemplo, podem estar relacionados com custos, disponibilidade, segurança, meio ambiente, qualidade e etc. Observa-se também, que no ambiente de manutenção há diversas questões bastante importantes, as quais, em um tratamento mais formal dão origem a problemas de decisão envolvendo múltiplos critérios. Dentre os principais problemas, pode-se destacar: a definição de periodicidade de manutenção, a priorização de equipamentos a serem mantidos, a alocação de equipes para conjuntos específicos de tarefas, a classificação de equipamentos em termos de criticidade, bem como a definição de políticas de manutenção.

Estas decisões tem uma característica comum de possuírem um conjunto finito de alternativas a serem avaliadas a partir de um conjunto ou família coerente de critérios. Dependendo da problemática que o problema está inserido pode estar interessado em escolher a melhor ou melhores alternativas, em ordenar as alternativas da melhor para a pior ou a classificação das alternativas em classes pré-definidas, neste sentido para se levar em consideração mais de um critério os decisores podem tratar o problema através de um método multicritério.

Para Bouyssou (1999) a utilização de métodos multicritérios de apoio a decisão tem as seguintes vantagens: a construção de uma base de diálogo entre diferentes agentes que participam do processo decisório, a incorporação de subjetividade e incertezas, a possibilidade de avaliar a solução entre diferentes objetivos, podendo haver conflito entre eles.

São vários os métodos Multicritério de Apoio a Decisão, para Cavalcante (2011), o método multicritério de apoio a decisão MAUT é uma abordagem apropriada especialmente em casos que tratam de incerteza como é o caso dos modelos de manutenção.

Assim para a problemática que este artigo trata avaliou-se o método Multicritério de apoio a decisão MAUT como adequado para representar as características pertinentes ao problema.

## 3. Teoria da Utilidade Multiatributo

A teoria da utilidade multiatributo conhecida por MAUT (Multi-Attribute Utility Theory) derivou da Teoria da Utilidade descrita por Daniel Bernoulli em 1738 como uma forma para medir preferências, em 1944 o trabalho de Jhon Von Neuman e Oskar Morgenstern intitulado “*Theory of Games and Economic Behaviour*” foi um marco na teoria da utilidade (Almeida, 2011).

Keeney & Raifa (1999) foram responsáveis por introduzirem o conceito de mensurar a utilidade de cada alternativa constituinte do conjunto de alternativas candidatas à resolução do problema, constituído de múltiplos atributos através da formulação de uma função matemática, no momento que se constrói a função utilidade, obtem-se um modelo matemático que descreve preferências.

Assim o objetivo é encontrar a função utilidade multicritério que represente as preferências do decisor de acordo com seus parâmetros, onde a função utilidade  $u$  é definida em um conjunto de conseqüências

De acordo com Keeney & Raiffa, 1999 existem duas análises principais referentes ao tratamento das alternativas para o método MAUT: a função utilidade aditiva e a função utilidade multiplicativa. Sendo a forma aditiva a mais simples e largamente utilizada (Belton & Stewart, 2002). A função utilidade na forma aditiva é a agregação por adição através de uma média ponderada das utilidades segundo cada atributo, calcula-se a utilidade multiatributo para cada critério em seguida os valores resultantes da função utilidade são somadas, realizando a ponderação dos critérios conforme sua importância relativa aos demais (Clemen e Reilly, 2001).

Para a utilização da função utilidade aditiva deve-se respeitar a condição de independência, isto significa que uma relação de troca ou *trade-off* entre dois critérios, não pode depender de qualquer outro critério (Belton & Stewart, 2002).

A função utilidade aditiva  $U(a)$  pode ser expressa pela equação:

$$U(a) = \sum_{j=1}^n k_j U_j(C_j(a))$$

Onde  $U_j$  é a função utilidade do critério  $C_j$  sendo uma função estritamente crescente que retorna valores em uma escala comum, a fim de permitir que os critérios a serem comparados e adicionados não tenham problemas com diferentes unidades de medida.

A função utilidade multiplicativa para sua utilização exige que cada subconjunto de critérios satisfaça a condição de independência com os demais critérios, esse modelo é expresso por:

$$U(a) = \prod_{j=1}^n k_j U_j(C_j(a))$$

Onde  $U_j$  é a função utilidade do critério  $C_j$ .

#### 4. Modelo Proposto

O modelo proposto considera um sistema constituído por duas partes 0 e 1 este modelo teve inspiração nos cálculos para política de manutenção oportuna apresentado por Jorgenson et. al. (1966) com limites críticos  $(n, N)$  neste artigo propõe-se tratar os critérios custo e disponibilidade em conjunto.

Oportunidades para ações de manutenção surgem no decorrer do tempo a medida que se detecta que um dos sistemas esta falho, assim uma política que leve em consideração qual ação deve ser tomada no surgimento dessa oportunidade é de extrema importância, pois caso isso não seja considerado, essa oportunidade poderá ser negligenciada ou até mesmo uma decisão que não seja ótima para o sistema, pode ser tomada.

Neste sentido o modelo assume que o sistema é composto pelo subsistema 0 que tem taxa de falha crescente, e o subsistema 1 que tem taxa de falha constante. Ambos os sistemas são inspecionados periodicamente em que o estado falho ou não falho é revelado. O sistema falha de três maneiras:

- 0 falha e 1 não falha;
- 1 falha e 0 não falha;
- 1 e 0 falham.

Essa descrição implica que o decisor tem varias alternativas de decisões nos pontos de inspeção, dependendo do estado do sistema no ponto. Onde  $x$ ,  $y$  e  $z$ , são respectivamente, o estado bom(1) ou falho (0) do subsistema 0, a idade do subsistema 0, e o estado do subsistema 1.

A política ótima para os limites críticos  $(n, N)$  tem as seguintes regras de decisão:

- No estado (1,T,1), ambos os sistemas estão bons não fazer nada se  $T < N$ ; e caso  $T = N$ , substituir ou reparar o subsistema 0.
  - No estado (1,T,0) a ação deve substituir ou reparar:  
O subsistema 1 sozinho se  $T < n$ ;  
Ambos os subsistemas se  $n \leq T \leq N$ .
  - No estado (0,T,0) substitui ambas as partes
  - No estado (0,T,1) substitui 0 sozinho
- O conjunto de conseqüências são avaliadas em relação  $n$  e  $N$  onde cada alternativa gera conseqüências em termos de custo chamado de  $C(n,N)$  e disponibilidade indicado por  $G(n,N)$  assim  $n$  e  $N$  representam um vetor  $a_i = (n_i, N_i)$ , onde cada alternativa corresponde a um ponto no espaço de conseqüência  $(C(a_i); G(a_i))$ .

#### 4.1 Definindo os Atributos

Neste tópico busca-se demonstrar o cálculo dos atributos Custo e Disponibilidade.

Para o atributo disponibilidade os valores dos tempos considerados são:

$K_0$  = tempo de substituir ou reparar o subsistema 0 se não estiver falho;

$K_{00}$  = tempo de substituir ou reparar o subsistema 0 em falha;

$K_1$  = tempo de substituir ou reparar o subsistema 1 em falha;

$K_{01}$  = tempo de substituir ou reparar o subsistema 0 não falho e o subsistema 1 em falha;

$K'_{01}$  = tempo de substituir ou reparar o subsistema 0 em falha junto com o subsistema 1 em falha.

Estas considerações de tempo são interessantes no sentido da flexibilidade do modelo diante de sua aplicação, pode haver casos onde o tempo de substituir ou reparar o sistema falho ou não falho seja iguais, ou situações que estes tempos são diferentes.

As idades críticas  $n$  e  $N$  devem ser escolhidos de modo que a razão de tempo bom durante o ciclo seja máxima, ou seja, que retornem o maior valor de disponibilidade por ciclo. O ciclo termina sempre que o subsistema 0 é substituído ou reparado.

Onde:

$E(X)$  = tempo gasto em substituir ou reparar o subsistema 1 entre 0 e a primeira falha do subsistema 0 ou  $n$ , ou o que ocorrer primeiro;

$E(Y)$  = tempo de 0 até a primeira falha do subsistema 0 ou o primeiro fim de ciclo de falha do subsistema 1 ou  $N$ , ou que ocorrer primeiro;

$E(Z)$  = tempo gasto para substituir ou reparar até o fim do ciclo.

O número crítico de  $n$  e  $N$  é escolhido de forma que  $G(n,N)$  seja maximizada.

$$G(n, N) = \frac{E(Y)}{E(X) + E(Y) + E(Z)}$$

Para o atributo custo o modelo considera um sistema composto por duas partes que tem distribuição de falhas estocasticamente independentes porém os custos não são independentes onde o custo de substituir ambas as partes é menor que o custo de substituir cada parte separadamente.

Assim os seguintes custos são considerados:

$C_0$  = custo para substituir ou repara o subsistema 0 não falho;

$C_1$  = custo para substituir ou reparar o subsistema 1 falho;

$C_{01}$  = custo para substituir ou reparar o subsistema 0 não falho junto com o subsistema 1 falho;

$C_{00}$  = custo para substituir ou reparar o subsistema 0 falho;

$C'_{01}$  = custo para substituir ou reparar o subsistema 0 falho junto com o subsistema 1 falho.

Neste sentido o custo por ciclo  $C(n,N)$  é descrito como:

O número esperado de substituição da parte 1 sozinha vezes o custo para substituir ou reparar o subsistema 1 falho, mais a probabilidade de substituir a parte 0 e 1 juntas vezes o custo de substituir ambas as partes, mais a probabilidade da parte 0 não falhar até  $N$ , vezes o custo de substituir a parte 0 antes da falha. Os valores de custo são divididos por  $E(L)$  que é encontrado através da soma de  $E(X)$ ,  $E(Y)$  e  $E(Z)$  para encontrar o valor de custo por tempo total de ciclo. Os custos são minimizados para os valores de  $n$  e  $N$ .

## 5 Aplicação numérica do Modelo

Para a aplicação numérica foram utilizados dados de um problema descrito por Jorgenson et. al. (1966) onde aborda um sistema composto por duas seções de um avião a jato, uma seção dos compressores chamada de parte fria e outra seção compreendendo a turbina e sistema de combustão chamada parte quente, na abordagem dos autores consideram um único critério a disponibilidade, aqui além da disponibilidade consideramos o critério custo.

A seção fria falha de acordo com uma distribuição geométrica com parâmetro  $p_0 = 1/50$ , onde  $p_0$  é a probabilidade dessa seção falhar entre duas inspeções, dado que estava boa até a última inspeção.

A distribuição de tempo de falha da seção quente é caracterizado por uma probabilidade condicional  $p_i = i/50$  com  $i = 1, 2, \dots, 50$  onde  $p_i$  é a probabilidade da seção quente falhar entre a inspeção  $i$  e  $i+1$  dado que estava bom até a inspeção  $i$ .

Os valores de entrada para o cálculo da disponibilidade  $G(n,N)$  e custos  $C(n,N)$  estão demonstrados no quadro 1

Quadro 1: Valores de entrada para o modelo

Valores de entrada	
$K_1$	2 tempo de substituir ou reparar o subsistema 1 falho
$K_0$	4 tempo de substituir ou reparar o subsistema 0 não falho
$K_{01}$	5 tempo de substituir ou reparar o subsistema 0 não falho junto o subsistema 1 falho
$K_{00}$	4 tempo de substituir ou reparar o subsistema 0
$K'_{01}$	5 tempo de substituir ou reparar o subsistema 0 falho e o sistema 1 falho
$C_1$	8 custo de substituir ou reparar o subsistema 1 falho
$C_0$	9 custo de substituir ou reparar o subsistema 0 não falho
$C_{01}$	10 custo de substituir ou reparar o subsistema 0 não falho junto com 1 falho
$C_{00}$	17 custo de substituir ou reparar o subsistema 0 falha
$C'_{01}$	25 custo de substituir ou reparar o subsistema 0 falho e o sistema 1 falho

Para a aplicação do método MAUT foram realizada as combinações de  $n$  e  $N$  que resultaram nos valores de custo  $C(n,N)$  e disponibilidade  $G(n,N)$ , onde  $n$  variou de 2 à 50 e  $N$  de 3 a 51, respeitando as restrições de  $N > n$ .

### 5.1 Determinando o espaço de conseqüências

Para a determinação do espaço de conseqüências foram encontrados os limites máximos e mínimos de cada atributo. Para o atributo custo o valor máximo para o custo foi em  $C(25,26)$  resultando em 1,426 o valor mínimo para o custo foi obtido em  $C(2,7)$  resultando em 1,206. Para o atributo disponibilidade o valor máximo encontrado ocorreu em  $G(9,51)$  resultando em 0,71 e o valor mínimo em  $G(2,3)$  resultando em 0,42.

### 5.2 Função Utilidade Para o Custo

A determinação da função utilidade alusiva ao custo representada por  $u_1$ , em que  $C(a_i)$  corresponde ao valor de custo para cada vetor  $a_i(n_i, N_i)$  onde a função utilidade assume o valor 1,

o custo será mínimo 1,206 e acontecerá em  $a_i = (2,7)$ ; a função assume valor 0 quando custo for máximo 1,426, o que corresponde a  $a_i = (25,26)$ . A função que representa o atributo custo variando o vetor  $a_i$  foi a função exponencial conforme mostra o Quadro 2

Quadro 2: Função utilidade para o custo

Atributo	Função Utilidade	Parâmetros
Custo	$u_1 = X_1 \exp(-Y_1 * C(a_i))$	$X_1 = 370.92 \quad Y_1 = 4.91$

### 5.3 Função Utilidade Para a Disponibilidade

A função utilidade para a disponibilidade representada por  $u_2$  sendo  $G(a_i)$  o valor para disponibilidade para cada vetor  $a_i$ . Quando a função utilidade assume o valor 1, a disponibilidade será máxima 0,71, e acontece quando  $a_i = (9,51)$ ; a função assume valor 0 quando a disponibilidade for mínima 0,42, o que corresponde a  $a_i = (2,3)$ . Para o atributo disponibilidade variando o vetor  $a_i$  a função que representa este atributo é a função logística conforme demonstrado no quadro 3

Quadro 3: Função utilidade para disponibilidade

Atributo	Função Utilidade	Parâmetros
Disponibilidade	$u_2 = X_2 \exp(-Y_2 / G(a_i))$	$X_2 = 9.012 \quad Y_2 = 1.565$

### 5.4 Determinando as constantes de escala

Antes da determinação da constante de escala, um fator essencial para a obtenção do formato da função utilidade global é a verificação dos conceitos de independência em utilidade e independência aditiva.

Após a verificação de tais conceitos, a representação da função de utilidade global possui a forma aditiva.

A partir da identificação do formato da função utilidade global, pode-se obter as constantes de escala, as constantes de escalas utilizadas estão descritas no quadro 04.

Quadro 4: Constantes de escala

Constantes de escala	
$k_1 = 0.65$	$k_2 = 0.35$

### 5.5 Função utilidade global

Após a determinação das constantes de escalas e das funções utilidades para cada atributo, é possível apresentar a função utilidade global que representa os atributos, a função é dada por:

$$u_g(n, N) = k_1 * u_1 + k_2 * u_2$$

A partir da determinação da função utilidade global, maximizando tal função obteve-se a política ótima oportuna, onde os valores de  $n$  e  $N$  que retornaram o valor ótimo para função utilidade global foram  $u_g(8,51) = 0.88$ , estes valores de  $n$  e  $N$  retornam para o valor de custo  $C(8,51) = 1.25$  e disponibilidade  $G(8,51) = 0.69$

Para verificar a consistência do modelo foi realizado a análise de sensibilidade variando as constantes de escala, para esta verificação quando a constante de escala foi 1 para cada critério individual a utilidade máxima ocorreu no mesmo ponto da otimização do critério individual.

## 6. Discussão dos Resultados

Nesta seção objetiva-se demonstrar os resultados obtidos através da aplicação numérica do modelo e a interpretação destes resultados, onde o propósito do modelo foi combinar os critérios custo e disponibilidade para política de manutenção oportuna em conjunto com as regras de decisão apresentada.

Pode-se observar que a combinação dos critérios obteve resultados satisfatórios, quando comparados com os resultados da utilização individual de cada critério. Quando comparamos o critério custo o valor que retornou o custo mínimo com valor de 1.206 foi em  $n=2$  e  $N=7$  este valor para disponibilidade retorna um valor de 0.58, assim se tem custo baixo a baixo valor de disponibilidade. Considerando o critério disponibilidade unicamente o valor que a disponibilidade foi máxima 0.71 em que  $n=9$  e  $N=51$  o valor de custo foi 1.28, onde se tem alta disponibilidade a alto custo, como pode ser observado no Quadro 05.

Quadro 05: Resultados

CUSTO MIN (n,N)=	DISP CUST MIN (n,N)=	UTILIDADE TOTAL (8,51)=	CUSTO DA UTILIDADE	DISPONIBILIDADE DA UTILIDADE
1,20	0,58			
DISP MAXIMA (n,N)=	CUSTO DISP MAX (n,N)=			
0,71	1,28	0,88	1,25	0,69

O modelo encontrou a utilidade máxima em  $n=8$  e  $N=51$  que retornam para o valor de custo  $C(8,51) = 1.25$  e disponibilidade  $G(8,51) = 0.69$  resultando em um alto valor de disponibilidade a um custo não tão alto, se comparado com os critérios individuais.

Neste sentido o modelo alcançou o objetivo proposto a partir da combinação dos critérios custo e disponibilidade.

#### Agradecimentos

Parte deste trabalho foi suportado pela FACEPE e CDSID.

#### Referências

- ALMEIDA, A. T. *O conhecimento e o uso de métodos multicritério de apoio a decisão*. Editora Universitária, 2º th, Recife, 2011.
- BELTON, V.; STEWART, T. J. *Multiple Criteria Decision Analysis: an Integrated Approach*. Boston: Kluwer Academic Press, 2002.
- BOUYSSOU, D. *Decision Multicritère ou Aide Multicritère*. Bulletin du Groupe de Travail of Operational Research, v.119, n. 2, p. 404-415, 1999.
- CAVALCANTE, C. A. V. *A Multicritéria Decision Model for a Combined Burn-In and Replacement Policy*. Evolutionary Multi-Criterion Optimization, Ouro Preto, 2011.
- CLEMEN, R. T.; REILLY, T. *Making Hard Decisions With Decisions Tools*. Pacific Grove: Duxbury, 2001.
- DAY, J. A.; GEORGE, L. *Opportunistic Replacement of fusion Power system parts*. Reliability and Maintainability Symposium, California, 22, 16-27, 1982.

JORGENSON D. W, MCCALL, J. J; RADNER R., *Optimal Maintenance of Stochastically Failing Equipment*. United States Air Force Project RAND, California, 1966.

KENNEY, R. L.; RAIFFA, H.; *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value tradeoffs*, Cambridge University Press, United Kingdom, 1999.

Silva, J.C.; Silva, A. C. G .C. Circuito Frigorífico. In: Refr. E Clim. Para Téc. E eng°. Ed. Ciência Moderna, Rio de Janeiro, 2007. Cap 2, p 29-30.

THOMAS L, *A Survey of maintenance and replacement models for maintainability and reliability of multi-item systems*. Reliability Engineering. 16, 297-309, 1986.

VERGIN, R. C.; SCRIABIN, M. Maintenance scheduling for multicomponent equipment. AIIE Transactions, 9, 297-305, 1977.